ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

VOLUME V.

1° SEMESTRE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 6 gennaio 1889.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica-*Ottica.* — *Intorno a una nuova Camera-lucida.* — Nota del Socio G. Govi.

« Sino dal 1868 [1] ho incominciato a far conoscere la costruzione di *Camere-lucide* diverse da quelle del Wollaston, del Sömmerring, dell'Amici, ecc. Nelle nuove *Camere lucide* da me proposte e costruite ho procurato di evitare la divisione della pupilla in due campi, uno dei quali destinato agli oggetti da ritrarre, l'altro alla carta, alla matita e alla mano del disegnatore.

« Nelle prime *Camere lucide* mi servivo di certo vetro platinato che in quel tempo si fabbricava in Francia, e che dava modo d'avere uno specchio metallico piano inalterabile, dotato di un potere riflettente e di una trasparenza che bastavano all'occhio per poter vedere per riflessione le cose da disegnare, e per rifrazione il piano sul quale dovevano essere ritratte.

« L'utilità di quelle prime *Camere lucide* appariva incontestabile, poichè, la pupilla essendo impiegata tutta per vedere le due imagini esse rimanevano

[1] *Nuove camere lucide.* Atti dell'Acc. delle scienze di Torino. T. III, pag. 220-222 (12 gennaio 1868). T. IV, pag. 43-44 (29 novembre 1868) e pag. 185-186 (13 dicembre 1868).

sempre interamente visibili e sovrapposte, per quanto si spostasse l'occhio durante il lavoro. Lo strato metallico esilissimo, che, steso sulla faccia superiore della lamina di vetro, faceva da specchio, permetteva inoltre d'avere una imagine unica riflessa, quantunque fosse vicino l'oggetto osservato, ed eliminava per tal modo la difficoltà gravissima delle doppie imagini, che il Wollaston prima, poi l'Amici avevano incontrata nel voler far uso nelle *Camere lucide* di lastre di vetro a faccie piane e parallele.

« Ma la fabbricazione del vetro platinato cessò improvvisamente, nè so che sia più stata ripresa, e col vetro platinato venne a mancare l'elemento primo della nuova *Camera lucida a pupilla piena.*

« Pensai allora (1) a evitare con altri artifizi la divisione della pupilla, ma, per quanto fossero abbastanza soddisfacenti quei tentativi, non seppi acquietarmivi.

« Volevo ottenere uno specchio metallico trasparente che potesse equivalere allo strato diafano di platino, e ricordando come le foglie d'oro sottilissime lascino passare un lume verde azzurro, tentai di deporre sul vetro uno strato tenuissimo d'oro, invece d'uno strato di platino. Il colore giallo aranciato dell'oro non poteva essere un impedimento, giacchè, nel disegnare colla *Camera lucida*, poco, anzi nulla si bada al colore della imagine veduta, e solo importa che ogni sua minima particolarità apparisca netta e non deformata.

« Però i vetri platinati, quantunque il metallo vi si mostrasse a nudo, erano inalterabili, perchè in essi s'era fatto aderire il platino al vetro mediante una lieve fusione superficiale che aveva incorporato il metallo nella pasta vetrosa, mentre invece l'oro deposto per via chimica sul vetro non vi contrae che una lievissima aderenza, sicchè ogni minimo attrito ne lo distacca, guastando la perfezione e la continuità della lamina metallica destinata a far da specchio.

« Bisognava dunque rendere inalterabile lo strato d'oro, se si voleva sostituirlo al platino nella costruzione della *Camera lucida.* Alla fusione non si poteva pensare; convenne dunque trovare un altro ripiego, e lo trovai nel porre uno strato d'oro entro a una massa di vetro otticamente continua. Così potei costruire quelle svariate forme di *Camere lucide* che vennero presentate al Congresso Scientifico di Roma nel 1873 (2) e all'Accademia delle Scienze di Francia nel 1874 (3).

(1) *Di alcune nuove camere lucide.* Atti dell'Acc. delle sc. di Torino. T. VIII, pag. 253-259 2 febbraio 1873).

(2) *Di alcune camere lucide* del prof. G. Govi. Atti della Undecima Riunione degli Scienziati Italiani tenuta in Roma dal XX al XXIX di ottobre MDCCCLXXIII. Roma, 1875. 1 Vol. in 4° — pag. 92-98 (Seduta del 28 ottobre 1873).

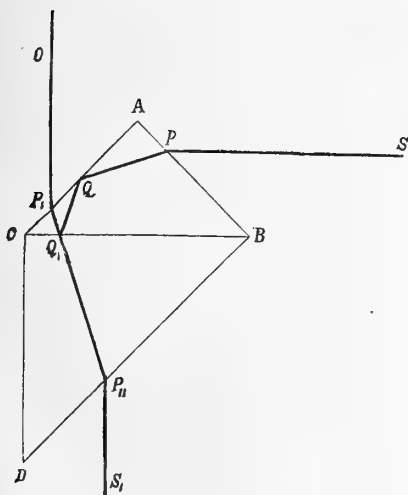
(3) *Sur l'application de la dorure du verre à la construction des chambres-claires.* Comptes rendus de l'Acad. des. sc. T. LXXIX, pag. 373-374 (10 août 1874).

« Da quel tempo in poi tutte le *Camere lucide* per microscopio o per lenti da anatomici o da naturalisti costruite a Parigi dal Nachet, e molte di quelle che si adoperano dai disegnatori (quelle, per esempio, che adoperò l'ing. Chiarini nel viaggio d'Africa) sono Camere a specchio d'oro diafano e a pupilla piena, e chi le adopera trova nel loro uso una facilità e una quiete dell'occhio, che si cercherebbero inutilmente nelle *Camere lucide* a pupilla dimezzata.

« Ripensando spesso alle diverse applicazioni della *Camera lucida* a strato d'oro, mi è venuto fatto d'idearne molte che possono tornar utili in certe date circostanze. Alcune furono già descritte negli Atti del Congresso di Roma, altre pubblicherò forse più tardi. Oggi intanto desidero far conoscere agli studiosi una nuova forma di *Camera lucida*, che mi pare possa riuscir comoda per disegnar paesi, monumenti ecc., e la sua comodità per tale uso la derivo dalla minore intensità che essa lascia alla imagine degli oggetti da ritrarre, sapendosi, da chi ha pratica del disegno colla *Camera lucida*, quanto sia difficile, nel copiar paesetti o monumenti, il rendere visibili la carta e la matita, per la soverchia luminosità delle immagini riflesse che le abbagliano.

« La nuova *Camera lucida* si compone di due prismi rettangoli isosceli dello stesso vetro uno più piccolo, l'altro maggiore. La faccia ipotenusa del più piccolo, sulla quale si dee deporre uno strato sottilissimo d'oro, deve essere larga quanto la faccia cateto dell'altro prisma, sulla quale s'incolla con balsamo del Canadà, o con altra materia che abbia un indice di rifrazione eguale o vicinissimo a quello del vetro dei prismi.

« Congiunti così i due prismi, la *Camera lucida* è fatta, e si può chiuderla nella sua guaina per fissarla sul piede e dirigerla e volgerla come meglio convenga.

« Ecco ora in qual modo operi codesta nuova *Camera lucida*.

« Un raggio di luce SP, parallelo alla ipotenusa dorata del piccolo prisma, incontrando in P la faccia AB del prisma, si rifrange prendendo la direzione PQ e va a battere in Q contro la faccia AC dello stesso prisma, sotto un angolo d'incidenza maggiore dell'angolo limite. Il raggio PQ si riflette quindi interamente verso l'ipotenusa dorata BC, e giungendovi in Q, vi subisce una riflessione parziale secondo la direzione Q, P, , finchè incontrando nuovamente la faccia AC, sotto un angolo d'incidenza uguale all'angolo di rifrazione del rag-

gio SP all'ingresso nel prisma, il raggio $Q_{,}P_{,}$ ne esce nella direzione $P_{,}O$, perpendicolarmente alla direzione primitiva SP, e può penetrare nell'occhio O situato in un punto qualunque della sua direzione.

« Se si pon mente alla forma del solido composto dei due prismi congiunti, si vede che in esso le due faccie AC e BD sono parallele fra loro, e quindi l'occhio situato in O deve vedere attraverso allo strato d'oro in una direzione parallela ad $OP_{,}$ gli oggetti situati al disotto della *Camera lucida* in $S_{,}$, i quali oggetti saranno la carta, la matita, la mano ecc. Così avendo O simultaneamente la vista delle cose da cui veniva il raggio SP, e di quelle da cui era partito $S_{,}P_{,,}$, esso le vedrà sovrapposte, e potrà disegnar con sicurezza le imagini vedute, purchè queste si trovino virtualmente collocate alla stessa distanza alla quale gli appariscono la carta e la punta della penna o del lapis.

« Anche in questa, come in tutte le *Camere lucide*, si rimedia alla differenza d'intensità fra le imagini da ritrarre e la matita, illuminando, od oscurando questa artificialmente, o interponendo vetri colorati fra gli oggetti troppo luminosi e la faccia AB dello strumento. Si giunge poi a sopprimere la parallasse delle imagini, sia ponendo una lente divergente appropriata davanti alla faccia AB del primo prisma normalmente ai raggi SP, sia mettendone una convergente sotto la faccia DB, normalmente ai raggi incidenti $S_{,}P_{,,}$, sia valendosi di un piccolissimo foro situato presso l'occhio come soleva fare anche il Wollaston.

« Non sarà inutile l'avvertire che, al pari delle altre *Camere lucide*, si può adoprare anche questa nuova invertendola, cioè volgendo la faccia ipotenusa del grande prisma verso gli oggetti da disegnare e il cateto del piccolo prisma verso la carta. In questo caso la carta e il lapis si vedono, dopo due riflessioni, nella stessa direzione nella quale si guardano per trasparenza direttamente gli oggetti. La *Camera lucida* così disposta può servire specialmente per ritrarre le cose pochissimo illuminate.

« Siccome poi, coi vetri comunemente adoperati, non tutta la faccia d'incidenza, nè tutta la faccia dorata concorrono a produrre le imagini, così, sopprimendone le porzioni inutili, si possono ridurre l'una e l'altra a poco più della metà, diminuendo per tal modo il volume di tutto lo stromento, senza scemarne notevolmente il campo utile.

« Il desiderio d'evitar la colorazione in giallo delle imagini da parte dell'oro, m'ha fatto fare diversi tentativi coll'argento, il quale ha pure una certa trasparenza quando è in istrati sottilissimi, ma finora i risultati sono stati poco soddisfacenti. Si può bensì rigare uno strato d'argento, praticarvi un foro più piccolo della pupilla o lasciarne intatto solo un dischetto minore dell'apertura pupillare (come nello specchietto del Sömmerring, in quello forato dell'Amici, o nel prisma dell'Oberhauser) e aver così camere lucide con riflessione sull'argento; ma in tal caso la pupilla si deve dividere in due, e si viene a rifar, senza vantaggio notevole, la vecchia *Camera lucida* a pupilla smezzata ».

Fisica. — *Uso dei piani Centrali e dei piani Centrici, dei poli, dei punti polici e dei piani corrispondenti, per determinare i fochi coniugati nei sistemi ottici, e il luogo, la situazione e la grandezza delle Imagini.* Nota del Socio G. Govi.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Astronomia. — *Sulle osservazioni delle macchie, facole e protuberanze solari fatte al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 4° trimestre del 1888.* Nota del Corrispondente P. Tacchini.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia il sunto delle osservazioni solari fatte nell'ultimo trimestre del 1888. Per le macchie e per le facole il numero delle giornate di osservazione fu di 67, cioè 25 in ottobre, 17 in novembre e 25 in dicembre. Ecco il quadro dei risultati per mese e per il trimestre:

1888	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M + F	Frequenza dei giorni senza M + F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Ottobre. . .	0,28	0,40	0,68	0,80	0,00	0,08	1,12	5,72
Novembre .	1,35	1,77	3,12	0,41	0,00	0,77	21,88	9,12
Decembre .	1,20	1,24	2,44	0,44	0,00	0,56	10,64	10,72
4° trimestre	0,90	1,06	1,96	0,57	0,00	0,48	9,94	8,45

« Anche nell'ottobre si ebbe un minimo considerevole nel fenomeno delle macchie, come nel mese di luglio, e dal risultato complessivo risulta, che l'attività solare rispetto alle macchie ed alle facole fu minore di quella accertata nel trimestre precedente. Paragonando ora le medie del 1886 e 1887 con quelle del 1888, si vede che in quest'ultimo anno ebbe luogo una minor frequenza delle macchie con un massimo di frequenza dei giorni senza macchie e senza fori; nel 1887 il fenomeno fu inferiore al 1886. Converrà però attendere ancora qualche tempo per stabilire se il nuovo minimo debba considerarsi incluso nel 1888 ovvero nel 1889. Diamo ora i risultati delle osservazioni sulle protuberanze:

Protuberanze solari 4° trimestre 1888.

1888	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Massima altezza osservata
Ottobre. . .	21	7,57	46″6	1°,5	130″
Novembre .	16	4,50	46,2	1,7	125
Decembre .	17	4,12	43,4	1,7	74
4° trimestre	54	5,57	45,5	1,6	130

« Al minimo delle macchie in ottobre, corrispose invece un sensibile aumento nel fenomeno delle protuberanze, che nel trimestre andò successivamente diminuendo, così che le medie risultano nel complesso inferiori a quelle trovate per il trimestre precedente, e per ciò nell'assieme dei tre mesi anche le protuberanze dimostrano, come le macchie, una minore attività solare in confronto del trimestre precedente ».

Matematica. — *I sistemi ricorrenti di prim'ordine e di secondo grado.* Nota del Corrispondente S. PINCHERLE.

« Quando un sistema di funzioni

$$p_0(x),\ p_1(x),\ \ldots\ldots\ p_n(x),\ \ldots\ldots$$

è tale che fra $m+1$ consecutive passi una relazione lineare, dico che il sistema è *ricorrente dell'ordine* m, e se i coefficienti della relazione lineare contengono la variabile x razionalmente ed al grado k al più, dico che il sistema è *del grado* k.

« In questa Nota, estratta da un lavoro in preparazione sui sistemi ricorrenti in generale, mi propongo di studiare quei sistemi di funzioni razionali (cui si possono ricondurre tutti i sistemi ricorrenti di prim'ordine e di secondo grado) definiti dalla relazione

$$(1)\qquad p_{n+1}(x) = (x-\alpha_n)(x-\beta_n)\,p_n(x),$$

occupandomi specialmente degli sviluppi in serie procedenti per tali funzioni. Questi sistemi mi sono sembrati degni di considerazione particolare, inquantochè, mentre il loro studio rivela fatti nuovi, senza riscontro con ciò che si osserva nei sistemi di prim'ordine e di primo grado già studiati dal Frœbenius (¹) e dal Bendixson (²), d'altra parte il passaggio dai sistemi di secondo grado a quelli di grado superiore non presenta serie difficoltà.

« I menzionati autori hanno studiato, sotto punti di vista differenti, le serie procedenti per funzioni $p_n(x)$ definite da

$$p_{n+1}(x) = (x-\alpha_n)\,p_n(x),$$

e sotto ipotesi più restrittive nel primo, meno nel secondo, ma che richiedono che il gruppo di punti

$$(\alpha_n) = \alpha_0,\alpha_1,\ldots\ldots\alpha_n,\ldots\ldots$$

abbia un unico punto limite α posto a distanza finita. Dirò *normale* un tale gruppo (³). Mentre parecchi teoremi della teoria delle serie di potenze sono

(¹) *Ueber die Entwickelung der analytischen Functionen,* u. s. w., Crelle, T. 73, 1871.

(²) *Sur une extension all'infini de la formule d'interpolation de Gauss.* Acta, T. 9, 1887.

(³) Quando il gruppo α_n ha per limite l'infinito, si perde in parte l'analogia colle serie di potenze. Il Bendixson ha studiato la serie di funzioni $p_n(x)$ anche in questo caso, ed ha trovato proprietà che avvicinano piuttosto queste serie alle serie di potenze di un'esponenziale.

applicabili a queste serie, che ne sono una manifesta generalizzazione, altri non sono più validi: è notevole in particolare l'esistenza degli *sviluppi dello zero* avvertita dal Frœbenius. Ma il risultato più importante che emerge dai lavori citati, è la possibilità dello sviluppo in serie di $p_n(x)$ per ogni funzione $f(x)$ regolare nell'intorno di $x=\alpha$.

« Ora questo risultato, per le serie di funzioni $p_n(x)$ appartenenti ad un sistema ricorrente di grado superiore al primo, non si mantiene più in modo altrettanto generale, e sono quindi necessarie delle distinzioni che mi propongo di stabilire per il caso dei sistemi di secondo grado.

« 1. Abbiasi dunque il sistema di funzioni razionali intere, definite da

$$p_0(x)=1\,,\quad p_{n+1}(x)=(x-\alpha_n)(x-\beta_n)p_n(x)\,, \tag{1}$$

e supponiamo che i gruppi $(\alpha_n),(\beta_n)$ siano normali, coi punti limiti distinti e a distanza finita, e che senza scapito della generalità, si possono supporre ridotti ai punti $+1$ e -1.

« Essendo

$$\lim_{n=\infty}\frac{p_{n+1}(x)}{p_n(x)}=x^2-1\,, \tag{2}$$

una serie della forma

$$\Sigma c_n p_n(x) \tag{3}$$

dove sia

$$c_n\sim\frac{1}{\varrho^n}\,,$$

sarà convergente assolutamente per ogni valore di x tale che sia

$$|x^2-1|<\varrho\,,$$

e quindi pei valori di x presi nell'interno di una cassinoide coi fuochi ± 1. Giungiamo così al seguente risultato:

« I campi di convergenza delle serie di funzioni $p_n(x)$ sono limitati da un sistema di cassinoidi omofocali.

« Paragonando la serie (3) colla

$$\Sigma c_n z^n\,,$$

si scorge che secondochè questa converge in un cerchio di raggio minore, maggiore o eguale all'unità, la (3) converge in una cassinoide a due ovali, ad un'ovale sola o in una lemniscata.

« 2. Si può dimostrare senza difficoltà che il rapporto $\frac{p_{n+1}}{p_n}$ tende uniformemente al suo limite x^2-1, e come conseguenza si può ricavare la convergenza in egual grado della serie (3) nell'interno del proprio campo di convergenza. Ne risulta che in questo campo, se connesso, la serie (3) rappresenta una funzione analitica monogena; ma se non connesso — cassinoide a due ovali o lemniscata — la stessa serie può rappresentare due diverse funzioni analitiche.

« 3. Pongasi

$$(x-\alpha_n)(x-\beta_n)=x^2+a_n x+b_n\,,$$

e si rappresentino con $q_n(z)$ le funzioni di un secondo sistema, definito dalle relazioni

$$q_{n-1}(z)=(z^2+a_n z+b_n)\,q_n(z) \qquad (4)$$
$$(n=1,\,2,\,3,\,\ldots\ldots\infty)$$

insieme a

$$(z^2+a_0 z+b_0)\,q_0=1\,.$$

« Si formino con queste le serie

$$\varphi=\sum_{n=0}^{\infty} q_n(z)\,p_n(x)\,,\qquad \varphi_1=\sum_{n=0}^{\infty} a_n q_n(z)\,p_n(x)\,;$$

la prima di queste è convergente assolutamente per valori di x e di z tali che sia

$$|x^2-1|<|z^2-1|\,,$$

cioè per x interno e z esterno alla medesima cassinoide; la seconda lo sarà a fortiori sotto la medesima condizione, poichè le a_n tendono a zero per $n=\infty$.

« Dalle (1) e (4) si deduce senza difficoltà

$$x^2\varphi+x\varphi_1=\sum_{0}^{\infty}(p_{n+1}-b_n p_n)\,q_n=-1+z^2\varphi+z\varphi_1\,,$$

onde

$$\frac{1}{z-x}=\sum_{n=0}^{\infty}(a_n+z+x)\,q_n(z)\,p_n(x)\,. \qquad (5)$$

« Mediante questa formola e l'applicazione del teorema di Cauchy, qualunque funzione $f(x)$ data regolare entro una cassinoide connessa, o entro un'ovale di una cassinoide non connessa, sarà sviluppabile in serie della forma

$$f(x)=\Sigma\,(c_n+c'_n x)\,p_n(x)\,, \qquad (6)$$

dove

$$c_n=\frac{1}{2\pi i}\int(a_n+z)\,q_n(z)\,f(z)\,dz\,,$$

$$c'_n=\frac{1}{2\pi i}\int q_n(z)\,f(z)\,dz\,,$$

l'integrazione essendo estesa al contorno dell'ovale in cui è data la funzione. Conviene notare che se il campo dato è una delle ovali di una cassinoide non connessa, la serie

$$\Sigma\,(c_n+xc'_n)\,p_n(x) \qquad (6)$$

sarà convergente anche nella seconda ovale, ma potrà non rappresentare la medesima funzione analitica.

« 4. Lo sviluppo della forma (6), trovato per una funzione data entro una cassinoide, non è unico; in altre parole, esistono, coi sistemi $p_n(x)$, degli

sviluppi dello zero. A dimostrarlo, considero prima una funzione $f(x)$, data nell'interno e sul contorno di una cassinoide c connessa. Sia c' una cassinoide pure connessa ed interna a c. Si esclude che lungo le linee c, c' si trovino alcuni dei punti α_n, β_n; fra c e c' vi siano invece i punti

$$\alpha_r, \alpha_{r+1}, \dots \alpha_{r'} \quad \text{e} \quad \beta_s, \beta_{s+1}, \dots \beta_{s'} .$$

Si avrà allora entro c:

$$f(x) = \Sigma (c_n + c'_n x) p_n(x) ,$$

ed entro c':

$$f(x) = \Sigma (\bar{c}_n + \bar{c}'_n x) d_n(x) .$$

Essendo

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_c (a_n + z) f(z) q_n(z) dz ,$$

e

$$\bar{c}_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{c'} (a_n + z) f(z) q_n(z) dz ,$$

la differenza $c_n - \bar{c}_n$ sarà eguale alla somma dei residui della funzione

$$(a_n + z) f(z) q_n(z)$$

nella corona compresa fra c e c'; e poichè questa funzione è infinita solo nei poli di $q_n(z)$, che sono (per n maggiore di r o di s) i punti

$$\alpha_i, (i = r \dots r') \quad \text{e} \quad \beta_j, (j = s \dots s') ,$$

così, detti $R_{i,n}$ ed $S_{j,n}$ i residui di $q_n(z)$ in quei punti, si avrà:

$$c_n - \bar{c}_n = \sum_{i=r}^{r'} (a_n + \alpha_i) f(\alpha_i) R_{i,n} + \sum_{j=s}^{s'} (a_n + \beta_j) f(\beta_j) S_{j,n} = K_n ;$$

ed analogamente si calcola

$$c'_n - \bar{c}'_n = K'_n ,$$

e la serie

$$\Sigma (K_n + K'_n x) p_n(x)$$

è uno sviluppo dello zero convergente nell'interno della cassinoide c'.

« Mediante una dimostrazione analoga a quella fatta dal Frœbenius al § 4 della Memoria citata pel caso dei sistemi di primo grado, si prova che tutti gli sviluppi dello zero convergenti entro una cassinoide connessa, e linearmente indipendenti, sono in numero finito.

« Considerando in secondo luogo due cassinoidi a due ovali, e fra queste essendo 0, $0'$ quelle che circondano il punto 1, e $0'$ interno ad 0, si potrà limitarsi a supporre che fra 0 e $0'$ cadano soltanto punti del gruppo (α_n), e questi daranno luogo a sviluppi dello zero analoghi a quelli del caso precedente.

« Finalmente, supponendo di avere una funzione data nella cassinoide connessa c, e considerando entro questa un'ovale 0 appartenente ad una cassinoide non connessa, fra queste curve cadranno punti del gruppo (α_n) in

numero finito, ma infiniti punti del gruppo (β_n): da ciò segue che si potranno avere infiniti sviluppi dello zero convergenti entro 0 [1].

« 5. Se consideriamo gli sviluppi in serie della forma

$$S(x) = \Sigma c_n p_n(x), \tag{7}$$

otteniamo da questi i valori di $S(\alpha_i)$ ed $S(\beta_i)$ in funzione lineare dei coefficienti c_n. Ma reciprocamente le c_n si possono ricavare in funzione lineare tanto delle $S(\alpha_i)$ che delle $S(\beta_i)$: perciò fra le $S(\alpha_i)$, $S(\beta_i)$ passano infinite relazioni lineari. Da ciò risulta che una funzione analitica data regolare in una cassinoide connessa, non potrà in generale svolgersi in serie della forma (7), e che se una funzione regolare in una ovale di una cassinoide non connessa potrà svilupparsi in tale forma, la serie, convergente anche nell'ovale complementare, vi rappresenterà in generale una funzione analitica diversa. La questione della sviluppabilità di una funzione in serie della forma (7), che richiede maggiori particolari, formerà l'oggetto di una seconda Nota; in cui si considereranno pure quei sistemi (α_n), (β_n) che hanno uno od ambedue i punti limiti all'infinito ».

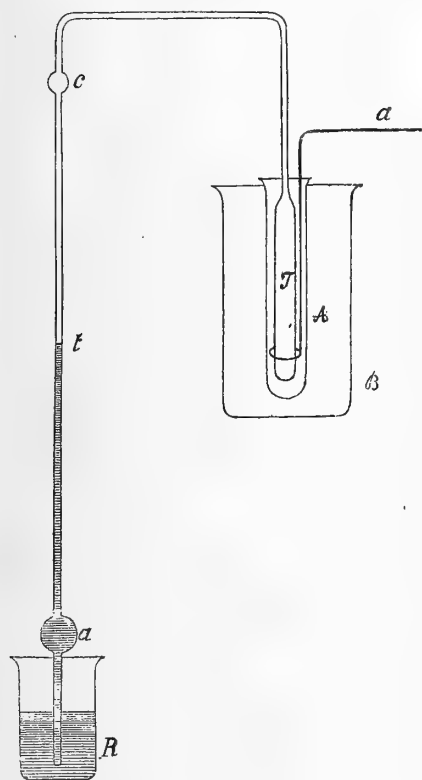
Chimica. — *Sopra un'esperienza di corso per dimostrare la legge di Raoult.* Nota del Corrispondente GIACOMO CIAMICIAN.

« Il metodo di Raoult per determinare il peso molecolare dei corpi, che non sono elettroliti, mediante l'abbassamento del punto di congelamento delle loro soluzioni diluite, ha acquistato in questi ultimi tempi una grande importanza, segnatamente dopo che van 't Hoff ha dimostrato in un classico lavoro, che la legge di Raoult non è altro che una conseguenza di una legge più generale sul comportamento dei corpi in soluzioni diluite.

« In seguito al grande interesse che tale teoria presenta per tutti i cultori della chimica, diventa necessario il fare di essa menzione nell'insegnamento, tanto più che in seguito ai lavori di Paternò e Nasini, di Vittorio Meyer e di altri, una delle sue principali applicazioni è entrata di già nella pratica di molti laboratori. Il metodo di Raoult, nel modo in cui viene abitualmente praticato nelle determinazioni dei pesi molecolari, è però poco adatto a servire come esperienza di corso, ed io ho immaginato, per le mie lezioni in proposito, un'esperienza, che permette di dimostrare la legge di Raoult ad una scolaresca anco molto numerosa.

« L'apparecchio di cui mi sono servito, che consiste nella sua parte essenziale di un termometro ad aria, è rappresentato dalla annessa figura.

[1] Alcuni dei risultati dati nei §§ precedenti non sono senza analogia con quelli ottenuti negli sviluppi in serie di funzioni di Lamé dal Lindemann (Mathem. Annalen, t. XIX, 1881); ciò risulta dalla somiglianza di forma delle curve di convergenza.

La soluzione di cui si determina il punto di congelamento viene posta in un recipiente (A), che ha un diametro di 2,5 ed una altezza di 16 cm.; esso trovasi circondato dal miscuglio frigorifero (B), che nelle mie esperienze era formato da ghiaccio e sale, trattandosi sempre di soluzioni acquose. In queste, sta immerso, nel modo indicato dalla figura, il tubo del termometro ad aria (di una lunghezza di 12 cm. e di un diametro di 1,5 cm.), il quale è saldato ad un tubo di vetro (d'un diametro interno di 1,5 mm.), piegato due volte ad angolo retto, che pesca nell'acqua colorata in rosso contenuta nel vaso R. Il tubo termometrico t è munito di due bolle (c, d), di cui la superiore serve ad impedire, che per un raffreddamento troppo forte l'acqua colorata entri nel bulbo T e l'inferiore ad impedire l'uscita dell'aria dal termometro per un improvviso riscaldamento.

« Si incomincia l'esperienza col determinare il punto di congelamento dell'acqua, ponendo il recipiente A nel miscuglio frigorifero ed agitando energicamente l'acqua coll'agitatore a. L'acqua colorata sale rapidamente nel tubo termometrico t e siccome per lo più il liquido si raffredda sotto il suo punto di congelamento, avviene che la colonna scende, al principiare della congelazione, repentinamente e si ferma ad una certa altezza, che corrisponde al punto che si voleva determinare. Questo lo si segna sopra una scala arbitraria, che si adatta al tubo t, o lo si fissa con un anello di gomma elastica. In questo modo il fenomeno riesce benissimo visibile anche a distanza. Fatto questo, si determina nello stesso modo il punto di congelamento di una serie di soluzioni acquose di composti organici, che contengono per la stessa quantità d'acqua (100 c. c.) quantità di sostanze proporzionali ai pesi molecolari e si dimostra che tutte queste soluzioni hanno quasi lo stesso punto di congelamento. Io feci l'esperienza con soluzioni di zucchero di canna, di mannite, di acetone e di acido acetico glaciale, che contenevano su 100 c. c. di acqua, rispettivamente 34,2, 18,2, 5,8 e 6,0 gr. di materia ed ottenni per tutte queste soluzioni quasi lo stesso punto di congelamento, determinato dalla altezza della colonna nel tubo termometrico, che era di parecchi centimetri maggiore di quella avuta coll'acqua pura.

« In questo modo si dimostra in modo bene evidente, che soluzioni isotermiche hanno lo stesso punto di congelamento. Facendo infine l'esperienza con la soluzione di un elettrolite, p. es. con una soluzione di cloruro di sodio, che contenga 5,85 gr. di materia in 100 c. c. d'acqua, si trova una differenza molto maggiore, che in questo caso è quasi doppia di quella avuta con le altre soluzioni ».

Chimica. — *Sopra una sintesi diretta degli omologhi del pirrolo.* Nota del Corrispondente G. Ciamician e di C. U. Zanetti.

« Le ricerche [1] fatte ultimamente in questo Istituto sull'azione del joduro metilico sopra alcuni derivati del pirrolo, hanno dimostrato che gli idrogeni metinici del pirrolo vengono rimpiazzati assai facilmente dal metile. In seguito a questo fatto ci parve interessante e necessario rivedere un vecchio lavoro di Liubawin [2], il quale facendo agire il joduro etilico sul pirrolo in presenza di potassa, aveva ottenuto un composto di un punto d'ebollizione molto più elevato di quello dell'*n-etilpirrolo*, ma quasi della medesima composizione. Era quindi facile il supporre, che in questa reazione oltre al *n-etilpirrolo* si formasse un composto contenente l'etile legato ad uno degli atomi di carbonio del nucleo tetrolico. L'esperienza, di cui diamo qui una succinta descrizione, dimostra la verità della nostra previsione ed indica una via molto semplice per ottenere dal pirrolo i suoi omologhi superiori.

« Scaldando in un apparecchio a ricadere il composto potassico del pirrolo con un eccesso di joduro etilico (p. es. 30 gr. del primo e 66 gr. del secondo), la reazione si compie in circa 4 ore di ebollizione. Trattando indi il contenuto del pallone con acqua e distillando con vapore acqueo, si ottiene un olio, che liberato convenientemente dall'eccesso del joduro etilico e seccato sulla soda caustica fusa, passa in gran parte intorno ai 130-134°, mentre le ultime frazioni non distillano che dai 150° ai 200°. La parte più volatile è costituita dall'*n-etilpirrolo* già più volte descritto [3], la frazione che bolle sopra i 150° contiene invece principalmente un miscuglio di due corpi, che si separano facilmente per un prolungato riscaldamento colla potassa caustica fusa. Bollendo la frazione superiore con un eccesso di potassa polverizzata, a ricadere, per più ore, fino che questa rimane inattaccata, una parte del prodotto si combina colla potassa, mentre l'altra rimane inalterata. Distillando, passa quest'ultima e trattando il residuo solido con acqua, si libera dalla

(1) Vedi G. Ciamician e F. Anderlini, *Sull'azione del joduro di metile sopra alcuni derivati del pirrolo.* Rendiconti IV, (2 sem.) 165 e 198.

(2) Berl. Ber. 1869, 99.

(3) Berl. Ber. 1878, 1810 e 1876, 935.

sua combinazione potassica un olio, che ha tutti i caratteri d'un pirrolo superiore. Per ottenerlo, si distilla il liquido alcalino con vapore acqueo, si separa nel distillato l'olio dall'acqua, con etere, si secca il prodotto con la soda fusa e lo si sottopone alla rettificazione frazionata. Il liquido oleoso passa fra 150° e 180°, ma ha evidentemente il suo punto di ebollizione intorno ai 160°-165°.

« La frazione 160-170° venne analizzata e dette numeri, che corrispondono alla formola:

« C_6H_9N ».

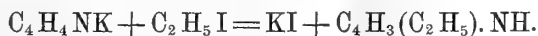
I. 0,2323 gr. di materia dettero 0,6443 gr. di CO_2 e 0,2047 gr. di H_2O.
II. 0,1310 gr. di materia dettero 0,3638 gr. di CO_2 e 0,1168 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per C_6H_9N
	I.	II.	
C	75,64	75,73	75,79
H	9,79	9,83	9,47

« Il prodotto ha dunque la composizione d'un etilpirrolo, il suo punto di ebollizione ed il suo modo di comportarsi con la potassa, dimostrano però che in esso l'etile non è al posto dell'idrogeno imminico. Si tratta dunque d'un *c-etilpirrolo*, forse identico a quello ottenuto da Dennstedt e Zimmermann per azione della paraaldeide sul pirrolo in presenza di cloruro di zinco (1).

« Esso si forma senza dubbio per la reazione:

$$C_4H_4NK + C_2H_5I = KI + C_4H_3(C_2H_5).NH.$$

« L'olio inattaccabile dalla potassa, sopra accennato, ha anch'esso un punto di ebollizione quasi identico a quello, che può formare un composto potassico, ed all'analisi dette numeri, che si avvicinano a quelli richiesti da un *dietilpirrolo* ($C_8H_{13}N$).

0,2117 gr. di materia dettero 0,5992 gr. di CO_2 e 0,2062 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_{13}N$
C	77,20	78,05
H	10,82	10,59

« Questa frazione contiene perciò con grande probabilità un pirrolo terziario due volte etilato della formola:

$$C_4H_3(C_2H_5)NC_2H_5,$$

che avrà un punto d'ebollizione quasi uguale a quello dei *c-etilpirroli*, similmente all'*n-etilpirrolo*, che bolle quasi alla stessa temperatura alla quale bolle il pirrolo.

(1) Berl. Ber. 1886, 2189.

« L'esperienze accennate nella presente comunicazione preliminare verranno eseguite da uno di noi, sopra una grande quantità di materiale, per studiare con cura questa reazione, che mette più d'ogni altra, fin ora nota, in rilievo la strana mobilità degli idrogeni metinici del pirrolo, il quale fatto in vero non trova riscontro presso nessun altro composto organico.

« Il pirrolo agisce sui joduri dei radicali alcoolici in modo molto simile al suo comportamento coi cloruri dei radicali degli acidi organici e la principale differenza risiede nella formazione del composto bisostituito, che non avviene nelle reazioni con questi ultimi ».

Astronomia. — *Sulle ultime comete scoperte.* Nota di E. MILLOSEVICH presentata dal Socio P. TACCHINI.

« La cometa 1888 III fu scoperta da Broocks il 7 agosto 1888 in America; la mia prima osservazione è in data 24 agosto. L'astro appariva con nucleo di 11^{ma} grandezza, circuito da piccola ma lucente nebulosità, notavansi tracce di coda, ampia 6′ o 7′ e orientata per NW.

« Le osservazioni del 27 settembre e del 2 ottobre furono le ultime; l'astro fattosi poco lucido mostrava ancora un nucleo di 12^{ma} grandezza. Il 23 ottobre al cannocchiale di 0^{m},25 di apertura si aveva soltanto l'impressione intermittente della presenza della cometa, ma le osservazioni erano del tutto impedite.

« La cometa periodica di Faye, che in questo passaggio al perielio è di debolissima luce, fu ritrovata a Nizza col grande rifrattore di quell'Osservatorio il 9 agosto, e soltanto il 14 dicembre al cannocchiale di Vienna; di quest'astro, così difficilmente osservabile, non ho neppure tentato l'osservazione.

« Segue in ordine cronologico la cometa scoperta da Barnard nell'Osservatorio di Lick in America il 2 settembre (sept 2).

« L'astro fu scoperto molto prima del passaggio al perielio, che ha luogo al 31 gennaio, e fu in opposizione colla terra in novembre, raggiungendo uno splendore di 12 volte quello del dì della scoperta; ora la luce ha diminuito d'intensità ed è appena 5 volte quella della prima osservazione: ciò non pertanto l'astro per molti mesi potrà essere osservato co' cannocchiali di media apertura e forse ancora di qui un anno i rifrattori grandiosi permetteranno osservazioni. L'astro rimase sempre di modeste apparenze; giammai si sviluppò una coda ben distinta, quantunque mi sia riuscito di seguire nettamente le variazioni d'angolo di posizione di quella parte di nebulosità che costituì un principio caudale. Così ad es. il primo ottobre 1888 la cometa aveva un nucleo di 11^{ma} grandezza ed eccentrico, così che i rudimenti di coda erano orientati per WNW; il 23 novembre il nucleo mi parve di nona

grandezza e la eccentricità di esso rispetto alla nebulosità era assai appariscente, in modo che il principio di coda era orientato per N; da ultimo il 4 gennaio 1889 l'orientamento era per ENE. Non vi è dubbio alcuno che con un cannocchiale più poderoso avrebbesi dovuto vedere una piccola e debole coda che da ottobre a gennaio mutò l'angolo di posizione di 180°.

« Anche l'ultima cometa fu trovata da Barnard nell'Osservatorio di Lick il 30 ottobre: di questa ho dato notizia all'Accademia appena fatta la prima posizione la mattina del 4 novembre.

« L'astro allora era abbastanza lucido, con nucleo di 11ma grandezza e con una piccolissima coda precedente e molto larga trasversalmente; oggidì la cometa, che è passata al perielio da lungo tempo, perde lentamente di luce e fra breve non potrà essere più osservata.

« Delle tre comete, che ho potuto osservare, do qui sommariamente le posizioni seguenti:

					AR app:	δ app:
Cometa Broocks		1888 ag. 24.	$7^h56^m40^s$	Roma C. R.	$12^h17^m22^s.06$ (9.768);	$+41°26'\ 2''.6$ (0.631)
Cometa Broocks		1888 ag. 28.	9 50 32	» »	12 46 50. 44 (9.716);	+39 12 30. 3 (0.793)
Cometa Broocks		1888 ag. 30.	9 48 29	» »	13 0 33. 58 (9.715);	+37 57 37. 5 (0.787)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 sett. 13.	13 40 48	» »	6 50 24. 55 (9.648n);	+10 14 59. 6 (0.803)
Cometa Broocks		1888 sett. 27.	8 28 25	» »	15 19 42. 74 (9.660);	+16 58 53. 0 (0.734)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 ott. 1.	12 20 4	» »	6 39 3. 67 (9.645n);	+ 8 31 12. 6 (0.756)
Cometa Broocks		1888 ott. 2.	7 7 50	» »	15 36 27. 64 (9.612);	+13 38 13. 2 (0.703)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 ott. 10.	13 7 1	» »	6 27 0. 94 (9.584n);	+ 7 19 16. 0 (0.733)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 ott. 24.	12 14 18	» »	5 53 59. 90 (9.536n);	+ 4 45 25. 8 (0.742)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 ott. 25.	12 46 47	» »	5 50 38. 17 (9.463n);	+ 4 31 30. 6 (0.698)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 ott. 30.	14 10 0	» »	5 31 46. 39 (8.911n);	+ 3 15 32. 8 (0.740)
Cometa Barnard II		1888 nov. 3.	15 36 37	» »	9 48 48. 93 (9.537n);	— 14 45 29. 1 (0.831)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 nov. 7.	12 13 27	» »	4 53 37. 09 (9.233n);	+ 0 54 22. 7 (0.762)
Cometa Barnard II		1888 nov. 8.	15 31 27	» »	9 55 53. 27 (9.523n);	— 13 55 2. 0 (0.831)
Cometa Barnard II		1888 nov. 15.	16 28 29	» »	10 4 48. 52 (9.332n);	— 12 35 30. 8 (0.845)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 nov. 19.	12 59 34	» »	3 36 57. 88 (9.180);	— 3 9 46. 1 (0.793)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 nov. 23.	11 15 3	» »	3 9 29. 45 (8.559);	— 4 22 55. 6 (0.804)
Cometa Barnard II		1888 nov. 24.	15 27 5	» »	10 14 16. 24 (9.434n);	— 10 36 34. 0 (0.829)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 dic. 3.	6 15 2	» »	2 5 15. 45 (9.493n);	— 6 36 45. 4 (0.795)
Cometa Barnard II		1888 dic. 6.	14 45 7	» »	10 23 19. 38 (9.439n);	— 7 17 58. 2 (0.812)
Cometa Barnard	(sept 2)	1888 dic. 12.	11 33 8	» »	1 17 36. 58 (9.565);	— 7 32 24. 7 (0.800)

« La seconda quindicina di dicembre passò con cielo quasi sempre coperto.

« Il 3 gennaio 1889 riosservai la:

Cometa Barnard II 1889 genn. 3. $11^h20^m\ 8^s$ Roma C. R.

AR app: $10^h\ 26^m\ 10^s.06$ (9.593n)

δ app: $+4°\ 11'\ 31''.3$ (0.752)

« Il 4 gennaio riosservai la cometa Barnard (sept 2), ma la posizione dipende dal luogo di due stelline, alle quali fu riferita, che deve essere fissato rigorosamente con ulteriori osservazioni ».

Matematica. — *Sulla classe e sul numero dei flessi di una curva algebrica dotata di singolarità qualunque.* Nota di G. B. GUCCIA, presentata dal Socio CREMONA.

« 1. LEMMA. — Siano $[f_1]=0$, $[f_2]=0$, ..., $[f_s]=0$ le equazioni di s curve algebriche qualunque, rispettivamente dei generi $p_1, p_2, \dots, p_s$, e tali che il primo membro dell'equazione $[f_i]=0$ contenga, linearmente, dei parametri arbitrarî $\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots$. Sia $D_{i,j}$ il numero delle intersezioni delle curve $f_i=0$, $f_j=0$, dei sistemi $[f_i]=0$, $[f_j]=0$, variabili coi parametri $\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots; \lambda_{j,1}, \lambda_{j,2}, \dots$. Sia finalmente p il genere della curva irreduttibile

$$f'_1 \cdot f'_2 \dots f'_s + \mu f''_1 \cdot f''_2 \dots f''_s = 0,$$

dove μ è una costante arbitraria e f'_i, f''_i sono dei polinomi f_i determinati da due sistemi di valori qualunque dei parametri $\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots$. Fra i numeri interi $D_{i,j}, p_i, p, s$ esiste la relazione $(i \gtrless j)$:

$$\sum_{i,j} D_{i,j} + \sum_i p_i = p + s - 1. \tag{1}$$

« Per $s=2$, indicando con D il numero D_{12} delle intersezioni delle curve generiche $f_1=0$, $f_2=0$, variabili coi parametri dei rispettivi sistemi lineari $[f_1]=0$, $[f_2]=0$, si ha

$$D + p_1 + p_2 - p = 1. \tag{2}$$

« Se i due sistemi $[f_1]=0$, $[f_2]=0$ coincidono, e però si abbia un sistema lineare $[f]=0$, del genere p_f, per il quale D è il numero delle intersezioni mobili di due qualunque delle sue curve, e p_{ff} il genere della curva $f^{(r)}.f^{(s)} + \mu f^{(t)}.f^{(u)} = 0$ (dove $f^{(r)}, f^{(s)}, f^{(t)}, f^{(u)}$ sono dei polinomi f, linearmente indipendenti, determinati da quattro sistemi di valori qualunque dei parametri λ del sistema), si ritrova il teorema:

$$D + 2p_f - p_{ff} = 1, \tag{3}$$

che ho dimostrato in una Nota comunicata all'Accademia delle Scienze di Parigi nella tornata del 3 dicembre 1888 [1].

« La dimostrazione del Lemma più sopra enunciato si fonda su una proprietà generale dei punti singolari delle curve algebriche, che dimostrerò anzitutto, e della quale ho già fatto conoscere un caso particolare che risolve

[1] *Théorème général concernant les courbes algébriques planes* (Comptes Rendus, t. CVII, n. 23, p. 903).

elegantemente una delle più importanti e delicate questioni della geometria del piano ([1]).

« 2. Siano

$$\varphi_1 = 0\,,\ \varphi_2 = 0\,,\ \ldots\,,\ \varphi_s = 0$$

le equazioni di s curve algebriche, rispettivamente degli ordini $n_1, n_2, \ldots, n_s$, ognuna delle quali passi *in modo qualunque* per un punto P del piano. Ciò equivale a supporre:

1° che la curva $\varphi_i = 0$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$ abbia nel punto P una singolarità *qualunque*, ben determinata, $[\sigma_i]$;

2° che nelle vicinanze del punto P, fra i rami di due curve $\varphi_i = 0$, $\varphi_j = 0$ (dotate rispettivamente delle singolarità $[\sigma_i], [\sigma_j]$) intervengano, ulteriormente e comunque, dei mutui rapporti di contatto.

« Assumiamo un'altra curva $\psi_i = 0$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$ dell'ordine n_i, dotata, nel punto P, della singolarità ben determinata $[\sigma_i]$, e tale inoltre che nelle vicinanze di questo punto sostituisca identicamente la curva $\varphi_i = 0$ nel modo come quest'ultima si comporta rispetto a ciascuna delle curve $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0, \ldots$, $\varphi_{i-1} = 0$, $\varphi_{i+1} = 0$, $\ldots$, $\varphi_s = 0$.

« Sotto queste ipotesi e condizioni chiamerò singolarità composta $[\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_s]$ quella, ben determinata, che ogni curva

$$(4) \qquad (\chi) \equiv \varphi_1 \,.\, \varphi_2 \ldots \varphi_s + \mu \psi_1 \,.\, \psi_2 \ldots \psi_s = 0$$

possiede nel punto P.

« Come vedesi, nella definizione di singolarità composta $[\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_s]$ concorrono:

1° la natura e la posizione rispettiva delle singolarità componenti $[\sigma_1], [\sigma_2], \ldots, [\sigma_s]$, esistenti nel punto P ([2]);

2° gli ulteriori mutui rapporti di contatto che, nelle vicinanze del punto P, possono supporsi esistere fra i rami di due qualsiasi delle curve date.

« Siccome ho fatto osservare altrove ([3]) può avvenire che, e per la natura della singolarità $[\sigma_i]$, e per la sua posizione rispetto a ciascuna delle altre

([1]) *Sur l'intersection de deux courbes algébriques en un point singulier* (Comptes Rendus, t. CVII, n. 17, p. 656). Questa quistione ha promosso importanti lavori sull'eliminazione. Fra i geometri che vi hanno portato in modo speciale la propria attenzione citerò Cayley, de la Gournerie, Halphen, Nöther, Stolz, Smith, Zeuthen.

([2]) Come caso particolare, due di esse $[\sigma_i], [\sigma_j]$, identiche per natura, possono coincidere. Si dirà allora che le curve φ_i, φ_j sono dotate, nel punto P, di una stessa singolarità $[\sigma]$; senza pregiudizio, ben'inteso, degli ulteriori contatti fra i rami dell'una coi rami dell'altra, della quale ipotesi è mestieri tener debito conto in tutte quelle ricerche in cui si parte da curve passanti *in modo qualunque* per un punto.

([3]) Comptes Rendus, t. CVII, p. 657.

$[\sigma_1], [\sigma_2], \ldots, [\sigma_{i-1}], [\sigma_{i+1}], \ldots, [\sigma_s]$, e per la natura dei contatti dei rami di φ_i con quelli di ciascuna delle altre curve $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{i-1}, \varphi_{i+1}, \ldots, \varphi_s$, non sia possibile di descrivere la curva ausiliare ψ_i di cui sopra è parola. Ciò accade, in vero, quando le condizioni assorbite dal punto P sono sufficienti a determinare completamente la curva φ_i (1). In tal caso, senza recar pregiudizio alla definizione precedente, possiamo intendere sostituita alla curva φ_i un'altra curva φ'_i, *di ordine più elevato*, dotata della singolarità $[\sigma_i]$, e tale che, nelle vicinanze del punto P, tenga luogo della curva φ_i nel modo come quest'ultima si comporta rispetto a ciascuna delle curve $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{i-1}, \varphi_{i+1}, \ldots, \varphi_s$. Allora la curva φ'_i ammetterà, necessariamente, un'ausiliare ψ'_i. Nella equazione (4) s'intenderanno sostituite queste due curve a φ_i e ψ_i.

« 3. Indichiamo con

$I_{i,j}$ il numero delle intersezioni di due curve φ_i, φ_j riunite nel punto P;

E_i l'abbassamento del genere di una curva algebrica dovuto alla singolarità componente $[\sigma_i]$;

$E_{(s)}$ l'abbassamento del genere di una curva algebrica dovuto alla singolarità composta $[\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_s]$.

« Al piano Π, del fascio (χ), applichiamo una trasformazione Cremoniana tale che, nel piano trasformato Π', le $2s$ curve $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_s, \psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_s$ siano rappresentate, rispettivamente, da $2s$ curve $\varphi'_1, \varphi'_2, \ldots, \varphi'_s, \psi'_1, \psi'_2, \ldots, \psi'_s$ dotate, unicamente, di punti multipli *ordinarî*, e tali, inoltre, che in un punto comune a due qualsiasi di esse, le tangenti dell'una siano distinte da quelle dell'altra (2).

« Attesochè le curve φ_i, ψ_i sono dello stesso ordine, n_i, e di più posseggono la stessa singolarità, $[\sigma_i]$, ne consegue, necessariamente, che nel piano Π': 1° le curve corrispondenti φ'_i, ψ'_i saranno dello stesso ordine, μ_i; 2° se una di esse passa con α rami per un punto, l'altra passerà bensì con α rami per lo stesso punto. Ne segue dunque che, mercè siffatta trasformazione, al fascio $(\chi) \equiv \varphi_1 . \varphi_2 \ldots \varphi_s + \mu\psi_1 . \psi_2 \ldots \psi_s = 0$, dell'ordine $n_1 + n_2 + \ldots + n_s$, è possibile far corrispondere un fascio $(\chi') \equiv \varphi'_1 . \varphi'_2 \ldots \varphi'_s + \mu\psi'_1 . \psi'_2 \ldots \psi'_s = 0$, dell'ordine $\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_s$, dotato:

1° di un certo numero di punti base *semplici*, corrispondenti a' punti

(1) Come avviene, ad esempio, quando nel punto P una retta, una conica, ... hanno un contatto di ordine 1 o 2, 4 o 5, ... con una curva.

(2) Cfr. Noether, *Ueber die singulären Werthsysteme einer algebraischen Function und die singulären Punkte einer algebraischen Curve* (Math. Annalen, Bd. IX, s. 166) e Bertini, *Sopra alcuni teoremi fondamentali delle curve piane algebriche* (Rend. del R. Istit. Lombardo, vol. XXI, p. 326-333, 413-424), nel quale recente lavoro l'importante proposizione che sopra adoperiamo vi è rigorosamente dimostrata (p. 331).

base semplici di (χ) che trovansi a distanza finita dal punto P, cioè gli ulteriori punti d'incontro delle curve $\varphi_i = 0$, $\varphi_j = 0$ $(i, j = 1, 2, \dots, s)$;

2° di punti base *multipli* ordinari (in particolare semplici) *a tangenti mobili*, $h_1, h_2, \dots, h_r$, pei quali la curva φ'_i (ovvero ψ'_i) passa, rispettivamente, con $\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,r}$ rami e la curva generica χ' del fascio (χ') con $\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1} + \dots \alpha_{s,1}$, $\alpha_{1,2} + \alpha_{2,2} + \dots + \alpha_{s,2}$, ..., $\alpha_{1,r} + \alpha_{2,r} + \dots + \alpha_{s,r}$ rami [1].

« Se ora indichiamo con p il genere della curva mobile χ', con p_i $(i = 1, 2, \dots, s)$ il genere della curva φ'_i (ovvero ψ'_i) e con $D_{i,j}$ $(i, j = 1, 2, \dots, s; i \gtrless j)$ il numero delle intersezioni di due curve φ'_i, φ'_j (ovvero ψ'_i, ψ'_j) fuori dei punti base $h_{i'}$, $(i' = 1, 2, \dots, r)$, si avranno le espressioni seguenti:

$$2p = \Big(\sum_i \mu_i - 1\Big)\Big(\sum_i \mu_i - 2\Big) - \sum_{i'} \sum_i \alpha_{i,i'} \Big(\sum_i \alpha_{i,i'} - 1\Big),$$

$$2 \sum_i p_i = \sum_i (\mu_i - 1)(\mu_i - 2) - \sum_i \sum_{i'} \alpha_{i,i'} (\alpha_{i,i'} - 1),$$

$$\sum_{i,j} D_{i,j} = \sum_{i,j} \mu_i \mu_j - \sum_{i,j} \sum_{i'} \alpha_{i,i'} \alpha_{j,i'},$$

dalle quali, tenendo conto delle identità della forma

$$\Big(\sum_i a_i\Big)^2 = \sum_i a_i^2 + 2 \sum_{i,j} a_i a_j, \tag{5}$$

si ricava facilmente la relazione

$$\sum_{i,j} D_{i,j} + \sum_i p_i - p = s - 1.$$

« Or siccome i numeri $D_{i,j}$, p_i, p sono invarianti per qualsiasi trasformazione Cremoniana, ne segue che nella relazione precedente possiamo sostituire ad essi le espressioni equivalenti nel piano Π, cioè:

$$D_{i,j} = n_i n_j - I_{i,j},$$
$$p_i = \tfrac{1}{2}(n_i - 1)(n_i - 2) - E_i,$$
$$p = \tfrac{1}{2}\Big(\sum_i n_i - 1\Big)\Big(\sum_i n_i - 2\Big) - E_{(s)}.$$

Si ha quindi

$$\sum_{i,j} (n_i n_j - I_{i,j}) + \sum_i \big[\tfrac{1}{2}(n_i - 1)(n_i - 2) - E_i\big] -$$
$$- \Big[\tfrac{1}{2}\Big(\sum_i n_i - 1\Big)\Big(\sum_i n_i - 2\Big) - E_{(s)}\Big] = s - 1,$$

da cui, in virtù dell'identità (5), la relazione:

$$E_{(s)} - \sum_i E_i - \sum_{i,j} I_{i,j} = 0 \text{ [2]}. \tag{6}$$

[1] È bene inteso che il numero $\alpha_{i,i'}$ può essere zero.

[2] Per $s = 2$ veggasi la Nota citata dei Comptes Rendus, t. CVII, n. 17, p. 656.

« Possiamo dunque enunciare la seguente proposizione:

Teorema. — Se s curve algebriche $\varphi_1=0, \varphi_2=0, \dots, \varphi_s=0$ passano, in modo qualunque, per un punto P; indicando con $I_{i,j}$ il numero delle intersezioni ivi riunite, di due di esse $\varphi_i=0, \varphi_j=0$, con E_i l'abbassamento del genere dovuto alla singolarità $[\sigma_i]$ (della quale è dotata, in P, la curva $\varphi_i=0$) e con $E_{(s)}$ l'abbassamento del genere dovuto alla singolarità composta $[\sigma_1+\sigma_2+\dots+\sigma_s]$, ben determinata, che ne risulta, fra questi numeri interi esiste la relazione (6).

« 4. Siamo ora in grado di dimostrare il Lemma.

« Per rispondere alle ipotesi affatto generali dell'enunciato, si può supporre:

1° che vi siano nel piano r punti $P_1, P_2, \dots, P_r$, a distanza finita fra loro, e vincolati, tutti o in parte, da legami geometrici *qualunque*;

2° che la curva generica f_i, del sistema lineare $[f_i]$ $(i=1,2,\dots,s)$, passi *in modo qualunque* per il punto $P_{i'}$ $(i'=1,2,\dots,r)$, cioè (n. 2):

a) la curva f_i possegga in $P_{i'}$ una singolarità *qualunque*, ben determinata, $[\sigma_{i,i'}]$,

b) nelle vicinanze del punto $P_{i'}$, fra i rami di due curve φ_i, φ_j (dotate rispettivamente delle singolarità $[\sigma_{i,i'}], [\sigma_{j,i'}]$) intervengano, ulteriormente e comunque, dei mutui rapporti di contatto;

3° che fra varie singolarità $[\sigma_{i,i'}]$, esistenti in punti diversi $P_{i'}$, intervengano, comunque, dei legami geometrici [1].

« Come caso particolare l $(< s)$ curve f possono non passare pel punto $P_{i'}$ $(i'=1,2,\dots,r)$.

« Se n_i è l'ordine della curva f_i, indicando con $I_{i,j}^{i'}$ il numero delle intersezioni riunite in $P_{i'}$ di due curve f_i, f_j e con $E_i^{i'}, E_{(s)}^{i'}$ gli abbassamenti del genere dovuti, rispettivamente, alla singolarità $[\sigma_{i,i'}]$ $(i=1,2,\dots,s)$ e alla singolarità composta $[\sigma_{1,i'}+\sigma_{2,i'}+\dots+\sigma_{s,i'}]$, esistenti nel punto $P_{i'}$, si ha immediatamente:

$$\sum_{i,j} D_{i,j} = \sum_{i,j} n_i n_j - \sum_{i,j}\sum_{i'} I_{i,j}^{i'},$$

$$\sum_i p_i = \tfrac{1}{2}\sum_i (n_i-1)(n_i-2) - \sum_i\sum_{i'} E_i^{i'},$$

$$p = \tfrac{1}{2}\Big(\sum_i n_i - 1\Big)\Big(\sum_i n_i - 2\Big) - \sum_{i'} E_{(s)}^{i'},$$

da cui ricavasi, in virtù del teorema (6) e dell' identità (5),

$$\sum_{i,j} D_{i,j} + \sum_i p_i = p + s - 1. \qquad \text{C. V. D.}$$

[1] Può ben darsi che, pur essendo indipendenti fra loro più punti P, lo stesso non possa dirsi delle singolarità ivi esistenti. Così, ad esempio, in due punti a distanza finita P_1, P_2 possono essere date due cuspidi appartenenti ad una stessa curva o a curve diverse, le cui tangenti cuspidali coincidano.

« 5. Il Lemma che abbiamo dimostrato è suscettibile di un altro enunciato che faremo tosto conoscere. in vista delle applicazioni a cui vogliamo pervenire, le quali formano l'oggetto principale della presente Nota.

« Conveniamo di chiamare *genere* di una curva composta

$$f_1 \cdot f_2 \dots f_s = 0 \,,$$

il numero (positivo o negativo)

$$\tfrac{1}{2}(n_1 + n_2 + \cdots + n_s - 1)(n_1 + n_2 + \cdots + n_s - 2) - \sum_{i'} \mathrm{E}_{(s)}^{i'} \,,$$

dove: n_i è l'ordine della curva $f_i = 0$, $\mathrm{E}_{(s)}$ è definito come ai nn. 2 e 3, ed il segno sommatorio è esteso a tutti quei punti del piano, in ciascuno dei quali una (almeno) curva f possiede una singolarità la cui moltiplicità è $\geqq 2$.

« Partendo da questa definizione, con procedimento affatto analogo a quello adoperato nel numero precedente si perviene immediatamente alla seguente proposizione:

« Date s curve algebriche qualunque $f_1=0$, $f_2=0, \dots, f_s=0$, rispettivamente dei generi $p_1, p_2, \dots, p_s$; indicando con $d_{i,j}$ il numero delle intersezioni delle curve $f_i = 0$, $f_j = 0$ che sono a distanza finita da ciascuno dei punti singolari (di moltiplicità $\geqq 2$) dell'una curva e dell'altra, e con p il genere della curva composta $f_1, f_2 \dots f_s = 0$, fra i numeri interi $d_{i,j}, p_i, p$ esiste la relazione

$$\sum_{i,j} d_{i,j} + \sum_{j} p_i = p + s - 1 \,. \tag{7}$$

« Per $s = 2$ si ha

$$d_{1,2} = p - p_1 - p_2 + 1 \,. \tag{8}$$

« 6. I punti di contatto delle tangenti condotte da un punto (y_1, y_2, y_3) ad una curva algebrica

$$f \equiv f(x_1, x_2, x_3) = 0 \,,$$

dell'ordine n, sono, come è noto, le intersezioni di questa curva con un'altra curva algebrica

$$\mathrm{P} \equiv y_1 \frac{df_1}{dx_1} + y_2 \frac{df_2}{dx_2} + y_3 \frac{df_3}{dx_3} \,,$$

dell'ordine $n - 1$, *prima polare* del punto considerato. Se la curva $f = 0$ ha un punto singolare A (di moltiplicità $\geqq 2$) per questo punto passa, necessariamente, la curva $\mathrm{P} = 0$. Cosicchè l'abbassamento della *classe* dovuto a un punto singolare A è dato dal numero delle intersezioni ivi riunite delle curve $f = 0$, $\mathrm{P} = 0$. A ciò provvede il teorema (6) posto $s = 2$.

« Supponiamo, in generale, che la curva $f = 0$ *sia dotata di singolarità qualunque*. Siano: p_f il suo genere, p_{P} il genere di una prima polare $\mathrm{P} = 0$ e $p_{f\mathrm{P}}$ il genere della curva composta $f . \mathrm{P} = 0$. Il teorema (8) fornisce allora immediatamente, per la classe m, l'espressione:

$$m = p_{f\mathrm{P}} - p_f - p_{\mathrm{P}} + 1 \,. \tag{9}$$

« Si ha dunque la seguente proposizione:

« Teorema. — La classe di una curva algebrica qualunque è uguale al genere della curva composta dalla curva data e da una prima polare, diminuito della somma dei generi delle anzidette curve, ed aumentato dell'unità.

« Pel caso particolare di una curva d'ordine n dotata di δ punti doppi e χ cuspidi, si trova

$$p_f = \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2) - \delta - \chi, \quad p_P = \tfrac{1}{2}(n-2)(n-3),$$
$$p_{fP} = \tfrac{1}{2}(2n-2)(2n-3) - 3\delta - 4\chi;$$

donde la nota formola di Plücker:

$$m = n(n-1) - 2\delta - 3\chi.$$

« 7. Analogamente, se vuolsi avere il *numero dei flessi* di una curva algebrica $f=0$ dotata di singolarità qualunque, bisogna considerare le intersezioni della medesima colla sua *hessiana* $H=0$ che sono a distanza finita da ciascuno dei suoi punti singolari (di moltiplicità $\geqq 2$). Ne segue che, indicando con p_f il genere della curva $f=0$, con p_H il genere della curva $H=0$ e con p_{fH} il genere della curva composta $f.H=0$, il numero dei flessi ι è dato parimenti dal teorema (8); si ha cioè:

$$\iota = p_{fH} - p_f - p_H + 1. \tag{10}$$

« Cosicchè:

« Teorema. — Il numero dei flessi di una curva algebrica qualunque è uguale al genere della curva composta dalla curva data e dalla sua hessiana, diminuito della somma dei generi delle anzidette curve, ed aumentato dell'unità.

« Pel caso particolare di una curva d'ordine n dotata di δ punti doppi e χ cuspidi, si trova

$$p_f = \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2) - \delta - \chi, \quad p_H = \tfrac{1}{2}(3n-7)(3n-8) - \delta - 3\chi,$$
$$p_{fH} = \tfrac{1}{2}(4n-7)(4n-8) - 8\delta - 12\chi;$$

donde la nota formola di Plücker:

$$\iota = 3n(n-2) - 6\delta - 8\chi.$$

« 8. La ricerca correlativa conduce ad analoghe espressioni per l'ordine n e pel numero χ delle cuspidi di una curva algebrica qualunque la cui equazione $f'=0$ è data in coordinate di retta.

« Indicando rispettivamente con $p_{f'}$, $p_{P'}$, $p_{H'}$, $p_{f'P'}$, $p_{f'H'}$ i generi della curva data, della curva-inviluppo prima polare di una retta, $P'=0$, della curva-inviluppo hessiana, $H'=0$, della curva-inviluppo composta $f'.P'=0$ e della curva-inviluppo composta $f'.H'=0$, si hanno le formole:

$$n = p_{f'P'} - p_{f'} - p_{P'} + 1, \tag{11}$$
$$\chi = p_{f'H'} - p_{f'} - p_{H'} + 1. \tag{12}$$

« Se le equazioni $f=0$, $f'=0$ rappresentano la stessa curva si ha, come è noto, $p_f = p_{f'}$.

« 9. Indicando con d_{PH} il numero delle intersezioni di una prima polare colla hessiana, le quali sono a distanza finita da ciascuno dei punti singolari (di moltiplicità $\geqq 2$) della curva fondamentale f, e con $d_{P'H'}$ il numero correlativo, la formola (7) fornisce immediatamente le seguenti espressioni:

$$(13)\qquad d_{PH} = p_{PH} - p_P - p_H + 1\,,$$

$$(14)\qquad d_{PH} = p_{fPH} - m - \iota - p_f - p_P - p_H + 2\,;$$

$$(15)\qquad d_{P'H'} = p_{P'H'} - p_{P'} - p_{H'} + 1\,,$$

$$(16)\qquad d_{P'H'} = p_{f'P'H'} - n - \chi - p_{f'} - p_{P'} - p_{H'} + 2\,;$$

dove p_{PH}, p_{fPH} sono i generi dei luoghi composti $P.H = 0$, $f.P.H = 0$, e $p_{P'H'}$, $p_{f'P'H'}$ i generi degl' inviluppi composti $P'.H' = 0$, $f'.P'.H' = 0$. Dalle (9), (10), (13), (14) e (11), (12), (15), (16) si ottengono inoltre le formole:

$$(17)\qquad p_{fPH} = p_{PH} + p_{Hf} + p_{fP} - p_f - p_P - p_H + 1\,,$$

$$(18)\qquad p_{f'P'H'} = p_{P'H'} + p_{H'f'} + p_{f'P'} - p_{f'} - p_{P'} - p_{H'} + 1\,.$$

Pel caso particolare delle singolarità contemplate dal Plücker è facile calcolare i numeri p_{PH}, $p_{P'H'}$, p_{fPH}, $p_{f'P'H'}$. Si ha cioè:

$$p_{PH} = \tfrac{1}{2}(4n-8)(4n-9) - 3\delta - 7\chi\,,$$

$$p_{P'H'} = \tfrac{1}{2}(4m-8)(4m-9) - 3\tau - 7\iota\,,$$

$$p_{fPH} = \tfrac{1}{2}(5n-8)(5n-9) - 12\delta - 19\chi,$$

$$p_{f'P'H'} = \tfrac{1}{2}(5m-8)(5m-9) - 12\tau - 19\iota\,.$$

« 10. Dalle equazioni (13), (14) e (15), (16) si ricava immediatamente

$$(19)\qquad m + \iota = p_{fPH} - p_{PH} - p_f + 1\,,$$

$$(20)\qquad n + \chi = p_{f'P'H'} - p_{P'H'} - p_{f'} + 1\,.$$

E però (supposto che $f = 0$ ed $f' = 0$ rappresentino la stessa curva, onde $p_f = p_{f'}$):

$$(21)\qquad m - n - (p_{fPH} - p_{f'P'H'}) = \chi - \iota - (p_{PH} - p_{P'H'})\,,$$

della quale notevole relazione è caso particolare la nota formola plückeriana:

$$\chi - \iota = 3(n - m)\,.$$

Fisica. — *Variazione della tensione al variare dell'area delle superficie liquide.* Nota di C. Marangoni, presentata dal Socio Blaserna.

« § 1. Colla *staderina dei coseni* (¹) trovai che la tensione delle lamine liquide cresce, o scema col crescere, o scemare dell'area delle lamine liquide. Ora, con un nuovo metodo, dimostro che il simile avviene per le superficie libere e imbrattate dei liquidi (²). Questo fatto è importantissimo, perchè cagiona gravi errori nelle misure areometriche, barometriche ecc.

(¹) *La staderina dei coseni* ecc. Rendic. della R. Accad. dei Lincei, 17 ottobre 1886.

(²) Nel 1880 lo provai coll'apparato a trabocco. Rivista Scient. Indust. del Vimercati. Firenze.

« § 2. In un grande vaso PQ di vetro ho introdotto un tubo MN di vetro lungo cent. 30 e del diametro di cent. 11. (Si può procurarsi facilmente un simile tubo tagliando la callotta emisferica da una lunga campana). Poi ho riempito di acqua il vaso fino in *a* e vi ho messo un areometro ad asticina sottile.

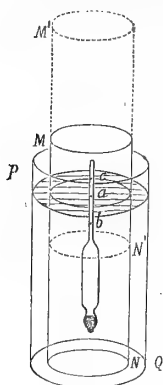



Fig. 1.

« Se l'acqua e tutti i corpi che la toccano sono pulitissimi, alzando ed abbassando il tubo l'areometro affiora sempre allo stesso punto *a*; ma se si colloca alla superficie dell'acqua della polvere di sapone, o della panamina, o della saponina, o altra sostanza imbrattante si osserva che, alzando il tubo in M'N', l'areometro si affonda ed affiora per es. in *c*; e riabbassando il tubo, l'areometro emerge ed affiora in *b*. Coll'acqua imbrattata di saponina e col piccolo alcoometro di Salleron la distanza *bc* arrivò a mm. 14. Coll'areometro capillare (così chiamo un areometro alla cui asticina è sostituita una lunga lamina di mica, larga mm. 20, grossa mm. 0,07) la distanza *bc* tra i due affioramenti arrivò a mm. 120. Presentato sotto questa forma, il fenomeno è una brillante esperienza didattica.

« In ogni caso, sia che l'areometro affiori in *b*, o in *c*, tenendo fermo il tubo, a poco a poco l'areometro arriva al punto d'affioramento normale *a*.

« Dunque una diminuzione di area fa scemare la tensione e un aumento, la fa crescere; però queste variazioni sono temporanee e la tensione tende a ridursi in breve al suo valore normale. Soltanto le superficie imbrattate presentano queste variazioni di tensione.

« § 3. Si possono rendere le esperienze ancora più interessanti sostituendo all'areometro una bolla liquida. Se nell'apparato (fig. 1) si soffia una bolla sull'acqua imbrattata di saponina e poi si alza il tubo la bolla, che era emisferica, diventa a *sesto scemo* (fig. 2). Se poi si abbassa di nuovo il tubo

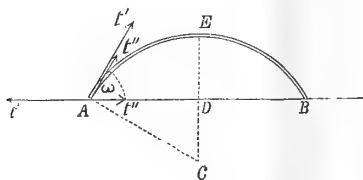



Fig. 2.

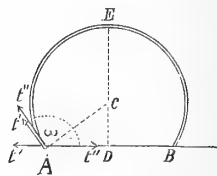



Fig. 3.

nell'acqua, la bolla prende la forma di un segmento di sfera maggiore di un emisfero, forma che chiamo *bolla alla moresca* (fig. 3). Nel primo caso è manifesto l'aumento, nel secondo la diminuzione di tensione alla superficie esterna del liquido e della bolla.

« Le bolle a sesto scemo furono prodotte e studiate la prima volta da

Van der Mensbrugghe [1] deponendo una bolla di acqua saponata sull'acqua distillata. Ma le bolle alla moresca sono state ottenute la prima volta da me nel 1878, dopo varî inutili tentativi, coll'apparato a trabocco [2] e ora con un mezzo più semplice, cioè col tubo immergibile; nel quale non è più il liquido che sale e scende, ma è la parete che lo rinchiude. Con questa disposizione si ha il vantaggio di evitare i moti convettivi nel liquido.

« § 4. Dalla forma della bolla si può determinare a priori il rapporto $\frac{t''}{t'}$ fra le tensioni interna ed esterna di essa.

« Sia AEB (fig. 2) la sezione meridiana di una bolla. Se questa è grande si può trascurare la depressione nella parte AB e supporre che le tensioni At'', At' sieno situate nel piano orizzontale del liquido. Allora, chiamando ω l'angolo formato dalla tangente alla base della callotta col piano orizzontale, e notando che le due superficie della bolla posseggono pure le tensioni t' e t'' delle superfici piane, per l'equilibrio fra le quattro forze si ha, (fig. 2):

$$t'' + t'' \cos \omega + t' \cos \omega - t' = 0$$

da cui

$$\frac{t''}{t'} = \frac{1 - \cos \omega}{1 + \cos \omega}.$$

Ma dalla trigonometria si ha:

$$\operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} \omega = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \tfrac{1}{2} \omega = \frac{1 + \cos \omega}{2}.$$

Dividendo la 1ª per la 2ª:

$$\operatorname{tang}^2 \tfrac{1}{2} \omega = \frac{1 - \cos \omega}{1 + \cos \omega}.$$

Vale a dire:

$$\frac{t''}{t'} = \operatorname{tang}^2 \tfrac{1}{2} \omega .$$

Questa formola giustifica a colpo d'occhio i diversi casi:

Per $\omega = 0°$	$\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2}\omega = 0$	quindi	$t'' = 0$	Lamina d'aria	piana
" $\omega < 90°$	" " < 1	"	$t'' < t'$	Bolla	a sesto scemo
" $\omega = 90°$	" " $= 1$	"	$t'' = t'$	"	emisferica
" $\omega > 90°$	" " > 1	"	$t'' > t'$	"	alla moresca
" $\omega = 180°$	" " $= \infty$	"	$t' = 0$	"	tangente.

« Per produrre delle *lamine d'aria piane* basta soffiare con un tubo, sulla superficie dell'acqua imbrattata di saponina, una bolla e poi aspirare l'aria

[1] *Sur la tension superficielle des liquides.* Mém. de l'Acad. Roy. de Belgique, tom XXXIV, § 50, 1869.

[2] *Difesa della teoria dell'elasticità superficiale* ecc. Nuovo Cimento, ser. 3ª, vol. III, § 19, 1878.

col tubo stesso. La callotta si deprime senza diminuire di base; poi si stacca dal tubo rimanendo depressa come un vetro d'orologio. Tenendo l'estremità del tubo più vicina alla superficie dell'acqua, si ottengono delle lamine piane colla superficie interna aggrinzita come sagrì. Ciò fa credere che la tensione t'' della superficie interna sia nulla.

« Si possono produrre delle bolle tangenti nel seguente modo: si ponga dell'acqua in un piatto da tavola; vi si depositi nel centro una bolla di saponina, e la si rompa toccandola in alto. Se ne depositi nel centro una seconda, che si romperà nel medesimo modo, e si seguiti a deporne parecchie successivamente. La prima bolla sarà a sesto scemo, la seconda sarà press'a poco emisferica; la terza è una bolla alla moresca e le successive sono sempre più rilevate finchè si arriva a una bolla che rimbalza e scorre sulla superficie, imbrattata a saturazione, in forma di una sfera completa tangente alla superficie liquida. Poco dopo la bolla aderisce al liquido e diventa alla moresca. È forse questa la ragione per la quale le goccie di alcool galleggiano alcun tempo sull'alcool; le goccie avendo una superficie fresca, e quindi dotata di tensione più forte che non la superficie stagnante dell'alcool, si approssimano alla condizione voluta dal problema per le bolle tangenti. Anche lo stato sferoidale dei liquidi dipende dal diventare $t' = 0$, perchè il liquido non bagna più il solido.

« Nella prossima adunanza comunicherò a codesta illustre Accademia la verificazione sperimentale della formola proposta mediante la misura diretta delle tensioni t' e t'' ».

Fisica. — *Sopra una corrente galvanica ottenuta col bismuto in un campo magnetico.* Nota preliminare del dott. Giovan Pietro Grimaldi, presentata dal Socio Blaserna.

« Le esperienze fatte dal Nichols sull'influenza del magnetismo sulla passività del ferro [1], mi hanno spinto ad indagare se qualche cosa di analogo avvenga per il bismuto.

« Dopo alcuni tentativi infruttuosi ho fatto l'esperienza seguente con favorevole risultato.

« Un tubo a |___| contiene una soluzione diluita di cloruro di bismuto nell'acido cloridrico: nelle parti verticali di esso pescano due fili di bismuto chimicamente puro del Trommsdorff, molto accuratamente ripuliti.

« Uno di questi fili, col tubo che lo contiene, viene collocato fra i poli ovali di un elettro-calamita Faraday modello medio, in modo che la superficie del liquido si trovi nella parte più intensa del campo. I due fili sono riuniti mediante un galvanometro Thomson ad aghi astatici, molto sensibile. Chiudendo il circuito si osserva nel galvanometro una corrente che chiamerò

[1] American Journal 34, pag. 419, 1887 e 35, pag. 290, 1888; Zeitschrift für physik. Chemie, Band II, 1888 Ref. 68 e 128.

primaria dovuta forse alla diversità dei due fili di bismuto: questa corrente che in principio varia rapidamente, dopo un certo tempo diminuisce, diventa meno incostante, e può venir compensata mediante una derivazione presa sopra il circuito di una pila normale, e il galvanometro ricondotto allo zero. Se allora si eccita l'elettro-calamita con una corrente molto intensa *si osserva nel galvanometro una deviazione permanente;* interrotta la corrente magnetizzante, specialmente se l'esperienza è fatta con una certa rapidità, il galvanometro ritorna a zero ([1]).

« Pubblicherò quanto prima i risultati di uno studio particolareggiato di questo fenomeno: per ora mi limito ad accennare in questa Nota preliminare alcuni dei fatti più interessanti finora osservati.

« La corrente prodotta dal magnetismo e che chiamerò *galvanomagnetica* è indipendente dalla direzione e dalla intensità della corrente primaria. Qualunque sia il senso di questa, la corrente galvanomagnetica per i campioni di bismuto finora esaminati è diretta nel galvanometro dal bismuto magnetico al non magnetico e quindi nel liquido dal metallo non magnetico al magnetico.

« Mentre la corrente primaria varia col tempo moltissimo d'intensità ed anche di direzione, la corrente galvanomagnetica si mantiene, in generale, a un dipresso d'intensità costante, ed anche *rimane inalterata* quando la corrente primaria, prima di cambiare di segno, passa per il valore zero.

« L'intensità della corrente galvanomagnetica dipende moltissimo dallo stoto della superficie del bismuto, ed occorre ripulire molto bene i fili di bismuto per avere risultati regolari.

« Per dare un'idea della grandezza della forza elettromotrice che produce la corrente galvanomagnetica, riferirò che nelle diverse esperienze da me finora fatte in buone condizioni con differenti fili ed in circostanze diverse essa ha variato da $\frac{1}{12000}$ ad $\frac{1}{2400}$ di una Daniell, il campo magnetico essendo prodotto da un apparato di Faraday, medío modello, eccitato da una corrente da 8 a 12 ampères e coi poli ovali distanti nell'estremità 7^{mm}.

« Con una corrente magnetizzante meno intensa si hanno risultati molto più piccoli: quando essa ha 2 ampères di intensità la corrente galvanomagnetica è appena sensibile.

« La direzione della corrente galvanomagnetica è indipendente dalla direzione del campo: la intensità di essa invertendo la direzione del campo qualche volta ha variato un poco, qualche altra volta è rimasta costante.

« Questo lavoro è stato eseguito nell'Istituto fisico della R. Università romana, coi mezzi che mi furono messi a disposizione ».

([1]) È superfluo dire che il galvanometro era tanto lontano dall'elettro-calamita da non sentirne l'influenza. Si verificò anche che se si chiudeva il circuito di esso, quando era escluso il tubo ed i fili di bismuto, il campo magnetico non produceva alcuna corrente permanente.

Fisica. — *Influenza della deformazione del pallone di vetro nella misura della densità dei gas.* Nota del dott. Giovanni Agamennone, presentata dal Socio Blaserna.

« Da una Nota del sig. I.-M. Crafts (1), presentata all'Accademia delle Scienze di Parigi, ho appreso che recentemente lord Rayleigh (2) ha fatto riflettere ad una piccola correzione da apportarsi alla densità dei gas, determinata colla bilancia secondo il metodo di Regnault. A tal proposito egli dice che una correzione di qualche importanza è necessaria, quale sembra essere stata trascurata dal prof. Cooke come pure da Regnault; che il peso del gas non può esser trovato semplicemente prendendo la differenza delle pesate del pallone pieno e vuoto, a meno che realmente le pesate non si effettuino nel vuoto; che il volume esterno del pallone è più grande nel primo caso che nell'ultimo, e che il peso dell'aria corrispondente a questa differenza di volume deve essere aggiunta al peso apparente del gas.

« In una mia Nota (3), presentata alla R. Accademia dei Lincei nella seduta del 1° febbraio 1885, tra le altre cause di errore passate in rivista non mancai di accennare ancor questa, rilevata ora da lord Rayleigh. Basandomi su di una formola del Lamè e sulle dimensioni approssimate del pallone di vetro adoperato nelle classiche esperienze di Regnault, dedussi $c.^3$ 1,2 per la diminuzione del volume esterno del pallone (di circa $10^{lit.}$ di capacità) corrispondente alla pressione di un'atmosfera dall'esterno all'interno. In seguito a tale variazione nel volume si sarebbero dovute diminuire le pesate del pallone vuoto di circa $1^{mgr},5$. Ma sapendo da alcune stesse mie esperienze (4) quanto forte possa essere la divergenza tra il valore della variazione di volume di un recipiente calcolata teoricamente e quello determinato coll'esperienza, non azzardai, in base a quel dato incerto da me calcolato, di apportare la dovuta correzione alla densità dei gas determinata da Regnault. Però non mancai di tener conto della suddetta correzione in alcune misure da me eseguite sulla densità dell'aria, basandomi sul valore sperimentale trovato per la variazione del volume del pallone di cui io feci uso.

« Quello adoperato da Regnault non esiste più, ma fortunatamente il Crafts ne ha potuto rinvenire un altro consimile sia per la capacità, sia per la forma, sia per lo spessore delle pareti, acquistato senza dubbio alla cristalleria di Choisy-le-Roy unitamente all'altro di cui si lamenta la perdita.

(1) Comptes Rendus, n. 24 (11 juin 1888), pag. 1662.

(2) The Chemical News. Vol. 57, pag. 73 (24 febbr. 1888).

(3) *Sul grado di precisione nella determinazione della densità dei gas.* — Rendiconti della R. Acc. dei Lincei 1885, pag. 105.

(4) *Determinazione della densità dell'aria.* — Rendiconti della R. Acc. dei Lincei 1885, pag. 111.

Sperimentando su tal pallone, il Crafts ha trovata una variazione di 0,000247 della sua capacità ($10^{\text{lit.}}$,022) per atmosfera.

« Trattandosi di una costante fisica così importante, qual'è la densità dell'aria, non credo inutile accennare qui di nuovo brevemente le correzioni successive che sono state arrecate alla cifra data da Regnault. Alla fine della mia suaccennata Nota, *Sul grado di precisione nella determinazione della densità dei gas*, io fissava a $12^{\text{gr.}}$,77844 il peso dell'aria a 0° e 760^{mm}, contenuta nel pallone adoperato da Regnault, a Parigi, all'altezza di 60 metri sul mare. Tale cifra è alquanto diversa da quella data dall'insigne sperimentatore francese, ed è stata ottenuta correggendo due piccoli errori di calcolo, rinvenuti da me e dal Lasch [1] nel lavoro originale, e spingendo il calcolo ad una decimale di più.

« Nella Memoria di Regnault non sono riportate le condizioni atmosferiche durante le pesate del pallone, ma non si andrà molto lontani dal vero nel ritenere $H = 755^{\text{mm}}$ per altezza media del barometro durante tutte le pesate [2], mentre la pressione dell'aria rarefatta rimasta nel pallone, dopo avervi praticato il vuoto, ascende in media per tutte le esperienze a circa $H' = 5^{\text{mm}}$. Poichè la capacità del pallone adoperato da Regnault era in cifra tonda di c.³ 9881, così la diminuzione cercata del volume esterno, basandosi sul dato sperimentale sopra citato del Crafts, ascende a

$$\Delta V = 9881 \times 0{,}000247 \, \frac{750}{760} = \text{c.}^3 \, 2{,}408.$$

Supposto essere in media $t = 10^\circ$ la temperatura dell'aria ambiente durante le pesate, la correzione da apportare al peso dell'aria contenuta entro il pallone, pel fatto della diminuzione di volume del medesimo quando lo si pesa vuoto, ascende a

$$\Delta V \, \frac{1{,}2932}{760} \left(\frac{H}{1 + \alpha t} - H' \right) = + \, 2^{\text{mgr}}{,}96.$$

« Kohlrausch [3] dapprima ed il Naccari [4] poscia hanno arrecata una piccola correzione alla capacità a zero del pallone, assumendo per la densità dell'acqua alla temperatura del ghiaccio fondente un valore alquanto diverso da quello di Pierre, assunto da Regnault. Il Naccari utilizzando la media dei più attendibili valori per la densità dell'acqua determinati da differenti sperimentatori, fissa a c.³ 9881,282 la capacità a zero del pallone, e perciò il peso

(1) Pogg. Ann. Ergänz., III, 321 (1852).

(2) La media di tutte le letture barometriche al momento di racchiudere l'aria nel pallone a pressione ordinaria ascende per le nove esperienze a 757^{mm},5. Si comprenderà poi facilmente come l'errore di qualche millimetro nel calcolo che segue è affatto insensibile.

(3) Pogg. Ann., XCVIII, 178 (1856).

(4) *Manuale di Fisica Pratica* 1874, pag. 669.

di un litro d'aria a 0° e 760^{mm}, a Parigi ed a 60 metri sul mare risulta di

$$\frac{12^{gr},7814}{9,881282} = 1^{gr},293496 ,$$

che alla latitudine di 45° ed al livello del mare diventa

$$1^{gr},293073.$$

E questo fino ad oggi è il valore più attendibile che si può ricavare dalle esperienze di Regnault ».

Magnetismo terrestre. — *Valori assoluti degli elementi del magnetismo terrestre determinati in alcuni punti d'Italia nell'anno 1887*. Nota di CIRO CHISTONI, presentata dal Corrispondente TACCHINI.

« I valori che riporto nella tabella seguente sono i risultati di misure magnetiche, che feci nel 1887. I dati di osservazione e la discussione dei risultati verranno pubblicati per disteso negli Annali della Meteorologia Italiana.

LUOGO	Latitudine	Longitudine E da Greenwich	Declinazione occidentale	Inclinazione	Componente orizzontale (C. G. S.)	Intensità totale (C. G. S.)	Epoca
Lanzo Torinese (*Collegio dei Salesiani*	45°.16',2	7°.28',8	13°. 8',4	62°.16',9	0,21309	0,45814	1887,4
Ivrea (*Villa — Il mio riposo*)	45.28,5	7.52,2	14. 4,2	62.33,5	0,21048	0,45673	1887,4
Aosta (*Scuola pratica d'agricoltura*)	45.44,0	7.18,8	13.28,3	62.16,4	0,21078	0,45304	1887,4
Courmayeur	45.47,4	6.58,0	13.30,0	62.24,3	0,20984	0,45301	1887,5
Novara (*Giardino dell' ospedale*).	45.26,4	8.37,8	12.42,1	61.59,8	0,21244	0,45246	1887,5
Alagna.	45.51,4	7.56,9	13. 0,5	62.53,0	0,20599	0,45193	1887,5
Domodossola (*Collegio dei Rosminiani*)	46. 6,7	8.18,5	13. 1,8	62.35,6	0,20899	0,45403	1887,5
Zenna	46. 5,9	8.45,2	13. 2,4	62.19,9	0,21155	0,45558	1887,5
Cremona (*al Po*)	45. 7,2	10. 1,2	12.11,6	61.30,0	0,21505	0,45069	1887,5
Cremona (*alla Cortazza*) . .	45. 8,8	10. 0,5	12.15,1	61.30,4	0,21455	0,44974	1887,5
Cassimoreno.	44.37,9	9.34,5	12.12,6	61. 5,2	0,21727	0,44938	1887,7
Bettola.	44.46,3	9.36,3	12.30,4	61.13,5	0,21649	0,44974	1887,7
Castelnuovo nei monti	44.25,7	10.24,3	11.44,4	60.51,3	0,21863	0,44891	1887,7
Modena (*Orto botanico*) . . .	44.38,9	10.55,7	11.51,3	60.53,9	0,21814	0,44852	1887,7
Modigliana	44. 9,1	11.47,5	11.20,4	60.23,9	0,22112	0,44764	1887,7
S. Agata Feltria	43.51,6	12.12,8	11.23,7	60. 9,9	0,22196	0,44615	1887,7
Pesaro (*Orti Giulii*).	43.54,5	12.54,4	10.53,3	60. 4,0	0,22242	0,44574	1887,7
Pergola (*Orto dei Zoccolanti*)	43.33,3	12.50,5	10.51,0	59.43,2	0,22452	0,44527	1887,7
Ancona.	43.36,7	13.32,2	10.29,8	59.45,4	0,22449	0,44571	1887,7

Fisica terrestre. — *Amplitudine dell'oscillazione media mensile ed annua dell'ago di declinazione diurna in Genova per l'anno 1888, ed epoca probabile della congruenza di un minimum di macchie solari e variazioni declinometriche in esso avvenuto.* Nota del prof. P. M. GARIBALDI, presentata dal Corrispondente TACCHINI.

I.

« L'amplitudine dell'oscillazione del magnete di declinazione diurna in Genova è desunta, secondo il consueto, dalle osservazioni fatte regolarmente ogni giorno alle ore (t. l.) 7, 8, 9 del mattino, 12 meridiane, 12,50^{m}; 3 e 9 sera con un declinometro del Gambey mantenuto sempre nelle medesime condizioni e circostanze, da oltre diciotto anni, in una stanza dell'Osservatorio della Regia Università: i valori sono dati in minuti e decimi d'arco.

« Il seguente quadro presenta le medie mensili e la media annuale:

1888	Gennaio	4',910
	Febbraio	5,708
	Marzo	7,793
	Aprile	9,590
	Maggio	8,840
	Giugno	9,210
	Luglio	9,344
	Agosto	10,0127
	Settembre	8,620
	Ottobre	7,843
	Novembre	4,980
	Dicembre	3,506
	Anno 1888	7',529

« I varî valori mensili, generalmente considerati, si muovono secondo il regime normale e rendono la curva tipica costrutta sopra elementi ottenuti da tredici anni di non interrotte osservazioni [1].

« A questo proposito però giova osservare come disponendo i mesi normali in ordine alla grandezza delle variazioni declinometriche diurne, quella di aprile sta, spiccatamente, sopra tutte, costituendo un segnalato maximum annuale; ma se si dispongono i mesi dei singoli anni secondo le grandezze stesse, l'aprile non domina sempre, anzi si vede che negli anni corrispondenti al minumum di macchie e in quelli che d'appresso li precedono o li seguono, il primato è ai mesi che tengon dietro all'aprile e talvolta cade sopra alcuni

[1] Vedi: *Variazioni ordinarie e straordinarie del magnete di declinazione diurna, osservate in Genova nel periodo 1872-84.* P. M. Garibaldi, tip. Sordo-muti, Genova 1885.

da esso molto distanti; non mai però, almeno nel periodo esplorato 1872-88, al di là di agosto: così nel minimum del 1878 il massimo cade in giugno e in quello dell'ora scorso 1888 in agosto come nel 1879.

« Nell'anno dei maximum di macchie e in quelli che immediatamente precedono o seguitano il medesimo, l'aprile predomina e i maximum declinometrici che se ne erano allontanati nella ricorrenza dei minimum, ad esso si avvicinano o ritornano: tutto ciò potrebbe lasciar supporre che nell'epoca del maximum di macchie l'energia solare vince l'influenza tellurica la quale a sua volta prevale quando per la scarsità o assenza di macchie l'azione dell'astro sull'ago è indebolita.

« Questo spostamento del maximum di aprile già segnalato (1) è ora confermato dal seguente quadro C che comprende il periodo 1872-88.

« I valori declinometrici mensili massimi sono notati in caratteri sottolineati.

QUADRO C.

Variazioni declinometriche diurne.

(2) +1871	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	Valore annuale
72	—	—	—	—	—	13′,42	12′,96	12′,76	12′,16	10′,83	7′,95	4′,47	10′,65
73	7′,37	7′,11	11′,72	13′,90	10′,18	11,17	10,84	10,06	9,52	8,60	6.25	4,92	9,30
74	6,23	7,69	9,77	11,47	9,88	9,35	9,77	8,61	9,25	8,03	5,29	4,26	8,30
75	4,63	4,95	8,08	10,62	8,80	8,89	8,15	8,29	7,83	6,44	4,91	3,84	7,12
76	4,44	4,62	7,09	9,50	6,87	8,80	9,01	8,07	7,32	7,16	4,86	3,70	6,78
77	4,16	4,46	6,89	8,33	7,31	7,90	8,41	7,56	7,00	7,04	5,02	3,32	6,45
—1878	3,98	4,61	6,95	8,59	7,48	8,95	7,46	7,47	7,09	6,30	3,98	4,11	6,41
79	4,19	4,79	6,85	7,73	7,94	8,22	8,27	8,40	7,96	7,06	4,60	3,66	6,64
80	3,88	4,96	7,92	10,61	7,85	8,70	8,96	10,29	9,71	9,83	6,59	4,25	7,79
81	4,19	6,71	9,21	10,01	9,23	11,02	9,81	10,10	10,82	9,07	6,28	5,45	8,49
82	4,05	6,85	9,16	11,74	11,95	9,42	8,19	9,69	10,11	9,20	7,73	4,42	8,58
83	5,76	6,47	9,64	11,71	8,94	10,44	9,36	9,60	10,74	10,88	6,80	4,71	8,75
+ { 84	6,09	8,98	11,74	12,28	9,45	10,63	8,64	8,60	10,53	9,89	6,95	5,35	9,09
+ { 85	4,86	6,37	9,48	10,80	12,28	12,35	12,29	11,90	10,60	8,32	6,10	4,018	9,11
86	5,991	6,059	9,774	11,023	11,259	10,310	9,795	9,524	8,20	8,667	5,79	4,804	8,43
87	5,372	5,902	8,099	10,290	10,464	9,790	10,509	10,075	9,10	6,956	5,26	4,623	8,04
? —88	4,910	5,708	7,793	9.590	8,840	9,210	9,344	10,0127	8,620	7,843	4,980	3,506	7,529
Normali di mese.	5,0064	6,0149	8,76	10,512	9,295	9,915	9,515	9,471	9,209	8,359	5,843	4,318	

(1) V. *Variazioni ordinarie e straordinarie,* come sopra, pag. 21.

(2) I segni + o — che precedono alcuni anni indicano che in essi si verificarono i massimi di macchie solari e di variazioni declinometriche diurne.

II.

« I valori mensili dell'anno 1888 sono i minimi fra quelli registrati dal 1884 in poi e ciò mostra che testè corse o oscilla un minimun del periodo declinometrico che ha la sua corrispondenza con un altro, pur minimum, di macchie solari e fori.

« Questa marcia convergente ad un minimum nel doppio ordine di fatti è confermata una volta di più, e con maggior precisione, anche nei dettagli di mese dal seguente quadro il quale contiene le medie annuali delle amplitudini declinometriche V dal 1884 all'88 e segna ancora i valori annuali (G × E) di gruppi di macchie solari G e della loro media estensione E calcolati [1] secondo gli elementi forniti dalle osservazioni fatte alla specola del Collegio Romano dal signor Tacchini e per cura di lui raccolte e pubblicate nelle Memorie degli spettroscopisti italiani.

Anno	V Amplitudine annuale media del magnete di declinazione diurna in Genova	Anno	G × E Media annuale di gruppi di macchie e fori e loro estensione
1884	9′,090	1884	70,00
85	9,115	85	32,66
86	8,430	86	15,83
87	8,037	87	3,03
88	7,529	88	1,07

« Sebbene i valori delle due serie V e G × E si muovano convergenti, pure sono governati da ragioni molto differenti fra di loro; ciò fa credere, con fondamento, che se l'energia solare, in quanto macchie, ha una grandissima azione sopra i valori declinometrici e anzi, in modo generale, pare che li governi, pure, vi debbono essere altre espressioni di energia solare che esercitano la loro influenza sull'ago calamitato, espressioni che è duopo rintracciare e fra le quali già debbono annoverarsi le protuberanze solari come fu messo in evidenza [2].

[1] Vedi Nota dell'autore nei Rendicondi della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, seduta 6 dicembre 1885.

[2] *Le protuberanze solari nei loro rapporti colle variazioni del magnete di declinazione diurna.* Nota del prof. P. M. Garibaldi, resoconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. IV, fasc. I, 1° sem., seduta 8 gennaio 1888.

« Che un minimum di macchie e fori sia realmente avvenuto nell'ora scorso 1888 è anche dimostrato del seguente quadro che debbo alla gentilezza del sig. Tacchini:

Medio numero macchie e fori al giorno:

1886 = 6,34
1887 = 3,21
1888 = 2,38

Confermato dal seguente che esprime la frequenza dei giorni senza macchie e senza fori.

1886 = 0,23
1887 = 0,34
1888 = 0,48

« Posto che un minimum corrispondente alle macchie e fori e ai valori declinometrici siasi verificato nell'ora scorso 1888 indagai in quale mese del medesimo abbia, con qualche probabilità, avuto luogo.

« A questo scopo adoperai il metodo [1] già altre volte usato il quale consiste nel prendere, da una parte, i valori declinometrici V di mese tali e quali sono dati dalle osservazioni e dall'altra i valori, pure mensili di G . E ove G ed E rappresentano rispettivamente i numeri mensili di gruppi di macchie e della loro estensione quali sono portati dalla osservazione, e per mettere in evidenza il valore dei singoli mesi si dà ad ognuno delle due serie quello ricavato dalla somma di dodici mesi successivi.

« In base a questo sistema i mesi del 1888 hanno rispettivamente, nelle due serie, i valori seguenti:

1888	Serie V	Serie G × E
Gennaio	96′,978	14,70
Febbraio	96,784	14,28
Marzo	96,478	14,34
Aprile	95,778	14,27
Maggio	93,154	12,94
Giugno	92,574	10,15
Luglio.	91,409	7,67
Agosto	91,346	*5,96*
Settembre . . .	*90,866*	9,35
Ottobre	91,753	8,87
Novembre. . . .	91,473	9,23
Dicembre. . . .	90,356	

dal quale risulta che un minimum di macchie e fori si è verificato in agosto e un altro, correlativo, di variazioni declinometriche, in settembre successivo.

[1] Vedi Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, seduta 6 decembre 1885.

« Dopo queste date i valori mensili delle due serie ripigliano ma non si muovono più, nè per grandezza nè per segno, con quell'armonia che si verifica salendo dal settembre al gennaio dell'anno 1888 ad alcuni mesi del 1887.

« Questa discordanza si verifica, quasi sempre, quando si paragonano risultanze comprendenti periodi ristretti nei quali, influenze parziali all'una o all'altra delle due serie fanno sentire troppo la loro preponderanza la quale scompare, o quasi, quando è ripartita sopra più larga base.

« La discordanza fra i termini delle due serie negli ultimi mesi dello scorso anno potrebbe spiegarsi supponendo che si tratti di un minimum parziale come se ne riscontrano, non raramente, nello svolgimento del periodo principale, oppure ricorrendo alle incertezze o disarmonie che si verificano al chiudersi del grande periodo che dal minimum passa al maximum, come nel caso nostro, o dal maximum si incammina al minimum.

« La piccola distanza che ci separa dal periodo del maximum verificatosi fra il 1884 e il 1885 rende molto dubbiosa questa spiegazione anche perchè il valore del minimum declinometrico del settembre scorso è di 90′,86 mentre nel vero minimo, avvenuto nel giugno 1879, questo valore era minore molto e precisamente 76,13.

« Ad ogni modo l'osservazione risolverà, fra breve, il dubbio, e queste ricerche serviranno per misurare, con miglior precisione, la vera durata del periodo principale e dei sotto periodi delle manifestazioni dell'energia solare per ciò che riguarda macchie e fori e la loro azione sull'ago di declinazione diurna ».

Cristallografia. — *Sulla Natrolite di Bombiana nel Bolognese.* Nota di Ettore Artini [1] presentata dal Socio Struever.

« Già da qualche anno è nota l'esistenza della Natrolite nel Bolognese, e l'egregio prof. Bombicci che la trovò per primo, la descrisse brevemente; ora, avendo egli avuta la bontà di mettere a mia disposizione i numerosi esemplari di tal minerale, esistenti nel Museo Mineralogico dell'Università di Bologna, espongo qui brevemente i risultati dello studio cristallografico.

« Misurai tre cristallini, della grossezza di mm. 1 ½ circa, e della lunghezza di 4-6 mm., trasparentissimi, perfettamente incolori, e terminati ad una estremità dell'asse [$\mathfrak{z}$].

« Osservai le forme:

$$\{100\},\ \{010\},\ \{110\},\ \{310\},\ \{111\},\ \{11.10.11\},\ \{21.20.21\}.$$

Inoltre, sembrandomi avere copia sufficente di buone misure angolari, cal-

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di Mineralogia della R. Università di Pavia.

colai il rapporto parametrico, servendomi del metodo dei minimi quadrati; i valori più probabili delle costanti sono:

$$a : b : c = 0,98099 : 1 : 0,35200.$$

« Le relazioni tra i valori misurati e i calcolati risultano dal quadro seguente:

Spigoli misurati	Angoli trovati — Medie	Numero delle osservazioni	Peso compless. di ogni angolo	Limiti delle osservazioni	Valori calcolati da $a:b:c =$ $=0.98099:1:0.35200$
(110) . (1$\bar{1}$0)*	88.54	7	21	88.53 — 88.55	88.54
(010) . (110)	45.35	1	2	—	45.33
(100) . (110)	44.16	1	2	—	44.27
(110) . (310)	26.4	1	2	—	26.19
(111) . (1$\bar{1}$1)*	36.41	5	8	36.33 — 37.1	36.40
(111) . ($\bar{1}$11)*	37.22	3	6	37.13 — 37.31	37.24
(111) . ($\bar{1}\bar{1}$1)*	53.16	3	5	53.12 — 53.28	53.22
(110) . (111)*	63.17	10	17	63.1 — 63.30	63.19
(010) . (111)*	71.40	4	8	—	71.40
(11.10.11) . (111)	1.31	4	8	1.25 — 1.38	1.34
(11.10.11) . (110)	64.11	6	9	64.8 — 64.22	64.21
(11.10.11) . (11.$\bar{1}\bar{0}$.11)	33.58	2	3	33.58 — 33.59	33.31
(11.10.11) . ($\bar{1}\bar{1}$.$\bar{1}\bar{0}$.11)	51.54	1	2	—	51.21
(11.10.11) . (010)	73.12	2	3	72.59 — 73.18	73.14
(21.20.21) . (111)	0.48	1	2	—	0.49
(21.20.21) . (110)	63.48	1	2	—	63.51

« L'errore medio di una osservazione, per i sei angoli segnati coll'asterisco, i quali soli servirono al calcolo dei minimi quadrati, è $\mu = 0^{\circ}.2' \frac{1}{2}$. La esiguità di questo valore, relativamente a quello ottenuto da altri autori e da me stesso per natroliti di varie località, si spiega facilmente colla perfezione delle immagini che al goniometro danno tutte le facce; specialmente rimarchevoli sono i limiti entro i quali oscillano i valori ottenuti per le facce di }110{ , le quali, nei cristalli da me studiati, sono piane e brillanti in modo assolutamente diverso dall'abituale.

« Così pure è da notarsi la frequenza della forma }11 . 10 . 11{ , già conosciuta in altre località; le sue facce sono ampie quanto e più che quelle di }111{, e qualche volta una faccia di quest'ultima forma è interamente sostituita dalla corrispondente di }11 . 10 . 11{ . Mi piace insistere su questo in modo speciale, inquantochè le oscillazioni fortissime delle misure prese

p. es. sulla natrolite di Montecchio Maggiore e di Montecatini, oscillazioni che si verificano anche quando le facce della piramide sono piane e danno una immagine unica e netta, potrebbero forse, a parer mio, spiegarsi colla supposizione d'un fatto di questo genere.

« Una sola faccia osservai, e per vero dire assai piana e brillante, rispondente al simbolo }21 . 20 . 21{; ma, quantunque i valori misurati corrispondano perfettamente ai calcolati, sarei riluttante ad attribuirle il valore di una forma semplice distinta, se non mi decidesse a ciò fare (ma non senza riserve) l'autorità del Brögger (1) che trovò tale forma nella Natrolite di Arò, in Norvegia.

« Un solo cristallo mi offerse quattro facce ampie e brillanti del prisma }310{, da me trovato per la prima volta nei cristalli del M. Baldo, ma una sola mi diede una buona e netta immagine, essendo le altre striate parallelamente allo spigolo [(110) . $(1\bar{1}0)$].

« Due lamine, tagliate nello stesso cristallo limpidissimo, normalmente alle due bisettrici, mi diedero, nell'olio:

2 Ha = 62 . 32 (2) . . . . . . (Na)
2 Ho = 119 . 28 (3) . . . . . (Na)

« Da questi valori si calcola:

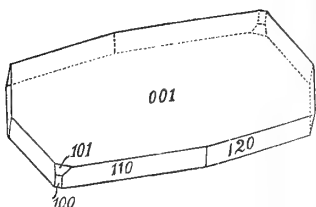
2 V = 62 . 00 . . . . . . (Na).

« Questa natrolite si trova a Bombiana, nel Bolognese, nelle fessure della roccia detta *Gabbro rosso*, insieme con analcime in cristalli spesso assai netti, di varia grandezza, della forma }211{, e calcite, per lo più compatta, ma che nei pochi casi in cui mostra qualche terminazione cristallina, appare di abito scalenoedrico. Tutto ciò, insieme alla presenza in questa località degli stessi minerali cupriferi che si trovano nella miniera di Montecatini in Val di Cecina, conferma la perfetta analogia dei due giacimenti.

« I cristalli terminati sono poco frequenti; la natrolite preferisce presentarsi uni sotto l'aspetto di numerosi prismi, torbidi e striati, più o meno intrecciati gli cogli altri, spesso grossissimi; infatti in un magnifico esemplare ne osservai alcuni grossi fino a 4 mm., e lunghi qualche centimetro, dimensioni paragonabili solamente a quelle della così detta Brevicite, di Brevig, in Norvegia ».

(1) Untersuchungen Norw. Miner. — Zeit. f. Kryst. III, 478.
(2) Media di 6 letture; limiti: 62 . 28 — 62 . 36.
(3) Media di 6 letture; limiti: 119 . 22 — 119 . 32.

Chimica. — *Sopra alcuni derivati nitrici dell' etere metilico dell'acido α-carbopirrolico.* Nota del dott. Francesco Anderlini [1], presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« L'anno scorso ho avuto occasione di ottenere notevoli quantità di etere metilico, dell'acido α-carbopirrolico, quale prodotto secondario dell'azione del joduro di metile sul suo sale sodico [2] ed ho creduto abbastanza interessante impiegare questo materiale, non tanto facile ad aversi in grande copia, per completare la storia chimica dell'acido carbopirrolico, che è l'acido fondamentale della serie del pirrolo.

« Non essendo stata determinata finora la forma cristallina dell'etere metilico di quest'acido ho tentato di ottenerlo in cristalli misurabili; ciò che facilmente riesce lasciando svaporare lentamente la sua soluzione nell' etere petrolico.

« I cristalli sono stati studiati cristallograficamente dal dott. G. B. Negri, che gentilmente mi comunicò quanto segue:

Sistema cristallino: monoclino

a:b:c = 1,36027:1:1,36788; β = 79°.42′

Forme osservate: (001) (110) (120) (100) (101)

Combinazioni osservate: (001) (110) (120)
(001) (110) (120) 100)
(001) (110) (120) (101) (100) Fig. 1.

Angoli	Misurati limiti	Misurati medie	Calcolati	n
100:001	79°.09 — 80°.20′	79°.42	*	14
100:101	39. 34 — 39. 49	39. 43	*	4
100:110	52. 52 — 53. 31	53. 14	*	6
120:$\bar{1}$20	40. 35 — 41. 48	41. 08	40°.58′	6
110:120	15. 19 — 16. 17	15. 58	16. 17	7
110:001	83. 36 — 84. 25	83. 56	83. 51	5
120:001	85. 40 — 86. 39	86. 13	86. 25	6
110:101	62. 27 — 62. 52	62. 35	62. 35	4
120:101	—	—	74. 23	

[1] Lavoro eseguito nel R. Istituto Chimico di Padova.

[2] Vedi Ciamician e Anderlini, *Sull'azione del joduro di metile sopra alcuni derivati del pirrolo,* Rend. IV (2° sem.) 165 e 198.

« I cristalli delle dimensioni talvolta di oltre due centimetri sono costantemente tabulari secondo (001), la quale si vede spesso arrotondata e a gradinate e soltanto in alcuni casi riflette buone immagini.

« Le facce di (110), (120) sono sempre presenti, in alcuni cristalli quasi egualmente estese, in altri predominanti le une sulle altre. La (100) rinviensi sempre secondaria, stretta, allungata, ora secondo [100:001], ora secondo [100:010]; la (101) è poco estesa ed è la meno frequente delle forme osservate, e si è dovuto cristallizzare la sostanza più volte per averla adatta a buone misure, affine di calcolare le costanti cristallografiche al completo.

« Sfaldatura perfetta e facilissima parallela a (100).

« Sulla 001 nell'aria si scorge un apice d'iperbole, il piano degli assi ottici è parallelo a (010), quindi dispersione inclinata, birifrazione energica positiva, $\varrho < v$. Nell'olio attraverso (001) si vedono tutti e due gli assi ottici, i quali formano un angolo di 85°.30′ (luce rossa), media di due misure, con 24 letture ciascuna.

« Fra l'etere metilico dell'acido α-carbopirrolico, l'acido α-carbopirrolico e l'etere metilico dell'acido pirrilgliossilico esistono alcune analogie morfotropiche, come risulta dal seguente specchietto:

	Etere metilico dell'acido α-carbopirrolico	*Acido α-carbopirrolico* [*Brezina* (1).]	*Etere metilico dell'acido pirrilgliossilico* (2) [*La Valle.*]
Sistema cristallino:	monoclino	monoclino	monoclino
100:110	53°.14′	54°.06′	49°.14
100:101	39 .43	—	37 .20
zona [100:001]	100:001=79. 42	001:$\bar{1}$01=80. 50	
Sfaldatura (100)	perfetta e facilissima	non osservata	perfetta e facilissima
Piano degli assi ottici	(010)	(010)	(010)
Senso della dispersione	$\varrho < v$	$\varrho > v$	
Birifrazione	positiva	positiva	

« È noto che l'acido carbopirrolico non dà con l'acido nitrico i composti nitrici corrispondenti, ma che perdendo anidride carbonica si trasforma in due dinitropirroli; l'unico acido nitrocarbopirrolico finora conosciuto è quello che Ciamician e Danesi (3) prepararono dalla pirocolla. Io ho studiato perciò il comportamento dell'etere carbopirrolico coll'acido nitrico fumante, sembrandomi probabile che il carbossimetile dovesse resistere maggiormente del carbossile libero all'azione dell'acido nitrico.

« Di fatto l'esperienza confermò pienamente le mie supposizioni ed il prodotto della reazione da me studiato è un miscuglio di composti da cui

(1) Monatshefte für chemie 1880, 279.
(2) Gazz. chim. XV, 9.
(3) Acc. L. M. (3) XII (1881-82); Gazz. chim. XII-28; Berl. Ber. 15-1082.

ho potuto finora separare l'etere di un acido mononitrocarbopirrolico che è differente da quello ottenuto da Ciamician e Danesi.

« L'operazione essendo alquanto delicata per l'azione distruttrice dell'acido nitrico credo utile esporre dettagliatamente la via da me seguita.

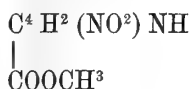
« In 20 grammi di acido nitrico, dens. 1,50, raffreddato con ghiaccio, si introduce a piccole porzioni un grammo di etere metilico dell'acido α-carbopirrolico, polverizzato.

« Non è conveniente far reagire per ogni saggio più di un grammo di materia ed è assolutamente indispensabile di agitare il liquido immediatamente dopo ogni aggiunta di etere e di attendere che questo sia completamente disciolto, in modo che la tinta molto bruna, che si osserva in principio, sia in gran parte scomparsa.

« Finita la reazione si versa subito la soluzione nitrica nell'acqua fredda evitando in tal modo un troppo lungo contatto dell'acido nitrico coi nuovi prodotti. Si ottiene così una soluzione rosso bruna, limpida, ma che diventa gialla in breve, senza formare deposito. Si neutralizza quasi tutto l'eccesso di acido prima con soda caustica, evitando però con cura il riscaldamento del liquido, ed infine lo si rende alcalino con carbonato sodico. La soluzione, che diventa bruna, viene estratta ripetutamente con etere fino ad esaurimento e la soluzione eterea viene a sua volta agitata a più riprese con una soluzione concentrata di carbonato sodico, fin che questa non si colora ulteriormente.

« Distillando l'etere rimane un residuo giallo-chiaro, che si fa cristallizzare dall'acqua bollente e si scolora con nero animale. Pel raffreddamento si depositano piccoli aghetti perfettamente bianchi che fondono a 197°.

« L'analisi diede numeri che conducono alla formula

$$\begin{array}{l} C^4\,H^2\,(NO^2)\,NH \\ | \\ COOCH^3 \end{array}$$

0,1380 gr. di sostanza svolsero 18,8 c. c. di nitrogeno misurato a 8°.5 e 677,3^{mm}.

« In 100 parti :

	trovato	calcolato per $C^6\,H^6\,N^2\,O^4$
N	16.65	16.47

« Questo composto è quindi l'etere metilico di un acido mononitrocarbopirrolico.

« Un tentativo di riduzione fatto allo scopo di ottenere un composto amidato diede, come del resto era da aspettarsi, risultati non soddisfacenti.

« Per vedere se il composto ora descritto fosse l'etere metilico di un acido nitrocarbopirrolico diverso da quello ottenuto da Ciamician e Danesi, come lo faceva supporre il suo elevato punto di fusione, ho preparato l'acido libero.

« L'etere venne per ciò sciolto nella potassa diluita e fatto bollire fino

a completa saponificazione. Terminata la reazione (dopo circa un'ora) si neutralizzò la potassa con acido solforico, che fu aggiunto in lieve eccesso, e si agitò la soluzione con etere. Svaporato questo, il residuo venne sciolto nell'acqua e fatto più volte cristallizzaare da questo solvente. Il composto cristallizza in bellissimi aghi trasparenti leggermente colorati in giallo, di splendore serico.

« Nel vuoto sull' acido solforico perdono acqua e diventano opachi. Il composto anidro fonde con decomposizione a 217°.

0,4946 gr. di sostanza perdettero 0,0504 Gr. di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^5H^4N^2O^4+H^2O$
H^2O	10.19	20.34

« Dall'analisi dell'acido anidro si ottennero i risultati seguenti:

0.1404 gr. di sostanza diedero 0.1980 gr. di CO^2 e 0.035 gr. di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^5H^4N^2O^4$
C	38.46	38.46
H	2.77	2.57

« L'acido mononitrocarbopirrolico è poco solubile nell'acqua fredda, solubile nella bollente, nell' alcool e nell' etere, insolubile invece nel benzolo anche caldo.

« La sua soluzione acquosa dà le reazioni seguenti:

col *nitrato d'argento*: precipitato gelatinoso gialliccio;
col *cloruro mercurico*: nessun precipitato;
col *cloruro ferrico*: precipitato bruno chiaro;
coll'*acetato di piombo basico*: precipitato giallo chiaro;
coll'*acetato neutro di piombo*: nessun precipitato;
coll'*acetato* e *solfato di rame*: id.
coi *sali di bario*: id.

« La soluzione acquosa del sale ammonico dà:

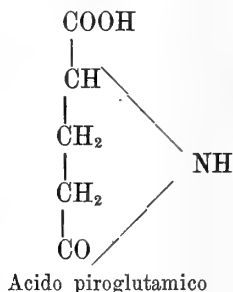
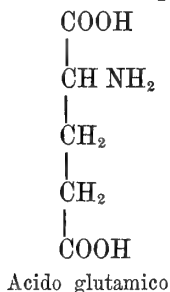
col *nitrato d'argento*: precipitato giallo opaco;
col *cloruro mercurio*: id. id.

« L'acido mononitricocarbopirrolico da me ottenuto è dunque diverso da quello descritto da Ciamician e Danesi, che fonde a 144° — 146°, e la differenza dipende evidentemente dalla posizione del residuo nitrico, che per ragioni, che mi riserbo di esporre in una mia prossima comunicazione, sarà probabilmente una delle posizioni β.

« Rimando pure ad un'altra pubblicazione la descrizione dei prodotti che accompagnano l'etere ora descritto e che sono solubili nei carbonati alcalini ».

Chimica. — *Sull'acido piroglutamico.* Nota di F. ANDERLINI [1], presentata dal Corrispondente G. CIAMICIAN.

« Haitinger [2] ha ottenuto l'acido piroglutamico scaldando l'acido glutamico a 180°-190°, ma non lo ha descritto dettagliatamente. Uno studio più completo di questo acido poteva offrire interesse per le sue relazioni col pirrolo; Haitinger trovò che l'acido piroglutamico si trasforma in pirrolo distillando il suo sale di calcio. Da questa reazione e tenendo conto della sua composizione si deduce, che esso possa essere un derivato carbossilico di una ossipirrolidina.

Acido glutamico — Acido piroglutamico

« Ho tentato in vari modi di stabilire con certezza la costituzione dell'acido piroglutamico e sebbene le mie esperienze non sieno state coronate da buon successo, pure pubblico i risultati ottenuti, perchè trattandosi di un corpo molto difficile ad ottenersi per la sua lunga e dispendiosa preparazione, ogni osservazione, anche modesta, può avere un certo valore.

« Prima di procedere alle mie ricerche, ho voluto determinare ancora una volta la formula dell'acido piroglutamico, che Haitinger dedusse dall'analisi dell'acido libero, preparando ed analizzando il suo sale argentico.

« Questo sale si prepara facilmente trattando la soluzione concentrata e neutra del sale ammonico con nitrato d'argento. Dopo qualche minuto si separa un precipitato cristallino, che si depura facendolo ripetutamente cristallizzare dall'acqua bollente.

« I cristallini, che si ottengono, sono perfettamente bianchi, alla luce si colorano lentamente. È appena solubile nell'acqua fredda, solubile nell'alcool diluito e fonde fra 176°-180°.

« Una determinazione di argento, del sale seccato nel vuoto sull'acido solforico, diede i risultati seguenti:

0.2902 gr. di sostanza diedero 0.1330 gr. di Ag

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^5 H^6 NO^3 Ag$
Ag	45.83	45.76

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico di Padova.

(2) Monatshefte für Chemie III, 228.

« Nel fare cristallizzare dall'acqua ripetutamente e lentamente l'acido piroglutamico, sono riuscito ad ottenere cristalli bene sviluppati e misurabili, che fondono a 182-183° e che furono studiati cristallograficamente dal dott. G. B. Negri, il quale volle comunicarmi gentilmente quanto segue:

Sistema cristallino: monoclino; emimorfo

$a:b:c = 0.8239:1:0.5281$; $\beta = 81°\,10'$

Forme osservate: (110), (011) alle quali si accompagnano (451), ($\bar{6}71$), ($\bar{1}21$) secondarie, trovate in un solo cristallo.

Angoli	Misurati Limiti	Medie	Calcolati	n
$110:1\bar{1}0$	78°.00′ — 78°.38	78°.18′	*	9
$110:011$	66. 15 — 66. 52	66. 34	*	5
$\bar{1}10:011$	78. 49 — 79. 58	79. 15	*	6
$110:451$		14. 58	15.25	1
$451:011$		52. 20	51.09	1
$\bar{6}71:\bar{1}10$		12. 20	12.06	1
$\bar{1}21:\bar{1}10$		47. 50	46.54	1
$\bar{1}21:011$		32. circa	32.21	1
$451:\bar{6}71$		90. »	88.41	1

« La (451) sta nella zona [110:011]; le $\bar{1}21$, $\bar{6}71$ stanno nella zona [$\bar{1}10$:011].

« I cristalli sono piccoli, incolori, trasparenti. Le facce di tutte le forme in generale sono poco perfette e riflettono sovente immagini multiple. In venti e più cristallini osservati alle quattro facce di (110) si associano sempre due facce soltanto di (011), non parallele, poste ad una estremità dell'asse di simmetria, sicchè i cristalli presentano un bell'esempio di evidente emimorfia. Anche la sfaldatura abbastanza perfetta secondo (001) e la direzione dei piani di massima estinzione su (001) e (110) confermano il sistema monoclino; il piano di simmetria è quello bisecante l'angolo ottuso del prisma (110). In tre cristalli sfaldati si ebbe: 001:110 = 83° 25′ (media di 6 angoli misurati); dal calcolo si ha: 001:110 = 83° 10′.

« Sulle lamine rombiche (001) di sfaldatura i piani di massima estinzione vanno paralleli alle due diagonali, mentre sulle facce 110 e $1\bar{1}0$ i piani di massima estinzione sono simmetricamente disposti rispetto a 010, facendo, sulla 110, un piano di massima estinzione un angolo di 5°.30′ (media di 3 misure, con 12 letture ciascuna a luce bianca) con lo spigolo [110:$1\bar{1}0$] nell'angolo fra questo spigolo e [001:110].

« Stante la poca quantità di cristalli avuti a mia disposizione, non mi fu possibile istituire altre osservazioni ottiche sicure, nè riconfermare dal lato fisico l'emimorfia geometrica anzidetta.

« Per dimostrare la costituzione dell'acido piroglutamico ho tentato di ridurlo col sodio ed alcool amilico e coll'acido jodidrico e fosforo, sebbene in entrambe le reazioni si formino piccole quantità di un prodotto alcalino di un odore, che ricorda molto quello della *pirrolidina*; pure non ho potuto stabilirne con certezza l'identità. Nella riduzione coll'acido jodidrico e fosforo si formano inoltre ammoniaca ed acido butirrico. Nè più fortunati furono i miei tentativi facendo agire sull'acido piroglutamico il pentacloruro di fosforo, l'acido cloridrico ed il joduro di metile.

« Sebbene le reazioni suaccennate non mi abbiano dato risultati tali che servano di appoggio alla costituzione dell'acido scoperto dall'Haitinger, pure credo che la formola sopraespposta ne rappresenti la costituzione ».

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Piccone. *Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani »*. Presentata dal Segretario a nome del Socio Passerini.

G. Mengarini. *Elettrolisi colle correnti alternanti*. Presentata dal Socio Blaserna.

A. Pezzolato. *Sul modo di valutare la Nicotina in presenza dell'ammoniaca. Applicazione del metodo alla valutazione di quelle basi nel tabacco o nei succhi del tabacco*. Presentata dal Socio Cannizzaro.

L. G. Pelissier. *Catalogue de quelques manuscrits de la Bibliothèque Corsini*. Presentata dal Socio Tommasini.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Govi, legge una relazione colla quale si approva la stampa negli Atti accademici, della Memoria del dott. A. Battelli intitolata: *Sul fenomeno Peltier a diverse temperature, e sulle sue relazioni col fenomeno Thomson e colle forze elettromotrici delle coppie termoelettriche*.

Lo stesso Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Cannizzaro, riferisce sulla Memoria del dott. G. Mengarini, intitolata: *Elettrolisi colle correnti alternanti*, concludendo per la inserzione del lavoro negli Atti.

Le precedenti conclusioni delle Commissioni esaminatrici, messe partitamente ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste il vol. XXVIII della *Relazione* sui risultati scientifici ottenuti colla spedizione del « Challenger ».

Il Socio Betocchi presenta la pubblicazione dell'ing. B. Colbertaldo intitolata: *Confutazione di un secondo opuscolo del sig. A. Bulla.*

Il Socio Tommasini presenta l'opera del sig. U. Balzani: *The Popes and the Hohenstaufen*, e ne discorre.

Il Socio Todaro presenta il libro testè pubblicato dal prof. N. Campanini intitolato: *Lazzaro Spallanzani — Viaggio in Oriente.* Torino, Bocca, 1888, e ne dà la seguente relazione:

« Rendere note al pubblico le osservazioni fatte da Lazzaro Spallanzani nel suo viaggio in Oriente, e che erano rimaste inedite, è opera che merita lode. Il Campanini con questa pubblicazione ha cercato di esporre ordinatamente i risultati delle osservazioni, sopratutto scientifiche, fatte da Lazzaro Spallanzani nel suo viaggio in Oriente, riassumendole in parte dalla diaria scritta dal grande naturalista durante il suo viaggio a Costantinopoli, in parte da altri manoscritti del medesimo rimasti fin qui inediti. In questo viaggio sono degni di speciale considerazione la descrizione della Nafta trovata in quel di Zante (p. 78-86); le osservazioni fisiche istituite nell'isola di Citera, le quali riguardano sopra tutto la natura vulcanica di quell'isola e le conchiglie aderenti alla materia vulcanica; le osservazioni fatte sulle Meduse (p. 124-135); la descrizione delle pietre diasprine, de' diaspri, delle agate, corniole, calcedonie e selci trovate sulla riva del Bosforo (p. 248-261); la descrizione macroscopica di alcune ascidie (p. 261-274); la circolazione degli umori negli animali marini (pag. 275-292).

« Nè lo Spallanzani ha dimenticato, fra le osservazioni scientifiche, anche quelle archeologiche, come ne fanno fede le sue note intorno alle rovine di Troia (p. 115-121); e le osservazioni meteorologiche fatte durante il viaggio (p. 163 e seg.), denotano lo spirito acutissimo di osservazione nell'eminente naturalista. Il merito del Campanini consiste non solo nell'ordine, che egli ha saputo dare a memorie frammentarie, con le quali lo Spallanzani stesso non aveva inteso di comporre una descrizione ordinata ed unica; ma di avere eziandio rilevato come questo apparente disordine fosse dovuto al modo, con cui il grande naturalista avea scritte le sue osservazioni.

« Egli, a questo proposito, fa notare come persino il Corradi — il quale, a

detta del Campanini, è stato il primo a dare un completo ragguaglio delle opere dello Spallanzani — fosse caduto nell'errore di credere disordinate queste memorie, e come il Corradi fosse stato tratto in inganno, dall'avere avuto sott'occhio, non gli originali manoscritti, ma copie male ordinate dal copista. Il Campanini dà la più bella prova della sua asserzione, nel modo con cui presenta al lettore in ordine cronologico le osservazioni fatte dallo Spallanzani durante il suo viaggio; e le molte tavole e numerosi documenti, di cui il lavoro è arricchito, mostrano l'esattezza e la pazienza veramente maravigliosa, con la quale il Campanini ha condotto a termine questo lavoro ».

Il Corrispondente Siacci fa omaggio di una copia della seconda edizione della sua opera intitolata: *Balistica*.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna dà comunicazione dei seguenti elenchi dei lavori presentati per prender parte ai concorsi scaduti col 31 dicembre 1888.

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio reale di *fisica*.
(31 dicembre 1888).

1. Artimini Filippo. *Metodo per misurare la dilatazione termica dei corpi solidi* (st.).

2. Bagnoli Ugo. *Teorie fondamentali dell'elettricità* (st. con appendice ms.).

3. De Lorenzi Angelo. *Progetto di una Aereonave dirigibile* (ms.).

4. Ferrari Ciro. 1) *Risultati ottenuti dalle ricerche sulle osservazioni dei temporali negli anni 1880-83* (3 Note) (st.). — 2) *Sulla dinamica dei temporali* (st.). — 3) *Relazioni fra un temporale e la distribuzione degli elementi meteorici secondo l'altezza* (st.). — 4) *Andamento tipico dei registratori durante un temporale* (st.). — 5) *Sul modo di preservare le piante dalla grandine* (st.). — 6) *Scritti diversi che si connettono coi precedenti* (st.).

5. Giordano Giacomo. *Fonografo ed altre applicazioni di un nuovo mezzo grafico* (ms.).

6. Giraud Giuseppe. *Nuova base per la meccanica razionale* (ms.).

7. Pitrelli Nicola. *Sostituzione della forza d'inerzia a quella dell'acqua, dell'animale, del vapore ed anche delle molle, con moto perpetuo* (ms.).

8. Righi Augusto. 1) *Descrizione ed uso di una macchina d'Holtz di costruzione speciale* (st.). — 2) *Sulla dilatazione dei coibenti armati*

per effetto della carica (st.). — 3) *Sui fenomeni elettrici delle bolle di Canton* (st.). — 4) *Sopra un caso di polarità permanente dell'acciaio, inversa di quella dell'elica magnetizzante* (st.). — 5) *Sulle variazioni di lunghezza che accompagnano la magnetizzazione* (st.). — 6) *Sulla dilatazione galvanica* (st.). — 7) *Sulla formazione dell'albero di Marte* (st.). — 8) *Alcune esperienze coi nuovi tubi di Crookes e con tubi di Geissler* (st.). — 9) *Sulla polarità permanente inversa dell'acciaio* (st.). — 10) *Altre esperienze coi tubi di Crookes* (st.). — 11) *Contribuzioni alla teoria della magnetizzazione dell'acciaio* (st.). — 12) *Le ombre elettriche* (Nota) (st.). — 13) *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo di una calamita* (Memorie I^a e II^a) (st.). — 14) *Sulla fotografia delle scintille elettriche, ed in particolare di quelle prodotte nell'acqua* (st.). — 15) *Nuove ricerche sul fenomeno di Kerr* (st.). — 16) *Descrizione d'un nuovo polarimetro* (st.). — 17) *Sulla causa della polarizzazione rotatoria magnetica* (st.). — 18) *Sulla calibrazione elettrica d'un filo* (st.). — 19) *Studi sulla polarizzazione rotatoria magnetica* (st.). — 20) *Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie equatoriale di una calamita* (st.). — 21) *Sui fenomeni che si producono colla sovraposizione di due reticoli, e sopra alcune loro applicazioni* (st.). — 22) *Sulla conducibilità termica del bismuto nel campo magnetico* (st.). — 23) *Rotazione delle linee isotermiche del bismuto posto in un campo magnetico* (st.) — 24) *Sulla forza elettromotrice delle coppie a liquido poco conduttore* (st.). — 25) *Sulla conducibilità calorifica del bismuto posto in un campo magnetico* (st.). — 26) *Di alcuni nuovi fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni* (Note I-VI) (st.). — 27) *Sulla forza elettromotrice del selenio* (st.). — 28) *Nuove figure elettriche* (st.). — 29) *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni* (Memorie I^a e II^a) (st.). — 30) *Alcune esperienze colla scarica di una grande batteria* (st.). — 31) *Sulle coppie a selenio* (st.).

9. Anonimo. (« Nihil sub sole novum »). *La pluralità delle forze fisiche* (ms.).

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio reale per la *morfologia normale e patologica.*

(31 dicembre 1888).

1. Belfiore Giulio. *L'ipnotismo e gli stati affini* (st.).

2. Della Valle Antonio. *Gammarini del golfo di Napoli* (ms.).

3. Ferrari Primo. 1) *Della lepra in Italia e più specialmente in Sicilia* (st.). — 2) *Il pelo* (st.). — 3) *Vaccino e vaccinazione* (st.).

4. Grassi Battista. 1) *Intorno allo sviluppo delle api nell'uovo* (st.).— 2) *Morfologia delle scolopendre* (st.).— 3) *Intorno ad un nuovo aracnide artrogastro* (st.). — 4) *Anatomia comparata dei Tisanuri* (st.). — 5) *Nuove*

osservazioni sull'eterogenia del Rhabdonema (Anguillula) *intestinale. Considerazioni sull'eterogenia* (st.) — 6) *Re e regina di sostituzione nel regno delle Termiti* (st.). — 7) *Ricerche embriologiche sui Cestodi* (ms.).

5. Mondino Casimiro. 1) *Studi sul sangue*: a) *La produzione delle piastrine nel sangue dei vertebrati ovipari* (Nota preventiva in collab. col prof. L. Sala) (st.); b) *La produzione delle piastrine e l'evoluzione delle emazie nel sangue dei vertebrati vivipari* (st.); c) *Sulla produzione delle piastrine nel sangue dei vertebrati ovipari.* Nota 1ª (in collab. col prof. L. Sala); d) *Sulla genesi e sullo sviluppo degli elementi del sangue nei vertebrati* (st.). — 2) *Studi sulla infiammazione sperimentale dei centri nervosi*; a) *Sulla cariocinesi delle cellule nervose negli animali adulti consecutiva ad irritazione cerebrale* (st.); b) *Nuove osservazioni intorno all' infiammazione traumatica sperimentale del tessuto cerebrale* (st.); c) *Sulla cariocinesi delle cellule del Purkinje consecutiva ad irritazione cerebrale* (st.). — 3) *Sull'uso del bicloruro di mercurio nello studio degli organi centrali del sistema nervoso* (st.). — 4) *Sulla struttura delle fibre nervose midollate periferiche* (st.) — 5) *Sopra un caso di demenza consecutiva ad ostruzione dell'arteria basilare* (st.). — 6) *Sullo stato cribroso del cervello* (st.).

6. Saccardo Pier Andrea. *Sylloge fungorum omnium hucusque cognitorum.* Vol. IV-VII (st.).

7. Tafani Alessandro. 1) *Andamento e terminazione del nervo ottico nella retina dei Coccodrilli* (Champsa Lucius) (st.). — 2) *L'organo del Corti nelle Scimmie* (st.). — 3) *La circolazione nella placenta di alcuni mammiferi* (st.). — 4) *Della presenza di un terzo condilo occipitale nell'uomo* (st.).— 5) *Sulle condizioni utero-placentari della vita fetale* (st.).— 6) *I primi momenti dello sviluppo dei mammiferi* (ms.).

Elenco dei lavori presentati per concorrere ai premi del Ministero per le *scienze fisiche* e *chimiche.*

(Premio non conferito e rimesso a concorso. Scadenza 31 dicembre 1888).

1. Battelli Angelo. 1) *Sulle correnti telluriche* (ms.). — 2) *Sul fenomeno Peltier e sulle sue relazioni col fenomeno Thomson e colle forze elettromotrici delle coppie termoelettriche* (ms.). — 3) *Intorno all'influenza della magnetizzazione sopra la conducibilità termica del ferro* (st.). — 4) *Sulle proprietà termoelettriche delle leghe* (st.). — (5 *Sull'effetto Thomson.* (st.) — 6) *Sul fenomeno Thomson.* Nota 2ª (st.). — 7) *Sul fenomeno Thomson nel piombo* (st.). — 8) *Il fenomeno Thomson nel nikel.* (st.) — 9) *Sulla termoelettricità del mercurio e delle amalgame* (st.). — 10) *Sulla resistenza elettrica delle amalgame* (st.). — 11) *Sulle variazioni della resistenza elettrica e del potere termoelettrico del nikel al variare della temperatura* (st.).

2. Grimaldi Giovanni Pietro. 1) *Sulla dilatazione termica dei liquidi a diverse pressioni* (2 Memorie) (st.). — 2) *Sulla verificazione della equazione di van der Waals per il tiofene* (st.). — 3) *Sopra alcune equazioni della teoria dei liquidi* (st.). — 4) *Sulla teoria dei liquidi* (st.). — 5) *Sulla resistenza elettrica delle amalgame di sodio e di potassio* (st.). — 6) *Sulle azioni termomagnetiche di v. Ettingshausen e Nernst* (st.). — 7) *Influenza del magnetismo sul comportamento termoelettrico del bismuto* (st.).— 8) *Influenza del magnetismo sulle proprietà termoelettriche del bismuto* (st.).— 9) *Sopra una relazione fra il potere termoelettrico delle coppie bismuto-rame e la loro sensibilità rispetto all'azione del magnetismo* (st.). — 10) *Sulle modificazioni prodotte dal magnetismo nel bismuto* (st.). — 11) *Influenza della tempera sulle proprietà termoelettriche del bismuto* (st.). — 12) *Sopra una corrente galvanica ottenuta col bismuto in un campo magnetico* (st.).

3. Anonimo. (« L'osservazione e le esperienze devono essere il fondamento di ogni teoria fisica »). — *Sull'azione dell'aria, del vapore acqueo, dell'acqua allo stato vescicolare e delle polveri atmosferiche sopra i raggi colorati che compongono la luce solare. Applicazione alla meteorologia.*

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio Carpi per l'*embriologia* (1887-88).

Fusari Romeo. *Sulle prime fasi di sviluppo dei Teleostei* (ms.).

Il Segretario Blaserna comunica inoltre il seguente concorso a premio della R. Accademia delle scienze di Bologna.

« Una Medaglia d'oro del valore di Lire italiane 1000 sarà conferita all'autore di quella Memoria che fondandosi sopra dati sicuri o di Chimica o di Fisica o di Meccanica applicata, indicherà nuovi ed efficaci sistemi pratici o nuovi apparecchi per prevenire o per estinguere gl'incendi ».

Tempo utile, 9 maggio 1890.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica una lettera dell'ing. C. Viola, colla quale questi chiede di ritirare la sua Memoria: *Sul principio del minimo lavoro di deformazione*, presentata per esame.

Lo stesso Segretario dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Harlem; la Società Reale di Edinburgo; la Società degli antiquarî di Londra: la Società filosofica di York;

la Società storica di Leida; il R. Museo Industriale di Torino; il Museo di geologia pratica di Londra; l'Università di Strasburgo; l'Osservatorio Lick di California; il Comitato geologico russo di Pietroburgo.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia delle scienze di Bologna; il R. Istituto di studî superiori di Firenze; la R. Accademia delle scienze di Harlem: il Museo Teyler di Harlem; le Università di Tubinga e di Utrecht.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 20 gennaio 1889.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Filologia. — *Le canzoni geez-amariña in onore di Re Abissini.* Nota del Socio Guidi.

« Nella letteratura amarica gli scritti non tradotti ma originali, sono pochi, e fra questi le antiche canzoni in onore dei Re di Abissinia sono singolarmente importanti per più riguardi, ed in ispecie per la filologia, essendo esse forse il più antico monumento della lingua ora predominante d'Abissinia. Era pertanto desiderabile che venissero pubblicate per intero queste canzoni che ci sono conservate in due codici: l'uno della Bodleiana in Oxford, l'altro della Bibl. Nazion. in Parigi [1], e delle quali non fu pubblicata se non una parte nella *Amharische Sprache* del prof. Praetorius.

« In molti luoghi di queste canzoni il senso è oscuro, e la loro interpretazione sarà probabilmente più facile, quando sieno meglio conosciute le croniche nazionali e la storia dei Re che nelle canzoni vengono celebrati. Perciò mi è sembrato miglior consiglio per ora il restringermi a pubblicare

[1] Cf. i Cataloghi del Dillmann p. 76, e del Zotenberg p. 218.

accuratamente il testo, quale ci è conservato tanto nell'uno quanto nell'altro dei due codici che ho menzionati.

« Gli orientalisti accoglieranno con favore, io spero, questa pubblicazione che essi devono non tanto a me, quanto ad alcuni colleghi che amichevolmente mi fornirono la copia di queste canzoni, e rividero poi le bozze di stampa sui codici stessi; saran grati pertanto, come io medesimo lo sono, ai signori Zotenberg, Driscoll, dr. Brünnow e specialmente al professor R. Basset (1).

I.

1 ገጽ ፡ ዣን ፡ ይስሐቄ ፡ ገጽ ፡
የአርያም ፡[a] ይመስል ፡ አንቀጽ ።
እሳት ፡ ይመስል ፡ ብቈጽ ፡
ከመ ፡ መዳልው ፡ ልጽሉጽ ።
5 ገጹ ፡ እንድ ፡ ያስደነግጽ ።[b]
እስራኤላዊ ፡ መደንግፅ ።
*ዓይን ፡ ቀራንቱን[c] ፡ ቢገልጽ ።
ማን ፡ የሐዩኽ ፡[d] ገጽ ፡ በገጽ ።
ዓይን ፡ *እንደ ፡ ሎሚ ፡[e] ይፈርጽ ።[f]
10 ገላው[g] ፡ እንደ ፡ *ሸንኮርት ፡ ይል
ሐጽ ።[h]
የሐየኽ ፡[i] ገጽ ፡ በገጽ ።
እሳት ፡ ይመስል ፡ ዣን ፡ ተራራ ፡ ኒ
ዘ ፡[k] ሲልጽ ።
ማዕበሉ ፡ ሲቈረጽ ።[l]
እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[m]
ዣን ፡ ይስሐቄ ፡[n] ገጽ ። 15
አንበሳ ፡ ይመስል ፡ ዣን ፡ ፍሬዳ ፡ ኒ
ዘ ፡[k] ሲጋየጽ ።
ማእከለ ፡ ገዳውን ፡[o] ሲፈጻፍጽ ።[p]
*ጋማውን ፡ ሐገለጽ ።[q]
*እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[r]
እንዲአት ፡[s] ታስተደነግፅ ።[t] 20
ጎሸ ፡[u] ከፈላው ፡ ሲወጽ ።
ዱር ፡ በቀንዱ ፡[v] ሲገልጽ ።
እስትንፋሱ ፡ ቢቈረጽ ።
ደንግያ ፡[x] በእግሩ ፡ ሲፈልጽ ።
*እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[y] 25
እንዲአት[s] ፡ ታስተደነግፅ ፡[z]
ደንግያ ፡[x] በቍልቍለት ፡[aa] ሲሮጽ ።[bb]
*እርሱ ፡ በእርሱ ፡[cc] ሲፋለጽ ።
*እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[y]

a) በአ—. b) እንዲያሰደ ፡ ግፅ ፡ c) ዓይኑ ፡ ቀራንብቱን ፡ d) አየህ ፡ e) እንደሎሚ ፡ f) ይፍረ—. g) ገለው ፡ h) —ኩር— ፡ ይላጽ ፡ i) ያየህ ፡ k) እ'ኒዘ ፡ l) —ፅ ፡ m) —ዲያስደነግጽ ፡ n) ይስቄ ፡ o) አግዳ—. p) —ጺ—. q) Om. r) —ዲያሰ—. s) እንዴት ፡ t) ያስደ—. u) ጎሽ ፡ v) —ዱ ፡ x) —ጊያ ፡ y) —ዲሰደ—. z) ታስደ—. aa) በቁልቁ—. bb) —ሮፅ ፡ cc) —ሱ ፡ በር—.

(1) Il testo riproduce esattamente il codice di Oxford: le note dànno tutte le varianti (comprese quelle di semplice ortografia ecc.) del codice di Parigi.

30 *እንዲአት ፡ ታስተደነግፅ ።[a]
ኮከብ ፡ ትመስል ፡ ዣን ፡ በጽሩ ፡ ሰማ
ይ ፡[b] ሲሮጽ ።[c]
*ወደ ፡ ምዕራብ ፡[d] ሲሠርፅ ።
ገጽኹ ፡ *እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[e]
ሲሬ ፡ ሠራዌ ፡[f] ይመስል ፡ ዣን ።
35 ሐምበል ፡[g] አልብሶ ፡ ረመጽ ።[h]
ጐድን ፡ በሪም ፡ ሲፈጸፍጽ ።
ሐንገት ፡[g] በሰይፍ ፡ ሲቈርጽ ፡[i]
ገጽኹ ፡ *እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[k]
ዣን ፡ ይስሐቄ ፡ ገጽ ።
40 ምልአት ፡ ይመስል ፡ ዣን ።
ሳፍ ፡ ለሳፍ ፡ ካንፈርዓጽ ።[l]
ወርካ ፡ ከስሩ ፡ ነቅሎ ፡ ሲያሮጽ ።

*እንድ ፡ ያስደነግፅ ።[k]
ገጽኹ ፡ የዣን ፡ ይስሐቄ ፡ *እንድ ፡
ያስደነግጽ ።[m]
45 ዣን ፡ ይስሐቄ ፡[n] ገጽ ።
ፈረስ ፡ ሰሮ ፡[o] ሲጋየጽ ።
ሰላጢን ፡[p] ኂዞ ፡[q] የግብጽ ።
ዛብያው ፡[r] ያይታወቅ ፡ ዕፅ ።
ማን ፡ ይሐይኽ ፡[s] ገጽ ፡ በገጽ ።
50 ወምበዴ ፡ ጠፉ ፡ ለደምጽ ።[t]
ዓይን ፡ በፍልሕ ፡ ሳታፈርፅ ።[u]
እጅ ፡ በብልሕ ፡ ሳትቈርጽ ፡[v]
ጥበብሕ ፡[x] የግብጽ ።[y]
ኃይልኽ ፡[x] የሕንፅ ።

II.

1 ዣን ፡ ይስሐቄ ፡ ትኵር ።
ትኰረቱም ፡[z] ተምክር ።
የዣን ፡ ይስሐቄ ፡ ነገር ።
ብሐብል ፡[aa] በቃል ፡[bb] ጐዣም ፡[cc] ይ
ንግር ።
5 ሐፍሶ ፡[dd] አይፈ[illegible]ጁ ፡[ee] አፈር ።
መትሮ ፡ አይፈ[illegible]ጁ ፡[ee] ግራር ።
እስኩ ፡ ይንገር ።[ff]
የአሳታዊ ፡[gg] ዱር ።

ለበቍሎ ፡[hh] አልበቃው ፡[ii] መትከ
ል ።[kk]
10 ለፈረስ ፡[ll] አልበቃው ፡ ጩንገር ።
በሐብልም ፡[mm] በቃል ፡ ጉማን ፡[nn] ይ
ንገር ።[ff]
ብዝቱን ፡ የሚያቈጽር ።[oo]
ሻንቅላ ፡[pp] ይንገር ።[ff]
ፍየሉን ፡ የሚያቈጽር ።[oo]
15 ቢዛሞ ፡[qq] ይንገር ።[ff]

a) —ዴት ፡ ታስተደ—. b) ስ—. c) —ሮፅ ። d) In una sola parola. e) —ዲያ—ጽ ። f) ሲሬ—. g) ሐ—. h) —ም—. i) —ቆ—. k) —ዲያ—. l) ከ—. m) —ዲያ—ፅ፡ n) ይስቄ ፡ (sic). o) ሲያሮጽ፡ p) —ለ—. q) እኂዞ፡ r) ዘ—. s) ያአየህ፡ t) —ድ—. u) ሰ—. v) ስ—ፅ፡ x) —ህ፡ y) —ፅ፡ z) —ኩ—. aa) በ—. bb) —ለ ፡ cc) — ዠ— (sic). dd) አፍ—. ee) Senza litur. ff) —ግ—. gg) —እ—. hh) በበቅ—. ii) ያል— (in Oxf. አ—?). kk) —ተ—. ll) በፊ—. mm) —ኀበ—. nn) Om. oo) —ሚቄፅ—. pp) ሸ—. qq) —ማ ፡

ብዝት ፡ የሚያቈጽር ። [a]
ሶቢ ፡ ይንገር ። [b]
ብዝት ፡ የሚያቈጽር ። [a]
በረድ ፡ ይንገር ። [c]
20 ብዝት ፡ [d] የሚያቈጽር ። [a]
ቦጥ ፡ [e] ይንገር ። [b]
ገቹን ፡ [f] የሚያቈጽር ። [a]
ማለጕ ፡ [g] ይንገር ። [b]
ገቹን ፡ [h] የሚያቈጽር ። [a]
25 *ሐርበዋሽ፡ይንገር ። መበሽ ፡ ይንገር ።
ገቹን ፡ [h] የሚያቈጽር ። [i]
አበድራይ ፡ ይንገር ። [b]
ገቹን ፡ [h] የሚያቈጽር ። [a]
ገምቦ ፡ ይንገር ። [b]
30 ግብሩን ፡ የሚገብር ።
አብሽሎ ፡ [k] ተብቅል ።
ግምጃ ፡ ቤት ፡ የሚጀጕል ። [l]
ሻት ፡ [m] ይንገር ።
ገቹን ፡ የሚገብር ።
35 ድጋእት ፡ ይንገር ። [b]
ዋማ ፡ ይንገር ።
ዜት ፡ ይንገር ።
ወርቁን ፡ የሚገብር ።
እናርያ ፡ ይንገር ።
40 ቦሽ ፡ [n] ይንገር ። [b]
ወርቁን ፡ የሚገብር ።

ዝንጀሮ ፡ [o] ይንገር ።
ከምባት ፡ ይንገር ።
ፈረሱን ፡ የሚያቈጽር ።
እነሞር ፡ [p] ይንገር ። 45
ቀረቀር ፡ [q] ይንገር ። [b]
ሐውዘኛ ፡ ይንገር ። [b]
ፈረስ ፡ የሚገብር ።
ቍጬ ፡ [r] ይንገር ። [b]
ዝርጎ ፡ [s] ይንገር ። [b] 50
የአንበሳ ፡ መትከል ፡ ብስ ፡ ደንግያ ፡ [t]
የኖር ። [u]
ኳራ ፡ [v] ይንግር ።
ፈረሱን ፡ የሚገብር ። [x]
ዛቶ ፡ ይንገር ። [b]
ወላሞ ፡ [y] ይንግር ። [b, x]
ባሕር ፡ ገሞ ፡ ይንገር ።
ሱፍ ፡ ገሞ ፡ ይንገር ። [x]
ፈረስ ፡ ይሚገብር ።
ሐለባ ፡ ይንገር ። [x]
ቅቤን ፡ [z] ይንገር ። 60
ገዶብ ፡ ይንገር ። [x]
ጕዴላ ፡ [aa] ይንገር ።
ባሊሶች ፡ [bb] ይንገር ። [x]
*አንገራጌ ፡ ይንገር ። [cc]
ማና ፡ ይንገር ። 65
ዳሽላ ፡ [dd] ይንገር ።

a) —ሚቈፅ—. b) —ግ—. c) —ግ— e agg. ጕቱን ፡ የሚይነግር ።
d) ጕቱን ፡ e) በ—. f) —ቺ— (in Oxf. in litur.). g) —ጕ ፡ h) (In Oxf. in litur.).
i) Om. questi due versi. k) —ስሎ ፡ l) —ገዖ—. m) ሽ—. n) ባ—. o) —ጅ—.
p) አ—. q) ተረ—. r) ቈ—. s) —ርጎ ፡ t) —ጊ—. u) ያ—. v) ኳ—.
x) Questo e il versò precedente in una sola linea. y) —ለም ፡ z) ቆ—. aa) ጕ—ለ ፡
bb) —ሾ—. cc) Om. dd) —ሽለ ፡

ዝቡራ ፡ ይንገር ።
ዝ፝ን ፡ ይስሐቄ ፡ ትኩር ። [a]
*እንደ ፡ ኀበልሁስ ፡ [b] በቃል ።
70 ሱማሌ ፡ ይንገር ። [c]
ጽሙር ፡ ይንገር ። [a]
ዘንከር ፡ ይንገር ።
አደል ፡ ይንገር ። [a]
ባሐር ፡ [d] ማተባ ፡ [e] ይንገር ።
75 በሰው ፡ በላ ፡ [f] ሀገር ።
አብርሃም ፡ የሚሉ ፡ ታቦት ፡ ተከል ።
ለቅዱሳን ፡ ናኝ ፡ ምድር ።
በብረት ፡ አስጀጎል ።
በሪም ፡ አስማገር ።
80 ዝ፝ን ፡ ይስሐቄ ፡ ትኩር ።
ትዅረቱም ፡ ተምክር ።
*እንደ ፡ ሐበልኹ ፡ [g] በቃል ። ምጽዋ ፡
ይንገር ።
በምጽዋዕ ፡ [h] ምድር ።
ጣረስምባው ፡ [i] የነበር ።
85 እንጀራው ፡ [k] በምኩር ። [l]
ጸላው ፡ በስፍር ። [a]
አብ ፡ ተልጅ ፡ [m] ሲጨምር ። [n]
ጸፉዋቾ ፡ ይናሰር ። [o]
ዝ፝ን ፡ ይስሐቄ ፡ ከዘመት ፡ ሀገር ።
ተንቀሳቀሰች ፡ [p] አድባር ። [q] 90
ጎማ ፡ [r] ኀዘነች ፡ [s] በዱር ።
ዓሣም ፡ [t] ኀዘነ ፡ በባሕር ።
ባሕሩም ፡ ኀዘነ ፡ በጅባር ።
ዝ፝ን ፡ ይስሐቄ ፡ ሐወረር ። [u]
ግድ ፡ የዝ፝ን ፡ ሐርብይ ፡ ወልድ ። 95
ዓለሙን ፡ ገዝዋቾ ፡ በግድ ።
አልገዛዋቾም ፡ [v] በውድ ።
ረዢም ፡ [x] ወርካ ፡ [y] ከተነሐድ ።
*ባለ ፡ ምሳር ፡ [z] ሐወረድ ። [aa]
ረዢም ፡ [bb] ለዓምድ ። 100
ኀጭሩን ፡ [cc] ለገደገድ ። [dd]
አስመስሎ ፡ ገበሬ ፡ [ee] ሐርድ ።
ዝ፝ን ፡ ይስሐቄ ፡ የግድ ።
መለሳይ ፡ አለ ፡ ኍንሒድ ። [ff]
ከዜኹ ፡ ማን ፡ ይጻመድ ። [gg] 105
ከእምሰማይ ፡ ወረድ ።
ከመላእክታት ፡ የተፈረድ ።
ሳይፈጀን ፡ [hh] በሰላጢን ፡ [ii] ሲሰጕድ ።
እንደ ፡ ሣር ፡ [kk] ስያሳጭድ ። [ll]

a) Questo e il verso precedente in una sola linea. b) —ደሀበ—. c) —ግ—. d) —ሕ—. e) —በ ፡ f) ባለ ፡ g) In una sola parola, e —ልሁ ፡ h) —ዋ ፡ i) ጠረሰዎ—. k) —ራ ፡ l) Il ም porta anche il segno della vocale *û*, e potrebbe leggersi tanto *m*, quanto *mû*. m) ከልጁ ፡ n) —መ—. o) ሲና—. p) —ት ፡ q) ሀገር ፡ r) ኀማ ፡ s) አዘ—. t) አሣ—. u) —ወርወር ፡ v) —ዝዋቾውም ፡ x) ረጅ—. y) —ረ—. z) In una sola parola e —ሰ—. aa) ከወ—. bb) —ዠ. Questo e il verso precedente in una sola linea. cc) ሐጭ—. dd) —ደራድ ፡ ee) —በ—. ff) ኍ ፡ እን—. gg) —ፃ—. hh) ሲይ—. ii) (Così corretto in Oxf., prima scritto —ለዉን ፡) በሰለውን ፡ kk) ዓሣ ፡ ll) ሲላጭጅ ፡

110 መለሳይ ፡ አሉ ፡ ንሂድ ።[a]
ዡብ ፡[b] የየሐዝ ፡[c] ክበድ ።
ሐተን ፡ ጠባጠበ ፡[d] ብርንድ ።
አስመስሎ ፡ ገበሬ ፡[e] ሐርድ ።
ዡን ፡ ይስሐቄ ፡ የግድ ።
የዡን ፡[f] ሐርበይ ፡ ወልድ ። 115

III.

1 *ኢያማ ፡ ዡን ፡[g] ይስሐቄ ፡ ኢያማ ።
አጐንም ፡[h] ወዴትማ ።
ተመቻእ ፡ በገናኸማ ።[i]
ወደል ፡ ሐደሰማ ።
5 ጋዡ ፡[k] ነፈሰማ ።[l]
ምሥራቅ ፡ ኸነች ፡ ጫማ ።[m]
ምዕራብ ፡ ኸነ ፡[n] ማማ ።
ተተከል ፡ ቃራኸማ ፡[o]
መስቀል ፡ ጸባማ ።[p]
እንግዴህ ፡ ወዴትማ ። 10
ዡን ፡[q] ይስሐቄ ፡[r] ኢያማ ።[p]

IV.

1 አንት ፡ ልጅ ፡ የብስማር ።
*ለምን ፡ ጸላኸ ፡[s] የእኛን ፡[t] ፍቅር ።
ምሽት ፡ ሰጥተነኸ ፡[u] ዌዘር ።[v]
አከል ፡ ሰጥተነኸ ፡[x] ሐመር ።
5 ሰፌ ፡[y] ሰጥተነኸ ፡[x] ሀገር ።
ለምን ፡ ጸላኸው ፡[z] የእኛን ፡[t] ፍቅር ።
ድላ ፡[aa] ተመተር ።
ሐአባትኸ ፡[bb] ሀገር ።[cc]
ቢጸባ ፡[dd] መስቀል ።
10 ይስሐቅ ፡ ደረስ ፡[ee] ስትል ።[ff]
እንደ ፡[gg] አግዓዘን ፡ ደምብር ።[hh]
እንደ ፡ ቁር ፡[ii] ብረር ።[kk]
ኋልቆኸን ፡ ቍጸር ።[ll]
ልጅ ፡ ምሽትኸን ፡ ዘርዝር ።
ድላ ፡[aa] ተመተር ። 15
ሐአባትኸ ፡[bb] ሀገር ።[mm]
ዡን ፡ እንግዴ ፡ የሰማ ፡ ነገር ።[nn]
አንበሳ ፡ ዳዊት ፡ ተኳር ።
ይበላ ፡ አልጸፈጠው ፡ እኸል ።[oo]
ይጠጣ ፡[pp] አልጸፈጠው ፡ ቅምብር ።
ገነነ ፡ ቢሉ ፡ ገበር ። 20
በሽንዡ ፡[qq] አሉ ፡ ሰፈር ።

a) እንሒ—. b) ዡ—. c) —ኃዝ ፡ d) —በ—. e) —ባ—. f) —ዢ—. g) In una sola parola. h) —ኹ—. i) —ኸ—. k) —ጅ. l) —ፋሳ—. m) ጨኔ—. n) —ነት ፡ o) —ራሁማ ፡ p) Questo e il verso precedente in una sola linea. q) ዡ—. r) ይስቄ ፡ s) In una sola parola, e —ለህ ፡ t) የኛን ፡ u) —ነህ ፡ v) ወይ—. x) ስ—ህ ፡ y) ሶ—. z) —ኸ—. aa) —ለ ፡ bb) —ህ ፡ cc) አገ—. dd) —በ ፡ ee) ድ—. ff) —ተ—. gg) አ—. hh) —በ—. ii) ብ—. kk) ቁረ—. ll) ቁ—. mm) አገ—. nn) —በር ፡ oo) እህል ፡ pp) —ጠ ፡ qq) —ሸ—.

ስንቱን ፡ እቈጽር ። [a]
የሐላባ ፡ [b] ገበር ።
የጣይቶ ፡ [c] ገበር ።
25 የላበላ ፡ [d] ገበር ።
ስንቱን ፡ እቈጽር ። [e]
የጕዴላ ፡ [f] ገበር ።
ሲፈክር ፡ ነበር ። [g]
ስንኳ ፡ ለአምሓራ ፡ [h] ጂር ። [i]
30 ሰማይ ፡ ቢከነበል ።
እናቆም ፡ ሲሉ ፡ ነበር ፡ በጸር ።
ሲፈክሩ ፡ ነበር ።
አጠፉዋቿ ፡ [l] ለኽር ። [m]
ደርሶ ፡ በስንዠ ፡ ሰፈር ።
35 አጠፊዋቿ ፡ ለዝክር ።
ሬሳቿ ፡ [n] በእሳት ፡ ሐረር ። [o]
አንበሳ ፡ ዳዊት ፡ [p] ትኩር ።
አሉኽ ፡ [q] ንገብር ። [r]
በአባትኽ ፡ [q] የነበር ። [s]

ፈረስኽን ፡ ናቀብል ፡ 40
በቅሎኽን ፡ ናቀብል ።
አንጥፉ ፡ ለዘር ።
አንበሳ ፡ ዳዊት ፡ ትኳር ። [e]
በደበናኽ ፡ [t] መገን ።
በፈረስኽ ፡ [u] መገን ። [e] 45
በሪምኽ ፡ [u] መገን ።
*በመሸትኽ ፡ መገን ። [p]
በሕፃናትኽ ፡ [u] መገን ። [v]
አማስለኽ ፡ ኣትፍጀን ። [x]
አኛስ ፡ ፈቃደኛነን ። [y] 50
እንስጥ ፡ መንግሥትኽን ።
ፈረስ ፡ [z] የተፈተን ።
ወርቅ ፡ የተመዘን ። [e]
ሐበጥ ፡ ቂራጥ ፡ ብለን ።
ናድርስ ፡ መንግሥትኽን ። 55
አማስለኽ ፡ [t] ኣትፍጀን ። [aa]

V.

1 ዦን ፡ በድል ፡ [bb] እሳት ።
ጽርሐ ፡ ንግሥት ፡ ታበት ።
*እንደ ፡ ተኰሰዋት ፡ [cc] በእሳት ።
አስሐረረዋቿ ፡ [dd] እርሱም ፡ በእሳት ።
አንበሳ ፡ ዳዊት ፡ ሐሶ ፡ [ee] ተሸንጐ 5
ርት ። [ff]

a) Agg. il verso የጕዴላ ፡ ገበር ። b) —ለ—. Questo e il verso seguente in una sola linea. c) —ጠ—. d) —ለ—. e) Questo e il verso preced. in una sola linea. f) —ለ ፡ g) —ብ—. h) —ሐ—. i) ጅ—. k) —ጻ—. l) —ፊ—. m) ለዝክር ። n) እራሳቸው ፡ o) ሐረ—. p) Om. q) —ህ ፡ r) እን—. s) ዓነ—. Questo e il verso preced. in una sola linea. t) —ኽ ፡ (in Oxf. fra il verso 44 e il preced. trovasi una lineetta aggiunta posteriorm.). u) —ሕ ፡ v) Questo e il verso በሪምሕ (il verso che precede immediatamente essendo omesso) in una sola linea. x) አትፈ—. y) —ኛኽ ፡ ነን ። z) —ስኽ ፡ aa) አ—. bb) —ዶ—. cc) In una sola parola e —ከስ—. dd) —ረርዋ—. ee) —ሰ ፡ ff) —ጉ—.

መለሡሴ ፡ [a] እንዲያገስ ፡ [b] በሰዓት ፡፡ [c]
ደርሶ ፡ [d] አወረደብኝ ፡ [e] የሴፍ ፡ [f] መ
ዓት ፡፡
ተጋየሱይ ፡ [g] ጊሰት ፡፡ [h]
ትለለች ፡ [i] አበቡት ፡፡ [k]
10 ሐምል ፡ [l] ወፍሬ ፡ የዳዊት ፡፡
የግሬ ፡ ቀኝ ፡ [m] ባልታት ፡፡
በደብር ፡ አለቸኍ ፡ [n] መለሡስት ፡፡ [o]
በኸተማ ፡ [p] ያላቸኍ ፡ [n] ሐፃናት ፡፡
ማን ፡ ተወጋቸኍ ፡ [q] አቄት ፡፡ [r]
15 ንጉሥ ፡ በክረምት ፡ ሲዘምት ፡፡
ወርኅ ፡ የሌለ ፡ [s] ሲሉ ፡ አለኍለት ፡፡ [t]
አለሰኔና ፡ [u] ግንበት ፡፡ [v]
እንቲገቡ ፡ [x] ይወጹበት ፡፡ [y] አንበሳ ፡ በ
ድል ፡ [z] ሳት ፡፡ [aa]
አለመለስ ፡ [bb] አለዋት ፡፡
20 ድላ ፡ [cc] ዝመት ፡፡
ማርያም ፡ [dd] ትኍንሕ ፡ [ee] እናት ፡፡
ሚካኤል ፡ ይኍንኽ ፡ [ff] አባት ፡፡
የከተሉኽ ፡ [gg] ሠራዊት ፡ መላእክት ፡፡ [hh]
ተነሣ ፡ በተሳት ፡፡ [ii] ጫማ ፡ [kk] ሳይል ፡
በቍልቍለት ፡፡ [ll]
25 ሐርበኝ ፡ ሳይል ፡ ኸተት ፡፡ [mm]
በቍሎ ፡ [nn] ሳይል ፡ ለዓቀበት ፡፡ [oo]
ፃርማን ፡ ሲወርዱ ፡ ቍልቍለት ፡፡ [pp] የ
ጐሽ ፡ [qq] ተገኘ ፡ [rr] በረት ፡፡
ናኘዋቸ ፡ [ss] ለአቄት ፡፡ [tt]
ለም ፡ አስመስሎ ፡ የተጕለት ፡፡ [uu]
30 የገድ ፡ መዠመርያችነት ፡፡ [vv]
ጸርማን ፡ በተሳት ፡፡
ሐዋኽ ፡ መርማን ፡ በጽዋት ፡፡ [xx]
ለዝያቸ ፡ [yy] ለውብሬ ፡ [zz] አገዊት ፡፡ [aaa]
ስታዝን ፡ የተውነዋት ፡፡ [bbb]
35 ድላ ፡ [ccc] ተመለስ ፡ ብስሬት ፡፡
ስታዝን ፡ [ddd] የተውነዋት ፡፡ [bbb]
የሐዋኽነት ፡ ምላት ፡፡ [eee]
አላስረገፈነም ፡ [fff] አበቍልት ፡፡ [ggg]
አላስፈታነም ፡ [fff] ወገረት ፡፡

a) መስሡ—. b) —ደያንስ ፡ c) (In Oxf. in litur.). d) —ሰ ፡ e) ወ—ቸው ፡ f) ዮ— (in Oxf. al posto della vocale ó, è una litur.). g) —ሱ ፡ h) የጊ—. i) ተከለለት ፡ k) Questo e il verso precedente in una sola linea. l) —መ—. m) የቀ—. n) —ላችሁ ፡ o) —ለከሳ—. p) —ከ—. q) —ችሁ ፡ r) አ ቂ—. s) —ላ. t) —ለሁለ—. u) —ለ ፡ ሰ—. v) —በ—. x) —ቲ ፡ ገ—. y) የ—. z) —ደ—. aa) እሳት ፡ Questo verso è in due linee, ciascuna di tre parole. bb) —ለ ፡ መ—. cc) —ለ ፡ Questo e il verso preced. in una sola linea. dd) Om. ee) ትሁ—. ff) —ሁንህ ፡ gg) ይ—ሉህ ፡ hh) —ለ—. ii) በሳንት ፡ ሰዓት ፡፡ qui finisce la linea; il resto alla linea seguente. kk) ጨ—. ll) —ቈ—ቈ—. mm) ከ—. nn) —ቅ—. oo) ለቀ—. pp) ቈ—ቈ—. qq) የ ነሽ ፡ rr) —ኝ. ss) ናኛቸው ፡ tt) —ቂ—. uu) —ጕበት ፡ vv) —ዝ—ረ—. xx) —ጸ—. yy) —ዚያች ፡ (in Oxf. ቸ sembra essere talvolta varietà grafica di ች). zz) —በ—. aaa) አ—. bbb) —ናት ፡ ccc) —ለ ፡ ddd) —ትአዝ—. eee) ም ልአት ፡ poi corretto ምበት ፡ fff) —ለ—. ggg) —ቈ—.

40 *ድላ ፡ ተመለስ ፡ ብስራት ።
አብሰራ ፡ ያብስረዋት ።
ምንም ፡ አልኈነም ፡ በለዋት ።
ስታዝን ፡ የተውነዋት ።
የወቢ ፡ ምምላት ።
45 አላስረገፈም ፡ አባቍልት ።
አላስፈታነም ፡ ወገረተ ። [a]
ድላ ፡ [b] ጌቶ ፡ [c] ንገር ፡ መላኽት ። [d]
ምንም ፡ አልኈነም ፡ [e] በለዋት ። [f]
*ለዚአቸ ፡ ለወብራ ፡ አገዊት ።

ምን ፡ አልኈነም ፡ በለዋት ። [a] 50
አንበሳ ፡ ዳዊት ።
ጽርሐ ፡ ንግሥትነ ፡ ታቦት ። [g]
እንደተኰሰዋት ፡ [h] ታበእሳት ። [i]
አሳረረዋቾ ፡ [k] እርሱም ፡ [l] በእሳት ።
ደርሶ ፡ አወረደባቾ ፡ [m] ዮሴፍ ፡ መዓት ። 55
ሐሰ ፡ ተሽንጕርት ። [n]
መለኵሴ ፡ እንድያገስ ፡ [o] በተሳት ። [p]
አወረደባቾ ፡ [m] ዮሴፍ ፡ መዓት ፡ [q]
አንበሳ ፡ ዳዊት ።

VI.

1 ዠን ፡ በድል ፡ እማም ።
አባት ፡ [r] የብእደ ፡ [r] ማርያም ።
አባት ፡ [r] የፀበለ ፡ ማርያም ።
አመጺ ፡ [s] እለያ ፡ ፀረ ፡ ማርያም ።

ጸበበዋቾ ፡ [t] ዓለም ። 5
*ሲፍቀዋቾ ፡ ኢጋም ። [u]
ሲሉ ፡ በእንተ ፡ ማርያም ።
ሐረደዋቾ ፡ [v] *እንደ ፡ ላም ። [x]

VII.

1 ዠን ፡ በድል ፡ ዘለቅ ።
አቤታቾ ፡ የኣደል ፡ [y] መብረቅ ።
ዠብ ፡ *እንደ ፡ በላ ፡ [z] ጭምቅቅ ።
ባደል ፡ ቢልባቾ ፡ [aa] ብቅ ።
5 አማፀታቾ ፡ ዘቅ ። [bb]

አሞራ ፡ የዳዊት ፡ አሞራ ።
ተኸተለኝ ፡ [cc] በኋለ ።
ሥጋ ፡ አበላኽ ፡ [dd] ሐበላ ። [ee]
የደም ፡ አጠጣኽ ፡ [ff] ነተራ ።
ተኸተለኝ ፡ በኋላ ። [gg] 10

a) Om. b) —ለ ፡ c) ጌታ ፡ d) መኽት ። e) አ—ን—. f) —ል—. g) Questo e il verso preced. in una sola linea. h) —ስ—. i) በ—. k) አስረር ዋቸው ፡ l) Dopo la parola seguente e in principio di linea. m) አው—ቸው ፡ n) ተስ—ጉ—. o) —ያንስ ፡ p) በሰዓት ፡ q) መአት ፡ r) —በ—. s) ዓምፁ ፡ t) —በቸው ፡ u) —ፈቅዋቸው ፡ ኢ— questo e il verso preced. in una sola linea. v) —ድዋቸው ፡ x) —ደስለ—. y) —አ—. z) In una sola parola. aa) —በቸው ፡ bb) ዝ—. cc) —ኽ—. dd) —ላሁ ፡ ee) አ—; questo e il verso precedente in una sola linea. ff) —ጠሀ ፡ gg) Questo e il verso seguente in una sola linea.

ወግዕቼ ፡ በቃራ ።
*ሰኽቼ ፡ በጸመራ ። [a]
እኛስ ፡ ብንበልዓኽ ፡ [b] መሓላ ። [c]
ለጸር ፡ ይስጠን ፡ ለወርወራ ።
15 የከንፍ ፡ በናደርግ ፡ [d] ጽላ ።
ለቀስት ፡ ይስጠን ፡ ለቀፈራ ።
*ምን ፡ ከበአሰን ፡ [e] ንበልአኹ ፡ [f] መ
ሓለ ። [g]

ገላቸን ፡ [h] ከመሰል ፡ የፈጠጋር ፡ እም
ብላ ።
አፈቸን ፡ [i] ከመሰል ፡ [k] በዓልቴት ፡ [l] የ
ገባቾ ፡ [m] እንሶስላ ። [n]
ፀዓታቸን ፡ [o] የመሰል ፡ [p] በደም ፡ የዘ 20
ራ ፡ ጭራ ።
ስማቸን ፡ [q] የዥን ፡ [r] ተኾላ ። [s]
አንበልዓም ፡ መሓላ ። [t]

VIII.

1 ሓርበኛ ፡ [u] ዓምደ ፡ ጽዮን ።
መላላሽ ፡ [v] የወሰን ።
ወኸ ፡ [x] እንደመስን ፡ [y]
መላላሽ ፡ [z] የወሰን ። [aa]
5 ከወጅ ፡ ዜብዳርን ።
*ይውረድ ፡ አድርገኸው ፡ ትግሬውን ።
ከወጅ ፡ ዜብዳርን ። [bb]
ከገንዝ ፡ ጠማን ። [cc]
ምን ፡ ቀረኽ ፡ [dd] በወሰን ።
10 ከድያ ፡ አመኖን ፡ [aa]
ምን ፡ ቀረኽ ፡ [ee] በወሰን ።
ከባሊ ፡ አሊን ። [aa]

ከደዋሮ ፡ ኄደራን ። [ff]
ከፈጠጋር ፡ ዜላርድን ፡ [gg]
ኬፋት ፡ [hh] አምበልኣበክርን ። [ii] 15
ከግድም ፡ የዊሳይን ። [kk]
ከአንጎት ፡ [ll] ዥን ፡ አሞራን ። [mm]
ከአገው ፡ አቤትአዡርን ። [nn]
ከትግሬ ፡ ነገደ ፡ ክርስቶስ ፡ ይውረድ ።
አደረግኸው ፡ ገንዙን ። 20
እንዲሰራ ፡ ዳውዥውን ። [oo]
ማን ፡ ቀረኽ ፡ [ee] በወሰን ።
አላጸፉኸው ፡ [pp] ፊቱን ።
አላስማረኸው ፡ [qq] ልጅ ፡ [rr] ምሽቱን ።

a) —ክ— ፡ በዳምራ ፡ b) በንበዓኽ ፡ c) መሀላ ። questo e il verso precedente in una sola linea. d) ብ—. e) ምንከባስኽ ፡ f) —ለኽ ፡ g) —ሐላ ፡ h) —ለቼ—. i) —ቼ—. k) —ስ—. l) ባል—. m) —ች ፡ n) —ሰስለ ፡ o) ፀአታች—. p) ይ—ስ—. q) —ች—. r) ዥ—. s) —ኽለ ። t) —ሐ—. u) ሐ—. v) —ለለስ ፡ x) ውሀ ፡ y) —ደ ፡ መ—. z) —ለለ—. aa) Questo e il verso precedente in una sola linea. bb) Om. cc) —ጠ— questo e il verso 5º (mancando i due immediatamente precedenti) in una sola linea. dd) —ሀ ፡ ee) —ኽ. ff) ጸደ—. gg) ለር—. hh) ከኤፋ—. ii) —ል ፡ አ—ር ። kk) —ስ—. ll) —ንጎት ፡ mm) አ—. nn) አቤት ፡ አ—. oo) ደውጃውን ፡ pp) አባጸፋ—. qq) አልአስማረከኸው ፡ rr) —ጅ ፡

25 ከጎዠም ፡[a] ዠን ፡[b] ኽምርን ።[c]
ከጋፋት ፡ አወላሞን ።[d]
በዳሞት ፡ ሞት ፡ ለሚን ።
ማን ፡ ቀረኽ[e] ፡ በወሰን ።[f]

ያላስጸፋኽው ፡[g] ፊቱን ።
ያላስማረኽው ፡[h] ልጅ ፡ ምሽቱን ። 30
ሐርበኛ ፡ ዓምደ ፡ ጽዮን ።
መላላሽ ፡[i] የወሰን ።

IX.

1 ዓምደ ፡ ጽዮን ፡ ስም ፡ ይዘራ ።[k]
በወጅ ፡ እስከ ፡ በጥርኣሞራ ።[l]
ቃራ ፡ ይነሰንስ ፡ ቃራ ፡ እንደ ፡ ጭራ ።
በወንዶቸ ፡[m] ገረገራ ።[n]

በሓድያ ፡[o] እስከ ፡ ጕዴላ ። 5
በባሊ ፡ እስከ ፡ ኄድራ ።[p]
በባሕር ፡ እሰከ ፡ ኤርትራ ።
ዓምደ ፡ ጽዮን ፡ ስም ፡ ይዘራ ።

X.

1 ዠን ፡[q] ዘርአ ፡ ያዕቆብ ፡ በደል ፡[r] ፀ
ሓይ ።[s]
ሐንዠት ፡[t] የዚከብራይ ።
ባልዋ ፡ የባርዜላይ ።
5 ዠን ፡[q] በደበና ፡ ቢታይ ።
*በብራ ፡ የበረቀ ፡ ይመስል ፡ ሰማይ ።
ጋርን ፡ በደበና ፡ ቢታይ ።[u]
በዓልቴት ፡[v] ያዘለችው ፡ ይመስል ፡
ስርናይ ።
ጋርን ፡[q] በደበና ፡ ቢታይ ።
10 አበባ ፡ ይመስል ፡ ገለገይ ።
የመስከሮም ፡[x] ይመስል ፡ ጽገይ ።
ሰይጣን ፡ አውሬ ፡[y] በድላይ ።[z]

የለመደው ፡ በሓርጋይ ።[aa]
የለመደው ፡ በግዳይ ።
ጋርን ፡[q] ዘርአ ፡ ያዕቆብ ፡[bb] በድል ፡ ፀ 15
ሓይ ።[aa]
ቀለበው ፡ እንደ ፡ እምባይ ።
አፈረጸው ፡[cc] እንደ ፡ ሎሚይ ።
*ወጋ ፡ አለዋቾ ፡[dd] ይታይ ።[ee]
በትግሬ ፡ በነገደ ፡ ክርስቶስ ፡[ff] ገይ ።[gg]
ግብጽ ፡ የወጸ ፡ ፈርዘነይ ። 20
የከምሩበት ፡[hh] ደንጌይ ።[ee]
ስማ ፡ ዘርኣ ፡[ii] ያዕቆብ ፡ እንዳይቤይ ።
በቅዳ ፡ ሐሊታይ ።
በላሻርጌይ ፡[kk] በአንጎት ፡[ll] አለይታይ ።[mm]

a) —ጐጃ—. b) ጃ—. c) ክ—. d) —ው—. e) —ኽ ፡ f) ከወ—.
g) ያለሰፋ—. h) ያለ—ረክኽው ፡ i) —ለለሰ ፡ k) የ—. l) —አ—. m) —ች
(cf. sopra p. 60, nota yy). n) —ራ—. o) —ሐ—. p) ሒድላ ። q) ዠ—.
r) —ድ—. s) —ሐ—. t) አን—. u) Om. v) በአልቱት ፡ x) —ረ—.
y) አርዌ ፡ z) (In Oxf. in lit.). aa) —ሐ— (in Oxf. dubbio se ሐ o ሓ). bb) የ—.
cc) —ረፀ—. dd) አልዋቾ ፡ ወጋ ፡ ee) Questo e il verso preced. in una sola linea.
ff) ኢየሱስ ፡ gg) ጋ—. hh) —መ—. ii) —አ. kk) —ለሽ—. ll) —ጎት ፡
mm) —ለ ፡ ይ—; questo e il verso preced. in una sola lin. (dopo ሐሊታይ due punti).

25 በለዊሳይ ፡ ገይ ፡ [a] በአምሓራ ፡ [b] አለ
ይታይ ። [c]
በኢብቃለ ፡ ጽዮን ፡ ጋይ ። በግድም፡ ፡ [d]
አለይታይ ።
በሐምበል ፡ [e] አበክር ፡ [f] ገይ ። [g]
በኢይፋት ፡ አለይታይ ። [c, h]
ምሽቱ ፡ ዜነባ ፡ [i] እንድታይ ።
30 ታንጕት ፡ [k] *እንደ ፡ መረወይ ። [l]
ትደቀኈስ ፡ [m] እንደ ፡ በርበረይ ።
በፈጠጋር ፡ አለይታይ ። [c] በሌዛር
ድ ፡ [n] ገይ ።
ስሜ ፡ [o] ዘርአ ፡ ያዕቆብ ፡ እንደይበይ ። [p]
በደዋሮ ፡ አለይታይ ። [c, q] በጎደራ ፡
ገይ ።
35 *በባሊ ፡ አለይታይ ። [c] በለአሊ ፡ [r] ገይ ።
በሓድያ ፡ [b] አለይታይ ። [c] በለአመኖ ፡
ገይ ።
በገንዝ ፡ [s] አለይታይ ። [c] በለጠጣ ፡ [t] ገይ ።
በወጅ ፡ አለይታይ ። [c] በዜብዳር ፡ [u]
ገይ ።

በዳሞት ፡ አለይታይ ። [c] በምተለሚ ፡
ገይ ።
በጋፋት ፡ አለይታይ ። [c] በአወላሞ ፡ [v] ገይ ። 40
በጐዠም ፡ [x] አለይታይ ። [c] በዠንኽ
ምር ፡ [y] ገይ ። [z]
ስም ፡ የዘርአ ፡ [aa] ያዕቆብ ፡ ሐዳይበይ ።
ይኽምሩበት ፡ [bb] ደገይ ።
ስም ፡ ለኋላ ፡ [cc] ልጅ ፡ [dd] ሕንዲቆይ ። [ee]
አንተ ፡ ያጋሮንብ ፡ [ff] ሓበይ ። 45
የልገደልኽ ፡ [gg] ገደልኹ ፡ [hh] ባይ ።
ያላየኽ ፡ [ii] *ሀየኹ ፡ በይ ። [hh]
ወሬኛ ፡ [kk] እደገጠኝ ፡ [ll] ሀባይ ። [mm]
ግዳይስ ፡ ይኹነው ፡ [nn] ለዳኛይ ።
ወይሎሌ ፡ [oo] ዳኛይ ። 50
በሌሊት ፡ ፃዕር ፡ መቀደሸይ ። [h, pp]
ይቀንፅ ፡ በጎቶደደይ ፡ [qq]
በግሬ ፡ [rr] እንደ ፡ [dd] ጸመዱ ፡ [ss] ብዕራይ ። [h]
ሲቀዳደም ፡ በሬተይ ።
ተአርዌ ፡ [tt] በድላይ ፡ [uu] ግዳይ ። [vv] በአ 55
ተይ ፡ [xx] ዳኛይ ።

[a]) In una sola parola, e —ሰ—. [b]) —ሐ—. [c]) —ለ ፡ ይ—. [d]) ፡ በግዶምየ ፡ [e]) —ሕ—. [f]) አቦክር ፡ [g]) ጋ—. [h]) Questo e il precedente verso in una sola linea. [i]) —ና—. [k]) —ጉ—. [l]) —ደመ—. [m]) —ቁ—. [n]) ፡ በቤዘ—. [o]) —መ ፡ [p]) —ይዕበ—. [q]) Agg. በበአሊ ፡ ይታይ ። colle quali parole finisce il verso; le seguenti በጎድሬ ፡ ገይ ። formano il principio del 2° verso, la cui seconda parte alla sua volta, forma il principio del 3° verso, e così di seguito fino al verso 9°. [r]) ለዓሊ ። [s]) በእንተዝ ፡ [t]) —ጠግ ፡ [u]) —ዳ ፡ [v]) —አወለ—. [x]) —ጐጃ—. [y]) —ዠን ፡ ክም—. [z]) Queste due parole በዠ— ፡ ገይ ። formano da sole un verso. [aa]) ዘርአ ፡ [bb]) —መሩ ፡ ቤት ፡ [cc]) የኋ—. [dd]) Om. [ee]) እን—. [ff]) —ዠብ ፡ [gg]) —ኸ ፡ [hh]) —ሁ ፡ በ—. [ii]) —ለ—. [kk]) —ኛ ፡ [ll]) አንደገበጠ—. [mm]) Om. Questo e il verso precedente in una sola linea. [nn]) —ሀ ፡ ነው ፡ [oo]) —ይ ፡ ሎ—. [pp]) —ሸ—. [qq]) ብሕትወደ—. [rr]) በሬ ፡ [ss]) ፀመ—. [tt]) አ—. [uu]) —ለ—. [vv]) —ዶ—. [xx]) በተአይ ፡

ምኽት ፡ ቄዘሮ ፡ [a] ባልኅነኝም ፡ [b] ለዋይ ።
ሰፌሕ ፡ [c] ሀገር ፡ ባልኅነኝም ፡ [b] ለዋይ ።
አካል ፡ ሓመር ፡ [d] ባልኅነኝም ፡ [b] ለዋይ ።
ወርቀ ፡ አባር ፡ [e] ባልኅነኝም ፡ [b] ለዋይ ።

ኪዳን ፡ ይጉንኽ ፡ [f] በሰማይ ። 60
ጐልትኽን ፡ [g] አልስጥ ፡ ለዋይ ።
ይላል ፡ ዠን ፡ ዘርኢ ፡ ያዕቆብ ፡ በድ
ል ፡ ፀሓይ ።

XI.

1 ገመር ፡ አጽናፍ ፡ [h] ስገድ ፡ [i] *ገመር ።
ባለፈረስ ፡ ብሩር ፡ ባለጠብት ፡ ባሐ
ር ። [k]
ለካ ፡ [l] ወፃኽልን ፡ [m] ወገር ።
ግራኝ ፡ በኢትዮጵያ ፡ ነግሦ ፡ [n] ነበር ።
5 ንዋየ ፡ ቅድሳት ፡ ሲመዘብር ። [o]
በማመድ ፡ ሲያዘምር ።
ፍቅረ ፡ ማርያምን ፡ [p] ሲያስቄርር ። [q]
ማተብ ፡ [r] ከንገት ፡ ሲመትር ።
ታበት ፡ [s] ኢያሰብር ። [t]
10 ቢያነግሥኽ ፡ [u] እግዚአብሔር ።
በዳዊት ፡ መንበር ።
ቀኊጥዓ ፡ [v] እንደ ፡ ጺጅ ፡ ሰከር ።
ሰላጢን ፡ [x] እንደ ፡ ዘንግ ፡ ወረወር ።
ለግዳይ ፡ ተኰር ።
15 ሐርብ ፡ በኢስማን ፡ ዠመር ።
አስከተል ፡ በእመር ። ወደሸዋ ፡ ቢ
ዘር ። [y]

በሽሜ ፡ ስረም ፡ ሀገር ።
እንደ ፡ ጐሽ ፡ [z] ሺያናፍር ። [aa] እንደ ፡
አንበሳ ፡ ሲጥኅር ። [bb]
ቸኰል ፡ እስኪደርቅለት ፡ [cc] ምድር ።
በወርኃ ፡ [dd] ጥቅምት ፡ ቆገት ፡ ወረር ። 20
ነስረዲን ፡ የማርያም ፡ ኀሡር ።
መጻ ፡ [ee] ሲፈክር ። [ff]

ጠልፎ ፡ ጠሐለው ፡ [gg] እንደ ፡ ዓይነ ፡
ምድር ።
ወደደምብያ ፡ ሲሸገር ። [hh]
ዠመር ፡ ከግራኝ ፡ ሲወራወር ። 25
በተነው ፡ እንደ ፡ ሐሰር ። [ii]
በሰለባ ፡ ተፈሡ ፡ [kk] አቄት ፡ ዠር ።
ግምጃ ፡ እንዲያደርጉ ፡ [ll] ቸገር ።
ድልወምበራ ፡ [mm] ብትሸበር ።
ገበቾ ፡ [nn] መከተር ። 30
ሓበትዋ ፡ [oo] ሀገር ።

a) ወይዘ—. b) —ልሆነም ፡ c) —ፊ ፡ d) ሐ—. e) አምበ—.
f) ይኹንኽ ፡ g) ጉ—. h) —ፈ ፡ i) ምድር ፡ k) Om. l) —ከ ፡ m) ወጸ—.
n) —ሥ ፡ o) —ማነዝር ፡ p) —ም ፡ q) —ያቆ—. r) ማሰተ—. s) —በ—.
t) —በ—. u) —ሕ ፡ v) ቁ—. x) —ለ—. y) ሲዘ—; questa linea è divisa in due, ciascuna di due parole. z) ኀ—. aa) ሰያ—. bb) —ጥሀ—; questa linea è divisa in due, ciascuna di tre parole. cc) —ር ፡ ቅ—. dd) ወወ—. ee) —ጸ ፡
ff) Fra questa e la linea seguente corre lo spazio ordinario. gg) ጠለው ፡ hh) —ሻ—.
ii) ኃሰ—. kk) —ፈሱ ፡ ll) —ያር—. mm) —ል ፡ ወ—. nn) —ባች ፡ (cf. sopra p. 60, nota *yy*). oo) ከባ— (in Oxf. ሐ— ?).

XII (1).

1	ቤት ፡ አንሣ ። [a]	ወሰን ፡ ዓፍ ፡ አዝዝ ፡ ቃና ።
	ደረባ ፡ ሙአይ ፡ ወደቢ ።	ዠን ፡ ቃና ፡ አደል ፡ ዓፍ ።
	ግራ ፡ ሰው ፡ ወንዶች ፡ ፩ማዋ ።	በድል ፡ ዓፍ ፡ አዠር ፡ ቃና ።
	፩ጋፋት ፡ ወገሞ ፡ ገንዝ ።	አርገኖን ። [a]
5	ንስር ፡ ቃና ፡ ዠን ፡ ዓፍ ።	መንክር ፡ ቃና ።

ወእምዝ ፡ ሞተ ፡ . . . አንበሳ ፡ በዐር ፡ እጐሁ ፡ ለእስክንድር ፡ ድኅረ ፡ ነግሠ ፡ ፲ ወ ፫ ዓመት ፡ ወደረሰ ፡ መለከዓ ፡ እግዝእትነ ።

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie* per lo scorso mese di dicembre, e lo accompagna con la Nota seguente:

« La Regione X (*Venetia*) ci ha restituito in Padova un nuovo titolo funebre latino assai mutilo, e la XI (*Transpadana*) diede un ripostiglio di bronzi di età antichissima, rinvenuto nei pressi di Milano.

« La VIII (*Cispadana*) ha fatto riconoscere tombe cristiane con avanzi di età romana entro l'abitato di Bologna, ed altre tombe nel prossimo Casalecchio, dove si sono pure trovati sepolcri del tipo Villlanova.

« A Forlì, nella Regione medesima altre tombe romane furono aperte; ed in Forlimpopoli fu recuperata un' iscrizione cemeteriale cristiana, l'unica finora del territorio di quel comune.

« Per la Regione VI (*Umbria*) merita essere ricordata una tomba del II secolo dell'era volgare, scoperta in Urbino; e per la V (*Picenum*) un cippo funebre rinvenuto sul confine orientale nel comune di Montegiorgio, territorio che appartenne a Falerio, come la nuova lapide chiaramente conferma.

« Nella Regione VII (*Etruria*) si fecero altri scavi della necropoli volsiniese, in contrada Cannicella sotto la rupe di Orvieto, e vi si trovarono tombe depredate con pochi resti di suppellettile funebre, consistenti in rottami di buccheri e di vasi dipinti. Fu inoltre recuperato un mattone con bollo figulo, in Canale Monterano, ad occidente del lago di Bracciano.

[a]) Forse አ—.

(1) La precedente canzone relativa ad Asnâf Ṣagad I (Claudio † 1559) e Grañ, è l'ultima nel codice di Oxford: la XII[a] canzone che qui segue, si legge solo nel codice di Parigi.

« Nella Regione I (*Latium et Campania*) la città di Roma diede la solita cospicua messe epigrafica; e restituì pure frammenti di sculture. Merita fra le curiosità di essere ricordato il rinvenimento di parecchi blocchi di ametista grezza, usati come materiali di fabbrica in vecchi muri, lungo la nuova linea della via Labicana. Fu ritrovato un nuovo pezzo della pianta marmorea Capitolina, presso la scarpata del tempio di Antonino e Faustino sul Foro Romano. Proseguirono gli sterri sulla Flaminia nell'area dell'antica basilica di s. Valentino, della quale fu sgombrata la navata destra, e si rimisero in luce resti di antiche pitture. Parecchi frammenti epigrafici si raccolsero sulla Nomentana nel mausoleo di s. Costanza, dove si rinvennero eziandio pezzi di sarcofagi cristiani con rilievi di figure. Nella medesima via, presso il recinto del Castro Pretorio, si scoprirono fabbriche dell'età Dioclezianea; e presso un diverticolo dell'antica strada, sculture marmoree di buona arte. Nell'area del nuovo Policlinico riapparve il titolo funebre di un milite, e quindi un grande pavimento mamoreo di vario colore, assai ben conservato. Provenne dal Suburbio un tesoretto di monete imperiali del III secolo, ritrovato a quanto dicesi presso le Tre Fontane.

« In Ostia furono ripigliati gli scavi in continuazione di quelli che si fecero nello scorso anno; tra la piazza del Teatro ed il così detto tempio di Matidia. Furono allora scoperti i resti di un grande edificio termale, dove tornarono a luce sculture antiche e lapidi; e quindi furono disotterrati i ruderi di altro edificio, probabilmente destinato allo alloggiamento dei vigili, come si credette di desumere dallo studio dei documenti epigrafici che vi si rinvennero.

« Tombe di età romana si scoprirono nella tenuta di Licola, nel territorio di Cuma, ed un frammento di lapide latina fu trovato in Pozzuoli.

« Per la Regione IV (*Samnium et Sabina*) sono pregevoli le iscrizioni latine rimesse all'aperto presso Chieti. Merita pure ricordo una lastra del coronamento fittile di qualche santuario, scoperta nella Punta della Penna, al disotto di Vasto, nel sito ove gli autori locali pongono la sede dell'antica Buca.

« Per la Regione II (*Apulia*) devono essere ricordate due iscrizioni latine del territorio di Brindisi, e vasetti con leggenda votiva a Dioniso rinvenuti a Taranto.

« Fu scoperta in Reggio Calabro, nella Regione III (*Lucania et Bruttii*) una tomba di età greca; quindi alcune tombe di età molto posteriore; poscia i resti di un èdificio, nel luogo ove fu la chiesa di s. Nicola delle Colonne, e dove nel principio del secolo XVII furono costruite le caserme; finalmente furono raccolti in più siti della città e del suburbio, fittili con bolli di fabbrica ed altri oggetti.

« Varie tombe della necropoli di Megara Hyblaea vennero esplorate nel territorio di Melilli (*Sicilia*), e se ne trassero fibule ed orecchini di argento,

vasi dipinti, ed ossuarii di bronzo, simili a quelli della necropoli del Fusco presso Siracusa.

« In fine ruderi di abitazioni romane si scoprirono, come per lo passato, in Campo Viale presso Cagliari (*Sardinia*), dove parecchie volte per conto dell'amministrazione pubblica eransi eseguiti scavi. Tombe dell'età degli Antonini furono disotterrate nel comune di Lunamatrona nella provincia Cagliaritana; ed un sarcofago marmoreo, con rilievi di Genii, fu tratto all'aperto dalle fondamenta della chiesa di s. Simplicio presso Terranova Pausania. nell'area della necropoli dell'antica Olbia ».

Storia letteraria. — *La Rota Veneris, dettami d'amore di Boncompagno da Firenze, maestro di grammatica in Bologna al principio del secolo XIII.* Nota del Socio Ernesto Monaci.

« Contemporaneo di Guido Fava [1] o forse anche alquanto di lui più anziano nell'insegnamento delle lettere in Bologna fu maestro Boncompagno, il quale professò grammatica in quello Studio e vi acquistò rinomanza e voga negli anni che corsero dal 1215 al 1226 [2]. Fiorentino di nazione egli dovett'essere de' primi a far sentire in Bologna l'influsso della favella toscana in mezzo a quella scolaresca che accanto al latino doveva coltivare anche il volgare, influsso di cui più segni sono manifesti già pur negli scritti del Fava medesimo [3].

« Ma l'opera di maestro Boncompagno colà ebbe anche altra efficacia, e non si può non deplorare che i molti suoi lavori didattici giacciano quasi interamente inediti; dacchè i pochi saggi comunicatine finora bastano da soli a far comprendere quanto utile sarebbe la piena conoscenza di essi a chi voglia giungere ad avere un'idea il più possibilmente adeguata delle condizioni interne di quello Studio e della parte che esso ebbe nel primo svolgimento della letteratura italiana.

« Fino a che dunque una edizione simile non sarà fatta, credo che a quanti si occupano della nostra storia letteraria non tornerà sgradito avere una notizia più particolareggiata e una maggior copia d'estratti di quelle segnatamente fra le opere di lui che vieppiù interessano per lo scopo cui ho in precedenza accennato, e oggi scelgo fra queste la *Rota Veneris*.

« Di tutte le opere minori di Boncompagno la *Rota Veneris* è la men conosciuta, ma non la meno importante. Essa infatti contiene una raccolta

[1] V. questi *Rendiconti* IV, 399.

[2] Per le notizie biografiche su di esso cfr. Muratori, *Rer. ital. scr.* VI, 925; Tiraboschi, *Stor. della lett. ital.* IV, 395 (ed. di Roma); Rockinger, *Briefssteller und Formelbücher*, 118 e ss.

[3] Cfr. Gaspary, *Gesch. d. ital. Literatur*, I, 162.

di formole e di saggi epistolari sopra soggetti d'amore, e così costituisce tutta un'*ars* e una *summa dictaminum* ad uso degli amanti, dove il lirismo erotico trova una prima manifestazione in forma elaborata artisticamente. Ora un manuale siffatto, uscito da quella scuola medesima donde Pier della Vigna e altri suoi condiscepoli proprio in quel tempo cominciavano a trattare la stessa materia in versi volgari, è un documento che certo merita di essere esaminato.

« Che Boncompagno ne sia stato veramente l'autore, ne siamo fatti certi per lui medesimo, là dove esso enumerando le undici opere da lui composte prima di metter mano alla maggiore, che volle dal suo proprio nome intitolata *Boncompagnus*, così si esprime:

« Libri quos prius edidi sunt XI, quorum nomina hoc modo specifico et doctrinas quas continentur in illis ita distinguo:

Quinque nempe *salutacionum tabule* doctrinam conferunt salutandi;
Palma regulas iniciales exhibere probatur;
Tractatus virtutum exponit virtutes et vitia dictionum;
In *Notulis aureis* veritas absque mendacio reperitur;
In libro qui dicitur *Oliva*, privilegiorum et confirmacionum dogma plenissime continetur;
Cedrus dat notitiam generalium statutorum;
Mirrha docet fieri testamenta;
Breviloquium doctrinam exibet inchoandi;
In *Ysagoga* epistole introductorie sunt conscripte;
Liber amicitie viginti sex amicorum genera pura veritate distinguit;
Rota Veneris laxiva et amantium gestus demonstrat (¹).

« Quasi certi si può anch'essere che l'operetta fu composta nei primi tempi che l'autore passò a Bologna, e non dopo che egli si fu trasferito a Padova o a Roma; altrimenti la scena da lui descritta nel prologo della *Rota*, difficilmente la vedremmo localizzata proprio alle sponde del Ravone, che è un torrentello ben poco noto nei pressi di quella città, fuori Porta S. Felice (²). Pertanto la composizione della *Rota Veneris* andrebbe riportata al 1215 o poco più giù.

« L'unico ms. che finora potei studiare della *Rota*, si trova nella Biblioteca Vallicelliana sotto la segnatura C. 40, dove fa parte di un miscellaneo membranaceo composto di due codici originariamente affatto indipendenti fra loro, legati insieme nel secolo XVII. Nel primo di questi codici, che in antico appartenne al monastero di S. Bartolomeo di Trisulti, sta la *Rota*, accompagnata dalle altre dieci opere già ricordate di Boncompagno, e da una

(¹) Rockinger, op. cit. p. 132.
(²) Ne fa menzione il Mazzoni-Toselli, ricercandone l'etimologia, nelle sue *Origini della lingua italiana*, p. 1142.

serie di *Arenghe* del medesimo; il tutto scritto a due colonne, probabilmente da una stessa mano, in buona lettera del secolo XIII, e nell'ordine seguente:

Cod. Vallic. C. 40, Parte I:

1. Quinque tabule Salutationum, c. 1 a;
2. Tractatus Virtutum, c. 7 d;
3. Notule auree, c. 11 c;
4. Liber qui dicitur Palma, c. 13 b;
5. Liber qui dicitur Oliva, c. 17 d;
6. Liber qui dicitur Cedrum, c. 33 d;
7. Liber qui dicitur Myrrha, c. 35 d;
8. Breviloquium; c. 38 d;
9. Amicitia, c. 42 c;
10. Rota Veneris, c. 53 a;
11. Ysagoge, c. 58 a;
12. Arenge, c. 68 a — 73 b.

« Il testo della *Rota* nel ms. Vallicelliano è tutt'altro che corretto; onde la impossibilità di pubblicarlo fin d'ora integralmente. Ho cercato però di estrarne quanto esso presenta di più caratteristico e notevole, e questo oggi offro agli studiosi, riservando ad altro momento i comenti.

Bibl. Vallicelliana, Cod. C, 40.

c. 53 a.

INCIPIT LIBER QUI DICITUR ROTA VENERIS.

In principio veris, cum sensibilia et animata quelibet ex aeris temperie revirescunt, ac germinare incipiunt, ex temperantia qualitatum ipsius, que mortua yemis presentia videbantur, stabam in rotundo monticulo iuxta Ravonem inter arbores florigeras, et audiebam iocundissimas et variabiles phylomenarum voces, sicque recreabam animam post laborem. cum autem sic starem et infra mentis archana plurima revolverem, ecce virgo in vestito deaurato, circumamicta varietatibus, ex insperato comparuit, quam natura taliter in omnibus perpoliverat, ut nulla in ea deformitas compareret; ad modum siquidem regine preciosam habebat coronam, in manu dextra regale sceptrum dominabiliter deferendo. venerat enim a finibus terre ut (1) singulorum curialitatem et sapientiam scrutaretur. hanc intuens facie alacri et iocunda, dixi ut precipere dignaretur. illa vero non interrogata firmiter asseruit se deam esse Venerem, addendo pariter cur salutationes et delectabilia dictamina non fecissem, que viderentur ad usum amantium pertinere. stupefactus ad hec, assumpsi stilum proprie, et hoc opusculum incepi quod Rota Veneris volui nominare, quia cuiuscumque sexus vel condictionis homines amoris ad invicem vinculo colligantur, tamquam rota orbiculariter revolvantur (2), et pertimescunt plurimum omni tempore: quoniam perfectus amor continuum parit assidue timorem. preterea placuit michi virgineum chorum a destris Veneris collocare; uxoratas moniales viduas et defloratas ponere a sinixtris. sub scabellum pedum ipsius universa ab istis inferius constituo, in quibus turpissima est voluptas et iocundatio nulla. ponam in genere breviter exemplum dę omnibus, ne prolixitas auditorum aggravet aures.

Quicumque igitur sic his generalibus poterit salutationibus uti:
Nobili ac sapienti domine .G. morum elegantia (3) decorate .L. salutem cum prontitudine servitii (4).

(1) *ms.* ī
(2) *ms.* revolamitur
(3) *ms.* elegantie
(4) *ms.* f'ratii

Vel aliter: Nobilissime ac sapientissime domine .O. de Calem .G. seipsum totum.

Vel aliter: Inclite ac magnifice domine .D. comitisse, forma et morum elegantia decorate .G. de Mons salutem et promptum in omnibus servitium.

. . . .

Vel aliter: Gloriose ac magnifice domine .D. amice dulcissime .O. salutem et illud ineffabile gaudium mentis quod aliqua re vel actu exprimi nunquam potest.

. . . .

Consueverunt autem quidam ponere quandam rusticanam et rediculosam salutationem, qua posset benivolentia captari. hoc enim est:

Amice dulcissime .D. morum elegantia redimite .G. tot salutes et servitia quot in arboribus folie, quot in celo micant sidera, et quot arene circa maris littora.

Et nota quod omnes mulieres appetunt semper de pulcritudine commendari, etiam si fuerint deformes. unde tam in salutationibus quam in ceteris (1) epistole partibus te oportet benivolentiam a pulcritudine captare. utaris igitur superlativis et insistas commendationi. . . . . .

Et nota quod tàm mulieres quam viri, cuiuscumque sint ordinis vel condictionis, debent epistole titulum in huiusmodis lascivis taliter occultare, quod si littere ad aliquorum manus pervenerint, nequeant de facili cognosci. . . . . .

Decursis breviter salutandi modis qui possunt ad usum amantium pertinere, duxi quedam narrandi genera ponere generaliter in exemplum, ut dictatores quilibet preparatoria inveniant in dicendo. set distinguenda sunt amandi tempora et amantium genera. quidam autem post colloquium et ad parvam familiaritatem amorem quarumdam (2) requirunt; quidam (3) amare incipiunt aliquas, non tamen cum eis colloquium habuerunt; quidam etiam (4) illas adamare appetunt quas numquam viderunt. tria igitur sunt tempora in quibus hec omnia fiunt. amantium vero genera duo sunt: laicus videlicet et clericus. item laicorum alius miles, alius pedes. item militum alius rex, alius dux, alius princepe (5), alius marchio, alius comes, alius procer, alius varvassor. item peditum alius civis, alius burgentis, alius negotiator, alius rusticus, alius liber, alius servus. clericorum alius prelatus, alius subditus; quia non sunt distinguende omnes clericorum species, ne amoris iura ledantur . . .

Ab his ergo tribus temporibus duos narrandi modos ad usum amantium assumam. primus est ante factum, secundus (6) post factum. quicumque amorem alicuius mulieris habere appetit, debet venativas adulationes aut (7) blanditias premittere; promittendo ea que nunquam facere posset. quia, sicut dicit Ovidius, nil enim promittere ledit. . .

Cum inter puellarum gloriosos choros vos nudius tertius corporis oculis inspexi, apprehendit quidam amoris igniculus precordia mea, et repente me fecit esse alter. nec sum id quod fueram, nec potero de cetero esse. nec mirum; quia michi et universis procul dubio videbitur quod inter omnes refulgebatis tanquam stella matutina, que in presagio diei auroram

(1) *lez. incerta.*
(2) *ms.* quorumdam
(3) *ms.* quidam em̄
(4) etiam, *lez. congetturale*; *il ms.* em̄
(5) *sic.*
(6) *ms.* secundum
(7) *ms.* aū

prehire videtur. et dum subtiliter inspicerem quanta vos pulcritudine natura dotaverat, amiratione deficiebat spiritus meus. capilli siquidem vestri quasi aurum contortum iuxta coloratissimas aures mirifice deponebant (1). frons erat excelsa, et supercilia sicut duo cardines gemmati, et oculi velut stelle clarissime refulgebant. quorum splendore membra quelibet radiabant. nares directe, labra crossula et rubentia cum dentibus eburneis comparebant, collum rotundum cum gula candidissima directe (2) inspiciendo geminabat pulgritudinem (3) quam nunquam credo potuisse in Elena magis intendi. pectus quasi paradisi ortulus corpori supereminebat; in quo erant duo poma velud fasciculi rosarum, a quibus odor suavissimus resultabat. humeri tamquam aurea capitella residebant, in quibus brachia sicut rami cedri erant naturaliter inserta. manus longe, digiti exiles, nodi coequales et ungues sicut cristallus respendentes (4) totius stature augmentabant decorem vestrum; quare primo deficeret commendator quam pulcritudinis inmensitas. stilum vero ad sapientie vestre magnitudinem, de qua non possum non amirari; quia multe sunt que, licet convenienti pulcritudine gaudeant, non tamen sapientia decorantur. sunt et alie quibus sapientie (5) sunt nature munera concessa et forma corporis denegata. set in vos ita hec omnia sine defectu aliquo confluxere, quod multotiens me oppinio in hanc trahit sententiam, ut existimem vos aliqua deitate potiri. magnitudini tamen vestre suppliciter suplico, ut michi vestro famulo dignemini precipere; quia paratus sum me ipsum et mea vestre in omnibus et per omnia exponere voluntati.

Et nota . . . . quod talis epistola non debet transmitti cuilibet, set magnis et sapientissimis dominabus. preterea sciendum est quod unaquaque mulier, cuiuscumque sit ordinis vel condicionis, negat in primis quod facere proponit . . . .

Quinque sunt cause quibus mulier denegat quod postulat amans: prima est ex quadam occulta natura, quia naturaliter in omnibus esse videtur primo negare quesita; secunda, ne si propositioni tue condescenderet, voluntati crederes fore communem; tertia est, ut postulanti dulcius esse videatur quod sibi fuerat longo tempore denegatum; quarta, ut espectet sibi aliquid elargiri antequam consentiat postulanti; quinta, quia sunt plurime que concipere pertimescunt. unde, si aliqua rescriberet mittenti, et poneret simpliciter titulum cum salutatione; posito autem titulo, sic procedere posset:

In epistole tue serie stilum pro nichilo fatigasti, credens per quedam adulatoria verba et pulcritudinis mee commendationem benivolentiam captare. set nichil est quod credis et semina mandas arene. vel: vestro siquidem servitio non indigeo, nec volo quod de cetero michi talia mittere presumas.

Hac siquidem epistola perpendere poterit amans quod suum procul dubio desiderium adimplebit. unde iterato, talem sibi epistolam transmittat:

Vestrarum litterarum significatum animam (6) et corpus pariter letificant; et licet dixeritis me stilum facisse (7) pro nichilo, credo tamen quod me respicere dignabimini, et si non placuerit ut vivam, precipietis ut moriar, sicque post mortem fruar gaudiis paradisi.

(1) *ms.* depœnbant
(2) *ms.* si directe
(3) *sic.*
(4) *sic, per* resplendentes
(5) *nel ms. due volte* sapientie
(6) *ms.* annam
(7) *sic.*

De tua importunitate non possum non amirari, cum iam penitus denegaveram (1) ne michi litteras vel aliquid mittere auderes; et nunc me sic solicitas, ut credas me alterabilem esse. set non reperitur nodus in sirpo (2), et flos mirice permane (3) inviolabilis, nec est feno similis, quod secatum facile arescit. vidisti forte virgulta in deserto, complacuerunt tibi pomaria Damasci; set non omne quod placet potest, ut credis, haberi (4).

Huiusmodi siquidem proverbia, oculte ratiocinationes, similia et similitudines faciunt plurimum ad usum amandi. ponantur igitur in talibus iucunde transmutationes et proverbia de quibus possit multiplex intellectus haberi, qui non modicum faciunt amantium animos gratulari. et non solum milites et domine, verum etiam populares iucundis quandoque transsumptionibus utuntur, et sic sub quodam verborum velamine vigor amoris intenditur et amicabile incrementum suscipit. transumitur (5) enim mulier quandoque in solem, quandoque in lunam, quandoque in stellam, quandoque in palmam, quandoque in cedrum, quandoque in laurum, quandoque in rosam, quandoque in violam, quandoque in lilium, quandoque in gemmam vel in aliquem lapidem pretiosum; vir autem quandoque transumitur in leonem, propter fortitudinem; quandoque in draconem, propter incomparabilem excellentiam; quandoque in falconem propter velocitatem. infinitis autem modis fiunt huiusmodi transumptiones, nec possent de facili numerari.

Set videndum est quid sit transumptio. transumptio est positio unius dictionis prolata (6), que quandoque ad laudem quandoque ad vituperium rei transumpte redundat. et nota quod omnis transumptio est largo modo similitudo; set non convertitur. ceterum dictator ita debet esse providus in transumendo, ut semper fiat quedam similitudo vocis vel effectus in transumptione. nam si mulieres transumeres (7) in quercum, non esset iocunda transumptio. et si diceres: collegi glandes, pro effectu amoris alicuius, turpiter transumeres; quoniam glandes cibaria porcorum sunt. set si poneres palmam pro muliere et datilum pro amoris effectu, bene transsumeres; quoniam palma est arbor famosa, et datili dulcedinem exibent per gustum. item, si virum transumeres in canem, turpiter transumeres, nisi eum velles (8) taliter dehonestare. verum quia meum propositum impediretur, pretereo sub quodam silentio de transumtione; set alias de ipsa transumtione specialem proposui facere tractatum.

Revertar igitur ad propositum, et respondebo pro amante superiori epistole hoc modo:

Si regnum essem ademptus et regali diademate coronatus, non tamen foret gaudium cordi meo intratum, quantum de vestrarum litterarum tenore percepi. scio quidem quod nodus non reperitur in scirpo, idest macula non reperitur in facundissimo eloquio vestro. flos mirice (9) permanet inviolabilis, idest vestre dilectionis sinceritas non potest aliquatenus violari. ego autem sum fenum, quod secatum facile arescit; et nisi (10) me vellitis rore vestre gratie

(1) *lez. congetturale.*
(2) *sic.*
(3) *sic, legg.* permanet
(4) *ms.* set non est omne quod placet potest vel credis haberi.
(5) *ms.* l' transumitur
(6) *ms.* prolatam
(7) *questa parola è ripetuta nel ms.*
(8) *ms.* vellet
(9) *ms.* mirifice
(10) *ms.* ñ

inrigare (1), minus etiam quam fenum aridum potero (2) dici. vidi tamen virgulta et complacuere pomaria Damasci; et licet habere nequeam quod placet, magnitudinem tamen et curialitatem vestram suppliciter exoro, ut michi, fidelitatis mee intuitu, hoc donarium conferatis, videlicet quod instruere dignemini quo tempore vobis secreta mei cordis valeam aperire.

Credis forte quod labor improbus omnia vincit, et pulsanti omni tempore aperiatur; set incerte sunt vie hominum et vane cogitationes eorundem, cum res cuiusque in talibus magis casu et fortuna reguntur (3) quam premeditata dispositione. nolens tamen (4) preces tuas ex toto contennere, ne in desperationis laqueum traharis, consulo ut in die festo, cum domine et matrone templum dominicum visita (5), proicias infra meum pomerium falconem, et subito postea currens, a familiaribus domus tuam repetas (6) avem. ego vero illam faciam denegari, diceturque ab ancillis: recede, non enim est tuum quod petis. ad istam siquidem contemptionem revocari faciam, sicque michi tui cordis archana poteris aperire.

Quid plura? pone quod amans iam fecerit quod obtabat. unde potest et debet post factum aliquas iocundissimas litteras ei destinare. consueverunt autem amantes ad maiorem delectationem dicere se vidisse per sompnium quod fecerant. unde talem amator sibi potest epistolam destinare:

Dum medium silentium (7) tenerent omnia et dies iocundissimus primi veris suum perageret cursum, causa venandi quidam intravit pomerium, infra (8) quo duo rivuli decurrebant. erant enim ibi arbores florigere, inter quas dulcissimi phylomenarum cantus undique resonabant. fatigatus, modicum sub frondio pini quievi et cepi suaviter dormire. cum autem sic quiescerem, ecce comparuit virgo speciosissima, cuius pulcritudinem non posset aliquis designare. aprehendit me per manum et cepit mecum aliquantulum residere. utebatur primo suavissimis alloquiis et coloratis prefactionibus in dicendo (9); post multa siquidem verba plicatis brachiis me suaviter strinxit et suis rubentibus labellis mea suavius comprimens, contulit michi bascia ineffabilia. post hec iocundiora et iocundissima exercendo, que mille modis gaudium geminarent (10), introduxit me tandem in cubiculum suum quod fulcitum erat floribus et malis stipatum. erant ibi cardines eburnei cum capitellis aureis; parietes cristallini cum celatura varia; sicque radiabant ex gemmarum fulgoribus ut (11) michi videretur esse in paradiso deliciarum. superveniente demum aurora me sub eiusdem arboris umbram reduxit et repetitis amplexibus me innumerabiliter astringens, angelicum (12) michi contulit ave. a sompno quidem tam gloriose (13) salutationis alloquio excitatus, iuxi vestram in hac parte sapientiam consulere ut michi vestris litteris dignemini somnium explanare.

(1) *ms.* mrirgare, *ma è una frase propria di questo stile.*
(2) *ms* pot̃
(3) *ms.* regutur
(4) *ms* tandem
(5) *sic, per* visitant
(6) *ms.* repetens
(7) *lacuna di una parola.*
(8) *ms.* infro
(9) *ms.* andicendo
(10) *ms.* g'minar̃; *o* germinarent?
(11) *ms.* cum
(12) *ms.* agelicum
(13) *ms.* gloriosi

Iocundari potestis et infra mentis archana inenarrabiliter exultare, quod tam pretiosum vobis comparuit somnium, in quo desideratissimos complexus, bascia iocundissima et cetera que secuntur magnifice recepisti. nam, si bene memini, eadem ad eiusdem arboris pedem me credo sompniase, quod vos ibidem videram hec omnia facientes. ab ea siquidem hora excogitavi sedula quomodo vestre possim magnitudini in omnibus et per omnia complacere. verumtamen sompnium interpretari non valeo, nisi mecum sub eadem arbore iterum quiescatis. properate igitur ad eundem locum post solis occasum; quoniam ibi proposui vobis sompnium explanare, et referre que modo (1) litteris non audeo annotare.

Pretiosissima forma pre filiabus hominum, grates decem milia ex parte vestri fidelissimi habeatis; scientes procul dubio quod vestri amoris vinculum me tenet indissolubiliter colligatum. unde quicquid placet precipere, paratus sum effectui mancipare.

Amoris vestri vinculum per effectum operum dissolvatur. quoniam viro nupsi qui me maritali anulo subarravit, cinsit collum meum lapidibus pretiosis deditque michi vestes auro et gemmis plurimum renitentes. unde non possum nec debeo tecum more solito iocundari.

Plorans ploravi nec plangere desistam; et in tenebris meum stravi lectum, quia obscuratum est michi candelabrum quo videbar inter gloriosas militum catervas multimode refulgere. unde sciatis: si montes et maria cum vestro viro transiveritis, sequar vos....

Eram in domo patris mei tenera et in utriusque parentis conspectu amabilis, quando per venativas adulationum blanditias me traxisti minus provide in laqueum deceptivum. nunc vero non audeo alicui propalare mei vulneris causam. et tamen scitur in plateis quod gessimus in abscondito; vultus pallet, tumescit venter, reserantur claustra pudoris; fama plebescit, laceror assidue, subiaceo verberibus; requiro mortem nec invenio. unde non est dolor similis nostro dolori, quia famam et honorem cum flore virginitatis amissi. nam is (2), inenarrabile anxietatis augmentum, factus est michi penitus alienus; nec illius aliquatenus recordaris cui maria promittebas et montes et universa que celi ambitu continentur. similibus enim laqueis auceps decipit aves, et pisces ex pelago tali attrahuntur amo. set nichil prodest michi quod refero; quoniam qui ex alto cadit inremediabiliter corruit, et frustra remedium queritur ubi periculum precucurrit. succurre michi, queso, tandem; et si non vis prebere ut vivam, inspicias saltem quomodo pro te moriar. et utinam morerer! quia minus malum esset mori, quam vivere omni tempore cum pudore.

Antequam uxorem acciperem, dedignabatis me in virum accipere; nunc autem qua ratione tue possem conscendere voluntati, cum uxorem habeam elegantissimam et multimoda (3) pulcritudine decoratam? cessa igitur a talibus et tecum (4) hec verba retractare, quoniam aliud credo esse in causa quod tuam navem facit ad portum ignominie devenire.

Expectans expectavi desiderium meum, alteram mei corporis partem, oculorum meorum lumen, primum dilectum et amicum. et iam elapso quinquennio sibi, vaga permansi credens illum corporis oculis revidere sine quo nichil video nec videre potero, nisi michi sue

(1) *ms.* refere quedam
(2) *ms.* id
(3) *ms.* multimodam
(4) *ms.* tectum

presentie contulerit claritatem. redit ad Noe columba per fenestram ramum virentis olive in signum letitie reportans. revertatur queso dilectissimus meus, ut illam faciat vivere que pro illo moritur, nec mori potest. alioquin faciam sicut turtur, que suum perdit maritum, ad instar cuius amavi semper et amare peropto. illa siquidem postea non sedet in ramo viridi, set gemet in sicco ramo voce flebile iugiter, et aquam claram turbat cum appetit bibere; nullum nisi mortis prestolatur solatium. sic ego vivam sicque moriar, si vestra desiderabili presentia non potero prepotiri.

Vox turturis immo potius cuculi audita est in terra nostra, et resonuit quod huius seculi honore deposito habitum proposuisti recipere monachalem, et in claustro cum gimbis, claudis, nasicurvis et strambis mulieribus ducere vitam. que igitur gloria reservabitur, cum vos accendere lampades, pulsare tintinnabulum, revolvere libros et cantare altis alleluia vocibus oportebit? nam, cum videbitis puellas plurimas vestimentis pretiosissimis exornatas, que vobis non posunt in pulcritudine coequari, stare cum militibus in choreis et cantare in timpano et choro, palma nata, paradisi redimita floribus, in vestimentis nigris cantabitis requiem eternam, gracidando psalmos cum inveteratis? desistatis igitur a tali proposito, quoniam paratus sum quandocumque placet vos recipere in uxorem.

Diu cogitaveram qualiter possem evadere, ne habitum suscipere (1) monachalem. set pater meus hoc me facere compellebat, nec inveniebam aliquem qui michi super hoc vellet consulere. unde tristis erat anima mea usque ad mortem, nec poteram vivere sine dolore. placet igitur michi consilium vestrum, et paratus (2) sum vestre voluntati (3) in omnibus obedire. quapropter amicitiam vestram attentissime deprecor, quatenus in proxima nocte ad monisterium, cum primo tintinnabulus pulsabitur, propere accedatis; quia vobiscum veniam quocumque placebit.

. . . .

Transmisi vobis violas, nunc autem fasciculum vobis destino rosarum; quoniam amicitie vestre superlativis conveniunt flores, frutus et frondes. recessit enim aquilo; veniat igitur auster, qui intret ortum meum et faciat illius odoramenta suis flatibus redolere.

Jocundissima sunt vobis in materia tota proposita quibus amantes valent se ad invicem visitare suorumque cordium revelare secreta. nos autem in inmentioris amoris specula consistentes, quedam in hac parte consideravimus que ex officio nostro volumus in integrum supplere: videlicet vos docere proposuimus invenire oportunitatem amandi, et per quas personas hoc facere possitis. unde vos breviter docebo regulam que non fallit. matrone per se ipsas; moniales et vidue sub optentu religionis; uxorate per matronas et matres et ancillas; puelle super omnes predictas possunt multimode lascivire. item, quod non est aliquis adeo sagas (4) qui mulieris propositum valeat omni tempore impedire. hiis dictis adam (5) aliud de sacerdotibus et universis qui çelotipie intime vitio perscribuntur; addendo pariter quod quicumque dubitat, et vult sibi conscius esse, cornutam procul dubio coronam adypiscitur, in qua scribentur cuculli versus et depingetur cucurbita ortulana.

(1) *legg.* susciperem
(2) *legg.* parata
(3) *ms.* voluitati
(4) *legg.* sagax
(5) *legg.* addam

Finito siquidem generali edicto, abiit dea Venus [1] .... ego autem solus remansi et cepi cogitare mecum omnia que causa [2] lascivie dixeram, et vereri plurimum ne forte moderni et posteri crederent nimis me fuisse lascivum. unde opus destruere proposueram, ne ad aliquorum audientiam perveniret. conscendi tandem amicorum precibus et Rotam Veneris omnibus concessi, quam feceram causa urbanitatis. unde per eandem volo universos et singulos scire, quod plus michi semper placuerunt verba quam factum [3] ; quia gloriosius est in talibus vivere in spe quam in re, secundum sententiam serenissime capuane.

Quedam oblivioni traddideram. ... ; unde vix potest imbeccillitas ingenii humani rem pre magnitudine imtueri. inter cuntos equidem amantium gestus hec diligentius sunt et exquisitius contemplanda: videlicet quid sit nutus, quid inditium, quid signum et quid suspirium, quomodo ita se habeant, et qualiter permisceri possunt ......

Suspiria largo quidem modo possunt dici nutus, inditium et signum. porro pro suspiria plurima indicantur. profecto, cum quidam miles non longe a quadam virgine sederet, vehementer suspiravit. interrogatus tandem [4] ab ea quare suspiraverit, respondit: non enim audeo vobis mei cordis desiderium aperire. illa vero notabile sibi verbum proponit dicens: non videtur virilem habere animum qui mulieri suam dubitat patefacere voluntatem, dummodo loquendi oportunitas adsid.

Licet autem prelia lasciva in hoc opere posuerim, non tamen credere debetis me fuisse aut velle fore lascivum. nam Salomon, qui meruit assistrici sapiencie copulari, multa proposuit in Canticis canticorum que si secundum litteram intelligerentur, magis possent ad carnis voluptatem quam ad moralitatem [5] trahi. verumtamen sapientes dubia in meliorem partem interpretantur, dicentes sponsam vel amicam ecclesiam fuisse, sponsum autem Jhesum Xpistum. credere autem debetis quod Boncompagnus non dixit hoc alicuius lascivie causa, set sociorum precibus amicabiliter condescendit.

Archeologia. — Il Corrispondente Barnabei parla delle nuove scoperte epigrafiche avvenute nella necropoli dell'antica Teate nei Marrucini, fermandosi specialmente sopra le lapidi iscritte rimesse a luce in s. Maria Calvona, delle quali ha presentato gli apografi. Degna di speciale considerazione è quella che contiene un nuovo albo di un collegio funeraticio, in cui sono incisi in una colonna a parte i nomi dei socî che erano morti quando l'iscrizione fu incisa.

« Il riferente si è trattenuto poi a dire di una bellissima iscrizione metrica, sventuratamente troppo consumata, ma che presenta forme di somma eleganza, quali convengono alle scritture tra la fine della repubblica ed il principio dell'impero.

« La Nota del Corrispondente Barnabei sarà inserita nelle Notizie degli scavi ».

(1) *ms.* unus
(2) *ms.* cā
(3) *ms.* fc̄m
(4) *ms.* eandem
(5) *cod.* mortalitatem

Paletnologia. — *Terramara del Castellazzo di Fontanellato nella provincia di Parma.* Relazione del Socio L. Pigorini.

« La Relazione di cui diamo il titolo sarà pubblicata per disteso negli Atti. Con essa il prof. Pigorini riferisce sugli scavi da lui eseguiti lo scorso autunno nella terramara *Castellazzo di Fontanellato*, a spese dell'on. conte Alberto Sanvitale deputato al Parlamento che ne è il proprietario.

« Le osservazioni recenti e le notizie di altre fatte prima permettono di rintracciare la storia di quel luogo, la quale incomincia colla età del bronzo. Si stabilirono ivi allora gl'Italici, costruendo, secondo l'usanza loro, la *palafitta* per sostegno delle abitazioni, in un'area probabilmente quadrilatera, estesa per alcuni ettari e rinchiusa da *arginatura*, attorno alla quale girava una *fossa*. La terramara, formatasi a guisa di monte per la lunga dimora degli Italici, fu occupata poscia dai coloni romani, i quali vi edificarono un piccolo tempio di cui si videro le vestigia nel 1842, e vi lasciarono inoltre il noto cippo dedicato a Silvano da L. Erinacio Pantagato.

« Caduto l'impero ebbero stanza in quel luogo famiglie barbariche, e nel medio evo sui ruderi del tempio romano venne costrutta una chiesa sacra a San Possidonio, abbandonata nei giorni di papa Nicolò V. Per ultimo il posto di cui si parla fu dai Sanvitale fortificato fra il 1483 e 1484 (e da ciò il suo nome di *Castellazzo*), per proteggere il territorio di Fontanellato contro quello limitrofo di San Secondo durante la lotta fra gli Sforza e i Rossi.

« Parte del lavoro del prof. Pigorini contiene la descrizione degli oggetti dell'età del bronzo scoperti in passato al Castellazzo. Dallo studio di essi vengono confermate le conclusioni di anteriori ricerche, cioè:

1. Le terramare dell'Emilia formano un solo gruppo colle stazioni lacustri delle provincie venete.

2. I prodotti industriali che si scoprono nelle une e nelle altre trovano pieno riscontro in quelli coevi della Valle del Danubio, ciò che mostra come per quella via sia penetrata nell'Europa la immigrazione di cui sono il testimonio.

3. Negli oggetti dell'età del bronzo delle ricordate terremare e stazioni lacustri si ha lo stadio arcaico di quelli fabbricati dagl'Italici nella prima età del ferro, quando cioè questi ricevettero nomi distinti, non esclusi gli Etruschi.

Filosofia. — *Sulla Teogonia di Ferecide di Syros.* Nota del Corrispondente Alessandro Chiappelli.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Archeologia. — *Sopra le relazioni commerciali degli Ateniesi coll'Italia.* Nota del Socio W. Helbig.

« Si suppone generalmente che i molti vasi dipinti attici i quali si trovano nelle necropoli della Campania, del Lazio e dell'Etruria siano stati importati direttamente dal Pireo sopra bastimenti attici, e che quindi gli Ateniesi nel 6° e 5° secolo a. Cr. abbiano esercitato un vasto commercio diretto colle coste occidentali dell'Italia (1). Ma quest'opinione è decisamente erronea e merita di essere confutata espressamente, perchè produce una grande confusione nelle ricerche circa lo svolgimento politico e civile tanto dei Greci quanto degli Italici.

« Se in primo luogo esaminiamo quali cognizioni Erodoto aveva dell'Italia, risulta che egli era ben informato sopra le regioni circondanti il golfo tarentino, regioni che poteva studiare durante il suo soggiorno a Turii (2). La medesima dimora gli offrì anche l'occasione di raccogliere alcune notizie intorno ai Veneti stabiliti sulle coste nord-est dell'Adriatico (3). Probabilmente le ricevette dai Tarentini, le cui relazioni commerciali nell'Adriatico arrivavano almeno fino ad Ancona, trovandosi spesso delle loro monete nell'antico Piceno (4). Invece le sue cognizioni dell'Italia occidentale sono molto limitate. Menziona i Liguri soltanto di volo (5). Degli Umbri e delle loro sedi ha un'idea molto vaga (6). Intorno agli Etruschi non sa raccontare altro che la favola focea, che cioè essi dalla Lidia siano immigrati nell'Italia (7), e le divergenze ch'ebbero coi Focei (8). L'unica città etrusca che nomina è Agylla (Caere), dove furono lapidati i Focei fatti prigionieri nella battaglia d'Alalia (9). È chiaro dunque che egli attinse le sue notizie sugli Etruschi da fonte non attica ma focea (10). Tace del tutto dei Volschi i quali come formidabili pirati dovevano esser pur troppo noti ai marinai naviganti nel mare tirreno. Tace dei Latini e della città di Roma. Il quale silenzio resterebbe enimmatico, se gli Ateniesi durante il 5° secolo a. Cr. avessero mantenuto relazioni commerciali dirette colle coste occidentali dell'Italia.

(1) Cf. specialmente Mittheilungen des arch. Institutes in Athen X (1885) p. 156. — Droysen Athen und der Westen p. 33 ss.

(2) Herodot. IV 99. Cf. III 138, IV 15, VII 170.

(3) Herodot. I 196, V 9.

(4) Bull. dell'Inst. 1882 p. 84 nota 1.

(5) V 9, VII 165.

(6) I 94, IV 49.

(7) I 94. Cf. Ann. dell'Inst. 1884 p. 149-154.

(8) I 166, 167.

(9) I 167.

(10) Cf. specialmente I 163: *οἱ δὲ Φωκαιέες ..... τόν τε Ἀδρίην καὶ τὴν Τυρσηνίην καὶ τὴν Ἰβηρίην καὶ τὸν Ταρσησὸν οὗτοι εἰσι οἱ καταδέξαντες.*

« Siccome Tucidide scrisse non una storia universale ma soltanto la storia della guerra peloponnesiaca, così non aveva bisogno di ragguagliare i suoi lettori sopra i popoli italici. Ma nondimeno la sua opera contiene una notizia che difficilmente può conciliarsi coll'estensione finora attribuita al commercio ateniese. Quando cioè nell'inverno dell'anno 416 a 415 a. Cr. ad Atene cominciò a ponderarsi l'opportunità di una grande spedizione contro Siracusa, la maggioranza dei cittadini — così scrive Tucidide (1) — non conosceva la grandezza della Sicilia nè la moltitudine degli Elleni e dei barbari ivi stabiliti. Ne risulta che il commercio degli Ateniesi anche colla Sicilia era sottoposto a certi limiti e vedremo più innanzi quali siano state quelle ristrizioni. Se i loro marinai frequentemente avessero fatto vela verso le spiaggie del mare tirreno, sia per lo stretto di Messina sia attorno la Sicilia, costeggiando generalmente e spesso approdando, com'era l'abitudine degli antichi, fuor di dubbio gli Ateniesi sarebbero stati più o meno informati almeno sopra la periferia dell'isola o sopra la popolazione delle coste.

« Allo stesso risultato conducono le precise notizie che ci sono conservate sopra l'estensione del commercio attico verso l'occidente. Nella letteratura greca si fa menzione del traffico che gli Ateniesi nel 5° secolo a. Cr. facevano sulle coste dell'Adriatico. Lisia nella sua orazione contro Eschine il Socratico (2) dice che i marinai del Pireo riguardavano quel traffico come molto pericoloso. In un'altra orazione (3) accenna come un Ateniese Diogitone abbia spedito nell'Adriatico un vascello mercantile e che con questa impresa abbia raddoppiato il capitale impiegato. All'incontro la letteratura non contiene testimonianza alcuna che gli Ateniesi abbiano trafficato sulle coste del mare tirreno, ma ci offre invece un passo, dal quale risulta che la loro navigazione in quella direzione aveva precisi limiti. Nicia, cioè, nel discorso che tiene presso Tucidide per dissuadere gli Ateniesi dalla spedizione siciliana, fa menzione dei limiti che i Sicelioti nella loro navigazione finora avevano osservati rispetto agli Ateniesi, e dice che quei limiti siano stati il golfo ionio — ossia l'Adriatico (4) — per chi costeggiava, il mare siculo, per chi prendeva il largo (5). Disgraziatamente il generale ateniese non c'informa quali limiti siano stati osservati dai marinai attici rispetto ai

(1) Thukyd. VI 1: *ἄπειροι οἱ πολλοὶ ὄντες τοῦ μεγέθους τῆς νήσου καὶ τῶν ἐνοικούντων τοῦ πλήθους καὶ Ἑλλήνων καὶ βαρβάρων.*

(2) Presso Athen. XIII p. 612 D.

(3) Or. 32 (contra Diogitonem) § 25. Sopra le misure prese dagli Ateniesi nella seconda metà del 4° secolo per proteggere il loro commercio nell' Adriatico cf. Böckh Staatshaushaltung der Athener III p. 457 ss.

(4) Cf. Mommsen römische Geschichte I7 p. 322.

(5) Thukyd. VI 13, 2: *καὶ ψηφίζεσθαι τοὺς μὲν Σικελιώτας οἷσπερ νῦν ὅροις χρωμένους πρὸς ἡμᾶς, οὐ μεμπτοῖς, τῷ τε Ἰονίῳ κόλπῳ, παρὰ γῆν ἥν τις πλέῃ, καὶ τῷ Σικελικῷ, διὰ πελάγους, τὰ αὑτῶν νεμομένους καθ'αὑτοὺς καὶ ξυμφέρεσθαι.*

Sicelioti. Ma s'intende che per tale riguardo regnava qualche reciprocità e che anche gli Ateniesi s'astenevano dal frequentare certe acque, nelle quali la loro navigazione pregiudicava gl' interessi dei Sicelioti. A queste acque certamente non apparteneva l'Adriatico; giacchè vi sono le sopra dette precise testimonianze che i negozianti attici trafficavano sulle coste di quel golfo. Oltre a ciò vedremo più innanzi che gli Ateniesi esercitavano un commercio diretto molto esteso colla costa orientale della Sicilia; e possiamo inferirne che avevano libero il passaggio anche per il mare siculo. Così, se ricerchiamo quali acque i Sicelioti avrebbero potuto riservarsi per la propria navigazione, non restano che quelle del mare tirreno.

« E nemmeno le relazioni politiche, che gli Ateniesi avevano nell'Italia, prima dell'anno 415 a. Cr., nel quale mandarono un'ambasciata nell'Etruria [1], oltrepassarono lo stretto di Messina. Tutti i dati che abbiamo sopra i tempi precedenti a quell'anno, accennano soltanto a relazioni colle spiaggie sud-est dell'Italia. Nell'anno 480, quando il consiglio di guerra tenuto sotto la presidenza dello Spartano Euribiade esitava nel dar battaglia ai Persiani presso Salamina, Temistocle minacciò che gli Ateniesi, se la flotta greca si ritirava, emigrerebbero nella regione Sirite, appartenente a loro da tempi antichi [2]. Dunque gli Ateniesi già sul principio del 5° secolo mantenevano relazioni, probabilmente regolate per qualche trattato, cogli Iapigii o Messapii stabiliti attorno al golfo tarentino. I nomi delle due figlie di Temistocle, l'una delle quali si chiamava Italia, l'altra Sibari [3], fuor di dubbio hanno da spiegarsi con quelle relazioni e colle speranze che gli Ateniesi vi fondavano sopra, di propagare la loro influenza nell'Italia. La fondazione di Turii che nell'anno 443 per iniziativa degli Ateniesi ebbe luogo nel territorio della distrutta Sibari, fu una misura presa a tale scopo, ma che non diede il risultato desiderato. Oltre a ciò ci è conservato il frammento d'un trattato che gli Ateniesi Ol. 86, 4 (43$\frac{3}{2}$) conchiusero coi Regini [4]. In fine Tucidide [5] riferisce che nell'anno 413 Demostene ed Eurimedonte, che comandavano il rinforzo mandato dagli Ateniesi all'armata operante contro Siracusa, sbarcati nelle isole Choirades situate nel golfo tarentino, rinnovellarono con Artas re dei Messapii un'antica amicizia, la quale forse stava in rapporto colla posizione che gli Ateniesi già nei primi decennii del 5° secolo occupavano nella regione sirite. Ma, mentre vi sono sufficienti notizie sopra le relazioni politiche che gli Ateniesi avevano colle spiaggie sud-est dell'Italia,

(1) Thukyd. VI 88, 7.

(2) Herodot. VIII 62.

(3) Plutarch. Themistocles 32.

(4) C. I. A. I p. 16 n. 33 (= C. I. Gr. I p. 111 n. 74). Cf. Revue archéologique XXXIII (1877) p. 384 ss. Droysen Athen und der Westen p. 13 ss.

(5) Thukyd. VII 33, 4: *καὶ τῷ Ἄρτᾳ, ὅσπερ καὶ τοὺς ἀκοντιστάς, δυνάστης ὤν, παρέσχεν αὐτοῖς, ἀνανεωσάμενοί τινα παλαιὰν φιλίαν ἀφικνοῦνται ἐς Μεταπόντιον τῆς Ἰταλίας.*

manca fino all'anno 415 qualunque testimonianza che essi abbiano conchiuso un trattato colle popolazioni del litorale tirrenico o fatto qualche tentativo in tal senso. La quale circostanza deve sembrare molto strana, se essi, come generalmente si suppone, già durante molte generazioni avevano relazioni commerciali dirette con quelle popolazioni.

« Quando gli Ateniesi preparavano la grande spedizione siciliana, era naturale che cercassero alleati anche sulle coste occidentali dell'Italia. Specialmente gli Etruschi dovevano essere disposti ad appoggiare un'impresa diretta contro i Siracusani, i quali nel tempo precedente alla spedizione ateniese loro avevano recato danni incalcolabili. Basta ricordare che nell'anno 474 Gerone presso Cuma aveva distrutto la flotta etrusca; che verso la metà del medesimo secolo l'ammiraglio siracusano Phayllos saccheggiò Aethalia (Elba), allora posseduta dagli Etruschi; che poco dopo il suo successore Apelle, dopo aver devastato le spiagge del l'Etruria e della Corsica, occupò Aethalia ed a quel che pare anche un porto della Corsica (1). In tali circostanze, se le relazioni generalmente supposte tra l'Attica e l'Etruria realmente avessero esistito, sarebbe da presumere che gli Ateniesi già prima che la loro flotta diretta contro Siracusa lasciasse il Pireo, cogli Etruschi si fossero intesi sopra un'azione comune. Ma questo non accadde. Piuttosto gli Ateniesi mandarono nell'Etruria ambasciatori per concludere un'alleanza soltanto nell'inverno dell'anno 415, dopo che si erano impadroniti dello stretto di Messina e avevano battuto i Siracusani nella prima battaglia campale (2). Ed il risultato delle trattative era molto meschino, giacchè soltanto tre bastimenti etruschi si unirono alla flotta ateniese (3).

« Il racconto che i Romani, quando preparavasi la legislazione decemvirale, abbiano inviato ad Atene una commissione per studiarvi le leggi soloniche (4), come già riconobbe il Gibbon (5), è una fiaba. I patrizii romani,

(1) Cf. Holm Geschichte Siciliens I p. 256, p. 430-431. Il *λιμὴν Συρακόσιος* nell'isola di Corsica: Diodor. V 13.

(2) Thukyd. VI 88, 7. Secondo Timeo presso Tzetzes schol. ad Lycophr. Cass. 732, 733 un *ναύαρχος* ateniese, Diotimo, si recò a Neapolis, vi sacrificò a Partenope ed istituì un corso a fiaccolechei Napolitani d'allora in poi avrebbero celebrato annualmente. « *Διότιμος δὲ εἰς Νεάπολιν ἦλθεν, ὅτε στρατηγὸς ὢν τῶν Ἀθηναίων ἐπολέμει τοῖς Σικελοῖς* ». Siccome Tucidide non fa menzione d'un Diotimo che nella Sicilia abbia comandato forze attiche, così la qualifica di *στρατηγός* è certamente erronea. Sembra piuttosto che quel Diotimo era un ambasciatore venuto a Neapolis per decidere i cittadini di questa città ad allearsi cogli Ateniesi contro i Siracusani. Egli forse faceva parte dell'anzidetta ambasciata mandata nell'Etruria, e, strada facendo, si fermò a Neapolis. Cf. Hermes XIX p. 442 not. 2. Droysen Athen und der Westen p. 26-27 not. 20.

(3) Thukyd. VI 103, 2. Cf. VII 53, 2. 57, 10.

(4) Liv. III 33.

(5) History of the decline and fall of the r. empire c. 44 (vol. VIII - London 1829 - p. 5). Cf. Lattes l'ambasciata dei Romani per le XII tavole (Milano 1884) p. 10 ss.

sotto la cui direzione si elaboravano le nuove leggi, per tale scopo si sarebbero indirizzati piuttosto a qualunque altro stato che alla democratica Atene. Oltre a ciò l'arrivo d'un'ambasciata dalla parte occidentale della penisola apenninica presso gli Ateniesi, i quali appunto allora, cioè nel tempo che immediatamente precedette la fondazione di Turii (443 a. Cr.), dovevano prendere un vivo interesse alle cose italiche, certamente avrebbe prodotto una grande sensazione e sarebbe stato menzionato da Erodoto, Tucidide e dai comici attici.

« Finalmente combina con queste considerazioni anche l' estensione che nell'occidente avevano corso le monete attiche coniate durante il 6° e 5° secolo. Chiunque ha visitato i negozi degli antiquari e degli orafi a Palermo, Catania e Siracusa, si sarà meravigliato della grande quantità ivi esistente di quelle monete. Le quali anche abbondano nei ripostigli anteriori alla fine del 5° secolo scoperti nella Sicilia [1]. È noto che tetradrammi attici spesso sono stati riconiati dai Sicelioti [2]. Da tutti questi fatti risulta che durante gli ultimi decennii del 6° e durante il 5° secolo nella Sicilia circolavano molte monete attiche. Tali monete si trovano anche frequentemente sul litorale adriatico da Bari sino a Lecce, nei dintorni del golfo tarentino e nelle vicinanze di Rhegion [3]. All'incontro mancano del tutto nella Campania, nel Lazio e nell'Etruria. Ho verificato il ritrovamento in Etruria di due tetradrammi attici ch'appartengono al sistema monetario introdotto da Alessandro Magno [4], ma di nessun esemplare di tipo arcaico. Stando così i limiti, fino ai quali nell'Italia durante il 5° secolo si estese il corso delle monete attiche, essi esattamente combinano con quelli ch'abbiamo stabiliti per le relazioni commerciali e politiche degli Ateniesi. Prescindendo da casi eccezionali, possiamo considerare come una legge che le monete di uno stato o di una città si diffondono a passi più o meno eguali col commercio della rispettiva popolazione. Così il fatto che monete attiche frequentemente si trovano nella parte sud-est dell'Italia, ma mancano sul litorale tirrenico, conferma l'opinione da me sostenuta che cioè gli Ateniesi non avevano relazioni commerciali dirette con quel litorale.

(1) Questi ripostigli sono quelli di Naxos (Schisò): Bull. dell'Inst. 1853 p. 154, Mon. Ann. Bull. dell'Inst. 1857 p. XLII; un altro scoperto presso Messina: Sallet Zeitschrift für Numismatik V (1878) p. 103-104; un terzo trovato presso Selinunte: Notizie degli scavi 1885 p. 329; un quarto scoperto ultimamente nella parte occidentale della Sicilia: Notizie 1888 tav. XVI 1 p. 295, p. 301.

(2) Notizie 1885 p. 329. Esemplari riconiati a Messana: Periodico di numismatica III (1871) tav. III 5 p. 223. Sallet Zeitschrift IV (1877) p. 345.

(3) Bull. dell'Inst. 1853 p. 154, 1881 p. 180.

(4) Vidi a Chiusi presso il signor canonico Giovanni Brogi un tetradrammon col nome di *Sokrates* (Beulé monnaies d'Athènes p. 297), moneta che il sullodato mio amico aveva acquistato da un lavorante chiusino. Il collega Gamurrini mi comunica di aver verificato il ritrovamento presso Telamone di un tetradrammon attico appartenente al medesimo sistema monetario.

« Se dunque i vasi dipinti dal Pireo non si trasportavano direttamente nell'Italia occidentale, sorge ora la questione, in quale maniera sia stata effettuata la loro spedizione.

« In primo luogo è noto che durante il 5° secolo l'Attica e la Sicilia erano collegate mediante molteplici relazioni. In quei tempi tanto la retorica quanto la raffinata cucina siciliana, celebre specialmente pei delicati piatti di pesci, furono trapiantate ad Atene e vi produssero un gran cambiamento, la prima nella vita intellettuale, la seconda nella vita materiale. Già verso la fine del 6° secolo gli Ateniesi avevano preso dai Sicelioti il giuoco del *kottabos* (1). Se il pittore d'un'anfora panatenaica si chiamava Sikelos (2), quello d'un piatto attico a figure rosse di stile severo Sikanos (3), possiamo inferirne che già nella seconda metà del medesimo secolo persone oriunde dalla Sicilia si stabilirono nell'Attica come *μέτοικοι* o vi furono trasportati come schiavi (4). La *Σικελία*, collina situata vicino ad Atene (5), forse ha ricevuto il nome da ciò, che vi dimorava molta gente di tale provenienza. Per provare che anche gli Ateniesi dal loro canto frequentavano la Sicilia, non ho bisogno di accennare ai viaggi d'Eschilo. Il fatto che essi nel 6° e 5° secolo esercitavano un esteso commercio diretto coll'isola, sufficientemente risulta dalle molte loro monete che vi si trovano (6). In tali circostanze possiamo supporre che le loro merci destinate per i paesi occidentali, merci che oltre ai prodotti ceramici (7) saranno state principalmente ulive ed olio d'uliva (8), dal Pireo si trasportavano direttamente fino alla costa orientale della Sicilia. Siccome poi, come abbiamo veduto, le loro relazioni non oltrepassavano lo stretto di Messina, così è chiaro che la spedizione ulteriore si faceva non più sopra bastimenti attici ma sopra bastimenti delle città, nelle quali le merci attiche erano state scaricate. Per esser breve, i Sicelioti acquistavano le stoviglie attiche e caricatele sopra i

(1) Cf. Philologus XXVI (1867) p. 218 ss. Ann. dell'Inst. 1868 p. 218.

(2) Klein die griechischen Vasen mit Meistersignaturen p. 86.

(3) Klein l. c. p. 116. Mittheilungen des arch. Instituts, römische Abtheilung III t. I p. 61-67.

(4) Cf. Kuhn e Schmidt Zeitschrift für vergleichende Sprachforschung XXIX (1888) p. 393-396.

(5) Cf. Rheinisches Museum VIII (1853) p. 133-137.

(6) Sopra pag. 83.

(7) L'importanza che gli Ateniesi medesimi attribuirono alla loro industria ceramica chiaramente risulta dai noti versi di Critia (Athen. I 28 B. Frag. XXX Bergk):

τὸν δὲ τροχοῦ γαίης τε καμίνου τ'ἔκγονον εὗρεν,
κλεινότατον κέραμον, χρήσιμον οἰκονόμον,
ἣ τὸ καλὸν Μαραθῶνι καταστήσασα τρόπαιον.

(8) È significativo che Solone vietando l'esportazione delle vettovaglie che produceva l'Attica n'eccettuò l'olio d'uliva. Plutarch. Solon 24. Cf. Droysen Athen und der Westen p. 44-45.

proprii bastimenti le spedivano nella Campania, nel Lazio e nell'Etruria. Ed era naturale che la maggior parte di quelle spedizioni toccasse alla città più potente e più florida dell'isola, cioè a Siracusa. Cosiffatto stato di cose dall'altro canto ci forza a supporre che Siracusa ed altre città greche della Sicilia mantenevano frequenti relazioni commerciali coll'Italia occidentale. La quale opinione in primo luogo trova conferma nel fatto che monete arcaiche siracusane non di rado si scuoprono nel suolo etrusco (1). Oltre a ciò la lingua latina contiene molte parole derivate da forme doriche, le quali forme non potevano giungere nel Lazio da verun'altra regione che dalle città doriche della Sicilia (2). Per citare soltanto alcune di quelle parole, le quali secondo la loro conformazione sembrano riferirsi a tempi abbastanza antichi, ricordo *Latona* da *Λατώ*, *Aisclapios*, *Aesculapius* da *Ἀσκλαπιός* (*Αἰσχλαπιός*) (3),

(1) Ann. dell'Inst. 1884 p. 143 nota 2. Darò tutti i materiali in una Memoria che preparo, la quale conterrà la lista delle monete greche anteriori all' età di Alessandro Magno, il cui ritrovamento nell'Etruria e nel Lazio ho potuto verificare.

(2) Cf. sopra quelle parole Weise die griechischen Wörter im Latein, l'indice, e Rheinisches Museum 38 (1883) p. 556-558.

(3) L'opinione esposta dal Jordan nelle Commentationes in honorem Mommseni p. 357 e Kritische Beiträge p. 24, che l'epigrafe ΚΑΦΙΣΟΔΟΡΟΣ ΑΙΣΧΛΑΠΙΟΙ, la quale si legge sulle due gambe d'una figurina greca in bronzo di stile arcaico avanzato, trovata presso Bologna (Ann. dell'Inst. 1834 tav. d'agg. E p. 222 ss.), sia stata tracciata da un barbaro (Etrusco?) mezzo ellenizzato e che dunque la forma *Αἰσχλαπιός* non sia puramente greca, non mi sembra sufficientemente provata. Il principale argomento, sopra il quale si fonda quest' opinione, si è quello che l'epigrafe, come crede il Jordan, debba leggersi *Αἰσχλαπιῷ Καφισόδωρος* e che il porre il nome della divinità avanti il nome del dedicante nell'epigrafia greca non trovi analogia, mentre quest' uso sarebbe regolarmente osservato nelle iscrizioni italiche. Ma siccome i due nomi sono incisi sopra le due gambe della figura, così niente obbliga a leggerli nell'ordine indicato dal Jordan. Piuttosto col medesimo diritto possiamo leggerli secondo le norme dell' epigrafia greca *Καφισόδωρος Αἰσχλαπιῷ*. Oltre a ciò la supposizione che durante la prima metà del 5° secolo, alla quale accenna lo stile di quella figura, nell'agro felsineo si siano trovati Etruschi ch'avevano nomi greci e si servivano d'un alfabeto greco, in nessuna maniera può conciliarsi col carattere della civiltà etrusca allora dominante in quella regione, civiltà sopra la quale siamo esattamente informati per la necropoli della Certosa e per altre scoperte analoghe. In tali circostanze mi sembra che quell' iscrizione ed il nome di *Αἰσχλαπιός* siano puramente greci, vale a dire dorici. Probabilmente la figura originariamnte era stata dedicata in qualche santuario greco. Quando questo santuario sembrò troppo pieno di oggetti votivi, un certo numero di essi, tra i quali il bronzo in discorso, fu scartato e, per ricavarne qualche profitto, venduto in paese barbaro. Nella stessa maniera deve spiegarsi il ritrovamento ad Adria di parecchie stoviglie con sopra graffite iscrizioni dedicatorie greche (Schöne le antichità del Museo Bocchi di Adria tav. XIX p. XI-XIII, p. 140 n. 510 ss. Cf. Helbig, Die Italiker in der Poebene p. 120-121), tra le quali una tazza con un'iscrizione che dice aver Tychon dedicato questa tazza ad Apolline (Schöne l. c. tav. XIX 1, p. 140 n. 510). Il Kirchhoff, Studien zur Geschichte des griechischen Alphabets 4. ed. p. 104 not. 2 giudica che quest'iscrizione sia stata tracciata da un Siracusano. Sembra dunque che la tazza, prima di essere trasportata in Adria, si trovasse a Siracusa in un santuario d'Apolline.

Silanus da Σιλανός, *Damia*, denominazione della Bona Dea (cf. *damium*), da Δαμία, *samentum* da σᾶμα, *caduceus* da καρύκειον, *sacoma* da σάκωμα, *clatri* da κλᾶθρα, *machina* da μαχανά, *gubernator* da κυβερνάτας. Precisamente a Siracusa accenna il nome che i Romani diedero al carcere pubblico fabbricato da loro, quando l'antico Tulliano non soddisfaceva più ai crescenti bisogni, *lautumiae* derivato dalle note λατομίαι siracusane. Di provenienza siciliana sono *nummus* da νοῦμμος (= νόμος) e *hemina* da ἡμίνα (1).

« Un esame speciale richiede il nome *Ulixes*. Siccome la forma Ὀλυττεύς (Ὀλυσσεύς) si trova sopra non meno di sedici vasi attici (2), così tale forma è sicuramente attica. Ma sbaglierebbe chi volesse derivare *Ulixes* appunto da questa forma attica ed inferirne che abbiano esistito relazioni dirette fra gli Ateniesi ed i Latini; giacchè si può provare che una forma simile ed a quel che pare ancora più corrispondente a quella latina si usava dai Greci occidentali. Se Quintiliano (3) giudica che i Latini abbiano derivato *Ulixes* da una forma eolica Ὀλισσεύς, tale opinione si fonda sopra la strana teoria di Varrone, che cioè la lingua latina si sia svolta dall'eolica degli Arcadi immigrati nel Lazio con Evandro (4), e perciò non ha importanza scientifica. Di maggior portata invece sembra il fatto che una forma similissima alla latina Ὠλίξης o Ὠλύξης è stata adoperata da Ibico, poeta regino:

Ὠλίξης (o Ὠλύξης) Ἀσκεισιάδης Ὀδυσσεὺς ὁ πολύτλας (5).

Il quale esametro prova che tale forma era nota a Rhegion, città posta sulla punta meridionale dell'Italia ed immediatamente dirimpetto alla Sicilia. Vi s'aggiunge una storiella che Plutarco attinse da Posidonio (6). Ad Engyon, città situata nella parte settentrionale della Sicilìa, si trovava un santuario della Ματέρες (7), il quale conteneva molti oggetti votivi e tra essi anche punte di lancie ed elmi in bronzo muniti con iscrizioni dedicatorie di Merione e di Οὐλίξου, τουτέστιν Ὀδυσσέως, iscrizioni naturalmente falsificate, per accrescere l'importanza del santuario. Se anche vogliamo

(1) Cf. Rheinisches Museum 38 (1883) p. 558.

(2) Sono raccolti da Kretschmer presso Kuhn e Schmidt, Zeitschrift für vergleichende Sprachforschung XXIX (1888) p. 431-432.

(3) I 4, 16. Cf. Jordan, Kritische Beiträge p. 39. Kretschmer l. c. p. 433.

(4) Wilmanns, De Varronis libris grammaticis p. 128 ss.

(5) Presso Diomedes ars gramm. rec. Keil I p. 321, 29. Cf. Poetae lyrici graeci ed. Bergk III⁴ p. 241, 11. L'opinione del Jordan kritische Beiträge p. 42 ss. che cioè la forma del nome tanto in questo frammento di Ibico quanto presso Plutarch. Marcell. 20 (Οὐλίξης) e presso Prisciano inst. VI 92 (Οὐλιξεύς. Grammatici lat. rec. Keil II p. 276, 4) non sia puramente greca ma cambiata sotto l'impressione di *Ulixes*, con buone ragioni è stata combattuta dal Kretschmer l. c. p. 433-434.

(6) Plutarch. Marcellus 20.

(7) Cf. Diodor. IV 79, 80.

concedere la possibilità che Posidonio o Plutarco sotto l'impressione del nome latino *Ulixes* abbiano alquanto modificato la forma originale, nondimeno resta sicuro che il nome di Ulisse in quelle epigrafi molto rassomigliava a quello latino. Ora il nome delle **Ματέρες**, alle quali il santuario era dedicato, prova che ad Engyon si parlava un dialetto dorico. Il quale fatto naturalmente non può spiegarsi colla favola che Engyon sia stata fondata da Cretesi che accompagnarono Minosse, quando, perseguitando Dedalo, venne nella Sicilia, e sia stata ampliata da altri Cretesi, compagni di Merione, i quali, tornando da Troia, fossero stati sospinti verso l'isola ([1]). Piuttosto è chiaro che il dialetto dorico ed il corrispondente tesoro di parole furono introdotti ad Engyon, quando i Siculi ivi dimoranti cominciarono ad ellenizzarsi sotto l'influenza dei vicini Dorii. Essendo così, risulta che dai Dorii siciliani s'usava una forma molto simile alla latina *Ulixes*. Abbiamo dunque il diritto d'inserire anche *Ulixes* nella serie delle parole che i Latini presero alla medesima popolazione ([2]).

« Ma una prova ancor più evidente per l'estensione del commercio che aveva luogo tra i Dorii siciliani e gli Italici, vien fornito dal fatto che anche i primi, benchè si trovassero ad un livello molto più alto di civiltà degli Italici, adottarono parole italiche. È sicuro che parecchie di tali parole, come μοῖτον (*mutuum*), κάρκαρον (*carcer*), κύβιτον (*cubitum*), πατάνα (*patina*), ἀρβίννη (*arvina*), λίτρα (*libra*), già ai tempi di Epicarmo e Sofrone, cioè nella prima metà del 5° secolo, si usavano dal basso popolo siracusano ([3]). Il quale fatto trova riscontro nelle parole celtiche e germaniche, le quali, adottate dai legionarii e negozianti stanziati alla frontiera dell'impero romano, a poco a poco entrarono nel latino volgare.

« Finalmente, dalle relazioni che i Sicelioti avevano tanto coll'Attica quanto coll'Italia occidentale, anche le particolarità del sistema monetario predominante nell'isola trovano una soddisfacente spiegazione. Tale sistema,

([1]) Diodor. IV 79.

([2]) Sopra il rimpiazzamento del δ per λ nel dialetto dorico cf. Ahrens de dialecto dorica p. 85.

([3]) Cf. Müller-Deecke, Die Etrusker I p. 4. Mi limito ad accennare a quelle parole, per le quali vi sono espresse testimonianze che esse erano già adoperate nelle comedie di Epicarmo o Sofrone, e faccio astrazione da altre parole italiche, come p. e. κάμπος (*campus*), le quali soltanto dai grammatici vengono attribuite alla lingua dei Sicelioti. Mancano cioè precisi criterii per giudicare, quando queste parole siano state prese, e perciò dobbiamo ammettere la possibilità, che esse siano state propagate nella Sicilia o dai Mamertini o anche soltanto dai Romani. L'opinione ancor ultimamente sostenuta dal Nissen Italische Landeskunde I p. 549, che i Siculi siano stati Italici e che i Sicelioti abbiano attinto tutte quelle parole dalla lingua degli indigeni, è decisamente sbagliata. I Siculi erano piuttosto il ramo meridionale dei Liguri, come proverò in una Memoria che fra poco vedrà la luce.

al pari di una testa di Giano, si volge in due direzioni opposte. Esso cioè corrisponde col sistema introdotto da Solone ad Atene, ma nello stesso tempo è eguagliato al sistema italico fondato sopra il rame, valendo la decima parte del didrammon una libra di questo metallo. Siracusa e le altre città greco-sicule, che si servivano di cosiffatto sistema, hanno cominciato a coniare relativamente tardi, cioè soltanto verso la fine del 6° secolo (1). Poco prima, sotto il governo di Pisistrato e dei Pisistratidi, l'industria ed il commercio degli Ateniesi avevano preso un grande slancio e, come risulta dai molti vasi a figure nere di stile severo che si trovano nelle tombe della Campania e dell'Etruria, anche l'esportazione delle stoviglie attiche si era considerevolmente aumentata. Le molteplici relazioni commerciali ch'esistevano tra l'Attica e la Sicilia fecero sì, che la maggioranza delle città greco-sicule adottò il sistema monetario ateniese. Siccome dall'altro canto le medesime città spedivano le merci attiche alle coste occidentali dell'Italia e fuor di dubbio v'importavano anche prodotti della propria industria, così era naturale che esse mettessero le loro monete anche in preciso rapporto coi valori italici. Il quale fatto nello stesso tempo ci fornisce un criterio sopra l'antichità del commercio tra i Sicelioti e le popolazioni delle spiaggie tirreniche. Siccome cioè l'anzidetta coniazione che teneva conto del mercato italico cominciò verso la fine del 6° secolo, così il principio di quel commercio deve risalire fin entro il secolo predetto.

« Peraltro i medesimi vasi attici che si trovano nell' Italia mostrano traccie che la loro importazione era effettuata non direttamente dagli Ateniesi ma per mediazione di gente dorica. In una tomba ceretana si è scoperto il frammento d'un vaso a figure nere munito con due iscrizioni graffite, l'una d'antico alfabeto attico, l'altra d'alfabeto corinzio (2). La prima nomina come fabbricante il noto figulo ateniese Exekias, che fioriva ai tempi di Pisistrato. L'altra dice:

ΧΠΑΙΝΧΤΟΜΜΧΔΟΚΧΝ+ΑΡΟΠΟΙ

Ἐπαίνετός μ' ἔδωκεν Χαρόπῳ

Questo vaso dunque non è stato trasportato direttamente dal Pireo a Caere, ma prima di arrivarvi fu venduto in una città, nella quale si usava l'alfabeto corinzio. Secondo ciò che ho esposto, si penserà in primo luogo a Siracusa, dove possiamo supporre che quell'alfabeto fosse conservato sino nel

(1) Cf. Mommsen-Blacas, Histoire de la monnaie romaine I p. 92-95.

(2) Kirchhoff, Studien zur Geschichte des griechischen Alphabets 4. ed. p. 104. Roehl, Inscript. gr. ant. 22. Klein, Die griechischen Vasen mit Meistersignaturen p. 40 n. 5. Kretschmer presso Kuhn e Schmidt, Zeitschrift für vergleichende Sprachforschung XXIX (1888) p. 175.

6° secolo ([1]). A Siracusa accenna, secondo l'opinione del Kirchhoff, un'iscrizione graffita sul piede d'una tazza attica, trovato presso Adria ([2]):

ΤΥ+ΟΝ : [illegible]ΝΕΘΕ ΤΥ+ΟΝΑΝΕΘΕΚΕΤΟΠΟΛΛΟΝΙ

Τύχων [ἀ]νέθη(κε) Τύχων ἀνέθηκε τὠπόλλωνι

Questo vaso dunque, prima di giungere nella regione circumpadana, sembra essere passato per le mani d'un Siracusano che lo dedicò ad un santuario d'Apolline.

« Molti dorismi si osservano anche nelle iscrizioni dipinte sopra vasi attici tanto a figure nere quanto a figure rosse, le quali iscrizioni, s'intende, sono aggiunte prima della cottura dei vasi e perciò debbono attribuirsi ai pittori vascolari stabiliti nell'Attica ([3]). Non capisco, come il Iahn ([4]) possa sospettare che quei dorismi siano originati dallo studio dei pittori di mostrare la loro erudizione (« *aus Gelehrtenthuerei* »). Meglio fondata è la spiegazione datane dal Kretschmer ([5]), che cioè, rappresentando i *μέτοικοι* e gli schiavi nell'Attica un miscuglio di popolazioni diversissime, parecchi di quei pittori siano stati Dorii, i quali avrebbero frammischiato nella lingua attica particolarità del proprio dialetto. Ammetto che molti dorismi nelle iscrizioni vascolari e specialmente quelli isolati, che qua e là s'incontrano nei nomi propri aggiunti alle rappresentanze figurate, possano spiegarsi in tale maniera. Ma nondimeno esiste una difficoltà, che vieta di applicare la suddetta teoria in ogni caso; ed è il fatto che tutte quelle iscrizioni sono concepite in puro alfabeto attico. Se, cioè, i pittori che tracciarono quelle iscrizioni fossero

([1]) Kirchhoff l. c. p. 109-111. Il Kretschmer l. c. p. 175 per cagione della lettera Ӿ frequente nelle epigrafi sicionie suppone che quest'iscrizione sia stata aggiunta a Sicione. Ma risulta da un pinax trovato a Corinto che anche i Corinzii si servivano di cosiffatto segno (Furtwängler Berliner Vasensammlung p. 92 n. 842). Nemmeno vedo sufficiente ragione di attribuire col medesimo dotto ad una officina sicionia un' anfora trovata presso Cervetri che mostra le epigrafi ΜΥӾ1Ι+Α e ΜӾΜΝΟΝ (Furtwängler l. c. p. 131 n. 1147), giacchè essa tanto nello stile quanto nella tecnica esattamente corrisponde con stoviglie, l'origine corinzia delle quali è assicurata.

([2]) Schöne, Le antichità del Museo Bocchi di Adria T. XIX 1 p. 140 n. 510. Cf. Kirchhoff l. c. p. 109 not. 2. Il catalogo dello Schöne, benchè sufficientemente diffuso, disgraziatamente non c'informa sopra le particolarità tecniche dei vasi muniti con iscrizioni greche, trovati ad Adria. Perciò pregai il sig. prof. Girolamo Bocchi di farmi qualche comunicazione a tal proposito sopra il piede della tazza dedicata ad Apolline. Ed egli gentilmente mi rispose che quel piede mostra un'argilla di colore gialliccio alquanto pallido ed una vernice nera carica. Tali indicazioni chiaramente accennano ad una tazza attica, la cui epoca vien determinata dall' alfabeto dell'iscrizione che sembra anteriore ai tempi di Dionisio maggiore (cf. Schöne l. c. prefazione p. XII).

([3]) Alcuni esempi sono raccolti dal Jahn, Beschreibung der Vasensammlung König Ludwigs, prefazione p. CLXXXVIII e CXCVIII, un numero maggiore dal Kretschmer l. c. p. 391-392.

([4]) L. c. p. CXCIX.

([5]) L. c. p. 393 ss.

stati Dorii, sarebbe da presumersi che la loro origine si rivelerebbe non soltanto nel vocalismo delle parole ma anche talvolta nelle forme delle lettere. Per capire la portata di questa osservazione, bisogna tener d'occhio specialmente stoviglie ricche di iscrizioni, nelle quali il dialetto dorico domina esclusivamente o quasi. Tra gli esemplari di tal genere occupa il primo posto un'anfora a figure nere, trovata in una tomba vulcente con pitture che rappresentano la vendita dell'olio (1). Sulla parte nobile vediamo due Ateniesi, cioè il venditore ed il compratore, assisi l'uno dirimpetto all'altro. Il luogo, mediante un albero che s'innalza nel mezzo della pittura, è caratterizzato per un oliveto. Il cane guardiano dell'oliveto guarda curiosamente in su verso l'uomo assiso a d., il quale dunque è una persona straniera, cioè il compratore. Egli gesticola vivacemente, alzando colla d. uno di quei bastoni (*ῥάκτριαι*) che servivano per abbattere le olive e perciò giacevano qua e là negli oliveti. A s. è assiso il padrone dell'oliveto ossia il venditore nell'atto di empire mediante un imbuto una *lekythos* con olio che fuor di dubbio ha attinto dalla grande anfora posta ai suoi piedi. La quale azione non ammette altra spiegazione fuori di quella che il venditore ha l'intenzione di offrire al compratore un saggio dell'olio vendibile, contenuto nell'anfora. I pensieri, ai quali egli si abbandona durante tale operazione, sono espressi per l'iscrizione scritta coll'alfabeto attico, ma di dialetto dorico

Ὦ Ζεῦ πάτερ αἴθε πλούσιος γενοί(μαν).

Le pitture dell'altro lato rappresentano, come il venditore ed il compratore, concluso l'affare, disputino, perchè la quantità dell'olio venduto, che dobbiamo imaginarci invasato nell'anfora posta davanti al compratore, secondo l'opinione di quest'ultimo non è giustamente misurata. Il venditore protesta dicendo:

ἤδη κὲν ἤδη πλέον· παραβέβακεν.

la quale iscrizione mostra le medesime particolarità della prima, cioè alfabeto attico ma dialetto dorico. Il senso resta simile, se si conserva la lezione *παραβέβακεν* o se accettiamo la congettura di G. Hermann (2) *(ἀ)π' ἄρα βέβακεν*. Nel primo caso dobbiamo tradurre « (il vaso) è già pieno; è già traboccato » — cioè l'olio misurato, il quale non entra più nell'anfora ricolma —, nel secondo caso « il mio conto è fatto, il mio obbligo adempito ». Siccome la coltura dell'oliva era una delle principali risorse dei proprietari attici, così è chiaro che il pittore ha attinto le scene da rappresentarsi propriamente dalla vita che lo circondava. In tali circostanze sembra molto strano che egli faccia pensare e parlare l'Ateniese proprietario dell'oliveto in dialetto dorico, introducendo così una dissonanza nel carattere schiettamente

(1) Mon. dell'Inst. II t. 44 *b*, Ann. 1837 p. 183 ss. L'altra letteratura relativa è raccolta da Robert, Bild und Lied, p. 81, alla cui sagacia si deve anche un'interpretazione giusta tanto delle rappresentanze quanto delle iscrizioni.

(2) Zeitschrift für Alterthumswissenschaft IV (1837) p. 845 ss. Cf. Robert l. c. p. 84 not. 3.

attico delle scene raffigurate. Ora, se cerchiamo una ragione che abbia potuto originare cosifatto strano procedimento, spontaneamente sorge il pensiero che l'anfora trovata a Vulci non fosse destinata per il mercato ateniese ma per qualche mercato dorico, e che le iscrizioni siano concepite in dialetto dorico per rendere la merce più gradita ai compratori che il padrone della figulina aveva in vista. La stessa spiegazione sembra anche ammissibile per le iscrizioni doriche aggiunte sopra due idrie a figure rosse di stile libero, lavorate da un medesimo artista come *pendants* e trovate in una tomba vulcente. L'una, le cui pitture rappresentano il giudizio di Paride (1), mostra due nomi decisamente dorici, *Ἀθάνα* ed *Ἑρμᾶς*, sei nomi che hanno forme identiche nel dialetto attico e dorico *Πόθος*, *Ἀλέξανδ[ρος]*, *Ἵμερος*, *[Ζ]εύς*, una forma chiaramente attica *Ἀφροδίτη*. Sopra l'altra idria, le cui pitture raffigurano Cadmo nell'atto di uccidere il dragone (2), predominano i nomi decisamente dorici. Vi leggiamo cioè *Θήβα*, *Δαμάταρ*, *Ποσειδάν*, *Ἑρμᾶς*, *Ἀπέλλων*, *Ἄρταμις*. Due forme, *Κόρα* ed *Ἁρμονία*, sono comuni alle due lingue, decisamente attiche *Ἀθηνᾶ* e *Νίκη*. Riceviamo dunque l'impressione che il pittore abbia voluto dare alle iscrizioni delle due idrie un'impronta dorica, ma che talvolta gli siano sfuggite forme dell'idioma attico, al quale era avvezzo. Specialmente significativo per la sua maniera di procedere si è il fatto che egli una volta, cioè sull'idria col giudizio di Paride, adopera la forma dorica *Ἀθάνα*, un'altra volta, sul vaso da Cadmo, la forma attica *Ἀθηνᾶ*. La tendenza di dorizzare si spiegherebbe perfettamente, se supponiamo che le due idrie erano destinate per compratori dorii. Nè contradirebbero a tale opinione le isolate forme attiche. Da un artista ateniese, cioè, non si poteva esigere una cognizione esatta del dialetto dorico, e quello che dipinse le due idrie nemmeno si diede grande pena a tal proposito, giacchè si serviva per determinare Atene una volta della forma attica, un'altra volta della forma dorica.

« Finalmente la mia opinione trova conferma in ciò che vasi dipinti, le cui iscrizioni mostrano particolarità doriche, non sono mai stati finora scoperti nell'Attica. Piuttosto conosciamo due esemplari che provengono dal territorio di Akragas, città dorica, cioè il celebre vaso rappresentante Alceo e Saffo con *Δάμα(ς) καλός* (3) ed un cratere, le cui pitture, raffiguranti il giuoco del kottabos, determinano un uomo ch'è nell'atto di lanciare il vino dalla tazza coll'iscrizione *Κλεόφαμ(ος)* (4). Tutti gli altri esemplari sono stati trovati nell'Italia e così, secondo ciò che ho esposto, ammettono la possibilità di supporre che essi, prima di giungervi, siano passati per mercati dorici.

« Il risultato principale di questa memoria, che cioè gli Ateniesi non

(1) Furtwängler, Beschreibung der Berliner Vasensammlung, n. 2633.

(2) Furtwängler l. c. n. 2634.

(3) O. Jahn, Vasensammlung König Ludwigs, n. 753 (Museo italiano di antichità classica II tav. IV p. 51 ss).

(4) Gerhard Antike Bildwerke tav. 71. Philologus XXVI (1867) tav. IV 4 p. 235 K e not. 136.

mantenevano relazioni commerciali dirette coll'Italia occidentale ma che le loro merci vi erano trasportate per mezzo dei Sicelioti, era facile ad ottenersi e ricorda quasi l'aneddoto dell'uovo di Colombo. Ma stabilito una volta, esso ha una portata considerevole, spargendo luce sopra parecchie quistioni tanto storiche quanto archeologiche. Dal fatto che i Sicelioti chiudevano agli Ateniesi la navigazione del mare tirreno si spiega la profonda antipatia che gli Ateniesi, già lungo tempo prima che cominciasse la loro ingerenza militare negli affari della Sicilia, nutrivano contro i Siracusani, i quali erano i più accaniti ed i più potenti difensori dell'anzidetto stato delle cose. Tale antipatia spicca chiaramente nella maniera poco benevola, colla quale Erodoto racconta le gesta di Gelone. Egli rileva con animosità insolita il trattamento perfido che il tiranno siracusano inflisse al demos di Megara ed a quello delle città calcidesi (1). Nelle trattative cogli ambasciatori greci venuti per invocare il suo aiuto contro Serse, Gelone si mostra pieno di arroganza (2) e fallite quelle trattative si decide per una politica vigliaccamente ambigua (3). Anche contro il suo successore Gerone, gli uomini politici ateniesi erano molto mal disposti. Quando Gerone, aveva mandato i suoi corsieri ad Olimpia, Temistocle protestò contro l'ammissione del tiranno ed invitò i Greci ad atterrare la pomposa tenda eretta dagli ambasciatori siracusani (4). È noto che nei progetti politici di Temistocle entrava anche quello di allargare l'influenza ateniese nell'Italia (5). L'opposizione dunque che fece contro il tiranno gli serviva nello stesso tempo per sfogare l'irritazione contro il rappresentante di una potenza, la quale formava il principale ostacolo alla realizzazione di quel progetto. Nè è da meravigliarsi che gli Ateniesi finalmente si decidessero a far valere i loro interessi colle armi. Fuor di dubbio sapevano che i loro prodotti ceramici sulle coste occidentali dell'Italia erano molto ricercati. Doveva dunque sembrar insopportabile per loro di non poter entrare in relazioni dirette con quelle coste, ma di essere forzati a dividere il guadagno di quel commercio coi Sicelioti.

« Oltre a ciò si capisce ora molto bene perchè i Calcidesi della Sicilia appoggiarono soltanto fiaccamente gli Ateniesi contro i Siracusani. Essi soffrivano sotto la preponderanza di quest'ultimi, ma nello stesso tempo dovevano riconoscere che la conservazione dello *status quo* era utile anche per loro, e che il loro commercio sarebbe stato sensibilmente danneggiato, se la navigazione degli Ateniesi si fosse estesa fino alle coste tirreniche.

« I filologi e gli storici spesso scherniscono lo studio circostanziato che gli archeologi dedicano ai vasi dipinti attici. Forse diverranno più giusti a tal

(1) Herodot. VII 156.

(2) Herodot. VII 158, 160.

(3) Herodot. VII 163.

(4) Teofrasto presso Plutarch. Themistocles 25.

(5) V. sopra p. 81.

riguardo, dacchè sapranno che il commercio di quei vasi ha esercitato un'influenza considerevole anche sopra lo svolgimento politico.

« Dall'altro canto gli archeologi, se accettano il risultato da me esposto, nelle ricerche che fanno sopra gli oggetti contenuti nelle tombe italiche debbono battere una nuova strada. È cioè impossibile di supporre che i Sicelioti siano stati soltanto spedizionieri di merci attiche. Piuttosto avranno importato nell'Italia occidentale anche prodotti delle proprie industrie. Ora tocca agli archeologi di ricercare quali siano stati quelli prodotti. E sono convinto che una tale ricerca condurrà al risultato che molti oggetti di bronzo contenuti nelle tombe italiche provengano da officine siracusane.

« Finalmente, se è stato provato che gli Ateniesi non avevano relazioni dirette coll'Italia occidentale, ma che i Sicelioti esercitavano un commercio molto esteso con quelle coste, anche una quistione numismatica spesso discussa in diverso senso riceve una definitiva soluzione, ed è quella intorno al sistema monetario etrusco, il quale si accosta tanto all'attico quanto a quello che Siracusa e la maggioranza delle città greco-sicule adottarono sul modello dell'attico [1]. L'opinione che gli Etruschi abbiano preso tale sistema direttamente dagli Ateniesi ora non può più mantenersi. Piuttosto hanno ragione il Gamurrini [2] ed il Deecke [3], sostenendo che quel sistema sia stato introdotto nell'Etruria in conseguenza del commercio dei Sicelioti. Egualmente è ora sicuro che gli Etruschi hanno preso il kottabos non dagli Ateniesi ma dai Sicelioti, presso i quali tale giuoco ebbe origine [4] ».

Statistica. — *Di un saggio di statistica delle mercedi pubblicato dalla Direzione generale di statistica.* Nota del Corrispondente LUIGI BODIO.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia un volume di statistica delle mercedi in Italia, che tratta in via principale delle industrie meccaniche, metallurgiche e navali, e contiene in appendice uno studio più sommario sul movimento delle mercedi in alcune altre industrie, continuando per queste la serie dei dati pubblicati precedentemente a cominciare dal 1862 [5].

(1) V. sopra p. 88.

(2) Periodico di numismatica VI (1874) p. 66 ss.

(3) Etruskische Forschungen II p. 71 ss. e presso O. Müller die Etrusker 2. ed. I p. 392 ss.

(4) Römische Mittheilungen I p. 222-223, p. 234 ss. Notizie degli scavi 1887 p. 57, p. 168, p. 169. Cf. sopra p. 84 not. 1.

(5) Il nuovo volume pubblicato dalla Direzione generale della statistica fa parte degli Annali di statistica, serie IV, anno 1888, e si intitola: *Saggio di statistica delle mercedi.*

Le notizie anteriori sulle mercedi si trovano in altro numero degli stessi Annali, n. 14 della serie III; e inoltre nel volume: *Movimento dei prezzi di alcuni generi alimentari dal 1862 al 1885 e confronto fra essi e il movimento delle mercedi,* Roma, 1886, e nei due Annuari 1886 e 1887-88.

« Le ricerche statistiche sui salari sono assai malagevoli a farsi, dovendosi per esse ricorrere alla collaborazione spontanea dei fabbricanti, i quali, per malinteso pregiudizio, temono sempre che ogni dichiarazione dei loro mezzi di produzione possa fornire nuovi indizi all'inesorabile fisco per aggravare le tasse; ed anche perchè, a dare notizie esatte e conclusive, si richiede un lavoro di discriminazione e di spoglio dei documenti contabili che domanda tempo e spesa e diligenza e discernimento.

« Notizie frammentarie e saltuarie sui salari, tanto agricoli che industriali, se ne trovano in gran copia; ma sono fra loro molto difficilmente paragonabili. Giammai come in questi ultimi trent'anni si sono fatti studi e pubblicazioni accurate, circostanziate, sulle condizioni materiali e morali di quelle che sogliono dirsi per antonomasia le classi lavoratrici. Basta ricordare le grandiose opere del Leplay, che, come ebbe, vivente, insigni e numerosi collaboratori, così ebbe la fortuna di avere una schiera, anzi una doppia schiera di operosi continuatori, che proseguono le indagini in forma di monografie di famiglie e di monografie di officine con due distinte riviste, l'una che sembra ricercare patronato in una società unita piuttosto strettamente al cattolicismo, l'altra che si occupa meno di inculcare le pratiche di culto. Nominiamo pure qui la grande opera di Barberet, in corso di pubblicazione, che è un'eccellente enciclopedia industriale, sotto tutti gli aspetti, sociali e tecnici. Per la Germania i nomi di Engel, di Boehmert, di Boeckh, di Schmoller e di altri valorosi sono raccomandati ad importanti ed estese ricerche originali. In Inghilterra si sono fatte quelle grandi inchieste parlamentari che trovano riscontro nelle più recenti promosse dal governo belga. In America sono sorti prima che altrove gli uffici speciali del lavoro, che sono, credo, 16 a quest'ora, cominciando da quello del Massachussets, in Boston; i quali non sono uffici di collocamento degli operai disoccupati, ma intendono a studiare le condizioni dei lavoratori nei loro rapporti col capitale, gli istituti di previdenza sociale e di assistenza pubblica, le assicurazioni, gli scioperi, le società di resistenza, e via dicendo. Ma, in generale, si desiderano ancora notizie sicure e comparabili circa i salari degli operai.

« In Francia ogni anno si pubblicano dal governo tavole dei salari, distinguendo i comuni capoluoghi da tutti gli altri comuni di ciascun dipartimento, e si danno le cifre medie dei salari nelle piccole industrie limitatamente ai comuni capoluoghi e nelle grandi industrie per l'insieme di tutti i comuni dei singoli dipartimenti; ma come si può credere che abbiano un fondamento molto solido quelle cifre medie di lire 3,50 al giorno pei calzolai o di 5 lire al giorno pei sarti a Parigi? E così nella stessa Francia quegli scrittori che cercarono di trarre partito da tali informazioni pei loro studî di economia sociale, come Emile Chevallier nell'opera recente: *Les salaires au XIX siècle*, dovettero cominciare dal fare una critica giustamente severa di quel materiale tanto vago.

« In Inghilterra le notizie sui salari hanno una bella serie di pubbli-

cazioni ufficiali, iniziate nel 1832 dal Porter, allora direttore del dipartimento statistico nel Board of Trade, e proseguite dai successori, compreso il Giffen che tiene quell'ufficio attualmente e da molti anni, con riputazione di funzionario eccellente e di uomo di scienza. Ma anche il Giffen, nell'utilizzare quei materiali nella sua Memoria: *The progress of the working classes in the last half century*, deve fare molte riserve e riduzioni e conguagli; e se non fosse la sua grande autorità che spiana la via, altri si dovrebbe smarrire in quel labirinto di dati prima di afferrare qualche sicura conclusione.

« Il decimo censimento degli Stati Uniti, relativo al 1880, nel XX volume uscito nel 1886 contiene un ricco materiale sui salari; si tratta di 627 stabilimenti sparsi nelle varie parti dell'Unione e rappresentanti 53 rami d'industria; ma anche ivi i dati raccolti non vanno esenti da dubbi circa la loro genuinità e vera significazione, ed una critica seria e sottile ne fu fatta, riguardo appunto alle fonti ed ai metodi di determinazione delle medie, dal prof. Mayo Smith del Columbia College, che rimprovera agli autori di quel censimento di non avere saputo presentare, per questa parte dei salari, un'opera utile, pari alle ingenti spese sostenute.

« E valga il vero: nel ricercare la misura dei salari non basta per ogni industria distinguere le principali occupazioni; nè basta ancora dividere i lavoranti in uomini, donne e fanciulli, in operai veri e proprî ed apprendisti; ma conviene assegnare separatamente la media misura della mercede per ogni specie di applicazione del lavoro, facendo almeno tre gradi di abilità e indicando sempre, per ogni gruppo di operai ai quali si assegna una determinata mercede, quanti sono sul totale, poichè le medie aritmetiche fra i salari massimi e i minimi sarebbero quasi sempre espressioni fallaci della realtà delle cose; occorre che le medie riescano, come dicesi, *ponderate*, cioè tenendo conto dell'importanza numerica dei singoli gruppi di salariati che entrano nel calcolo. Poi c'è la difficoltà di ridurre a mercede media giornaliera i guadagni che derivano dai cottimi, i quali variano secondo che cresce o scema l'urgenza e quantità del lavoro nella fabbrica e secondo l'abilità e buon volere dell'operaio stesso che vi è ammesso.

« Un metodo sicuro che permette di conoscere la mercede media degli operai consiste nel fare il quoziente dividendo la somma totale pagata nell'anno per retribuzione del lavoro, in qualunque maniera liquidato e pagato, per il numero degli operai che vi parteciparono. Ma in primo luogo questo metodo di calcolo cancella tutte le gradazioni; le quali invece sono interessantissime, indispensabili a conoscersi; in secondo luogo, perchè il calcolo della media unica potesse riuscire esatto, farebbe di mestieri che il numero degli operai si fosse mantenuto costante in tutto l'anno; non fosse, cioè, nè cresciuto nè diminuito, e i nuovi ammessi non avessero fatto altro che sostituire di caso in caso quelli usciti per qualsiasi causa. Nè ciò ancora basterebbe: si richiederebbe di più, che si fosse mantenuta invariata in tutto

l'anno la composizione del personale nell'officina, cioè sempre eguali i rapporti di numero fra gli uomini, le donne, i fanciulli, gli operai provetti e i meno abili, gli apprendisti ecc.; diversamente, anche rimanendo eguale la somma spesa in salari, da un anno all'altro, avrebbero potuto essere variate le misure unitarie; o all'inverso, la misura della retribuzione avrebbe potuto mantenersi identica, nei valori unitarî, ed essere differente nel complesso della somma pagata.

« Siccome a determinare la media presenza giornaliera degli operai durante tutto l'anno si esigerebbe un lavoro lungo e dispendioso pei proprietari degli stabilimenti industriali, si potrebbe ridurlo limitandosi a fare il calcolo della media retribuzione sui fogli di paga di un mese soltanto, o anche di una o due settimane, opportunamente scelte, per rappresentare le condizioni di cose più comuni ed abituali.

« Difficoltà speciali si presentano per determinare la mercede pagata alle donne, a cagione del tempo variabile per cui molte di queste prestano l'opera loro. Spesso le donne maritate sono impedite dal recarsi alla fabbrica o vi restano poche ore, dando il rimanente della giornata alle cure della famiglia; codeste donne non potrebbero farsi entrare nel computo all'istesso modo come le ragazze che lavorano la giornata intera, di dieci o dodici ore.

« E il grado di abilità deve pur essere tenuto a calcolo per la mercede, anche trattandosi di uno stesso genere di lavoro. C'è chi fa andare due telai, nella tessitura meccanica, e chi basta a governarne tre.

« Ma poi (e saranno avvertenze che dovrà tener presenti chi è incaricato di riassumere e comparare i dati) non si devono perdere di vista le circostanze speciali a determinate officine. Per esempio, in regioni agricole, in talune valli alpestri, le mercedi possono essere molto più basse che altrove, perchè l'industria deve ivi lottare con maggiori ostacoli. Impossibile istallarvi macchine dispendiose; il costo dei trasporti, sia della materia prima che dei manufatti, è maggiore che nei paesi pianeggianti; perchè la fabbrica possa continuare a lavorare, soltanto perchè non debba chiudersi, bisogna che la differenza del costo si pareggi col dare più meschini salarî. D'altronde, in quelle vallate le pigioni sono minime, per poveri tuguri, e i lavoratori si offrono in numero maggiore di quanti ne possono essere occupati, e vi è pure un supplemento al guadagno della fabbrica nei lavori campestri o nella pastorizia, per una parte dell'anno, quanto può loro bastare a tirare avanti nella povertà.

« Infine, per lumeggiare la statistica delle mercedi, torna necessario tradurre il salario nominale in reale, cioè vedere quanto il primo, espresso in moneta, può procurare all'operaio di alimenti, vestito, alloggio, secondo l'andamento dei prezzi.

« Uno studio di metodo per la statistica delle mercedi fu fatto con molta competenza e con singolare amore dal dott. Böhmert, direttore della statistica del regno di Sassonia. Egli ha formulato un questionario che trovasi

stampato nella *Zeitschrift des Königl. Sächsischen Bureau's* dell'anno 1885, che si raccomanda all'attenzione di tutti coloro che s'interessano a queste ricerche. Il Böhmert ha avuto la fortuna di ottenere la collaborazione di molti suoi allievi (essendo egli anche professore nel Politecnico di Dresda), i quali, quando si recano a visitare qualche stabilimento industriale, raccolgono metodicamente, e sulle traccie di quell'interrogatorio, gli elementi svariati che occorrono per altrettante monografie delle condizioni del lavoro in quelle date officine. Nulla vi è dimenticato: le modalità del pagamento, i contratti col padrone e i subaccordi fra i capi di officina e gli operai, il controllo che esercita sopra tali accordi anche il padrone, l'orario nelle varie stagioni, il lavoro della domenica, l'igiene dei locali, le casse di soccorso e le altre istituzioni di previdenza, il bilancio dell'economia domestica nelle famiglie dei lavoratori.

« In buona parte anche da noi si è cercato di colorire codesto disegno nelle ricerche fatte dall'Ufficio statistico, che mi onoro di presentarvi, sopra le mercedi negli stabilimenti meccanici, metallurgici e navali.

« Le industrie meccaniche, metallurgiche e navali hanno comuni fra loro alcune delle principali categorie di operai, e spesso anche si trovano riunite in un medesimo stabilimento. Si è cominciato da questo gruppo per il motivo che si aveva pronto un elenco delle ditte da interrogare, nella relazione pubblicata nel 1885 dalla Commissione istituita col R. decreto 31 maggio 1883, col mandato di studiare le condizioni degli stabilimenti d'industria meccanica ed indicare a quali la R. Marina potrebbe con sicurezza affidare la costruzione di scafi, apparati motori e meccanismi navali.

« Furono interrogati i proprietari o direttori di circa 100 stabilimenti; 41 risposero, tutti di opifici importanti; nessuno che abbia meno di 40 operai; 10 ne hanno più di 300; tre ne hanno più di 1000.

« Le mercedi per il lavoro a giornata si ragguagliano come segue, per l'insieme di quegli opifici:

Media delle mercedi

	Medie massime	Medie ordinarie	Medie minime	Medie generali ponderate, ossia tenuto conto del numero dei salariati per ciascuna categoria
Consegnatori . . .	5,32	3,30	2,35	3,24
Fucinatori	4,75	3,43	2,31	3,23
Calderai.	5,17	3,45	2,16	2,99
Fonditori	5,72	3,72	2,46	3,46
Falegnami	4,74	3,24	2,46	3,22
Manovali e facchini	3,06	2,37	2,26	2,44

« Si vede da questo specchietto come le medie differiscano poco (se si mettono da parte i manovali e facchini), da una classe all'altra di operai. Ma le medie insegnano troppo poco; la verità sta nei particolari, nella varietà, nella scala delle mercedi, nella classificazione dei salariati per numero secondo le diverse misure di retribuzione in ogni specie di occupazione.

« Per meglio approfondire questo studio ci siamo procurati i fogli originali di paga per uno dei maggiori stabilimenti. Potemmo averli dalla cortesia del cav. Miani, della ditta Miani, Silvestri e C., che ha in Milano una importante officina meccanica, con fonderia di ghisa e di bronzo, con circa 600 operai.

« Si fece lo spoglio di tutti i 52 fogli di paga settimanali dell'anno compreso dal 5 settembre 1886 al 4 settembre 1887, compresi i pagamenti dei cottimi, che vengono liquidati mensilmente.

« Dall'esame dei documenti, in parte riprodotti, in parte riassunti nel volume che presento (a pag. 87 e seg.), apparisce la grande varietà dei guadagni per una medesima categoria di operai. E, curioso a notarsi, se si formano le medie per tutti gli operai di ciascuna categoria, le differenze spariscono quasi interamente fra una categoria e l'altra. Ecco infatti quali risultano codeste medie:

Fucinatori	L. 3,57	al giorno
Calderai	» 3,27	»
Tornitori e trapanisti . . .	» 3,80	»
Fabbri da banco	» 3,59	»
Fonditori in ghisa	» 3,83	»

« Nel fatto invece le differenze sono grandissime, nella misura della retribuzione fissa, da uno ad altro individuo. Il guadagno poi ottenuto per mezzo dei cottimi attenua, quando non elimina del tutto, siffatte differenze tra categoria e categoria di operai, mentre le aumenta fra individuo e individuo.

« Così, ad esempio, la retribuzione fissa dei fonditori in ghisa, che risulta in media di centesimi 30,45 per ora, è per i fucinatori solamente di 23,51. Viceversa poi i fucinatori lavorano di più a cottimo e il benefizio dei cottimi fu nel corso dell'anno 42,51 per cento del guadagno fatto a mercede fissa, mentre fu soltanto di 13,70 per cento per la categoria dei fonditori; dimodochè, tenuto conto dei cottimi, il guadagno medio fu in realtà di centesimi 33,50 per ora pei fucinatori e 34,65 pei fonditori. Ma non è indifferente nè per il padrone dell'officina, nè per gli operai che si faccia a cottimo una gran parte del lavoro; il quale, in questa guisa retribuito, riesce di maggiore celerità ed economia per il primo e di maggiore incoraggiamento e lucro ai secondi.

« Ripeto: la misura della retribuzione fissa giornaliera varia entro limiti molto discosti per ogni singola categoria di lavoranti. I fucinatori, a cagion d'esempio (che sono 65 nello stabilimento Miani), sono pagati in 18 diverse

misure di mercede fissa, che variano da 16 a 42 centesimi per ora di lavoro. I calderai (40 operai), parimenti in 18 gradazioni, da 15 a 50 centesimi all'ora, non compresi i garzoni o apprendisti.

« Ho detto che, in appendice alla Monografia statistica delle mercedi nelle industrie meccaniche, metallurgiche e navali, si trova la serie delle mercedi medie pagate dal 1862 al 1887 nelle principali occupazioni di un certo numero di opifici di industrie diverse, sparse in varie regioni d'Italia, secondo le dichiarazioni avute dai rispettivi proprietari o direttori.

« Il progresso economico del paese è ivi rappresentato e misurato dal movimento ascendente delle mercedi. Le nostre tabelle dicono anche come negli ultimi anni siasi prodotta una crisi per cui l'aumento si è arrestato, e in qualche caso si è convertito in una lieve diminuzione.

« Si deduce da queste dichiarazioni, firmate, che la media mercede dei filatori di lana è cresciuta di oltre il 40 per cento nelle fabbriche Sella di Biella, dal 1862 al 1887 inclusivo; quelle dei filatori nel cotonificio Cantoni di Milano è cresciuta di 86 per cento, nello stesso intervallo; e nelle miniere di Sardegna la mercede è aumentata durante lo stesso tempo di 78 per cento pei minatori provenienti dalle provincie continentali.

« Nell'insieme, combinando le cifre delle mercedi pagate in una trentina di industrie diverse, che hanno date le risposte per una serie non interrotta di 27 anni, colle cifre che rappresentano le oscillazioni dei prezzi che ha subìto il frumento nello stesso periodo di tempo, si giunge a questa conclusione che, dove si richiedeva un lavoro di 195 ore, nel 1862, per ottenere l'equivalente di 100 chilogrammi di frumento (a lire 28 al quintale, adeguato fra la 1ª e la 2ª qualità), bastava nel 1887 la metà, anzi meno anche della metà, 93 ore, per comperare la stessa quantita di frumento (al medio prezzo fatto nell'anno, che fu di 22 lire a quintale) (1). L'operaio adunque può disporre di tutta la rimanente mercede per avere un companatico più vario e più

(1)

Anni	Mercedi in centesimi di lire per ora di lavoro	Prezzo di 100 chil. di frumento	Ore di lavoro equivalenti al prezzo di 100 chil. di frumento	Anni	Mercedi in centesimi di lire per ora di lavoro	Prezzo di 100 chil. di frumento	Ore di lavoro equivalenti al prezzo di 100 chil. di frumento
1862	14,6	28	196	1875	19,4	28	146
63	14,7	26	179	76	19,9	29	148
64	15,6	25	164	77	20,7	34	166
65	15,3	24	157	78	20,8	32	154
66	15,8	27	173	79	21,1	32	152
67	15,4	31	203	80	22,1	33	149
68	15,9	32	205	81	22,3	27	122
69	16,0	25	160	82	22,6	26	116
70	16,4	27	169	83	22,9	23	104
71	17,1	31	183	84	23,2	22	96
72	17,7	32	185	85	23,6	22	93
73	18,3	36	202	86	23,7	22	93
74	18,9	37	199	87	23,8	22	93

abbondante, alloggio meno misero (benchè le pigioni siano in generale rincarate) e abiti migliori e qualche onesto divertimento e mettere qualche cosa alla cassa di risparmio » [1].

Bibliografia. — Il Socio Ferri presenta a nome dell'autore il volume intitolato: *Notizie della vita e delle opere di Terenzio Mamiani* per Enrico Colini (Un volume, Jesi 1888).

« Il Mamiani oltre all'avere vissuto poco meno d'un secolo e riempito la sua lunga carriera con varia e incessante operosità pratica, presenta al suo biografo tanti e così vari aspetti di attività scientifica e letteraria che riesce assai difficile di narrarne in modo compiuto tutta la vita in breve spazio.

« Il sig. Colini ha nondimeno intrapreso di farlo in un volume pubblicato per dispense dal 1885-88. Egli intitola il suo lavoro in modo conforme a uno scopo più modesto che non sarebbe quello di chi volesse, in opera assai più ampia della sua, trattare largamente delle relazioni del Mamiani co' suoi tempi, e dare alla biografia di lui il carattere di una parte della Storia d'Italia. Egli non si restringe per altro ad una pura cronologia di fatti, come fa all'incirca l'autore d'un altro libro uscito prima di questo, sullo stesso soggetto. Nel volume del Colini notiamo due pregi principali, e cioè: una forma corretta e accurata e l'intendimento di presentare il Mamiani ne' suoi aspetti più notevoli, in quelli che spiccano maggiormente dalle sue opere e dalle sue azioni. Il letterato, il patriota e statista, l'oratore parlamentare, il poeta, il filosofo vi sono qual più qual meno delineati nel quadro biografico di

[1] Vedansi qui sotto i prezzi di alcuni oggetti di consumo degli operai, negli anni 1855 e 1885, secondo le indicazioni fornite da un grande industriale, il senatore Alessandro Rossi da Schio.

	1855	1885	
Un metro di panno grossolano di Biella o di Schio, tutta lana, durata 2 stagioni	7	4	Durata una stagione.
Un metro di stoffa operata (2 stagioni)	8	3,50	Durata una stagione.
Un metro flanella pesante	5	2,70	
Un metro di (*domestic*) tela da camicie di cotone, qualità media	0,75	0,50	
Un metro di fustagno lombardo	1,50	1,00	
Un metro di tela uso-lino scozzata di Monza (Carolina)	1	0,65	La forte differenza è giustificata dalla produz. a macchina a domicilio.
Un cappello di feltro	7	3	
Maglia grossolana di lana al Kg.	14 circa	5,50	
» » di cotone »	6	2,50	
Alloggio di una famiglia operaia di 5 persone (genitori e 3 bimbi) all'anno	55	120	Alloggio migliore.

questa potente e veramente meravigliosa individualità. L'educazione dell'illustre Pesarese, i suoi primi tentativi per la libertà e l'indipendenza della patria, il suo esiglio, le giovanili manifestazioni del suo pensiero filosofico e poetico, come le fasi successive, in cui vieppiù cogli anni e cogli eventi si affermarono e sfavillarono di viva luce le doti di questo insigne ingegno e carattere sono descritti nel libro del sig. Colini; e certo non sarà tempo gittato quello che si darà alla lettura di queste pagine, le quali col bel discorso del Mestica e il libro del Gaspari (1) possono riguardarsi come ciò che di più completo si è scritto sinora su Terenzio Mamiani. Senza dubbio l'autore ha letto e compulsato non solo tutte le opere del Mamiani per scriverne la biografia, ma si è anche servito di qualche corrispondenza privata che gli è stata comunicata e di altri mezzi d'informazione ottenuti dalle sue ricerche. Non ostante non possiamo dire che sotto il rispetto dell'ordinamento e accertamento dei fatti, l'opera del Colini sia perfetta. Se potessimo entrare nell'esame dei particolari, molto avremmo da osservare, sia riguardo alla documentazione, sia alla proporzione delle parti del libro, all'importanza data alle varie manifestazioni dell'attività del Mamiani, sia alle lacune che si potrebbero rilevare. Volendo dir tutto in breve, o almeno non trascurar nulla, l'autore non ha sempre potuto seguire l'ordine cronologico nel ricordare fatti importanti e nel connetterli coll'intreccio del tutto insieme, benchè sia giusto notare che avendo egli voluto considerare nel Mamiani la vita pratica più che la speculativa, ossia, se vuolsi, questa meno in sè stessa che nelle sue relazioni con quella, egli doveva necessariamente essere tratto a presentare molti fatti e cose in iscorcio, e come da un punto particolare di prospettiva.

« Notiamo per debito d'imparzialità, che l'autore di questo volume, per quanto sia grande ammiratore dello scrittore e patriota di cui tesse la vita, non trasforma la biografia in panegirico, sente l'obbligo di fare le sue riserve e talvolta le sue osservazioni critiche, come a cagion d'esempio, allorchè esamina il libro intitolato delle *Questioni Sociali e particolarmente dei Proletari e del Capitale*, opera di cui loda gli alti concetti e intendimenti, ma di cui pure, per ciò che riguarda certe istituzioni escogitate dall'autore, non nasconde il problematico valore pratico. Così adopera quando riassumendo i pensieri filosofici che distinguono le tre fasi per le quali è passata la mente del Mamiani, cioè empirismo, senso comune e ontologismo, e descrivendo queste fasi a larghi tratti e con caratteristiche tolte sia dalle opere del Mamiani stesso, sia da altri libri in cui sono esposte, egli segue con interesse e loda bensì il moto progressivo del pensiero del filosofo italiano, fa ragione

(1) *Su la vita e le opere di Terenzio Mamiani*, Discorso pronunciato nell'Università di Palermo da Giovanni Mestica, città di Castello 1885. — Il Gaspari ha ripubblicato in un volume gli articoli comparsi immediatamante dopo la morte del Mamiani nel Giornale « L'Ordine » di Ancona.

a' suoi nobili sforzi per inalzare l'animo della nazione agli ideali della civiltà e alla coscienza dei supremi principî da cui si alimentano le fonti della vita morale ed estetica, ma la bellezza di questi proponimenti, mantenuti con tanta costanza di lavoro, di condotta, di opere, non nasconde al Colini ciò che può esservi di esagerato nel modo di colorirli, e segnatamente nella forma d'un ontologismo troppo discorde dall'osservazione e dalle scienze sperimentali che il Mamiani stesso voleva conciliate colla speculazione metafisica. Il Colini si esprime pure liberamente su quella che a lui sembra eccessiva opposizione del Mamiani al Darwinismo e alla evoluzione della vita, suffragata da tanto consenso dei dotti contemporanei. Così finalmente in filosofia egli non sa comprendere che contrario al dommatismo teologico il Mamiani professi pel Kant e pel suo metodo di filosofare un'avversione che lo porta a un dommatismo, benchè diverso dal primo, quasi altrettanto assoluto.

« Queste incertezze del pensiero filosofico del Pesarese non sono dimostrate dal Colini con esame particolareggiato, ma sono indicate con la brevità di chi scrive un libro più letterario che filosofico, e afferma nondimeno col sentimento di chi si è formato una convinzione.

« Per tornare un momento a ciò che abbiam detto circa l'ordine e le proporzioni delle parti di questo libro, non taceremo un'avvertenza che da un lato sarà una critica e dall'altro una lode. Non possiamo certo dolerci che l'autore ci abbia dato nell'ultima parte del suo lavoro una succosa analisi del libro sulle questioni sociali, diciamo anzi che tale esposizione ci è sembrata molto opportuna per richiamare all'attenzione dei contemporanei uno scritto in cui il Mamiani stanco sotto il peso degli anni, ma non abbattuto, anzi sempre potente di pensiero, e studioso delle bellezze della nostra lingua, ha come condensato sotto il rispetto pratico e con elocuzione che ricorda i suoi scritti migliori, le principali sue dottrine. Quivi il filosofo della Storia, il moralista, il psicologo, il metafisico, il poeta innamorato dell'ideale, fanno convergere i loro sforzi a dipingere con vivi colori un quadro, in cui è rappresentata l'antitesi d'un presente poco rassicurante pei contrasti che dividono le classi della nostra società, e di un avvenire, in cui esse saranno composte in armonia mediante l'innalzamento dei proletarî a condizione migliore.

« Riconosciamo di buon grado il merito di questa parte del libro del Colini considerata in sè stessa, ma non possiamo a meno di notare ciò che può parere esservi di poco proporzionato fra essa e lo spazio dato ad opere anteriori assai più vaste ed importanti. E finalmente, un'avvertenza ancora nel por termine a questo cenno bibliografico. Avremmo desiderato che in appendice egli ci avesse procurato un elenco completo di tutti gli scritti del Pesarese [1].

« Malgrado queste avvertenze non esitiamo a dire che il libro del Colini

[1] È quello che abbiamo cercato di fare nella Commemorazione del conte Terenzio Mamiani letta all'Accademia dei Lincei.

è scritto con vivo amore del soggetto, con forma accurata, con intento di abbracciare in un breve volume i molteplici aspetti della vita feconda di Terenzio Mamiani, e che l'autore merita la nostra gratitudine per questa pregevole fatica ».

Fisica. — *Uso dei piani centrali e dei piani centrici, dei punti polari, dei punti polici e dei piani corrispondenti, per determinare i fochi coniugati, il luogo, la situazione e la grandezza delle imagini nei sistemi ottici.* Nota del Socio Govi.

« In una *Nota* antecedente (1) si è dimostrato con quanta facilità si ottengano il luogo, la situazione e la grandezza delle imagini che può dare un sistema ottico, ricorrendo ai centri di curvatura, o *punti centrali* delle superficie sferiche successive del sistema, e alle diverse imagini (*punti centrici*) di tali centri. In quella *Nota* però si è avvertito (pag. 659) che, volendo ottenere il foco coniugato di un punto collocato sull'asse principale del sistema, bisognava ricorrere a una costruzione indiretta, cercando il foco di un punto, situato fuori dell'asse, che avesse per proiezione sull'asse medesimo il punto dato.

« Quantunque una tale costruzione non presenti alcuna difficoltà, nè allunghi di molto le operazioni da eseguirsi, può tornar comodo in molti incontri (se non altro per verificare le costruzioni già eseguite) di poter ottenere direttamente il foco coniugato d'un punto posto sull'asse principale, senza ricorrere a punti situati fuori dell'asse. Vi si può riuscire facendo uso di certi piani che, dal nome dei punti pei quali passano, si chiameranno *piani centrali* e *piani centrici.*

« Un *piano centrale* è quello che passa per un *centro* di curvatura ed è normale all'asse principale del sistema ottico, il suo *piano centrico* (vale a dire la sua imagine), è il piano normale all'asse, che passa pel *punto centrico* corrispondente.

« Quando il sistema ottico è costituito da più di due superficie curve successive, allora conviene procedere pei *piani*, come si procedette pei *punti*, vale a dire che occorre determinare i *piani centrici* per tutte le superficie successive. o quelli soltanto della prima e dell'ultima superficie del sistema, cercando in questo secondo caso le imagini dei piani centrici terminali attraverso a tutte le altre superficie rifrangenti, e operando su codeste imagini d'imagini come si sarebbe operato sui *piani centrici* effettivi delle diverse superficie.

(1) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol IV, fasc. 12, 1° Sem., seduta del 3 giugno 1888, pag. 655-660. *Nuovo metodo per costruire e calcolare il luogo, la situazione e la grandezza delle imagini date dalle lenti, o dai sistemi ottici complessi.* Nota del Socio Govi.

« Prima di proceder oltre, e quantunque la cosa sia evidente per chi ha l'abitudine di siffatti argomenti, non sarà forse inutile avvertire i meno versati nelle dottrine dell'ottica, come le diverse costruzioni che si propongono per risolvere i problemi relativi alle imagini date dai sistemi rifrangenti o riflettenti, suppongono necessariamente di minima grandezza gli archi, o (come si sogliono chiamare) *le aperture* delle superficie curve rifrangenti, piccolissimi gli angoli fatti dai raggi luminosi incidenti coll'asse del sistema, e piccolissimi pure gli angoli d'incidenza dei raggi luminosi rispetto alle superficie successive. Quando tali condizioni non siano soddisfatte, le imagini date dai sistemi ottici cessano d'esser piane e nettamente distinte, e però le costruzioni eseguite, o il calcolo applicato alla loro ricerca divengono puri esercizi geometrici od analitici, senza utilità per la pratica.

« Premesse queste indicazioni, è facile intender l'uso dei *piani centrali* e *centrici* nella risoluzione dei problemi.

« Per semplificare l'esposizione del metodo da tenersi nell'adoperare i *piani centrali* e i *piani centrici*, basterà trattare il caso di soli tre mezzi diversi, separati l'uno dall'altro da due superficie sferiche; i casi più complicati si risolveranno senza difficoltà applicandovi le medesime regole.

Determinazione dei punti corrispondenli sui piani centrali e sui piani centrici.

« Si dicono *punti corrispondenti* su due *piani*, *centrico* e *centrale* coniugati, quei punti che sono imagine l'uno dell'altro su quei due piani, ed è necessario saperli determinare prima di accingersi a risolvere gli altri problemi.

« Siano AL, A_1L_1 le traccie di due superficie sferiche che separano i tre mezzi successivi I, II, III, e i loro centri di curvatura siano C e C_1. L'imagine di C data dalla superficie che ha per centro C_1 sia Q, sarà Q il *punto centrico* della prima superficie AL. Così l'imagine Q_1 di C_1 data dalla superficie che ha per centro C, sarà il *punto centrico* della seconda superficie A_1L_1,

« Se per C, Q, $C_{,}$ e $Q_{,}$ si fanno passar quattro piani CT, QD, $C_{,}T_{,}$, $Q_{,}D_{,}$ normali all'asse $XX_{,}$ del sistema, saranno essi i suoi *piani centrali* e i suoi *piani centrici*, vale a dire le imagini dei *piani centrali.*

« Dato un punto P su un *piano centrale*, si chiamerà suo punto corrispondente l'imagine del punto P sul *piano centrico* QD del piano dato. Per trovare codesto punto corrispondente, basterà condurre dal centro $C_{,}$ della superficie $A_{,}L_{,}$ che ha dato l'immagine Q di C, una retta $C_{,}P$ il punto B dove essa incontrerà il *piano centrico* QD sarà il punto cercato.

« Se infatti si suppone che il punto P mandi raggi in tutte le direzioni, esso ne manderà pure nella direzione $PC_{,}$; ma il raggio $PC_{,}$ essendo normale sulla superficie rifrangente $A_{,}L_{,}$ perchè diretto al suo centro $C_{,}$, non subirà deviazione, e concorrendo esso pure alla formazione dell'imagine di P codesta imagine dovrà trovarsi in qualche suo punto. Siccome poi tutte le imagini dei punti del piano CT si devono trovare sul piano QD, vi si troverà anche l'imagine di P, la quale dovendo essere a un tempo sulla $PC_{,}$ e sul piano QD cadrà nel loro punto d'incontro in B.

« Nello stesso modo si troverebbe su di un *piano centrale* l'imagine corrispondente di un punto situato sul *piano centrico* coniugato.

« Dato $B_{,}$ sul *piano centrico* $Q_{,}D_{,}$, tirando da C la $CB_{,}$ e prolungandola sino a incontrare il *piano centrale* coniugato $C_{,}T_{,}$ in $P_{,}$, sarà $P_{,}$ il punto corrispondente cercato.

« Appreso il modo per determinare i *punti corrispondenti* sui *piani conjugati*, si otterranno assai facilmente le

Imagini dei punti situati sull'asse principale.

« Siano AL ed $A_{,}L_{,}$ le due superficie che separano i tre mezzi successivi contigui I, II, III. Sia C il centro della prima, e $C_{,}$ quello della seconda, Q e $Q_{,}$ le imagini di C e di $C_{,}$, si facciano passare per C e $C_{,}$ i *piani centrali* CT e $C_{,}T_{,}$ e per Q e $Q_{,}$ i *piani centrici* QD e $Q_{,}D_{,}$ corrispondenti.

« Dal punto luminoso O, situato sull'asse del sistema, parta un raggio qualunque OM che incontri in M la prima superficie rifrangente. Esso incontrerà pure, o prima o poi, il piano centrico $Q_{,}D_{,}$ il quale, essendo una imagine data dalla prima superficie rifrangente, si troverà realmente, o virtualmente, nel primo mezzo. Sia $S_{,}$ il punto d'incontro del raggio OM col piano centrico $Q_{,}D_{,}$. Congiunto il punto $S_{,}$ col centro C, la $S_{,}C$ prolungata, se occorre, incontrerà in $K_{,}$ il piano centrale $C_{,}T_{,}$, sarà quindi $K_{,}$ l'imagine, o il punto corrispondente, di $S_{,}$.

« Se ora si congiunga il punto M del raggio incidente OM col punto $K_{,}$, sarà $MK_{,}$ la direzione del raggio OM rifratto nel secondo mezzo, poichè M trovandosi sulla superficie rifrangente AL è imagine di se stesso nel secondo mezzo, e $K_{,}$ è l'imagine, nel secondo mezzo, del punto $S_{,}$ del raggio incidente situato nel primo mezzo, quindi la retta $MK_{,}$ che passa pei due punti M e $K_{,}$, imagini dei due punti M ed $S_{,}$, sarà l'imagine della retta $S_{,}M$, e quindi la direzione del raggio rifratto. Il punto P, dove la $MK_{,}$ incontra l'asse, sarà perciò il luogo dell'imagine di O nel secondo mezzo.

« Il piano centrale CT è situato nel secondo mezzo, cioè in quello nel quale procede il raggio $MK_{,}$, questo dunque lo incontrerà in un certo punto K, il cui corrispondente sul piano centrico QD si avrà conducendo dal centro $C_{,}$ la $C_{,}K$ che taglierà la QD in S; sarà quindi S il punto cercato, vale a dire l'imagine di K sul piano centrico QD. Unendo S col punto $M_{,}$, dove il raggio rifratto $MK_{,}$ incontra la seconda superficie rifrangente $A_{,}L_{,}$, la $M_{,}S$ prolungata sino all'asse, segnerà in $P_{,}$ l'imagine del punto O nel terzo mezzo, cioè dopo l'azione dei due mezzi successivi sul raggio incidente.

« Se s'imagina che il punto O sia a distanza infinita, allora il raggio OM diviene una retta parallela all'asse, e le imagini successive che si ottengono, operando come dianzi, conducono finalmente a determinare il *foco principale* di tutto il sistema.

« Procedendo in senso contrario si ottiene invece il *foco principale* del sistema invertito, ossia il punto che determina quella che si è chiamata *distanza principale* del sistema.

« Conosciuti i fochi e le distanze principali di un sistema, riesce facile il costruirne, coi metodi noti, i *punti* e i *piani principali*, i *punti nodali* e il *centro ottico*, quando occorra di farne uso.

Punti e *piani polari* e *polici di un sistema.*

« Oltre ai *centri* e ai *punti centrici*, oltre ai *piani centrali* e ai *piani centrici*, si possono impiegare altri *punti* notevoli ed altri *piani* per risolvere con semplicità e con sicurezza i problemi Ottici. Codesti nuovi *punti* e nuovi *piani* sono i *vertici*, o *poli*, delle superficie curve limitanti, *le loro imagini*, e i piani normali all'asse che passano per tali punti.

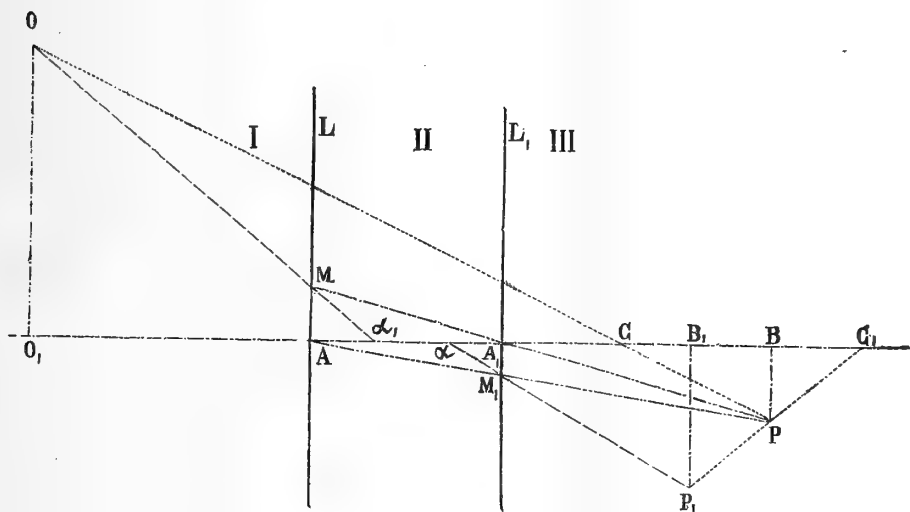
« Ai *poli* e alle loro imagini si darà il nome di *punti polari* e di *punti polici*, e quello di *piani polari* e di *piani polici* ai piani corrispondenti.

« Se, oltre ai *punti* e ai *piani polari* e *polici*, si conoscono anche i *centri* di curvatura delle superficie rispettive si possono impiegare questi nuovi punti, o questi nuovi piani per costruire le imagini di punti situati fuori dell'asse, o sull'asse del sistema, come si fece coi *punti* e coi *piani centrali* e *centrici* di cui si è trattato dianzi.

« I *piani polari* si confondono colle faccie stesse del sistema, i *piani polici* ne sono le imagini.

« Due soli esempi basteranno per mostrarne l'uso e l'utilità.

I. *Dati i punti polari e le loro imagini o punti polici, costruire le imagini dei punti non situati sull'asse del sistema ottico.*

« Sia un sistema ottico di tre mezzi diversamente rifrangenti, I, II, III, separati fra loro dalle superficie sferiche AL, $A_1 L_1$ i cui centri di curvatura

siano C e C_1. I punti A, A_1, nei quali l'asse attraversa le superficie limitanti, saranno i *poli*, o i *punti polari* del sistema. Il *polo* A avrà la sua imagine in α rispetto alla superficie rifrangente $A_1 L_1$, ed il *polo* A_1 avrà la sua in α_1, rispetto alla faccia AL. I punti α ed α_1 saranno perciò i *punti polici* del sistema.

« Sia ora dato nel primo mezzo, un punto luminoso O, non situato sull'asse, e se ne cerchino le imagini attraverso alla prima superficie, poi attraverso alla seconda, vale a dire attraverso a tutto il sistema.

« Per ottenerle, dal punto O si guidi pel *centro* C il raggio OC indefinito. Questo raggio, perchè normale alla superficie AL non subirà deviazione alcuna passando dal I nel II mezzo. Si conduca poi da O la $O\alpha_1$ al *punto polico* α_1 situato anch'esso nel I mezzo, perchè imagine di A_1, che sta nel II.

Questa retta, o questo raggio, incontrerà in M la faccia AL. Si congiunga M con $A_{\prime}$ e si prolunghi la $MA_{\prime}$, che sarà la direzione della OM rifratta nel II mezzo, finchè incontri la OC in P. Il punto P sarà l'imagine di O nel II mezzo. Si congiunga P con $C_{\prime}$ e si prolunghi indefinitamente la $C_{\prime}P$. Condotta allora da P la PA al polo A, situato nello stesso mezzo, nel quale è P (cioè nel II), essa incontrerà la faccia $A_{\prime}L_{\prime}$ nel punto $M_{\prime}$; si congiunga $M_{\prime}$ con α e la $\alpha M_{\prime}$ si prolunghi fino a incontrare la $C_{\prime}P$ prolungata, in $P_{\prime}$. Sarà $P_{\prime}$ l'imagine di P data dalla seconda superficie rifrangente $A_{\prime}L_{\prime}$, cioè sarà l'imagine di O veduto attraverso alle due superficie successive nel III mezzo di cui si compone il sistema.

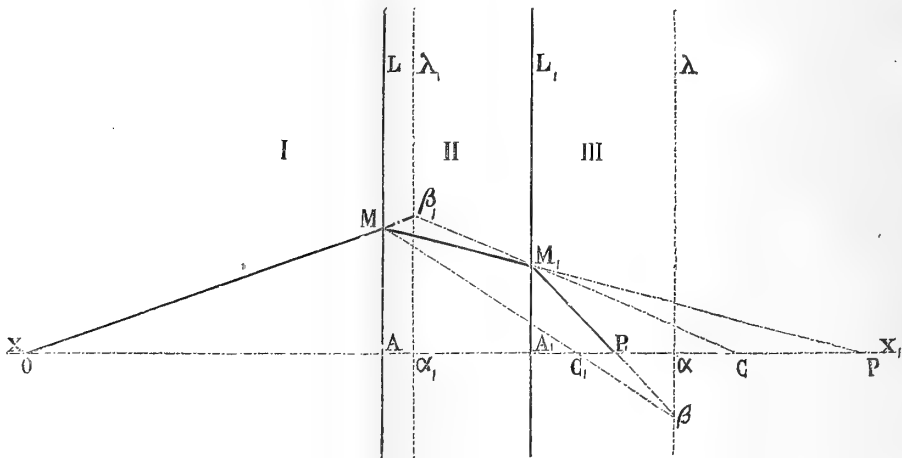
« Se poi si projetta O sull'asse in $O_{\prime}$ e si fà lo stesso con P in B e con $P_{\prime}$ in $B_{\prime}$, si avrà in B l'imagine di O nel II mezzo, e in $B_{\prime}$ quella di B (e perciò quella di O) nel III mezzo.

« È facile l'intendere come, se si fà passare per C una retta parallela a un raggio arbitrario $O\alpha_{\prime}$ condotto per $\alpha_{\prime}$ essa incontrerà la $MA_{\prime}$ prolungata, in un punto, che sarà, nel secondo mezzo, il foco dei raggi paralleli ad $O\alpha_{\prime}$ nel primo mezzo. Questo punto, projettato sull'asse, vi segnerà il luogo del foco pei raggi paralleli all'asse che passano dal I mezzo nel II; e sarà quindi il foco principale nel II mezzo rispetto alla I^{a} superficie, cioè il suo *foco posteriore.*

« Valendosi di costruzioni analoghe, si potranno ottenere così i *fochi* e le *distanze principali* nei mezzi successivi, attraverso a ciascuna superficie del sistema e quindi attraverso a tutte.

« I *fochi e le distanze principali* daranno poi coi metodi noti, i *punti* e i *piani cardinali* del Gauss e del Listing.

II. *Dati i piani polari e i piani polici di un sistema Ottico, costruire le imagini dei punti situati sull'asse.*

« Siano A ed $A_{\prime}$ i *poli* delle due superficie rifrangenti, i cui centri di curvatura sono C e $C_{\prime}$. Sia α l'imagine di A veduto attraverso alla seconda

superficie, ossia il *punto polico* che corrisponde al *punto polare* A; sia $\alpha_{\prime}$ il *punto polico* ossia l'imagine di A, veduto attraverso alla prima superficie, e si conducano per A, $\alpha_{\prime}$ $A_{\prime}$ ed $\alpha_{\prime}$ i piani AL, $\alpha\lambda$, $A_{\prime}L_{\prime}$, $\alpha_{\prime}\lambda_{\prime}$ normali all'asse; saranno AL e $A_{\prime}L_{\prime}$ i *piani polari*, ed $\alpha\lambda$, $\alpha_{\prime}\lambda_{\prime}$ i *piani polici* corrispondenti.

« Sia, ora, sull'asse XX, un punto O di cui si cerchi l'imagine attraverso al sistema. Si conduca da O una retta $OM\beta_{\prime}$ ad arbitrio, che incontri la faccia AL in M e il *piano polico* $\alpha_{\prime}\lambda_{\prime}$ in $\beta_{\prime}$; si potrà considerare la OM come *un raggio* luminoso, il quale, partito dal punto O, situato nel primo mezzo, incontrerà in $\beta_{\prime}$ il *piano polico* $\alpha\beta_{\prime}$ situato nello stesso mezzo. Conducendo allora da C la $C\beta_{\prime}$ (come si fece per trovare i punti corrispondenti sui *piani centrali* e *centrici*) si determini sul *piano polare* $A_{\prime}L_{\prime}$ il punto $M_{\prime}$ corrispondente al punto $\beta_{\prime}$ del *piano polico*; si uniscano M ed $M_{\prime}$ con una retta, che, generalmente, incontrerà l'asse in un punto P. Sarà P il luogo della imagine di O nel secondo mezzo.

« Se questa retta non incontrasse da nessuna parte l'asse del sistema, ciò vorrebbe dire che il raggio $MM_{\prime}$ procederebbe parallelo all'asse nel secondo mezzo, cioè che il punto O sarebbe il *foco principale anteriore* della faccia AL.

« La MP si può considerare come un raggio diretto da M verso P, e siccome essa incontra, nel mezzo in cui si muove dapprima, il *piano polare* AM in un punto M, così bisognerà trovare sul *piano polico* $\alpha\lambda$ il punto corrispondente ad M; il che si otterrà, guidando una retta da $C_{\prime}$ ad M e prolungandola fino ad incontrare il *piano polico* $\alpha\lambda$ in β; sarà β il punto corrispondente cercato. Unendo allora $M_{\prime}$ e β, il punto $P_{\prime}$ dove la $M_{\prime}\beta$ taglia l'asse, sarà il luogo della imagine di O nel terzo mezzo; cioè quella imagine che si domandava.

« Se il raggio OM fosse condotto parallelo alle'asse, compiendo le medesime costruzioni, si otterrebbero: I° il *foco principale posteriore* della superficie AL; II° il *foco principale posteriore* del sistema intero.

« Le stesse costruzioni fatte in senso inverso darebbero i *fochi conjugati*, o i *fochi principali* delle parti del sistema, o del sistema intero, rispetto ai raggi che entrassero per la faccia $A_{\prime}L_{\prime}$.

« *Avvertenza*: In questo caso, come nei precedenti, si possono ottenere con grandissima facilità i *punti cardinali*, valendosi direttamente dei *punti* e dei *piani centrali* e *centrici*, *polari* e *polici*, senza determinar prima i fochi e le distanze principali delle diverse superficie rifrangenti.

« La sostituzione dei *punti* e dei *piani*, *centrali* e *centrici*, *polari* e *polici* ai *punti* e ai *piani cardinali* ordinariamente impiegati dagli ottici, presenta codesto vantaggio, che la posizione dei nuovi punti o dei nuovi piani si può determinare facilmente con misure dirette, mentre il luogo degli altri risulta solo indirettamente dal calcolo, che riman spesso viziato dai piccoli errori commessi nel misurare le quantità dalle quali si piglian le mosse.

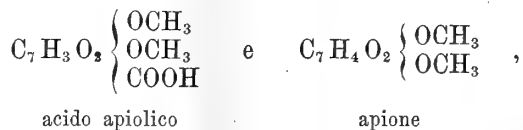
« Si è già detto nell'altra *Nota* come si giunga con facilità a determinare sperimentalmente il luogo dei *punti centrici;* più agevolmente ancora si trovano i *punti polici*, osservando con microscopii, o con cannocchiali appropriati, i vertici delle diverse superficie curve attraverso alle altre superficie del sistema. La distanza poi fra i *poli* si ottiene collo sferometro, colle leve di contatto, e anche valendosi di stromenti ottici, o d'altri artificî.

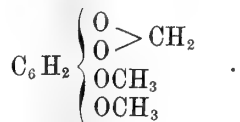
« Se non si conoscessero i *raggi di curvatura* dei mezzi rifrangenti, si potrebbero ricavare dai *punti polari* e *polici*, ricorrendo a un procedimento analogo a quello che valse a dare la posizione dei *punti centrici*. Basterebbe cioè misurare la grandezza di un oggetto e della sua imagine veduta attraverso al sistema, la distanza dell'oggetto dal primo *polo*, e quello della imagine dall'ultimo *polo*, per poter con questi dati, e colla posizione dei *punti polici* già conosciuta, ottenere agevolmente i raggi di curvatura delle superficie rifrangenti, ossia la posizione dei *centri* sull'asse. Gli stessi raggi di curvatura si potrebbero poi misurare ancora per riflessione, o coll'uso dello sferometro, e avere per tal modo un riscontro delle misure ottenute coll'altro procedimento. Forse, nel caso di raggi grandissimi di curvatura, si potrebbe anche ricorrere, per ottenerli, alla misura degli anelli del Newton, formati fra la superficie sferica data e una superficie piana di vetro sovrapposta alla superficie sferica, di cui si cerca il raggio ».

Chimica. — *Ricerche sull'apiolo* (1). Nota IV del Corrispondente G. Ciamician e di P. Silber.

« Nella nostra ultima comunicazione su questo argomento (2) abbiamo dimostrato, che l'acido apiolico e l'apione devono avere le seguenti formole:

$$C_7H_3O_2\left\{\begin{matrix}OCH_3\\OCH_3\\COOH\end{matrix}\right. \qquad e \qquad C_7H_4O_2\left\{\begin{matrix}OCH_3\\OCH_3\end{matrix}\right. ,$$

acido apiolico — apione

ed abbiamo fatto notare inoltre, che queste due sostanze sono probabilmente derivati di un *fenolo* tetratomico, di cui l'apione potrebbe essere l'etere dimetilmetilenico:

$$C_6H_2\left\{\begin{matrix}\begin{matrix}O\\O\end{matrix}>CH_2\\OCH_3\\OCH_3\end{matrix}\right. .$$

(1) Le esperienze descritte in questa Nota furono eseguite nel R. Istituto chimico di Roma.

(2) Rendiconti IV (1° semestre) pag. 824.

« Le esperienze da noi ultimamente istituite, di cui non diamo per ora che un breve sunto, furono perciò indirizzate alla ricerca di questo fenolo tetratomico, che forma probabilmente il nucleo fondamentale dell'apiolo. Come si vedrà da quanto segue, abbiamo ragione di sperare di non essere molto lontani dalla metà, che ci siamo posti ed abbiamo pure motivo di credere di non esserci ingannati in nessuna delle nostre previsioni.

« Per ottenere il fenolo fondamentale dell'apione, abbiamo saponificato con potassa alcoolica, riscaldando in tubi chiusi, l'acido apiolico, il quale in queste condizioni perde acido carbonico e si comporta come apione libero. A questo scopo si riscaldano 2 gr. di acido con 6 gr. di potassa e 10 cc. d'alcool assoluto per 4-6 ore a 180°. Dopo il riscaldamento il contenuto dei tubi è formato da un liquido colorato in bruno, nel quale sono sospesi cristalli aghiformi. Svaporando tutto il prodotto a b. m., per eliminare l'alcool, riprendendo con acqua il residuo ed acidificando con acido solforico la soluzione acquosa, si produce in questa un intorbidamento, che si discioglie prontamente per agitazione con etere. L'estratto etereo dà per svaporamento un liquido bruno e siropposo, che cristallizza molto difficilmente. Per purificare il nuovo prodotto, in esso contenuto, lo si distilla in un bagno metallico e si ottiene un liquido poco colorato, che ha l'odore marcatissimo dei fenoli aromatici e che si solidifica già nel tubo del refrigerante. In fine della distillazione avviene sempre una lieve decomposizione. Il nuovo composto purificato ulteriormente mediante alcune distillazioni, fonde a 105-106° e bolle costantemente a 298°.

« Le analisi conducono a numeri corrispondenti alla formola:

« $C_8 H_{10} O_4$ »

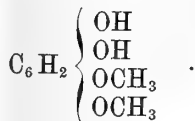
	trovato		calcolato per $C_8 H_{10} O_4$
C	56,74	56,57	56,47 p.cto.
H	6,20	5,98	5,88 » »

« Il nuovo composto è solubile nell'alcool, nell'etere, nel benzolo e nell'acqua bollente. Esso ha tutte le proprietà di un fenolo e si scioglie nella potassa producendo una soluzione, che in principio ha un colore violetto sporco, il quale finisce col diventare rosso bruno; questi cambiamenti di colore sono prodotti da assorbimento di ossigeno. Della soluzione potassica concentrata si separano aghetti colorati in bruno di splendore metallico di un composto potassico. Anche la soluzione del fenolo nei carbonati alcalini, muta di colore per azione dell'aria e passa dal violetto al rosso-bruno.

« Il cloruro ferrico produce nella soluzione acquosa del nuovo fenolo una colorazione violetta-oscura, che diviene poi bruna-nerastra.

« Non abbiamo ancora stabilito con certezza la costituzione di questo fenolo ottenuto dall'acido apiolico, ma da quanto segue, sembra che esso

contenga ancora inalterati i due ossimetili, che esistono nell'acido apiolico. La sua formola potrebbe essere quindi:

$$C_6H_2 \begin{cases} OH \\ OH \\ OCH_3 \\ OCH_3 \end{cases}$$

« Determinando il numero degli ossimetili in esso contenuti, col bellissimo metodo di S. Zeisel, si hanno appunto numeri, che corrispondono a due ossimetili:

	trovato	calcolato per $C_8H_{10}O_4$
$2CH_3O$	36,15	36,47 p.cto.

« Noi abbiamo pure già ottenuto il suo composto acetilico, che fonde a 143°, e non mancheremo di tentare di introdurvi due metili per passare al composto tetrametilico. Se l'etere fenico, ora descritto, ha realmenta la costituzione sopra indicata, sarà forse possibile di trasformarlo in apione per azione del sodio e joduro di metilene.

« Per ultimo vogliamo accennare, che si può ottenere l'istesso composto, dal punto di fusione 105-106°, anche riscaldando l'isapiolo con potassa alcoolica in tubi chiusi. Si forma una massa densa e catramosa, da cui si può separare l'etere fenico, ora descritto, in piccola quantità. Non sembra però che questo metodo sia adatto per la preparazione del nuovo prodotto.

« Chiuderemo la presente Nota preliminare dicendo, che ultimamente ci è stato possibile di ottenere l'aldeide apiolica anche per ossidazione dell'isapiolo in soluzione alcalina col permanganato potassico. La separazione si fa trattando l'estratto etereo direttamente con bisolfito sodico. In questo modo siamo giunti in possesso di una notevole quantità di aldeide apiolica, da cui abbiamo preparato col metodo di Perkin *l'acido apionacrilico* o *apiacrilico*, che forma piccoli aghetti fusibili a circa 196° e che ci riserviamo di descrivere dettagliatamente quanto prima ».

Matematica. — *Sopra certi sistemi di funzioni.* Nota del prof. G. Ricci, presentata dal Socio U. Dini.

« Chiamo sistema *m.*^{uplo} ad n variabili l'insieme delle $n.^m$ funzioni (indipendenti o no) di n variabili, che possono tutte rappresentarsi con un simbolo generale $U_{pq}\ldots$, se m è il numero degli indici, di cui U è affetto, e ciascuno di questi indici può assumere tutti i valori da 1 fino al n, senza che ciò sia possibile per un numero di indici minore di m. Di più *in generale* gli elementi dei sistemi, che considero, cioè le funzioni, che li compongono, sono conosciuti per una legge data, qualunque siano le variabili indipendenti,

ma variano per la legge stessa, quando queste si mutino. Così costituiscono un sistema semplice le componenti di un vettore secondo le direzioni delle linee coordinate; un sistema doppio le componenti delle pressioni su tre elementi ortogonali di superficie nella teoria della elasticità, e i coefficienti di conduttività di un corpo nella teoria analitica del calore; un sistema $m.^{uplo}$ le derivate di ordine m di una funzione rispetto alle variabili indipendenti. Per $m=o$ il sistema consta di una sola funzione, che si può anche chiamare un *sistema elementare*, e un *invariante*, se essa non muta col mutare delle variabili indipendenti, come una qualunque funzione di punto nel senso di Lamé, un vettore, un parametro differenziale ecc.

« Esporrò qui brevemente e in vista di applicazioni, che saranno oggetto di communicazioni ulteriori, le definizioni ed alcune proprietà importanti di certi speciali sistemi.

« Si abbia una forma differenziale quadratica ad n variabili

$$\varphi^2 = \Sigma_{rs}\, a_{rs}\, dx_r\, dx_s \text{ (1)}$$

essenzialmente positiva nel campo, a cui si intende estesa la variabilità delle x. I coefficienti a_{rs} di questa forma costituiscono un sistema doppio ad n variabili, la cui composizione dipende dalla scelta di queste, se come faremo, quando alle x si sostituiscano n nuove variabili indipendenti ϱ, si intendano sostituiti ad essi i coefficienti (a_{pq}) della forma trasformata, che si esprimono per quelli della primitiva mediante le relazioni

$$(a_{pq}) = \Sigma_{rs}\, a_{rs} \frac{dx_r}{d\varrho_p} \frac{dx_s}{d\varrho_q}.$$

Chiamo un sistema $m.^{uplo}$ $U_{r_1 r_2 \cdots r_m}$ ad n variabili $x_1 x_2 \ldots x_n$ *covariante al sistema* a_{rs} o *alla forma* φ^2, se o pel significato, che si attribuisce alle funzioni $U_{r_1 r_2 \cdots r_m}$ dipendente dalla scelta delle variabili, o per convenzione, ogni volta che alle variabili x se ne sostituiscano delle altre qualunque ϱ, si sostituiscano alle stesse $U_{r_1 r_2 \cdots r_m}$ le $(U_{h_1 h_2 \cdots h_m})$ definite dalle equazioni

$$(U_{h_1 h_2 \cdots h_m}) = \Sigma_{r_1 r_2 \cdots r_m} U_{r_1 r_2 \cdots r_m} \frac{dx_{r_1}}{d\varrho_{h_1}} \frac{dx_{r_2}}{d\varrho_{h_2}} \cdots \frac{dx_{r_m}}{d\varrho_{h_m}}.$$

« È noto (2) che, se $U_{r_1 r_2 \cdots r_m}$ è un sistema $m.^{uplo}$ covariante a φ^2, posto

$$2a_{rs,i} = \frac{da_{ri}}{dx_s} + \frac{da_{si}}{dx_r} - \frac{da_{rs}}{dx_i},$$

$$\alpha)\quad U_{r_1 r_2 \cdots r_{m+1}} = \frac{dU_{r_1 r_2 \cdots r_m}}{dx_{r_{m+1}}} - \sum_{pq} a^{(pq)} \sum_{1}^{m}{}_h\, a_{r_h r_{m+1}, p}\, U_{r_1 \cdots r_{h-1}\, q\, r_{h+1} \cdots r_m},$$

(1) Qualora i limiti delle sommatorie non siano espressamente indicate, queste si intenderanno sempre estese da *1* fino ad n.

(2) Vedasi la mia Nota *Sulla derivazione covariante ad una forma quadratica differenziale* nel vol. III, 1° sem., serie IV dei Rendiconti di questa Accademia. Seduta del 9 gennaio 1887.

anche il sistema $(m+1)^{plo}\, U_{r_1 r_2 \ldots r_{m+1}}$ è covariante a φ^2, le quante volte esso si consideri definito dalle (α) non soltanto pel sistema di variabili x, ma per un sistema qualunque di variabili indipendenti, che a queste si possano sostituire. Chiamo il sistema $U_{r_1 r_2 \ldots r_{m+1}}$ *primo sistema derivato dal sistema* $U_{r_1 r_2 \ldots r_m}$ *covariantemente* e l'operazione, per cui si passa da questo a quello *derivazione covariante* a φ^2. Evidentemente da un sistema primitivo $m.^{uplo}$ con r successive derivazioni covarianti a φ^2 si ottiene un sistema $(m+r)^{uplo}$, che si dirà *derivato di ordine* r *covariantemente a* φ^2 dal primitivo, e che sarà esso pure covariante a φ^2, se questo lo era.

« Anche il sistema dei coefficienti della forma reciproca a φ^2, i quali indicherò con $a^{(rs)}$, costituiscono un sistema doppio, in cui per la sostituzione di nuove variabili ϱ alle x si sostituiscono alle funzioni $a^{(rs)}$ altre funzioni $(a^{(pq)})$ legate a quelle dalle relazioni

$$a^{(rs)} = \Sigma_{pq}\,(a^{(pq)})\,\frac{dx_r}{d\varrho_p}\,\frac{dx_s}{d\varrho_q}\,.$$

Con una definizione analoga a quella data pei sistemi covarianti, chiamo controvariante a φ^2 un sistema $m.^{uplo}\, U^{(r_1 r_2 \ldots r_m)}$ ad n variabili $x_1 x_2 \ldots x_n$, le quante volte, avendo luogo la sostituzione di nuove variabili indipendenti ϱ alle x, alle $U^{(r_1 r_2 \ldots r_m)}$ si intendano sostituite le $\left(U^{(h_1 h_2 \ldots h_m)}\right)$ legate ad esse dalle relazioni

$$U^{(r_1 r_2 \ldots r_m)} = \Sigma_{h_1 h_2 \ldots h_m}\left(U^{(h_1 h_2 \ldots h_m)}\right)\frac{dx_{r_1}}{d\varrho_{h_1}}\,\frac{dx_{r_2}}{d\varrho_{h_2}}\ldots\frac{dx_{r_m}}{d\varrho_{h_m}}.$$

Se si ha un sistema, $m.^{uplo}\, U^{(r_1 r_2 \ldots r_m)}$ controvariante a φ^2 e si pone

$$\beta)\quad U^{(r_1 r_2 \ldots r_{m+1})} = \sum\nolimits_s a^{(r_{m+1} s)}\left\{\frac{dU^{(r_1 r_2 \ldots r_m)}}{dx_s} + \sum\nolimits_{pq} a_{qs,p} \sum_{1}^{m}{}_h\, a^{(r_h p)}\, U^{(r_1 \ldots r_h\, q r_{h+1} \ldots r_m)}\right\}$$

il sistema $(m+1).^{plo}\, U^{(r_1 r_2 \ldots r_{m+1})}$ è esso pure controvariante a φ^2, le quante volte esso si consideri definito dalle (β) per qualunque sistema di variabili indipendenti. Chiamo il sistema $U^{(r_1 r_2 \ldots r_{m+1})}$ *primo sistema derivato dal sistema* $U^{(r_1 r_2 \ldots r_m)}$ *controvariantemente* a φ^2. S' intende di per sè quale sia la definizione del *sistema derivato di ordine* r *controvariantemente* a φ^2 da un primitivo $U^{(r_1 r_2 \ldots r_m)}$, e come un tal sistema $(m+r).^{uplo}$ sia controvariante a φ^2, se lo era il primitivo.

« Da un sistema $m.^{uplo}\, U_{r_1 r_2 \ldots r_m}$ covariante se ne può sempre dedurre un altro pure $m.^{uplo}$ controvariante a φ^2 e viceversa, ponendo

$$1)\qquad U^{(q_1 q_2 \ldots q_m)} = \Sigma_{r_1 r_2 \ldots r_m}\, a^{(r_1 q_1)}\, a^{(r_2 q_2)} \ldots a^{(r_m q_m)}\, U_{r_1 r_2 \ldots r_m}$$

ovvero

$$1') \qquad U_{r_1 r_2 \ldots r_m} = \Sigma_{q_1 q_2 \ldots q_m} a_{r_1 q_1} a_{r_2 q_2} \ldots a_{r_m q_m} U^{(q_1 q_2 \ldots q_m)}.$$

Due sistemi $m.^{upli}$ legati fra loro da relazioni della forma (1) od (1') si diranno *reciproci rispetto alla forma differenziale* φ^2. Dalle (1) od (1') facendo uso delle (α) e (β) si traggono le

$$U_{r_1 r_2 \ldots r_{m+1}} = \Sigma_{q_1 q_1 \ldots q_{m+1}} a_{r_1 q_1} a_{r_2 q_2} \ldots a_{r_{m+1} q_{m+1}} U^{(q_1 q_2 \ldots q_{m+1})}$$

le quali dimostrano il seguente

« Teorema 1°: Dato un sistema $m.^{uplo}$ ad n variabili $x_1 x_2 .. x_n$ covariante ad una forma differenziale quadratica

$$\varphi^2 = \Sigma_{rs} a_{rs} dx_r dx_s$$

i sistemi derivati di uno stesso ordine qualunque da esso covariantemente e dal suo reciproco controvariantemente a φ^2 sono reciproci fra di loro.

« Per mezzo delle (α) si verifica pure facilmente l'esattezza del

« Teorema 2°: Il primo sistema e quindi tutti i sistemi derivati covariantemente ad una forma differenziale quadratica dal sistema doppio, che risulta dei suoi coefficienti sono identicamente nulli.

« Avendosi le identità

$$a_{rs} = \Sigma_{pq} a_{rp} a_{sq} a^{(pq)}$$

i sistemi a_{rs} ed $a^{(pq)}$ sono reciproci. Da questa osservazione e dai teoremi 1° e 2° si deduce il

« Teorema 3°. I sistemi derivati controvariantemente ad una forma differenziale quadratica φ^2 dal sistema doppio dei coefficienti della sua forma reciproca sono tutti identicamente nulli.

« Se si pone

$$a_{ih,gk} = \frac{da_{ig,h}}{dx_k} - \frac{da_{ik,h}}{dx_g} + \Sigma_{rs} a^{(rs)} (a_{ik,r} a_{hg,s} - a_{ig,r} a_{hk,s})$$

e si costruisce il secondo sistema $U_{r_1 r_2 \ldots r_m}$ derivato covariantemente a φ^2 da un sistema $(m-2).^{plo}$ $U_{r_1 r_2 \ldots r_{m-2}}$ si trovano [1]

$$2) \qquad U_{r_1 r_2 \ldots r_m} - U_{r_1 r_2 \ldots r_{m-2} r_m r_{m-1}} =$$

$$= \sum_{pq} a^{(pq)} \sum_1^{m-2} {}_h \, a_{pr_h, r_{m-1} r_m} U_{r_1 \ldots r_{h-1} q r_{h+1} \ldots r_{m-2}}.$$

Considerando anche il sistema $U^{(q_1 q_2 \ldots q_{m-2})}$ reciproco ad $U_{r_1 r_2 \ldots r_{m-2}}$ e

[1] Vedasi la mia Nota citata.

costruendo coll'aiuto del teorema 3° il secondo sistema $U^{(q_1 q_2 \dots q_m)}$ derivato da esso controvariantemente a φ^2, dalle (2) si giunge facilmente alle

$$2') \qquad U^{(r_1 r_2 \dots r_m)} - U^{(r_1 r_2 \dots r_{m-2} r_m r_{m-1})} =$$

$$= \sum_{pqst} a^{(r_m s)} a^{(r_{m-1} t)} \sum_{1}^{m-2}{}_h a^{(r_h p)} a_{pq,st} U^{(r_1 \dots r_{h-1} q r_{h+1} \dots r_{m-2})}.$$

che per lo stesso teorema 3° valgono per il sistema derivato di 2° ordine controvariantemente a una forma differenziale φ^2 da un sistema qualunque ad n variabili.

« Dalle (2) e (2') deduciamo la seconda parte del teorema seguente (di cui la prima parte è evidente), ricordando che l'annullarsi dei coefficienti $a_{ih,gk}$ è la condizione necessaria e sufficiente perchè la varietà di elemento lineare φ^2 sia piana.

« Teorema 4°: Le operazioni di derivazione covariante e controvariante ad una forma differenziale quadratica φ^2 godono sempre della proprietà distributiva: esse godono generalmente della proprietà comutativa soltanto nel caso che la varietà, di cui φ rappresenta l'elemento lineare, sia piana.

« Con una semplice applicazione delle (α) e delle (β) si dimostrano pure i seguenti teoremi

« Teorema 5°: Se mediante due sistemi di cui uno $i.^{plo}$ $U_{r_1 r_2 \dots r_i}$ e l'altro $(m-i).^{plo}$ $U_{r_{i+1} r_{i+2} \dots r_m}$ si costruisce un sistema $m.^{uplo}$

$$U_{r_1 r_2 \dots r_m} = U_{r_1 r_2 \dots r_i} U_{r_{i+1} r_{i+2} \dots r_m},$$

e si indicano con $U_{r_1 r_2 \dots r_{i+1}}$, $U_{r_{i+1} r_{i+2} \dots r_{m+1}}$, $U_{r_1 r_2 \dots r_{m+1}}$ i primi sistemi derivati rispettivamente da essi covariantemente ad una forma differenziale φ^2 si ha

$$U_{r_1 r_2 \dots r_{m+1}} = U_{r_1 r_2 \dots r_i} U_{r_{i+1} \dots r_{m+1}} + U_{r_{i+1} \dots r_m} U_{r_1 r_2 \dots r_i r_{m+1}}.$$

« Teorema 6°: Se mediante due sistemi, di cui uno $i.^{plo}$ $U^{(r_1 r_2 \dots r_i)}$ e l'altro $(m-i).^{plo}$ $U^{(r_{i+1} \dots r_m)}$ si costruisce un nuovo sistema $m.^{uplo}$

$$U^{(r_1 r_2 \dots r_m)} = U^{(r_1 r_2 \dots r_i)} U^{(r_{i+1} \dots r_m)}$$

e si indicano con $U^{(r_1 r_2 \dots r_{i+1})}$, $U^{(r_{i+1} r_{i+2} \dots r_{m+1})}$, $U^{(r_1 r_2 \dots r_{m+1})}$ i sistemi derivati da essi controvariantemente ad una forma differenziale φ^2 si ha

$$U^{(r_1 r_2 \dots r_{m+1})} = U^{(r_1 r_2 \dots r_i)} U^{(r_{i+1} r_{i+2} \dots r_{m+1})} + U^{(r_{i+1} r_{i+2} \dots r_m)} U^{(r_1 r_2 \dots r_i r_{m+1})}.$$

« L'analogia di questi due teoremi con quello relativo alla derivazione volgare dei prodotti è evidente.

« Se il sistema primitivo, da cui si parte, è una funzione di punto, questa costituisce un sistema elementare, che può riguardarsi tanto come covariante che come controvariante ad una forma differenziale qualunque φ^2 ad n variabili, se n è il numero delle variabili, da cui la funzione dipende. Allora i sistemi derivati da essa covariantemente a φ^2 sono quelli delle derivate covarianti della funzione stessa, delle quali mi occupai nella mia Nota più volte citata. Si chiameranno in vece *derivate controvarianti* di una funzione ad n variabili gli elementi dei sistemi derivati dalla funzione stessa controvariantemente a φ^2, che non saranno altro che i sistemi reciproci di quelli delle derivate covarianti. Le derivate di uno stesso ordine m covarianti o controvarianti costituiscono il sistema $m.^{uplo}$ corrispondente. Farò ancora notare che, come per le derivate seconde U_{rs} di una funzione U covarianti a φ^2 si ha a tenore della Nota citata

$$U_{rs} = U_{sr}\,,$$

qualunque sia la varietà, il cui elemento lineare è rappresentato da φ, così si ha pure per le derivate controvarianti $U^{(rs)}$

$$U^{(rs)} = U^{(sr)}.$$

« È opportuno stabilire le seguenti convenzioni. Quando si abbia una forma differenziale quadratica φ^2 ogni sistema $m.^{uplo}$ covariante ad essa si indicherà con una lettera affetta da m indici in basso, ed il sistema $(m+i).^{plo}$ derivato da esso covariantemente a φ^2 colla stessa lettera munita di $m+i$ indici in basso, gli ultimi i essendo appunto quelli dovuti alle successive derivazioni covarianti applicate al sistema $m.^{uplo}$. Convenzioni analoghe varranno per i sistemi controvarianti, colla sola differenza che gli indici si porranno in alto invece che in basso. Si passerà poi da un sistema covariante o controvariante al suo reciproco rispetto alla forma, che si considera semplicemente col trasportare gli indici dal basso all'alto o viceversa, così che i simboli $U_{r_1 \ldots r_m}$, $U^{(r_1 \ldots r_m)}$ rappresenteranno due sistemi reciproci, di cui il 1° covariante ed il secondo controvariante a φ^2.

« Con queste convenzioni da ogni teorema relativo a sistemi della natura di quelli qui considerati, se ne può dedurre un altro *reciproco* semplicemente portando nelle formule relative gli indici dall'alto in basso e viceversa e negli enunciati scambiando fra loro le parole *covariante* e *controvariante*. Così il sistema quadruplo $a_{ih,gk}$ essendo notoriamente covariante a φ^2 se in luogo di esso nelle (2′) si introduce il suo reciproco, si vede subito come esse enuncino il teorema reciproco di quello enunciato dalle (2). Nello stesso modo al teorema e ad ognuno dei corollari seguenti ne corrisponde uno reciproco, il cui enunciato si otterrà nel modo indicato sopra e sarà qui omesso per brevità.

« Teorema 7°: Se si ha un sistema $(2i+m)$.^{plo} $W_{p_1..p_i q_1..q_i r_1..r_m}$ covariante alla forma differenziale quadratica φ^2 e si pone

$$V_{r_1..r_m} = \Sigma_{p_1..p_i q_1..q_i} a^{(p_1 q_1)} \dots a^{(p_i q_i)} W_{p_1..p_i q_1..q_i r_1..r_m}$$

il sistema $V_{r_1..r_m}$ è covariante a φ^2 e si ha

$$V_{r_1..r_{m+1}} = \Sigma_{p_1..p_i q_1..q_i} a^{(p_1 q_1)} \dots a^{(p_i q_i)} W_{p_1..p_i q_1..q_i r_1..r_{m+1}}.$$

« Supponendo in questo teorema

$$W_{p_1..p_i q_1..q_i r_1..r_m} = T_{p_1..p_i} U_{q_1..q_i r_1..r_m}$$

se ne trae il seguente

« Corollario 1°: Se si hanno due sistemi, di cui uno $T^{(q_1..q_i)}$ controvariante e l'altro $U_{q_1..q_i r_1..r_m}$ covariante a una forma differenziale quadratica φ^2, il sistema

$$V_{r_1..r_m} = \Sigma_{q_1..q_i} T^{(q_1..q_i)} U_{q_1..q_i r_1..r_m}$$

è covariante a φ^2 e si ha

$$V_{r_1..r_{m+1}} = \Sigma_{q_1..q_i} T^{(q_1..q_i)} U_{q_1..q_i r_1..r_{m+1}} +$$
$$+ \Sigma_{q_1..q_{i+1}} a_{r_{m+1} q_{i+1}} T^{(q_1..q_{i+1})} U_{q_1..q_i r_1..r_m}.$$

« Se in questo corollario si suppone $m=0$ il sistema $V_{r_1..r_m}$ si riduce ad un invariante V e si ha il seguente

« Corollario 2°: Se si hanno due sistemi i.^{pli}, di cui uno $T^{(q_1..q_i)}$ controvariante e l'altro $U_{q_1..q_i}$ covariante ad una forma differenziale quadratica φ^2 per le derivate covarianti (o volgari) dell'invariante

$$V = \Sigma_{q_1..q_i} T^{(q_1..q_i)} U_{q_1..q_i}$$

si hanno le espressioni

$$V_r = \Sigma_{q_1..q_i} T^{(q_1..q_i)} U_{q_1..q_i r} + \Sigma_{q_1..q_{i+1}} a_{r q_{i+1}} T^{(q_1..q_{i+1})} U_{q_1..q_i} \text{ ».}$$

Matematica. — *Sopra una generalizzazione del principio della media aritmetica.* Nota del prof. P. Pizzetti, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sopra una certa formola esprimente la probabilità degli errori di osservazione.* Nota del prof. P. Pizzetti, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Biologia. — *I primi momenti dello sviluppo dei mammiferi. Studi di morfologia normale e patologica eseguiti sulle uova dei topi.* Nota del prof. Alessandro Tafani, presentata dal Socio Todaro.

« Pochi naturalisti, dopo le belle scoperte fatte studiando la divisione cariocinetica delle cellule, si sono occupati d' indagare i fenomeni che accompagnano le primissime fasi dello sviluppo dei mammiferi.

« I soli scritti relativamente moderni che si conoscano sulla maturazione, sulla fecondazione e sulla segmentazione delle uova di questi animali sono quelli di E. van Beneden (1) e del Bellonci (2). Il primo trattò dell'uovo maturante, fecondato, e segmentantesi del coniglio; il secondo descrisse pochi mutamenti osservati nell'uovo ovarico di alcuni altri roditori.

« Il Selenka (3) prese specialmente in esame la formazione dei foglietti germinativi nel *Mus musculus*, il Walter Heape (4) nella talpa europea ed il Biehringer (5) nell'*Arvicola amphibius*. L'uovo più piccolo veduto da quest'ultimo Autore era composto di quarantadue cellule.

« Io, invece, ho studiato i fenomeni che di poco precedono, che accompagnano e che immediatamente seguono la fecondazione delle uova dei topi, e perciò ho esaminato quei cambiamenti che non erano stati presi di mira dagli altri.

« I principali costumi del *Mus musculus* che ho dovuto imparare a conoscere prima di por mano al lavoro sono i seguenti:

« L'accoppiamento ha luogo soltanto quando un certo numero di uova si è staccato dall'ovajo, è unico e, come in altri roditori, ci si accorge che è avvenuto dalla presenza di un tappo fatto di materia solidificata, bianchissima, occludente tutta la vagina, emesso dal maschio nell'ultimo tempo della ejaculazione (6).

(1) Ed. van Beneden. *La maturation de l'œuf, la fécondation et les premières phases du développement embryonnaire des mammifères d'après des recherches faites chez le Lapin.* Bull. de l'Acad. royale de Belgique. Ed. van Beneden, Archives de Biologie, t. I, 1880.

(2) Bellonci, *Del fuso direzionale e della formazione di un globulo polare nell'ovulo ovarico di alcuni mammiferi.* Atti della R. Accademia dei Lincei, seduta del 12 aprile 1885.

(3) Selenka, *Keimblätter und Primitivorgane der Maus.* Wiesbaden 1883. — *Die Blätterumkehrung im der Nagethiere.* Wiesbaden, 1884.

(4) Walter Heape, *The Development of the Mole.* Journal Quarterly of microscopical Science. Vol. XXIII, 1883.

(5) Biehringer, *Ueber die Umkehrung der Keimblätter bei der Scheermaus* (*Arvicola amphibius*, Archiv für Anatomie und Physiologie, 15 giugno 1888.

(6) Il Lataste sostenne nella sua Memoria: *Sur le bouchon vaginal du Pachyuromis Duprasi Lataste.* Zoologischer Anzeiger, n. 110-111, 1882, che il tappo è formato da materiali maschili e femminili combinantisi. Io nello scorso luglio sostenni che tal produzione

« Questo tappo che rimane in posto per 24 ore è visibile attraverso la vulva.

« In quasi tutte le femmine un certo numero di uova esce dai rispettivi follicoli nelle prime quarantotto ore dopo il parto, presso a poco come il Weill ed il van Beneden hanno veduto accadere nelle coniglie. In un medesimo tempo si staccano da sei a dieci uova: però generalmente non nascono più di sei figli. La gravidanza termina tra il 19° ed il 20° giorno dopo l'accoppiamento.

« Regolandomi su questi dati ho studiata la tessitura dell'ovaja negli ultimissimi giorni della gravidanza e nei primi due successivi al parto per vedere le modificazioni incontrate dall'uovo maturante ovarico; ed ho raccolto una gran quantità di uova dalle trombe e dall'utero, togliendovele ad epoche diverse dall'accoppiamento, per conoscere i cambiamenti che vi si presentano poco avanti, nell'atto e subito dopo la fecondazione.

« L'uovo nei primi tre giorni consecutivi alla sua discesa dall'ovajo termina di maturare, è fecondato e si segmenta. Mi è parso di potere stabilire che la fecondazione generalmente avvenga sei o sette ore dopo l'accoppiamento, che i pronuclei impieghino circa dieci ore a comporsi ed a formare con una parte dei propri elementi il fuso di segmentazione, che occorrano quasi ventiquattro ore perchè dallo stadio in cui si osservano due segmenti si passi a quello di quattro e che altrettante debbano intercedere avanti che se ne formino otto. L'uovo giunge nell'utero al termine del terzo giorno, quando è composto di otto o tutto al più di dieci cellule.

« Nell'ovajo maturano all'epoca istessa diverse uova, alcune delle quali poste in follicoli grandi ed altre in follicoli piccoli o di medio sviluppo non suscettibili di scoppiare.

« Queste giungono a completa maturazione nel parenchima ovarico, quelle discendono parzialmente mature nella tromba per quivi terminare di rendersi adatte ad esser fecondate.

« Ciò, come si comprende, è in disaccordo con quanto ha osservato il Bellonci nel topo, e con i fatti veduti da E. van Beneden nel coniglio ed in alcuni chirotteri.

« Nella vescicola germinativa delle uova del topo vicine a maturità si vedono, oltre alla membrana limitante, oltre alla macchia ed al reticolo acromatico, alcuni corpuscoli rotondeggianti colorabili. Il Bellonci ha creduto che la macchia germinativa sparisca e che i corpuscoli colorabili vadano a formare gli elementi cromatici del futuro fuso direzionale. Invece i miei studi mi costringono ad ammettere che, quando l'uovo normalmente cresciuto co-

---

deriva esclusivamente dal maschio. (Atti della Società medico-fisica di Firenze). Oggi lo stesso Lataste è venuto in questo concetto. *Du bouchon uréthral chez les rongeurs.* Société de Biologie Séance 8 décembre 1888.

mincia a maturare, la vescicola germinativa si altera, si rompe e si scompone, e che gli avanzi di questa disperdonsi, senza che dopo breve tempo se ne riscontri alcuna traccia, ad eccezione di un corpo angoloso, irregolare, fortemente cromatofilo, derivato dalla macchia germinativa modificatasi.

« Questo corpo, fortemente tingibile, appena è fuoriuscito dalla vescicola germinativa, si porta verso un punto della superficie dell'uovo per comporvi, dividendosi, i cromosomi del fuso direzionale primitivo.

« Nel topo non mi è stato possibile di seguire la formazione della parte acromatica del predetto fuso, nè fino ad ora sono riuscito a conoscere in qual modo preciso si sviluppino i cromosomi. Posso però assicurare che questi sono in numero di venti, che appena formati sono assai grossi e non uguali, e che adagio adagio assottigliandosi ed uguagliandosi prendono l'aspetto di altrettanti bacilli a virgola grandi, tozzi ed alterati.

« L'uovo abbandona il follicolo quando i cromosomi del fuso direzionale hanno già acquistato la loro forma definitiva, cioè quando, veduti con fortissimi ingrandimenti, appariscono composti di alcune particelle più grosse e più intensamente colorabili alternate con altre più sottili e poco tengibili, come se fossero inegualmente ed irregolarmente striati. In questo momento l'uovo è già circondato da uno strato albuminoso completo.

« Le uova raccolte dalla primissima parte della tromba o non hanno ancora alcun globulo polare, oppure si trovano nell'atto di comporlo. Esse discendono dall'ovajo seguite da una quantità di cellule che le circondano completamente e che le accompagnano finchè non sia avvenuta la fecondazione.

« I miei studi oltre all'aver provato che le uova normalmente maturanti non emettono alcun globulo polare nell'ovajo, oltre ad aver dimostrato che i cromosomi del fuso direzionale sono venti e che non sono conformati e composti come gli descrisse il Belloñci, hanno potuto provare che in alcuni casi si sviluppa un solo globulo polare, mentre in altri se ne sviluppano due. I globuli polari non appariscono sempre uguali, essendo facilissimo scorgere in uova bene fecondate e segmentantisi, ora un globulo grande ed ora uno piccolissimo, alcune volte un globulo con nucleo ben definito ed altre un globulo provvisto di cromatina sparsa o raccolta tutta quanta in un punto. È poi un fatto rimarchevole quello che mostra in poche uova, nelle quali esiste un solo globulo polare, un corpiciattolo granelloso più piccolo, privo di nucleo, accanto a questo, ed è cosa importantissima a sapersi che per regola le uova dei topi emettono un globulo solo, e che quasi eccezionalmente ne sviluppano due. I globuli polari rimangono nel punto preciso in cui si sono composti, mantenutivi in parte dallo strato albuminoso che circonda l'uovo. Essi traggono la loro origine non da un processo di pseudocariocinesi, secondo ciò che afferma il van Beneden, ma di vera cariocinesi come hanno già ammesso Todaro, Nussbaum, O. Schultze, Zacharias, Kultschitzky, Boveri. Le mie osservazioni, quantunque

non sieno riescite a dimostrare in modo diretto, e contrariamente al van Beneden, la divisione longitudinale delle anse cromatiche, pure mi autorizzano a dire che nella espulsione dei globuli polari del topo non si staccano dall' uovo interi cromosomi, rimanendo questi in numero di venti anche nel fuso residuale delle uova non fecondate.

« L'uovo del topo è raggiunto dallo spermatozoo quando apparisce la piastra cellulare a dividere il globulo neoformato. Tutto al più tre spermatozoi arrivano, passando in mezzo alle cellule che circondano l'uovo, fino allo strato albuminoso di questo. In alcune uova esaminate vive, immerse nel liquido tolto dalla cassula ovarica e mantenute ad una conveniente temperatura, ho veduto gli spermatozoi insinuarsi fino allo strato albuminoso. Giuntivi a contatto cessano i loro movimenti.

« L'uovo che fino a questo momento non ha presentato altro che piccoli cambiamenti di forma nel globulo polare, si modifica, comparendo un sollevamento papuliforme in un punto della sua superficie. Tal sollevamento molto largo, a base circolare, poco rilevato, corrispondente al così detto cono di attrazione del Fol e di altri scrittori, si suol presentare nell'emisfero opposto a quello da cui si staccano i globuli polari.

« La testa dello spermatozoo ben presto si vede penetrata nel centro di tal sollevamento direttavi col maggior diametro parallelamente alla superficie. Le rimanenti parti dello spermatozoo invece non entrano nell'uovo, avendole vedute sempre al di fuori anche quando il pronucleo maschile è in buona parte formato. Del resto ciò non discorda con quanto avviene negli animali nei quali lo spermatozoo penetra tutto intiero, essendosi in questi oramai dimostrata la nessuna importanza del suo corpo per comporre il pronucleo predetto.

« La parte cromatica della testa dello spermatozoo subito vi si modifica rigonfiandosi come farebbe una spugna compressa quando s'imbeve (E. van Beneden). Per ciò acquista l'apparenza di un corpo ellittico composto di granuli cromatici collegati tra loro da filamenti, e l'acquista avanti che il sollevamento papuliforme in cui è penetrata venga ritirato. Questo sollevamento, adagio adagio ritirandosi, scompare in maniera da farci credere che il pronucleo maschile nell'approfondarsi rimanga in certo qual modo sempre circondato dalle stesse porzioni di protoplasma che ravvolse la testa dello spermatozoo.

« Di pari passo con l'apparire del sollevamento papuliforme s'iniziano i cambiamenti adattati a trasformare la metà interna del fuso direzionale in pronucleo femminile. I venti cromosomi, fino a quel tempo collocati uno a fianco dell'altro, si alterano nella loro ordinata disposizione e nella loro composizione, collegandosi per mezzo di filettini sottili.

« I due pronuclei, generandosi nel maggior numero dei casi presso i poli opposti dell'uovo, si avviano col crescere verso la parte centrale. Ho ragioni

da credere che essi impieghino un discreto numero di ore per giungere a comporre i cromosomi che debbono poi entrare nella placca equatoriale del fuso di segmentazione. I pronuclei appena formati s'ingrandiscono e divengono sferici e la loro cromatina si modifica dal momento che non si riesce più a colorirla col verde di metile. Questa reazione si ripresenta nell'ultimo stadio, quando cioè sta per comparire la figura cariocinetica preparante la bipartizione dell'uovo.

« I pronuclei non sono uguali in grandezza, nè uguale è in un dato tempo la loro tessitura. Ancora non ho potuto con certezza constatare la legge regolatrice di questi ultimi fatti.

« Quantunqne possegga un gran numero di uova con i pronuclei o con le successive fasi iniziatrici della divisione dell'uovo, pure non ho veduta alcuna volta la fusione dei pronuclei stessi in un nucleo solo alla maniera descritta da tanti autori dagli Hertwig in poi. Al contrario ho motivi per ritenere che i pronuclei terminino con decomporsi separatamente presso a poco come la vescicola germinativa dell'uovo maturante; ed ho ragioni per credere che ciascuno di essi disfacendosi ponga in libertà un corpo fortemente cromatofilo da cui subito dopo abbia origine un certo numero di cromosomi. I cromosomi derivati dall'uno e dall'altro combinandosi formerebbero la piastra equatoriale del fuso di segmentazione.

« Quantunque oggi per gli studî del van Beneden [1] e Neyt e per quelli del Boveri [2] sulla tessitura del protoplasma dell'uovo fecondato dell'*Ascaris megalocephala* sappiasi come si origina in quest'animale la parte acromatica del predetto fuso, pure non mi è stato possibile nelle uova dei topi porre in chiaro alcuna particolarità di tal genere.

« Il fuso di segmentazione nell'uovo di topo è più grande e molto più largo di quello direzionale, ed i cromosomi nei due casi differiscono immensamente. Nel fuso direzionale sono, come si è detto, corti, tozzi, curvati alla maniera di una virgola; in quello di segmentazione sono lunghi, ugualmente larghi in ogni loro parte e piegati ad ansa. In ambedue i casi però, quando si esaminano con forti obiettivi ad immersione, vedonsi composti di particelle più grosse, irregolari, fortemente tingibili alternate con altre più piccole che si colorano poco.

« Il fuso di segmentazione è diretto in maniera da avere le estremità rivolte verso due punti opposti dell'equatore dell'uovo. Presso i suoi poli si scorgono alcune granulazioni che più fortemente refrangono la luce, corrispondenti ai corpuscoli centrali delle sfere di attrazione del van Beneden ed ai centrosomi delle sfere di archoplasma descritte dal Boveri.

(1) Ed. van Beneden e A. Neyt, *Nouvelles recherches sur la fécondation et la division mitosique chez l'Ascaride mégalocéphale*. Leipzig, Wilh. Engelmann, 1887.

(2) Boveri, *Zellen-Studien. — Die Befruchtung und Teilung des Eies von Ascaris megalocephala*. Jena, Gustav Fischer, 1888.

La segmentazione che ne succede è totale, uguale e fino dal primo momento, a differenza di ciò che il van Beneden ha veduto nell'uovo del coniglio, produce due cellule perfettissimamente uguali.

« Nello studio della segmentazione sono partito dal seguente concetto:

« Sapendo che regolatrice dei fenomeni intimi di questo processo è la cariocinesi, ho pensato che nella mancanza delle particolari disposizioni che la caratterizzano debbano appunto cercarsi i segni per decidere quali e quanti siano gli stadî di riposo, dirò così le pause presentate dall'uovo che si segmenta.

« Ho veduto quindi che l'uovo ha tutti i nuclei quiescenti al tempo stesso quando si sono generate due, quattro, sei, otto, dieci, dodici, quattordici, sedici cellule, e perciò ho concluso che nella segmentazione delle uova del topo gli elementi aumentano non con progressione geometrica, come solitamente si afferma accadere nelle uova degli altri animali, ma con progressione aritmetica. Ho trovato ancora alcune uova composte di tre cellule ed un uovo di sette. Però, siccome in questi ultimi casi si potevano vedere da un lato due cellule formate da poco e se ne scorgeva dall'altro una con i segni dei primi stadî della divisione per cariocinesi, così non ho pensato minimamente ad ammettere nella segmentazione delle uova del topo uno stadio caratterizzato da tre elementi ed uno da sette.

« I piani di segmentazione nel topo non si presentano nel modo consueto. In principio l'uovo si divide in due cellule per dato e fatto d'un piano meridiano. In seguito una di queste si segmenta pure in un piano meridiano disposto ad angolo retto col primo e l'altra in un piano equatoriale. L'uovo composto di quattro cellule si conserva in complesso di forma sferica; il suo globulo polare, rimenendo laddove si formò, apparisce posto in un punto in cui convergono tre interlinee. La sezione equatoriale di quest'uovo è rappresentata soltanto da tre elementi, essendo il medesimo composto di cellule foggiate a guisa di piramidi triangolari aventi la base convessa e superficiale.

« Dopo che l'uovo si è bipartito la segmentazione procede oltre, dividendosi una coppia di cellule alla volta. In conseguenza i piani che la determinano sono incompleti e gli stadî molto più numerosi di quello che generalmente si ammetta. Anche il prof. Todaro, in una Memoria in corso di stampa, tra gli altri fatti notevoli ne accenna uno consistente nella contemporanea presenza di sei soli elementi nell'uovo dividentesi delle Salpe. Questo stadio deriva da che il terzo piano di segmentazione non divide che due dei quattro elementi già formati.

« Le mie ricerche sui primissimi momenti dello sviluppo dei topi sono poi state ultimate con l'esame di alcune uova abnormi e patologiche.

« Le uova tolte dalla tromba delle femmine separate dai maschi durante la gravidanza ed uccise nei primi tre o quattro giorni dopo il parto, servirono a dimostrare come esse si alterino quando non sono fecondate. Dopo l'espulsione dei globuli polari si forma un nuovo fuso, fuso residuale, che si

allontana dal polo lentamente e che poi si modifica nella disposizione regolare dei suoi cromosomi. Spariscono prima gli elementi acromatici e poscia i cromatici.

« In due uova tolte da femmine accoppiatesi e nelle quali lo spermatozoo era rimasto nello strato albuminoso senza penetrare più oltre, scorgevasi formato il pronucleo femminile e si vedeva il sollevamento papuliforme in via di ritirarsi. In tre casi osservai la polispermia prodotta dalla penetrazione di due spermatozoi.

« Sette uova poi mi offrirono esempi bellissimi di segmentazione ineguale rappresentata da pochi elementi grandi e da moltissimi piccoli. Nel maggior numero dei segmenti si notava la mancanza del nucleo. In un uovo di *Ascaris megalocephala* lo stesso Boveri ha veduto un segmento privo di nucleo, segmento che egli crede sia stato prodotto in tal modo perchè le sfere di archoplasma, attive nella segmentazione, non poterono arrivare con le loro fibrille ad impossessarsi ed a portarsi dietro un certo numero di cromosomi.

« Nella Memoria presentata al concorso per il premio reale sono da me discussi tutti questi fatti normali, anormali e patologici, dimostrando specialmente l'importanza di alcuni di essi nello stato presente della scienza. La dottrina dell'ermafroditismo cellulare (Minot, Balfour, E. van Beneden); la pretesa scoperta della legge del numero dei globuli polari nelle uova partenogenetiche e fecondate *Zahlengesetz*, (Blockmann e Weismann) e la relativa dottrina del Weismann (1) sono distrutte dalle mie osservazioni che hanno trovato un sol globulo polare nella maggior parte delle uova dei topi.

« La teoria degli Hertwig (*Verschmelzungstheorie*) che riposero l'essenza della fecondazione nella fusione del nucleo spermatico e del nucleo dell'uovo in unico nucleo; la teoria di E. van Beneden (*Ersatztheorie*) per cui la fecondazione consiste nella sostituzione di un mezzo nucleo portato dallo spermatozoo ad un mezzo nucleo eliminato dall'uovo sotto forma di globulo polare; la pura teoria nucleare del Kultschitzky, non trovano nelle mie ricerche i dati necessari per essere confermate ».

Patologia. — *I Protei quali agenti di intossicazione e d'infezione.* Nota preliminare del dott. G. Bordoni-Uffreduzzi, presentata a nome del Socio Bizzozero.

« In un lavoro pubblicato l'anno precedente (2) ho esposto le proprietà biologiche principali di un microrganismo patogeno, da me isolato per la prima volta nell'uomo, al quale diedi l'appellativo di *Proteus* (*hominis*) *capsulatus*.

(1) Weismann, *Das Zahlengesetz der Richtungskörper und seine Entdeckung* Morphologisches Jahrbuch.

(2) Bordoni-Uffreduzzi, *Ueber den Proteus hominis capsulatus* etc., Zeitschift für Hygiene, Bd. III, Heft, 2, 1887.

« Le osservazioni fatte durante l'anno scolastico vennero, come di solito, da me pubblicate alla fine dell'anno stesso, riserbandomi però di completare in seguito, con ulteriori studi, la biologia di quel microrganismo.

« Le nuove ricerche, delle quali espongo in breve i risultati, furono in parte dirette ad estendere lo studio delle proprietà di vita e di sviluppo di questo, nonchè di altri microrganismi congeneri, ed in parte anche a confermare con altri dati sperimentali i risultati delle prime osservazioni, contro i quali si era sollevata qualche obbiezione [1].

« La prima parte delle ricerche fu diretta a stabilire quale e quanto valore patogenico possa realmente attribuirsi al proteo capsulato, sia riguardo all'uomo, come riguardo agli animali d'esperienza da me adoperati.

« A tale scopo era necessario anzitutto di dimostrare che non èra un proteo da putrefazione; e per ciò esaminai batteriologicamente i cadaveri umani e quelli normali degli animali che sono più sensibili all'azione del proteo capsulato (cani e topolini bianchi), a diverse ore dopo la morte.

« Nei topolini trovai nel sangue in varia quantità, secondo il tempo decorso dalla morte, prevalenti le forme di cocci, unitamente al *Proteus vulgaris* di Hauser; forme che si trovavano egualmente nel contenuto intestinale.

« Nei cani poi potei anche seguire il cammino che percorrono i batteri, dopo la morte dell'animale, dall'intestino nel sangue della vena porta e da questa in tutto il resto dell'organismo. I batteri compaiono infatti dapprima (6-8 ore dopo morte) nella vena porta e nelle sue diramazioni, più tardi (8-10 ore) si trovano anche nella cava inferiore, e poscia anche nella giugulare e negli altri grossi vasi venosi.

« Le forme che quivi si osservano sono quasi esclusivamente bacillari, isolate o riunite in filamenti di varia lunghezza; nessuna però capsulata.

« Due forme sono prevalenti; il proteo volgare di Hauser, ed un bacillo sporigeno simile per forma al bacillo del fieno.

« In due casi, molte ore dopo la morte (36 ore), rinvenni pure una specie di bacillo, che riproduce in gelatina la forma di chiodo del pneumobacillo di Friedländer, e che si avvicina pei suoi caratteri ad una varietà descritta recentemente da Banti [2] col nome di *Bacillus putrificus capsulatus*.

« Alcuni caratteri delle culture, e sopratutto la mancanza di potere patogeno per i cani, lo fanno differenziare in modo sicuro dal proteo capsulato.

« Noto che i preparati fatti col succo degli organi dei cani, esaminati 16-24 ore dopo la morte, contenevano sempre le stesse forme di bacilli, che erano nel sangue, e nell'intestino, più abbondanti specialmente nel succo del fegato.

(1) Foà e Bonome, *Sulla biologia del Proteo capsulato*. Riforma medica n. 43, 1888.

(2) Banti, *Sopra quattro nuove specie di protei o bacilli capsulati*. Lo Sperimentale, Agosto 1888.

« Nell'uomo, in una dozzina di cadaveri di malattie non infettive, che ho potuto esaminare, ho trovato che, se la temperatura dell'ambiente è poco elevata, come è nei mesi di primavera (12°-14° C.), nel sangue della vena cava inferiore, ed anche in quella della vena porta, 24 ore dopo la morte non si trovano che pochi esemplari di microrganismi cocciformi: l'esame microscopico del succo dei visceri è assolutamente negativo.

« In quei periodi dell'anno invece, in cui la temperatura è elevata, già 24 ore dopo la morte, ho costatato nel sangue della v. porta e della v. cava prevalente il *Proteus vulgaris*, la presenza del quale si rivelava anche nei preparati microscopici del contenuto intestinale e del succo dei visceri, specialmente del fegato.

« Ho notato pure che, negli individui che avevano avuto diarrea negli ultimi periodi della vita, la presenza del *Proteus vulgaris* nel sangue e nel succo del fegato era costante, e più copiosa che negli altri casi.

« Sarebbe necessario un numero di osservazioni maggiore per decidere se questo è un fatto costante, che sta in relazione colla più facile permeabilità per i batteri delle pareti intestinali, alterate da processi patologici.

« Questa maniera di vedere verrebbe in certo qual modo confermata dall'osservazione fatta di cinque casi d'individui, morti coi sintomi del colèra nostrano.

« In tutti questi casi, sezionati da 12 a 24 ore dopo la morte, fu sempre rivenuto nel sangue, come nel contenuto intestinale, il proteo volgare di Hauser. Gli altri dettagli batteriologici, interessanti per la patogenesi di queste forme morbose, saranno esposti nel lavoro completo.

« In nessuno adunque dei casi da me osservati, neppure in quelle malattie che decorrono sintomatologicamente simili a quella dalla quale fu isolato il proteo capsulato, fu possibile rinvenire nei cadaveri umani alcuna forma ad esso consimile.

« Invece ho sempre costatato, quando la temperatura dell'ambiente è piuttosto alta, la presenza del *Proteus vulgaris Hauseri*.

« Questi fatti dimostrano anzitutto che nei cadaveri umani, come in quelli del cane e del topolino bianco, anche in stato di avanzata putrefazione, e per l'uomo anche in casi di malattie acute del tubo gastroenterico, non si trova ordinariamente il proteo capsulato: dimostrano invece che il proteo volgare è uno dei più comuni e dei più diffusi agenti della putrefazione [1], che esso si trova d'ordinario nel nostro intestino, e che nel cadavere, poche ore dopo la morte, specialmente se vi concorre l'azione della temperatura elevata dell'ambiente, si diffonde nel sangue e nei visceri interni, penetrando dalle radici della vena porta. La sua presenza adunque nel sangue e nei vi-

[1] Vedi in proposito la mia prima comunicazione sul Proteo capsulato, fatta al Congresso di Pavia, *Riforma medica,* n. 234, 1887.

sceri dei cadaveri, sezionati d'estate anche prima delle 24 ore dopo la morte, non ha che valore di un comune fenomeno cadaverico.

« A confermare quest'opinione, e a dimostrare invece che al proteo capsulato compete indiscutibilmente l'attributo di patogeno, non solo, ma di *patogeno infettante*, serve precisamente la seconda parte delle mie ricerche.

« Nei topolini ripetei nuovamente le esperienze di innesto sottocutaneo con quantità piccolissime di cultura e trovai che, senza eccezione, gli animali muoiono dopo 3-4 giorni, che il sangue dei topolini appena morti, od uccisi anche quando si mostrano gravemente ammalati, contiene in grandissima copia microbi della stessa specie di quelli inoculati, e che questo sangue innestato successivamente in altri topolini, li uccide in un tempo sempre più breve (fino a 40 ore dopo l'innesto).

Per produrre un'altra prova inconcussa della moltiplicazione del proteo capsulato nell'organismo animale vivente, feci saggi di cultura col sangue degli animali inoculati, durante la vita, e potei dimostrare che 18 ore dopo l'innesto esiste già il proteo nel sangue circolante, e che 12 ore prima della morte vi esiste in tale quantità, da essere dimostrabile eziandio col semplice esame microscopico.

« Evidentemente qui si tratta di una continua e crescente moltiplicazione dei microrganismi inoculati, giacchè secondo le esperienze di Wissokowitsch ([1]), confermate anche da altri, i batteri, introdotti nel sangue degli animali viventi, scompaiono del tutto in breve tempo, oppure il loro numero diminuisce sempre di più coll'avvicinarsi dell'ora della morte.

« Esperimentai poi nei topolini anche l'azione dei liquidi di cultura, privati dei microrganismi specifici. Inoculando sotto cute anche dosi elevate (1-2 cc.) di diluzione densa di cultura in gelatina, sterilizzata a 60-70° C., non ottenni che sintomi morbosi passeggeri, e mai la morte.

« Invece la stessa diluzione, centrifugata per due giorni, e contenente ancora soltanto pochi esemplari di protei (20 circa per ogni goccia di liquido), inoculata sottocute a topolini nella minima quantità che serve a bagnare un'ansa di platino, li uccise coll'infezione caratteristica.

« I tentativi d'innesto preventivo colle culture sterilizzate, in questi animali, non dessero che risultati incerti.

« La cultura di proteo volgare (adoperai una cultura mandatami dallo stesso Hauser e le culture ottenute dai cadaveri), inoculata nei topolini anche a forti dosi (3-4 anse di platino), non ne produsse mai la morte.

« Questa si ebbe invece in poche ore, introducendo quantità enormi (relativamente agli animali d'esperienza) di cultura. In tale caso, uccidendo l'animale prima che morisse, nè l'esame microscopico, nè le culture rivelarono

([1]) Vissokowitsch, *Ueber die Schicksale der in's Blut injicirten Mikroorganismen im Körper der Warmblüter*, Zeitschrift für Hygiene Bd. I, 1886.

mai nel sangue la presenza di microrganismi, i quali si rinvennero invece dopo morte, mediante le culture. Questo dimostra una semplice penetrazione nel sangue dei batteri introdotti con l'innesto, e non una moltiplicazione degli stessi nell'organismo animale vivente.

« Nei cani l'innesto intravenoso di piccole quantità di cultura del proteo capsulato diede luogo in principio a fenomeni di intossicazione (vomito e diarrea), a cui seguirono i fenomeni di vera infezione, contradistinta specialmente dalla moltiplicazione abbondante dei batteri inoculati, e dalla localizzazione loro in certi organi interni (fegato e ghiandule mesenteriche).

« Coll'innesto endoperitoneale, anche di piccole quantità di culture, si ebbe costantemente vomito e diarrea, appena dopo l'innesto, e poscia peritonite e morte colle localizzazioni anzidette. Coll'innesto sottocutaneo e intramuscolare si ebbero fenomeni di necrosi progressiva del connettivo intermuscolare e sottocutaneo ed anche della cute, con moltiplicazione abbondantissima dei microrganismi.

« Anche nel sangue del cane vivente fu dimostrata colle culture la presenza dei microrganismi, per qualunque via si fosse fatto l'innesto.

« Cani, che guarirono dall'infezione prodotta dall'innesto sottocutaneo od intramuscolare, non si mostrarono refrattari all'azione del proteo introdotto nel peritoneo.

« L'introduzione della diluzione acquosa di cultura sterilizzata col calore, fatta nel peritoneo o nel sangue in quantità doppia di quella attiva, diede luogo agli stessi fenomeni d'intossicazione (diarrea e vomito); ma gli animali ben presto si riebbero completamente.

« Ripetendo bensì le iniezioni per conferire agli animali l'immunità, per quanto si facessero sempre meno spiccati i disturbi anzidetti, si ebbe però una specie d'intossicazione lenta, contradistinta da dimagramento progressivo fino alla morte.

« Ciò nonostante non si produsse sicuramente l'immunità. Sopra sei cani nei quali feci l'esperienza, due solamente sopravvissero all'innesto peritoneale di cultura attiva, ed uno di questi inoculato nuovamente dopo tre mesi, contrasse l'infezione e morì.

« Esperienze fatte col siero del sangue del primo cane che resistette all'innesto della cultura attiva, dimostrarono che esso costituisce ancora un buon terreno di nutrizione pel proteo capsulato; risultato conforme a quelli ottenuti nel laboratorio di Flügge, e che contraddicono la cosidetta *ipotesi d'esaurimento* dell'immunità.

« L'innesto di grandi quantità di cultura di proteo volgare nel cane non produssero che fenomeni d'intossicazione, analoghi a quelli prodotti dalle culture di proteo capsulato sterilizzate.

« Il proteo capsulato adunque è altamente patogeno pei topolini e per i cani; pei primi è senza dubbio patogeno *infettante*, e possiede anzi un

grado di virulenza che può dirsi uguale a quella del bacillo carbonchioso; pei cani invece si addimostra principalmente patogeno *tossico*.

« Il proteo volgare non è patogeno pei topolini, ed agisce sui cani solamente per l'azione tossica dei prodotti delle culture.

« Ho proseguito anche lo studio delle proprietà biologiche del proteo capsulato, che saranno esposte con dettaglio nella Memoria completa ».

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

F. D. Falcucci. *Del dialetto, costumi e geografia della Corsica*. Presentata dal Segretario.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Socî e da estranei:

A. Conti. *Storia della filosofia*. — *L'armonia delle cose, o antropologia, cosmologia, teologia razionale.*

I. C. G. Boot. *Suspiciones Livianae.*

Lo stesso Segretario presenta inoltre: i *Discorsi parlamentari* di M. Minghetti (Vol. III) e di A. Depretis (Vol. I), raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; il *Tabularium Cassinense* T. I. *Codex diplomaticus Cajetanus*. P. I.; la pubblicazione del sig. V. Forcella: *Iscrizioni delle Chiese e degli altri edifici di Milano, dal secolo VIII ai giorni nostri;* e l'opera del sig. J. von Ansbóth: *Bosnien und die Herzegowina.*

Il Socio Comparetti presenta alcune pubblicazioni del dott. H. Paul, accompagnando la presentazione colle seguenti parole:

« Ho l'onore di presentare all'Accademia a nome della famiglia del defunto dott. Hermann Paul di Helsingfors la traduzione tedesca eseguita dallo stesso compianto dott. Paul de' canti lirici popolari (Kanteletar) della Finlandia e della grande epopea nazionale finlandese il *Kalevala*. Come già ebbi la fortuna di poter annunziare nella ultima Seduta Reale, i canti epici della Finlandia sono un soggetto a cui io ho rivolto studi speciali, sul quale fra non molto comunicherò all'Accademia un esteso lavoro critico. Questi studî che han dovuto estendersi anche alla lingua di quel paese da me più volte visitato, mi pongono in grado di riconoscere il molto valore di quest'opera del Paul, singolarmente della più ardua che è la traduzione poetica del Kalevala, valore

che è tale da far provare vivo rincrescimento perchè la morte abbia impedito all'autore di continuare in tali intraprese sue geniali, dandoci come aveva pure intenzione di farlo, la traduzione di altri importanti e bei portati della musa e dell'animo popolare finlandese, non ancora mai tradotti quali p. es. i proverbi e i curiosissimi canti magici (*Loitsurunot*) pieni di antico mito pagano. D'origine tedesco, da lunghi anni stabilito in Finlandia, il dott. Paul ebbe famigliari, come pochi altri ambedue le lingue, dotato di animo fervente, di fino sentire poetico, artista più che dotto, egli felicemente ispirato trovò la giusta forma per riprodurre e rappresentare nella sua lingua nativa le bellezze di una poesia così diversa da ogni altra per note e caratteri tutti proprî qual'è la finlandese. Già un dotto linguista, l'illustre Schiefner, avea tentato l'arduo arringo, ma con successo ben inferiore artisticamente; benchè verseggiata, la sua era più una interpretazione della parola che una traduzione o trasfusione artistica della poesia. Qui abbiamo un lavoro di arte, fino e di buon gusto, in cui il senso poetico è riferito con sì vivace verità che appena si crede di aver dinanzi una traduzione. Fra le traduzioni poetiche a me note in varie lingue, la sola che si accosti al merito di questa è la svedese di Collan. Certamente chi cercasse qui il valor di ogni parola del testo non sempre lo troverebbe, come lo ritrova in Schiefner, ma le qualità poetiche ci son tutte e direi che c'è anche qualche qualità di più che nell'originale poichè c'è qui una fluidità di linguaggio nobile ed alto, un raffinamento di espressione, un impasto di concetti un po' maggiore, il che del resto va colla natura da più lungo tempo temprata e raffinata del linguaggio eletto tedesco con fine maestria maneggiato dall'autore. C'è anche minor monotonia che nell'originale. I brevi versi di quattro piedi trocaici che sono l'unica forma di verso esistente in tutta la poesia popolare finnica d'ogni specie, se sono sopportabili in un canto narrativo di breve estensione riescono affannosi, come un respiro di piccola lena, in un poema di cinquanta canti. Il dott. Paul ha saviamente deviato in questo dall'originale, rompendo la monotonia col mescolare versi trocaico-dattilici ai versi puramente trocaici. Anche una caratteristica del canto epico finlandese è la ripetizione di una stessa idea in varie forme in due o più versi successivi; malgrado la varietà di colorito poetico che spesso suol esservi dentro, la frequente ricorrenza di tali ripetizioni o il troppo prolungarsi di esse può riuscir peso e stancare; bello è il vedere come il dott. Paul abbia saputo cementare a volta sì bene le ripetizioni da farle meno apparir tali, senza pur mai troppo allontanarsi dal testo che è tradotto nello stesso numero di versi che ha l'originale. Chi conosce quella lingua molto sintetica, senza articoli, senza preposizioni, con cinque specie d'infiniti tutti declinabili come sostantivi, con una declinazione di quindici casi, con una forma speciale pel verbo negativo e tante altre caratteristiche che come queste la distinguono profondamente dalle nostre lingue indo-europee, chi ne ha sentito il genio tutto speciale non può non

valutare le grandi difficoltà con rara felicità superate dal dott. Paul; taluni non le affrontarono neppure e si contentarono di tradurre in prosa. Certamente, il carattere ingenuo, primitivo di quelle semplici forme poetiche colle loro alliterazioni, le loro assonanze, si perde nella traduzione, nè era possibile riferirlo in altra lingua d'altro suono e d'altra legge tonica e ritmica; il metro stesso apparisce in altra lingua, quand'anche si conservi tal quale, più artificioso; poichè in finnico esso è assolutamente elementare come quello che è suggerito dalle leggi toniche del linguaggio stesso, il quale ha sempre l'accento sulla prima sillaba di ogni parola e gli accenti secondari sulle seguenti sillabe impari terza, quinta, ecc.; c'è dunque naturalmente lo schema del trocheo, e quindi quel metro è tanto facile in quella lingua che la poesia anche epica ne riceve il carattere dell'improvvisazione; diversissimo in ciò dallo splendido, calmo e solenne esametro dell'epos greco, ben più lontano da questa epopea finnica di quello che suppongano i dotti finlandesi, come a suo luogo vedremo. Ma se fra due lingue e due animi di popoli aventi grado di coltura così diverso è impossibile tradurre senza in qualche modo travestire, sapiente è colui che in altri organi ed in parvenze nuove sa trasfondere e far vibrare con tutta pienezza e verità lo spirito e la vita di un altro; e quest'opera che non è da dotti ma da creatori e da poeti, ha mirabilmente saputo fare il dott. Paul. Questi lavori suoi ben accetti in Finlandia meritano anche un posto onorevole nella letteratura di lingua tedesca ».

Il Socio Ferri presenta l'opera del sig. E. Colini, intitolata: *Notizie della vita e delle opere di Terenzio Mamiani*, dando di essa un cenno bibliografico [1].

Il Socio Valenziani presenta all'Accademia, come omaggio dell'autore, una Nota del prof. Lodovico Nocentini di Firenze contenente i nomi dei sovrani degli antichi Stati nei quali fu già diviso il regno di Corea, e la tavola cronologica della presente dinastia dall'anno 1392 dell'êra nostra, in cui fu compiuta l'unificazione della Corea, sino al 1864.

I nomi degli antichi sovrani sono tolti dall'opera cinese *Tung Fan Ki Yao* (le cose più essenziali a sapersi ne'ricordi de'barbari orientali), e la tavola della dinastia regnante è estratta dagli annali Coreani *Kuo ciao pao Kièn* (specchio prezioso della dinastia del Regno).

Il Socio Guidi offre, a nome del Corrispondente F. Rossi la pubblicazione: *I papiri Copti del Museo egizio di Torino, trascritti e tradotti* Vol. II, f. 1°, e un *Catalogo dei Codici ebraici della Biblioteca della R. Università di Bologna* del sig. L. Modona.

[1] V. pag. 100.

Il Socio Betocchi presenta, a nome del conte G. de Charencey, i volumi XVI-XVII, pubblicati dalla *Société philologique de France.*

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente comunica con rammarico alla Classe la dolorosa perdita da questa fatta nelle persone degli Accademici Pasquale Stanislao Mancini e Baldassarre Paoli, morto il primo il 26 dello scorso dicembre, e il secondo il 20 del corrente mese. Apparteneva l'on. Mancini all'Accademia come Socio nazionale dal 13 maggio 1875, e il senatore Paoli come Corrispondente dal 31 dicembre 1883.

Il Segretario dà comunicazione delle lettere di ringraziamento inviate dai Socî di nomina recente: Conti, De Petra, Miklosich.

Lo stesso Segretario Carutti annuncia alla Classe che, ritirandosi dal servizio dello Stato, sta per lasciare Roma, e quindi con suo dispiacere deve rinunciare all'ufficio di Segretario della Classe stessa; egli presenta i suoi ringraziamenti ai colleghi che per circa quattordici anni gli hanno affidato l'onorevole incarico da cui deve cessare.

Il Socio Tabarrini, a nome della Classe, esprime il rincrescimento per l'annuncio che le è dato dal suo segretario barone Carutti, e lo ringrazia per la diligenza e la operosità colle quali, per così lungo spazio di anni, esercitò le proprie funzioni.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Carutti dà lettura del seguente elenco dei lavori presentati per concorrere al premio reale di *storia e geografia*, scaduto col 31 dicembre 1888.

1. Bustelli Giuseppe. *L'enigma di Ligny e di Waterloo* (st.).
2. Caffi Michele. *La badia di Chiaravalle presso Milano* (ms.).
3. Crivellucci Amedeo. *Storia delle relazioni fra lo Stato e la Chiesa.* Vol. I e II con append. (st.).
4. De Gubernatis Angelo. *Peregrinazioni indiane.* Vol. I-III. (st.).
5. Fea Pietro. *Alessandro Farnese duca di Parma* (st.).
6. Graf Arturo. *Roma nella memoria e nelle immaginazioni del medio evo.* Vol. I, II (st.).

7. Livi Giovanni. *La Corsica e Cosimo I de' Medici* (st.).

8. Musatti Eugenio. *Storia di un lembo di terra ossia Venezia ed i Veneziani.* Vol. I-VI (st.).

9. Randaccio Carlo. *Storia delle marine militari italiane dal 1750 al 1860 e della marina militare italiana dal 1860 al 1870.* Vol. I, II (st.).

10. Riccardi Alessandro. *La località e territorî di S. Colombano al Lambro.* Con 9 allegati (st.).

11. Anonimo (« Amo cullarmi nella credenza che quando questo mio libro sarà digesto, tutti gli uomini mi vorranno bene, per il bene che loro faccio »). *Divina Umaniade ovvero la fusione delle genti nell'unità finale del perfetto convivio dopo le crisi e le catastrofi dell'ordine storico. Saggio di una dottrina della storia desunta dal divenire della legge assoluta nelle potenze operatrici de' fatti* (ms.).

12. Anonimo (« ... giammai non si sazia Nostro intelletto se 'l Ver non lo illustra ... » Dante. *Par.* IV 124, 125). — *Saggio storico biografico su Francesco Sforza I Duca di Milano* (ms.).

13. Anonimo (« Laboribus omnia bona Dii nobis vendunt »). — 1) *Le poliremi antiche o la rivoluzione delle questioni storiche tecniche riguardanti le navi da guerra degli antichi* (ms.). 2) *Memoria storico-critica per stabilire la posizione degli antichi porti di Atene, le fortificazioni di essi e dei Muri Lunghi.*

Il Segretario Carutti dà poscia comunicazione del Programma dei concorsi a premio della Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti legge poscia una lettera nella quale il sig. E. Le Blant, annunziando che lascia la direzione della Scuola francese, ringrazia l'Accademia di averlo annoverato fra i suoi Socî durante la di lui permanenza in Roma.

Il Socio Amari presenta il Programma del Congresso degli Orientalisti di quest'anno, colle seguenti parole:

« Dovendo quest'anno adunarsi in Stockolma e in Christiania l'8° Congresso internazionale degli Orientalisti, S. M. il re di Svezia e Norvegia per mezzo del Conte Landberg, Segretario Generale del Congresso, ha indirizzato particolari inviti ad alcuni membri tra i quali alcuni italiani. Il Segretario ha pregato alcuni orientalisti residenti in varie capitali di ricevere le iscrizioni al Congresso, e per Roma si è indirizzato al prof. Celestino Schiaparelli di questa Università ».

Il Socio Todaro presenta all'Accademia il rapporto del Comitato costituitosi cinque anni or sono a Londra per raccogliere una somma che doveva servire ad erigere una statua e un medaglione in bronzo a Carlo Darwin, e a stabilire un fondo intitolato: *Darwin memorial Fund*, il quale era destinato a favorire i progressi delle scienze biologiche.

A questo scopo concorsero tutte le nazioni civili dell'Europa e dell'America, tra cui figura l'Italia.

Il Comitato, volendo render conto della somma riscossa e dell'impiego fattone, ha mandato il suo rapporto al Socio Todaro, che fa parte del suddetto Comitato, onde portarlo a conoscenza del pubblico italiano.

Il Segretario Blaserna presenta un piego suggellato inviato dal sig. G. B. Guccia perchè sia deposto negli Archivi accademici.

Il Segretario Carutti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia danese di scienze e lettere di Copenaghen; la Società filosofica americana di Filadelfia; la Società Reale delle scienze di Upsala; la Società storica di Hannover; la Società degli antiquari di Londra; la Direzione degli Archivi di Stato di Bologna; la Direzione degli Archivi di Stato di Roma; il R. Museo di storia naturale di Bruxelles; il Museo di Bergen; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; l'Osservatorio centrale di Pietroburgo; l'Osservatorio Lick e l'Università di California.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società geologica degli Stati Uniti di Washington; la Società di scienze naturali di Dorpat; la Società di storia patria di Breslau; il Museo geologico di Calcutta.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 febbraio 1889.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sul moto brauniano.* Nota del Socio Giovanni Cantoni.

« Una brevissima Nota del sig. Gouy, *Sul moto brauniano*, di recente pubblicata (fascicolo del dicembre 1888 del *Journal de physique* di Parigi) mi obbliga a richiamare una pubblicazione, da me fatta nel gennaio 1868, sullo stesso argomento (1), la quale parmi ben più concludente. Poichè il Gouy si limita a dire, « che il fenomeno del moto brauniano, ben noto agli istologi, non ha finora attratta l'attenzione dei fisici, quanto si merita » ; e, senza citare fatti bene determinati in appoggio della sua opinione, conclude, che questo fenomeno ci porge « una prova diretta dell'esattezza delle attuali ipotesi sulla natura del calore ».

« Laddove nella predetta mia pubblicazione di 21 anni or sono, mi occupai di mostrare con una lunga serie di osservazioni di confronto, come il moto brauniano di alcune particelle solide, omogenee ed insolubili (2), quali

(1) *Su alcune condizioni fisiche dell'affinità e sul moto brauniano.* Nota di G. Cantoni inserita nei Rendiconti del R. Istituto Lombardo - Adunanza del 9 gennaio 1868.

(2) E ciò per tacere dei moti di danza offerti da cellule o da globuli organici, alla produzione dei quali moti certamente intervengono anche le azioni osmotiche.

sono i metalli, ottenuti colla riduzione dei rispettivi ossidi a mezzo dell'idrogeno, quando offrano dimensioni minori di $^1/_{1000}$ ad $^1/_{1500}$ di millimetro, possano a lungo tenersi sospese entro l'acqua con moti traslatori e rotatori, tanto più distinti quanto minore è la caloricità specifica dei singoli metalli, ossia, giusta la legge di Dulong e Petit, quanto maggiore è la rispettiva loro massa molecolare, e quindi anche quanto minore è la radice quadrata della relativa loro velocità molecolare, rispetto a quella propria del liquido in cui nuotano. Ad esempio, i predetti moti riescono assai distinti coll'argento, col rame, col ferro, e più ancora col piombo, coll'iridio, coll'oro e col platino, benchè la loro densità relativa sia di tanto rispetto o maggiore di quella dell'acqua. Ed anche alcuni composti, come il bioduro di mercurio, l'ossido mercurico, l'ossido ed il carbonato di piombo, lo stannato di cromo, il sesquiossido di uranio, ed il solfuro d'antimonio, aventi una caloricità piccola, mostrano moti più distinti che non siano quelli dei carbonati di stronziana e di zinco, l'acido titanico, l'ossido nero di cobalto ed il cobalto arsenicale, i quali hanno invece una caloricità maggiore. E per date particelle, o metalliche o composte, che vibrano abbastanza distintamente nell'acqua, il moto brauniano riesce meno spiccato entro l'alcole, la benzina e l'etere, liquidi, la cui caloricità, ad egual volume, è ben minore di quella dell'acqua ».

Storia della Fisica. — *Di un precursore Italiano del Franklin.* Nota del Socio G. Govi.

« Il 27 maggio del 1746 i Riformatori dello Studio di Padova licenziavano per la stampa un volume intitolato: *Dell' Elettricismo: o sia delle forze elettriche de' corpi* (¹) che scrittori contemporanei e degni di fede attribuiscono al medico veneziano Eusebio Sguario (²), ma che uscì in luce senza nome d'autore, e venne ristampato a Napoli lo stesso anno.

« In codesto volume si trovano descritte varie esperienze elettriche assai curiose, per quel tempo, e fra le altre (pag. 374-378) la famosissima esperienza di Leyden, raccontata in una lettera scritta da Lipsia all'autore il 9 d'aprile dello stesso anno 1746, che fu appunto quello nel quale il Musschenbroek annunciò, nel gennaio, al Réaumur la celebre scoperta dovuta a Lui, o al Cuneus, e che più tardi i Tedeschi rivendicarono al Kleist. Alla descrizione dell' esperienza di Leyden tengono dietro alcune considerazioni dell'autore del libro, relative alla potenza prodigiosa della scarica elettrica, che esso crede un po'esagerata dal Bose e dal Krüger, ma intorno alla quale soggiunge: (pag. 379 lin. 14-27)

« Però bisognerà confessare che a un tale accesso (*leggi:* eccesso) sembra im-
« possibile possa giugnere la violenza d'un effluvio sottile per quanto la si
« voglia ingrandire, quando però non si giugnesse per questa strada a trovare

« l'immensa rapidità di quella materia ignea sottile che forma i fulmini.
« E chi potrebbe mai francamente negare che i fulmini altro non fossero
« che una materia sottile elettrica spinta all'ultimo grado di sua violenza?
« Sarebbe bene una fatal sorpresa per quel primo sperimentatore, che trovando
« per questa strada la maniera di formar ad Arte un fulmine, soccombesse
« martire della sua curiosità ».

« Dinanzi a così precisa divinazione, perdono quasi ogni valore le espressioni adoprate dal Gray nel 1735 ([3]) e quelle di qualche altro scrittore d'elettricità che, prima del 1746, potè alludere al lampo, od al fulmine, parlando delle scintille tratte dai corpi elettrizzati.

« E non sembra forse prevista la fine luttuosa del povero prof. Richmann, là dove lo Sguario parla di « quel primo sperimentatore, che trovando.....
« la maniera di formar ad Arte un fulmine, soccombesse martire della sua
« curiosità »? Veramente lo Sguario non dimostrò che il fulmine fosse una scarica elettrica, ma si scorge chiaramente dalle sue parole, che, pur non potendolo provare coll'esperienza, egli ne era fermamente convinto.

« Si è attribuito per lungo tempo all'abate Nollet il merito d'aver indicato, se non pel primo, giacchè si conoscevano le parole del Gray, almeno con maggior chiarezza fra i primi, la relazione tra i fenomeni della elettricità e quelli del fulmine, così discorrendone (alle pag. 312-315) nel quarto volume delle sue lezioni di Fisica ([4]), pubblicato a Parigi nel 1748:

« Si quelqu'un, par exemple, entreprenoit de prouver par une comparaison bien suivie des phénomènes, que le tonnerre est entre les mains
« de la Nature ce que l'Electricité est entre les nôtres, que ces merveilles
« dont nous disposons maintenant à notre gré, sont de petites imitations de
« ces grands effets qui nous effrayent, et que tout dépend du même méchanisme:
« Si l'on faisoit voir qu'une nuée préparée par l'action des vents, par la chaleur,
« par le mélange des exhalaisons, etc., est vis-à-vis d'un objet terrestre, ce qu'est
« le corps électrisé, en présence et à une certaine proximité de celui qui ne
« l'est pas, j'avouë que cette idée, si elle étoit bien soûtenuë, me plairoit
« beaucoup; et pour la soutenir, combien de raisons spécieuses ne se présen-
« tent pas à un homme qui est au fait de l'électricité? L'universalité de la
« matière électrique, la promptitude des son action, son inflammabilité et
« sont activité à enflammer d'autres matières; la propriété qu'elle a de
« frapper les corps extérieurement et intérieurement jusques dans leurs moin-
« dres parties; l'exemple singulier que nous avons de cet effet dans l'expé-
« rience de Leyde, l'idée qu'on peut légitimement s'en faire, en supposant un
« plus grand degré de vertu électrique, etc., tous ces points d'analogie que je
« médite depuis quelque tems commencent à me faire croire, qu'on pourroit
« en prenant l'électricité pour modéle, se former touchant le tonnerre et les
« éclairs, des idées plus saines et plus vraisemblables que tout ce qu'on a
« imaginé jusqu'à présent »:

« Però, dopo la lettura del libro dello Sguario, stampato a Venezia nel 1746, sarebbe assai difficile il conservare al celebre fisico francese quel posto onorevole tra i precursori del Franklin, che gli era stato assegnato.

« Infatti il passo del Nollet, relativo alla natura elettrica dei fulmini venne fuori soltanto nel 1748, vale a dire due anni dopo il libro sull'*Elettricismo*, e se le analogie tra il fulmine e l'elettricità vi appaiono forse meglio delineate, convien ricordare che il Nollet avea potuto già vedere in quel tempo il libro dello Sguario, del quale così discorreva un po' più tardi (nel 1753) davanti all'Accademia delle Scienze:

« Il parut à Venise en 1746, un Ouvrage anonyme, intitulé, *dell'Elettricismo;* c'est, à mon avis, un de meilleurs qui aient paru sur cette matière, « et des plus élégamment écrits. J'ai ouï dire dire qu'il étoit d'un Officier « au service de l'Empereur, et cela est d'autant plus vrai-semblable, que « l'auteur paroît fort an fait de tout ce qui s'est passé en Allemagne par « rapport à la matière qu'il traite ».

« Convien poi non dimenticare che il Franklin avea cominciato a occuparsi fino dal 1748 delle relazioni tra i fulmini e i fenomeni elettrici, e ne avea scritto agli amici, così che egli verrebbe per ordine di data dopo lo Sguario e prima dell'Abate Nollet.

« Riman quindi assodato che, per quanto almeno ne sappiamo fin qui, spetta indubbiamente ad Eusebio Sguario il merito d'aver presentito e chiaramente significato l'analogia e la stretta relazione tra i fenomeni della Elettricità e quelli del fulmine fino dal principio del 1746, e che all'Abate Nollet appartiene soltanto l'onore d'avere, alcuni anni dopo, svolto con più parole, ma con minor persuasione ([5]), il concetto messo innanzi dallo Sguario, è dimostrato sperimentalmente dal Franklin ».

NOTE.

([1]) *Dell'elettricismo: o sia delle forze elettriche de'corpi svelate dalla Fisica sperimentale, con un ampia dichiarazione della luce etettrica sua natura, e maravigliose proprietà; aggiuntevi due dissertazioni attinenti all'uso medico di tali forze.* In Venezia MDCCXLVI, presso Gio. Battista Recurti, con licenza de'superiori, e privilegio. 1 vol. in 8° di XVI, più 392 pag., con una tavola incisa davanti al frontispizio, e tre tavolette incise in rame in capo alla parte I^a^ (pag. 61) alla parte II^a^ (pag. 221) e alla parte III^a^ (pag. 337), nelle quali tavolette sono rappresentate 11 diverse figure di apparecchi elettrici (tav. I^a^ fig. 1, tav. II^a^ fig. 2...9, tav. III^a^ fig. 10, 11).

([2]) Philosophical Transactions vol. XXXIX (1735-1736) n. 436. Genn. Febb. Marz. 1735, pag. 16-24. — V. *Experiments and observations upon the Light that is produced by communicating Electrical Attraction to animal or inanimate Bodies, together with some of its most surprising Effects;* communicated in a Letter from Mr Stephen Gray. F. R. S. to Cromwell Mortimer, M. D. R. S. Secr.

La scrittura porta la data: Charter-House: Jan. 28 th. 173 $\frac{4}{5}$.

Ecco il passo che trovasi alla pag. 24 in fine dello scritto:
« .... altho' these Effects are at present but in *minimis*, it is probable, in Time there « may be found out a Way to collect a greater Quantity of it; and consequently to in- « crease the Force of this Electrick Fire, which, by several of these Experiments (*Si licet* « *magnis componere parva*) seems to be of the same Nature with that of Thunder and « Lightning ».

Il qual passo è così tradotto in francese da M. Brémond (Trans. Philos. Année MDCCXXXV, Paris 1738 in 4° pag. 34) « ...... quoique ces effets ne soient à présent sensibles qu'à « un certain point, il est probable qu'il viendra un temps qu'on trouvera moyen de les « rendre plus considérables, et par conséquent, d'augmenter la force du feu Electrique, le- « quel par differentes Expériences (si on pout conclure du petit au grand) paroît être « de la même nature que celui du tonnerre et des éclairs ».

(3) *Leçons de Physique expérimentale.* Par M. l'Abbé Nollet, de l'Académie Royale des Sciences, de la Société Royale de Londres, et Maître de Physique de Monseigneur le Dauphin. Tome quatrième. A Paris, chez les Freres Guerin, rue S. Jacques, vis-à-vis les Mathurins, à S. Tomas d'Aquin. M.DCC.XLVIII in 8°, pag. 314-315.

(4) Melzi, *Dizionario di Opere anonime o pseudonime di scrittori italiani, o, come che sia, aventi relazione all'Italia,* di G. M. Milano, 1848-59. 3 vol. in 8°. — Vol. I, pag. 346-347. Il Melzi attribuendo l'*Elettricismo* allo Sguario, si fonda sulle: *Novelle della Repubblica Letteraria,* per l'anno 1747. Venezia 1747, in 4°, quantunque egli ne citi, per errore, l'anno 1746.

Le Novelle, dopo d'aver esaminato nel n. 1°, del 7 gennaio 1747 (pag. 1-3), la prima parte del libro: *dell'Elettricismo,* nel n. 4, del 28 gennaio 1747, trattano della seconda parte dell'Opera cioè delle due *Dissertazioni della Elettricità applicata alla Medicina,* e (alla pag. 28) così conchiudono: .... » In questa Appendice, siccome nella regola- « zione (?) del trattato dell'*Elettricismo* riferito nel primo foglio di questo anno, si crede « che abbia avuta mano il Signor Dottor *Eusebio Sguario* Veneto ».

A sostegno della notizia somministrata dalle *Novelle della Repubblica Letteraria,* si può invocare lo stesso libro *dell'Elettricismo* dove (a pag. 48, lin. 19-22) certa Contessa di T., messa in iscena dall'Autore, parlando della *Copia d'un M. S. nel quale si tratta delle Forze Etettriche, della loro natura, indole, e proprietà,* la quale *Copia* tien dietro, nel libro, alla *Novella filosofica e galante,* che le serve d'introduzione, così si esprime: « Tengo ancora « appresso di me un Manoscritto in Italiano che mi fu dato a leggere dal Sig. Abate D. « e fu composto a Venezia dal D. S. » le quali ultime iniziali corrispondono precisamente a quelle di: Dottor Sguario.

Di Eusebio Sguario, non si trova alcun cenno nei Dizionarî Biografici più accreditati, e il Cicogna, che ne registra il nome nel suo *Saggio di Bibliografia Veneziana,* cita appena di lui una Dissertazione sulle Aurore Boreali stampata nel 1737.

Rovistando nelle Raccolte periodiche della seconda metà del secolo scorso, ho potuto raccapezzarvi alcune altre indicazioni relative allo Sguario, che mi affretto a pubblicare qui per eccitare altri, e specialmente i Veneziani, ad ampliarle e a renderle compiute.

Pare che lo Sguario nascesse in Venezia verso il 1717, poichè nella sua *Dissertazione sulle Aurore Boreali,* venuta in luce, come dicemmo nel Dicembre del 1737 dice « *che* (l'au- « tore di essa) *appena vide il principio del quinto lustro* ». In quell'anno egli era già Dottore in Filosofia e in Medicina, e nel 1749 si trova menzionato col titolo di Professore di Medicina in Venezia. Nel 1756 faceva parte d'un'Accademia di Geometria e di Fisica Sperimentale che il Padre Paolo Mangini avea promossa in Venezia. Quanto alla data della sua morte, il *Catalogo Manoscritto della Biblioteca Casanatense,* di Roma, la pone (ma non so con quale fondamento) nel 1764, così che egli si sarebbe estinto in età ancore assai fresca, avendo appena raggiunto il 47° anno.

Lo Sguario pubblicò forse altri lavori, ma non mi è riuscito fin qui di trovar traccia se non dei seguenti:

1° *Dissertazione sopra le Aurore Boreali dove con sistema particolare fondato sopra i* Newtoniani *principî, sopra le leggi della* Meccanica, *e sopra le migliori, e più accurate osservazioni si tratta delle medesime, dove si riferisce principalmente la Storia, e le cagioni dell'Aurora veduta qui in Venezia li 16 Dicembre verso le ore 2 della notte nell'anno 1737.* Di Eusebio Sguario Viniziano, Dottore in Filosofia e Medicina. In Venezia 1737, appresso Pietro Bassaglia; in 4°, di 119 pagine.

2° *Dell'Elettricismo: o sia delle forze elettriche de' corpi svelate dalla Fisica Sperimentale,* con un'ampia dichiarazione della Luce Elettrica, sua natura, e maravigliose proprietà; aggiuntevi due dissertazioni attinenti all'uso medico di tali forze; in Venezia MDCCXLVI. Presso Gio. Battista Recurti. 1 vol. in-8° (XVI pag., più 392, di cui l'ultima non numerata).

3° *Osservazioni e riflessioni sopra una nuova specie d'Idrocefalo interno.* Del dottor Eusebio Sguario (con una tavola) — Stampate nella *Raccolta d'opuscoli Scientifici e Filosofici* del P. Angiolo Calogerà, Tomo 40°, in Venezia, 1749, in 12°, pag. 237-287.

4° *Proseguimento delle Riflessioni sopra la Storia Morbosa del nuovo Idrocefalo,* ove si dà il calcolo delle forze del cerebro, e messo all'esame il sistema del Baglivo circa il moto sistaltico della dura madre, si stabilisce la vera sede dell'anima. Di Eusebio Sguario. Med. Fis. (con una tavola) – Nella *Raccolta d'opuscoli* del Calogerà, Tomo 46° in Venezia, 1751, in 12°, pag. 73-143.

5° *Specimen Physico-Geometricum de terraemotu ad Architecturae utilitatem concinnatum.* Venetiis, 1756, in 4°, di 43 pagine con 2 Tavole incise in rame.

Lo Sguario in questo suo lavoro dice il terremoto esser prodotto « *a vapore elastico in terrae latebris condensato et exitum appetente* ».

(5) Per convincersi che il Nollet, pure intercalando nel suo libro quel passo relativo ai rapporti fra l'Elettricità e la folgore, non era molto persuaso di quanto scriveva, basta leggere le pagine che precedono, nelle quali egli svolge lungamente l'ipotesi che Lampi e Fulmini altro non siano se non esalazioni bituminose o sulfuree infiammate nell'aria. Dopo di che, riconoscendo la forza delle opposizioni che possono esser fatte a tale ipotesi, soggiunge, come un' idea da mettersi alla prova, quella d'attribuire Lampi e Saette alla Elettricità. Però mentre lo Sguario, due anni innanzi, avea scritto: « Chi potrebbe mai franca- « mente negare che i fulmini altro non siano che una materia sottile elettrica, spinta « all'ultimo grado di sua violenza », il Nollet, dice esitando: « J'avoue que cette idée, *si* « *elle était bien soutenue* me plairait beaucoup, et pour la soutenir combien de raisons « *spécieuses* ne se présentent pas à un homme qui est au fait de l'électricité? . . . . Tous « ces points d'analogie, que je médite depuis quelque temps, *commencent à me faire croire,* « qu'on pourroit *en prenant l'électricité pour modèle,* se former touchant le tonnerre et « les éclairs, des idées plus saines et plus vraisemblables, que tout ce qu'on à imaginé « jusqu'à présent ».

Parebbe quasi, al veder tante reticenze in così breve discorso, che il Nollet vi esprimesse un concetto non suo, ma ispiratogli da una lettura o da una reminescenza che gli era parsa ingegnosa, ma che non l'aveva ancora pienamente convinto.

Chimica. — *Sull'abbassamento molecolare prodotto dall'iodoformio nel punto di congelamento della benzina.* Nota del Socio E. Paternò.

« Raoult, nelle sue ricerche sui punti di congelamento delle soluzioni delle sostanze organiche, ha trovato che l'abbassamento molecolare per ciascun solvente ha sempre due valori, dei quali l'uno, che si produce nella immensa maggioranza dei casi, è sensibilmente doppio dell'altro, e deve considerarsi come l'abbassamento normale.

« Le sostanze che producono l'abbassamento molecolare anormale sono in piccolo numero ed ordinariamente non sono le stesse per i diversi solventi; l'acido acetico presenta un piccolissimo numero di eccezioni, mentre nella benzina si ha l'abbassamento metà del normale per gli alcooli, gli acidi ed il fenol, secondo le ricerche di Raoult, ed anche per le ossime, secondo quelle di Beckmann (B. XXI, p. 766); ed è degno di nota che in ciascun solvente i corpi che producono l'abbassamento normale od anormale appartengano a gruppi ben determinati (Annales, t. II, p. 88, 6^me^ série). Nel caso della benzina l'eccezione si ha soltanto per sostanze contenenti l'ossidrile, sebbene dietro le mie ricerche sul comportamento dei prodotti di sostituzione del fenol e dei suoi omologhi non possa affermarsi la reciproca.

« Una sostanza però, oltre agli acidi, agli alcooli, ai fenoli (?), alle ossime, ha fornito a Raoult dei numeri che lo hanno condotto ad ammettere la formola molecolare doppia di quella generalmente ammessa, e questa sostanza è il jodoformio (Annales, 6^me^ série, t. VIII). Trattandosi di un composto di costituzione così semplice e così ricco di un elemento minerale, mi proposi di sottoporlo ad un attento studio per vedere, da un lato, se l'anomalia si estendesse ad altri solventi oltre alla benzina e dall'altro fino a quel punto nella benzina stessa essa si manteneva col variare della concentrazione. Però il jodoformio è troppo poco solubile nell'acido acetico, e dovetti quindi contentarmi di ripetere le esperienze con la benzina. Ecco i risultati ottenuti:

	Peso di iodoformio in 100 di benzina	Abbassamento nel punto di congelazione	Coefficiente di abbassamento	Abbassamento molecolare
1)	1,2161	0°,19	0,156	61,46
2)	1,3822	0°,21	0,151	59,49
3)	2,3409	0°,33	0,145	57,13
4)	3,5919	0°,50	0,139	54,76
5)	3,6561	0°,51	0,139	54,76
6)	5,8615	0°,81	0,138	54,37
7)	10,5385	1°,51	0,143	56,34

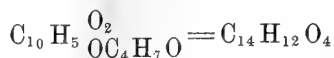
« Aggiungerò soltanto a questi dati che la soluzione di jodoformio nella benzina, leggermente gialla appena ottenuta, si colora quasi istantaneamente in bruno, indizio di una parziale decomposizione. Ho quindi voluto esaminare se questa scomposizione progrediva rapidamente col tempo, ma ho trovato che il punto di congelamento delle soluzioni n. 2 e n. 5, determinato sia immediatamente sia dopo 6 ed anche dopo 24 ore, non subiva sensibile modificazione.

« Dalle precedenti esperienze risulta che l'abbassamento molecolare prodotto dal jodoformio nel punto di congelamento della benzina deve dirsi normale, e che in ogni modo se dal normale si allontana un poco è in senso contrario a quello richiesto per ammettere una maggiore complessità molecolare, e proverebbe tutto al più che il jodoformio subisce una parziale scomposizione. Evidentemente adunque l'indicazione data dal Raoult era fondata sopra un equivoco ».

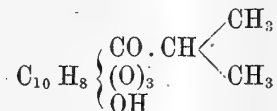
Chimica. — *Osservazioni intorno alla costituzione dell'acido filicico.* Nota del Socio E. Paternò.

« Come tutti sanno fra le sostanze organiche che la natura ci presenta pochissime sono state riconosciute quali derivati della naftalina e fra esse il juglone, la santonina e l'acido lapacico. Intorno all'ultimo alcuni anni addietro ho pubblicato un esteso lavoro e dello studio dei suoi importanti derivati sono tuttora occupato. Ha perciò attirato la mia attenzione il lavoro testè pubblicato dal dott. Daccomo sull'acido filicico, perchè mi sembrava che, trattandosi di un derivato del naftochinone, le sue trasformazioni avrebbero potuto fornirmi degli elementi preziosi nella continuazione dei miei studî sull'acido lapacico, il quale, siccome ho chiaramente provato, è appunto un derivato dell'ossinaftochinone. Però l'attenta lettura del lavoro del Daccomo mi ha mostrato che le conseguenze alle quali egli è venuto siano per lo meno premature, e mi ha fatto sorgere numerosi dubbî non soltanto nella parte teoretica ma anche in quella sperimentale, osservazioni che per l'importanza dell'argomento non credo inutile di rendere pubbliche.

« Ed in primo luogo nella Nota pubblicata nei Berichte p. 2970 è detto che l'acido filicico sia l'etere isobutirico dell'ossinaftochinone. Ora l'etere isobutirrico dell'ossiftochinone non può avere che la formola

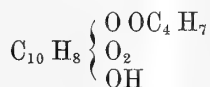
$$C_{10}H_5 {O_2 \atop OC_4H_7O} = C_{14}H_{12}O_4$$

e non può esser dotato di proprietà acide, mentre secondo il Daccomo l'acido filicico ha la formola $C_{14}H_{16}O_5$ e la sua natura acida non è messa in dubbio. Ho per un momento pensato che il Daccomo avesse voluto dire che l'acido

filicico era un etere monobutirrico di un diossinaftochinone, cioè $C_{10}H_4\begin{matrix}O_2\\OH\\OC_4H_7O\end{matrix}$;
ma oltrechè anche in questa supposizione si sarebbe avuta una differenza nell'idrogeno, questa ipotesi mi è stata indirettamente contradetta dal Daccomo stesso con la pubblicazione fatta in Italia del suo lavoro. Ed invero negli Annali di Chimica e Farmacologia, fasc. di novembre, p. 301, egli svolge per l'acido filicico la seguente speciosa formola di struttura:

$$C_{10}H_8\begin{cases}CO.CH\begin{matrix}CH_3\\CH_3\end{matrix}\\(O)_3\\OH\end{cases}$$

« Ora, pur ammettendo che questa formola comprenda uno o anche più errori di stampa, resta sempre stabilito per lo meno che l'acido filicico sia un derivato di una tetraidronaftalina, sostanza che difficilmente potrebbe generare degli ossichinoni nel vero senso della parola.

« Ma questo non è tutto. Tralasciando l'osservazione, non priva di valore, fatta dal Luck sulla natura degli eteri descritti dal Daccomo, come si spiega il fatto che un ossichinone della naftalina ed ancor più dell'idronaftalina assorba tanto facilmente 6 atomi d'idrogeno? Esiste in tutta la chimica un solo esempio? Lo stesso acido lapacico, che pur contiene una catena laterale non satura (l'amilene), non ne assorbe che due soli atomi nelle stesse condizioni in cui il Daccomo ha operato.

« In quanto poi al composto $C_{14}H_{22}O_{11}$, prodotto di ossidazione del supposto acido idrofilicico, esso è un composto assolutamente impossibile, perchè nella ipotesi più favorevole che cioè l'acido filicico abbia la costituzione:

$$C_{10}H_8\begin{cases}O\,OC_4H_7\\O_2\\OH\end{cases}$$

dovrebbe ammettersi che nel nucleo dell'idronaftalina possano sostituirsi con tanta facilità 6 atomi di ossigeno. Ma questa parte del lavoro del Daccomo posa sopra di un errore, tanto più difficile a scoprirsi in quanto che è difficile appunto prevedere che vi si possa incorrere. Il Daccomo stabilisce la formola $C_{14}H_{22}O_{11}$ fondandosi sulla combustione di un sale di bario, dimenticando che in tale caso una buona parte del carbonio rimane sotto forma di $Ba\,CO_3$ e calcolando quindi (per differenza) come ossigeno il carbonio rimasto sotto forma di $Ba\,CO_3$.

« Aggiungerò un'ultima osservazione fra le tante che potrei fare, ed è quella relativa al composto dell'acido filicico con la fenilidrazina. È mai possibile che un ossichinone si combini a 4 mol. di fenilidrazina, come con molta semplicità ammette il Daccomo? Esistono in chimica casi analoghi?

« Queste osservazioni congiunte a quelle del Luck mi fanno concludere che non solo finora nulla è conosciuto sulla costituzione dell'acido filicico, ma che è da desiderarsi che lo studio di questa importante sostanza sia ripreso con maggior cura e con più larga base di conoscenze, per evitare di complicare inutilmente, con esperienze mal fatte e con conclusioni senza fondamento, il problema della sua costituzione ».

Chimica. — *Nuovi tentativi per ottenere il titanio-etile.* Nota del Socio E. Paternò e di A. Peratoner.

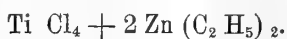
« In principio dello scorso anno abbiamo intrapreso talune esperienze per vedere, se fosse possibile, variando le condizioni, di ottenere dei composti organometallici del titanio, corrispondenti a quelli che formano il silicio e lo stagno, e fino ad un certo punto anche il germanio (1). Queste ricerche avevano un certo interesse, sia perchè altri sperimentatori, quali Cahours (2) ed A. Schumann (3) non erano riusciti ad ottenere il titanio-etile, sia perchè in generale non è stato finora preparato alcun composto organo-metallico degli elementi che, nei tre grandi gruppi del sistema periodico, costituiscono i sottogruppi più elettro-positivi, ed anzi il Mendelejeff nel prevedere le proprietà dell'ecasilicio, che fu poi il germanio, rilevava che una differenza marcata fra il nuovo elemento ed il titanio doveva consistere in ciò che *Es*, come *Si*, *C* e *Sn*, avrebbe fornito composti organo-metallici, mentre il titanio, appartenente ad una serie impari del sistema, non avrebbe dato un composto di tal genere (4).

« I nostri risultati, quantunque non risolvano completamente la quistione, pure non escludono, almeno ci sembra, la possibilità di ottenere il titanio-etile.

« L'azione del cloruro di titanio sullo zinco-etile, come hanno già osservato Cahours e Schumann, è violentissima ed accompagnata da abbondante svolgimento di gaz. Se però si fa gocciolare lentamente il tetracloruro di titanio sullo zinco-etile ben raffreddato, con un miscuglio di sale e neve, ha luogo una reazione egualmente energica, ma senza svolgimento gassoso; e quando si è fatto cadere tanto cloruro di titanio da corrispondere ad 1 molecola per 2 di zinco-etile, pel riposo si rapprende il tutto in una massa solida bruna, che non si altera più per lo scaldamento e dalla quale anzi può eliminarsi per distillazione l'eccesso di uno dei due componenti, se non

(1) Winkler, Journal für praktische Chemie, t. 36, p. 204; 1887.
(2) Annales de Chimie et de Physique, III série, t. 62, p. 286.
(3) Berichte ecc. t. XXI, p. 1080; 1888.
(4) Moniteur scientifique 1879, p. 725. — Annalen, Supplem. VIII, p. 202.

furono adoperati esattamente nel rapporto sopra indicato. Il cloruro di titanio e lo zinco-etile si combinano adunque per formare il composto solido

$$Ti\,Cl_4 + 2\,Zn\,(C_2\,H_5)_2.$$

« Questa sostanza è decomposta violentemente dall'acqua dando origine a prodotti gassosi ed a una notevole quantità di zinco libero, oltre a piccole quantità di un olio che può separarsi per distillazione col vapor d'acqua. Impiegando, in 15 operazioni distinte, 150 grammi di zinco-etile e la corrispondente proporzione (gr. 120) di cloruro di titanio, decomponendo con acqua e distillando in una corrente di vapore siamo riusciti ad ottenere circa 4 grammi di sostanza oleosa.

« Questa sostanza non ha punto di ebollizione costante, ma distilla da 120° sino a circa 300°; però può dividersi in due porzioni, una che bolle fra 120° e 130°, l'altra da 220°-270°.

« La prima porzione trattata con acido nitrico fumante si libera da tracce di titanio che contiene, e fu riconosciuta per *ottano* $C_8\,H_{18}$. Infatti gr. 0,1580 di sostanza fornirono gr. 0,2279 di acqua e gr. 0,4871 d'anidride carbonica.

« Cioè per cento:

Carbonio. . . . 84,06
Idrogeno. . . . 16,02

mentre per la formola $C_8\,H_{18}$ si calcola:

Carbonio. . . . 84,27 °/o
Idrogeno. . . . 15,79 "

« La densità gassosa, determinata col metodo di Meyer nel vapore di benzoato d'etile, fu secondo i seguenti dati:

s = gr. 0,119
H_0 = 756,0^{mm}
t. = 28°
w = 29^{mm}
V = 24 c. c.

trovata eguale a

4,42

calcolandosi per la formola $C_8\,H_{18}$

3,95

« La porzione bollente verso 270° contiene notevole proporzione di titanio. All'analisi ci ha fornito i risultati seguenti:

I gr. 0,1602 diedero gr. 0,2004 di acqua e
gr. 0,4603 d'anidride carbonica;

II gr. 0,3767, ossidati con acido nitrico fumante in tubo chiuso diedero gr. 0,0485 di anidride titanica.

« Si calcola da questi numeri:

Carbonio	78,37	%
Idrogeno	13,91	»
Titanio	7,73	»
	100,01	

« Questa composizione non corrisponde a quella del titanio-tetraetile $Ti(C_2H_5)_4$ che avrebbe dovuto formarsi nella reazione e per la quale si calcola:

Carbonio	58,53
Idrogeno	12,19
Titanio	29,26

« In quanto alla densità gassosa, nei vapori di naftilammina si ebbero col metodo di Meyer i seguenti sisultati:

$$s = \text{gr. } 0{,}0706$$
$$H_0 = \text{»} \ 755{,}4^{mm}$$
$$t = \text{»} \ 28^o$$
$$w = \text{»} \ 28^{mm}$$
$$V = \text{»} \ 11 \text{ c. c.}$$

Da ciò si calcola:

$$D = 5,74$$

mentre per la formola sopra indicata si calcola

$$D = 5,46$$

« Se però si suppone che nel prodotto analizzato tutto il titanio, che ascende a 7,73 %, si trovi sotto forma di titanio-etile, allora si calcola che ad esso corrispondono il 15,46 di carbonio ed il 3,22 di idrogeno della quantità trovata, e restano quindi disponibili sotto altra forma di combinazione 62,91 di carbonio e 10,69 d'idrogeno. Queste ultime proporzioni di carbonio ed idrogeno che nel corpo analizzato non sarebbero in combinazione al titanio e che è legittimo supporre costituiscano un idrocorburo mischiato al titanio-etile, ridotte a composizione centesimale danno:

Carbonio	85,4
Idrogeno	14,5

numeri che si avvicinano notevolmente a quelli richiesti dalla teoria appunto per l'ottano.

« A noi sembra adunque giustificata la supposizione che il prodotto analizzato sia un miscuglio di titanio-etile e di ottano. Ciò è anche avvalorato dal fatto, che da una frazione, la quale passava fra 220°-230° e nella quale abbiamo trovato 78,54 % di carbonio e 14,06 % di idrogeno (1),

(1) gr. 0,1386 fornirono gr. 0,1753 di acqua e gr. 0,3998 di anidride carbonica.

tratandola con acido nitrico fumante si può ricavare dell'ottano: non che dall'altra osservazione che ridistillando il prodotto bollente a 270°-275° se ne abbassa notevolmente il punto di ebollizione.

« Dal complesso di queste esperienze adunque, per quanto incomplete, a noi sembra possa dedursi che nell'azione dello zinco-etile sul tetracloruro di titanio, quantunque la maggior parte dei prodotti subisca una profonda alterazione, purtuttavia si formi un composto organico contenente titanio, probabilmente anzi il titanio-tetraetile. Questo composto, il cui punto di ebollizione e situato verso i 270°, deve essere pochissimo stabile e allo stato isolato, non deve potersi distillare sotto la pressione ordinaria, sicchè siamo convinti che ripetendo la preparazione sopra più grande scala e distillando a pressione ridotta, non sarà impossibile avere il titanio-etile. — Del resto il Mendelejeff non ha già negato la possibilità dell'esistenza di composti organo-metallici pel titanio e gli elementi analoghi, ma ha soltanto affermato che essi si sarebbero ottenuti difficilmente ed avrebbero manifestato un comportamento diverso dei corpi organo-metallici finora conosciuti [1].

« Non priva d'interesse è la formazione dell'ottano da noi osservata in questa reazione, sia esso un prodotto diretto dell'azione dell'acqua sul composto $Ti\,Cl_4 + 2\,Zn\,(C_2\,H_5)_2$, sia esso un prodotto di decomposizione del titanio-etile o di un corpo analogo, dapoichè finora fra gl'idrocarburi che si ottengono dallo zinco-etile, naturalmente in reazioni nelle quali non s'impieghino altri composti carbonici, non sono stati osservati che quelli contenenti al massimo 4 atomi di carbonio.

« Non nascondiamo che per un momento ci è sorto il dubbio che nel nostro cloruro di titanio, sebbene purificato per ripetute distillazioni frazionate, potesse essere contenuto dell'ecasilicio (Germanio), il quale secondo Mendelejeff e come ha provato il Winkler fornisce un composto tetraelitico, e che l'azione dello zinco-etile fosse un metodo di separazione, del resto molto razionale, del germanio dal titanio. Ma tenute presenti le esperienze di Thorpe, ci sembra che la quantità di composto organo-metallico da noi ottenuta da 120 grammi di cloruro di titanio sia troppo grande, perchè il nostro dubbio possa essere fondato.

« Siamo solo dolenti che le risorse del laboratorio non ci abbiano finora consentito di ripetere il lavoro sopra più vasta scala, sicchè abbiamo dovuto contentarci di pubblicare questa breve notizia ».

(1) Liebigs Annalen, Suppl. VIII, p. 152.

Biologia. — *L'ipertermia, le fibre muscolari e le nervose.* Nota del Socio A. MORIGGIA.

« Non ostante che lo studio dell'azione termica sui muscoli e sui nervi sia argomento tutt'altro, che nuovo, spero che i risultati di quest'altre sperienze non sieno per tornare destituiti di ogni valore. È conosciuto, che i muscoli ad un certo grado d'ipertermia entrano nella cosidetta rigidità termica. Però consultando le risultanze a cui son venuti vari sperimentatori, si trovano consegnati gradi diversi di temperatura a ciò necessari, e spesso non è riferita con cifre la durata d'azione del calore, che è pur di tanta influenza; anzi non manca autore, che confonde il grado di caldo del mezzo, in cui gli animali furono posti in isperimento, con quello, che essi debbono necessariamente acquistare, perchè i muscoli entrino in rigore termico (1).

« I lamentati inconvenienti in parte dipendono, che in simile materia

(1) A proposito delle discrepanze in tale materia, reco qui come saggio qualche compendiata citazione, e talora a senso, di alcuni autori; Oehl, *Manuale di fisiologia,* Pavia 1882, parte Iª, pag. 221: la rigidità dei muscoli e dei nervi dipende dalla miosina secondo Brücke e Kühne; pag. 424-5: i muscoli di rana irrigidiscono a + 40° (in questo lavoro si tratterà sempre del centigrado), però messi a + 45° si fanno ancora più duri pel coagularsi di un albuminoide analogo all'albumina contenuta nel siero muscolare, e che rimane incoagulato a + 40°, come pure nella rigidità ordinaria. Parte IIª, pag. 451: la miosina nei muscoli dei mammiferi si coagula a + 50°, negli uccelli a + 53°, nelle rane a + 40°.

Bernard, *Propriétes des tissus vivants,* Paris 1866, pag. 51: l'animale a sangue freddo muore riscaldato oltre 30°, i mammiferi a 45°, gli uccelli a 50°; nelle rane si ha rigidità a 32°, pag. 230. *Sur la chaleur animale,* Paris 1886 (lo stesso), pag. 353: il limite di temperatura propria delle rane per la loro vita è tra 37° e 39°; pag. 365: un coniglio messo in istufa secca a 65° resistè 20′, acquistò la temperatura propria di 46° ed entrò in rigidità termica; pag. 384-5: una rana in bagno a 36° rimase rigida.

Albertoni e Stefani, *Manuale di fisiologia,* pag. 402-3: la rigidità termica avviene a circa 50° negli omeotermi.

Kühne, *Miologische Untersuchungen* 1860, reca le cifre di 40°, per le rane, 45° pei mammiferi e 48° per gli uccelli.

Foster, *Trattato di fisiologia,* tradotto dal prof. Lessona, pag. 85: la temperatura fino a 45° favorisce nelle rane l'irritabilità tanto muscolare che nervosa.

Gautier, *Chymie appliquée a la physiologie,* Paris 1884, tom. I, pag. 286: la contrattilità muscolare nei mammiferi si abolisce tra 43° e 44°: a 36° nelle rane: negli uccelli tra 48° e 50°: la rigidità apparisce nei primi a 49°, nelle rane a 45°, negli uccelli a 51°.

Wurtz, *Traité de chymie biologique,* pag. 576: in acqua a 40° i muscoli di rana irrigidiscono sull'istante: lo stesso si afferma da Beaunis. Fredericq nei loro trattati.

Milne Edwards, *Physiologie et Anatomie comparée,* tom. X, pag, 445: nelle rane i muscoli si coagulano a 34°: nei mammiferi a 45°, negli uccelli a 48°.

Spallanzani, *Opuscules de physique animale,* tom. I, pag. 54 e 101: le rane in acqua a 42°-43° muojono assai presto: lo stesso si afferma da William Edwards.

non si può generalizzare: anche lasciando da parte la ragione dell'età e del clima, sappiamo, che la temperatura propria degli omeotermi e dei poichilotermi varia dentro limiti talora abbastanza estesi: si ha pei mammiferi un'oscillazione, secondo specie, dai 35°,5 ai 40°,5: per gli uccelli si va da 39°,44 a 43°,9. In casi speciali poi come per la chioccia, si può arrivare a 56° (1), e nell'uomo in contingenze patologiche a 50° (2).

« In quanto agli animali a sangue freddo, si trovano riferite da naturalisti e viaggiatori delle cifre di temperature assai elevate in cui ancora possono vivere certe specie: ma facendo pur la tara a questi racconti, oggidì è accertato, che dei pesci possono vivere in acque a 40°, come del resto è sicuro, che i parassiti interni dei mammiferi e degli uccelli debbono possedere la rispettiva temperatura, locchè vuol dire poter essere, a seconda di contingenze fisiologiche o patologiche, anche più di 50° pei parassiti degli uccelli.

« Alcune fasi attinenti alla riproduzione mostrano influenza pur sulla temperatura dei poichilotermi: senza parlare della rana più calda nel periodo degli amori, abbiamo il fitone il quale covando in ambiente a 22° presenta una temperatura propria di 41°5, temperatura però che va calando di mano in mano che s'accosta lo sbocciare dei piccoli offidii.

Azione termica sulle fibre muscolari.

« Vengo ora alle mie sperienze istituite in buon numero a Roma ed a Montepulciano su rane (esculente) di mezzana grandezza, frescamente raccolte: opportunamente distese ed attaccate a piccoli assiccelli venivano immerse in acqua calda, mantenuta costante nella sua temperatura con aggiunta di quando in quando di alcune cucchiaiate di acqua più calda, specialmente quando nel bagno (recipiente grande) s'immettea l'animale freddo: scegliendo una camera di lavoro ben esposta e chiusa, dopo un po' di esercizio *ad hoc*, anche senza ricorrere al regolatore, si arriva ad aver un bagno costante non variante che per alcuni secondi di qualche decimo di grado ad un quarto di grado al più.

« La camera, in cui si lavorò, ebbe in diversi giorni da 24° a 26°.

In proposito poi dei nervi, Fredericq nel suo trattato (*Eléments de physiologie*) parte II^a^ pag. 102, scrive, che l'eccitabilità de' nervi della rana si spegne verso 50° 60° pel calore.

Albertoni e Stefani. Per le rane i limiti di temperatura compatibili coll'eccitabilità sono da 0° a 50°.

(1) Oehl, nella parte II^a^, del suo trattato a pag. 446, scrive, che la temperatura della chioccia oscillò tra 42° e 56°.

(2) Lussana, *Fisiologia umana*, vol. IV, Padova 1881, pag. 344-5: in alcuni eventi patologici ed in alcune risultanze sperimentali (tagli di nervi), si può avere un eccessivo aumento (limitato a date parti del corpo) di temperatura fino a 50°, senza che ne soccomba l'animale, e l'uomo, perfino quasi senza apparente sconcerto: in una signora per lesione traumatica dorsale s'ebbe per settimane da 45° a 50° nelle braccia (Teale).

« Per istudiare la rigidità termica, per lo più immergeva nel bagno un arto posteriore disteso sull'assiccello; il risultato generale è stato, che il rigore termico sopraveniva tra i 42° e 44°, ma il più verso i 43°,5; a tal'uopo bastava il bagno per 5'. Sono state alcune rane piccole, e poco vivaci, flacide non fresche di raccolta, per la cui rigidità bastavano i minori gradi citati di temperatura.

« Se invece di un sol arto, si mette tutta la rana nel bagno eccetto la bocca, sembra venirne di qualche poco accelerata la coagulazione della miosina.

« Un'influenza più spiccata emerge dalla durata del bagno: ebbi irrigidite rane grosse, vivaci a 42°-43° protraendo il bagno dai 7' ai 14': a 48°, per 2' già apparve nella gamba immersa la rigidità cosicchè, se pur non si tratta di cifre errate, parrebbe piuttosto singolare, che nel caso citato di Teale e più su riportato, la temperatura salita nelle braccia a 50°, e tale durata per lungo tempo, sebbene si tratti di omeotermo, non abbia recata offesa muscolare, come pure nel caso citato dall'Oehl per la chioccia (56°).

« Però non potendosi ben inferire a tal'uopo dagli animali a sangue freddo agli omeotermi, sarebbero necessari altri sperimenti diretti, oltre quelli che la scienza già possiede in proposito.

« Pensando al fatto conosciuto dell'adattamento [1], cercai se vi fosse influenza dipendente dalla temperatura dell'ambiente in cui fosse vissuto da qualche tempo l'animale prima di assoggettarlo allo sperimento, parendo non dover essere indifferente andar per es.: a 44° nel bagno, partendo da + 10° piuttostochè da + 26°.

« Sperimentai rane d'inverno che, cioè erano state da circa due mesi in campagna alle temperature basse di dicembre e gennaio: nel laboratorio stavano a 10°, 12°.

« Rane mezzane ma vivaci sopportarono temperature di 44° e 45° senza irrigidire: a 45° spesso aveano un inizio d'irrigidimento: la gamba era duretta, distesa, immobile: ma dopo mezza ora od un'ora, si ristabiliva quasi

[1] Bert (Soc. de biologie, séance du 20 mai 1876) afferma che de' pesci in acqua a 12° trasportati rapidamente a 28° muoiono, mentre procedendo gradatamente nel rialzare la temperatura possono sopportare quasi 33°. Ho già citati pesci viventi costantemente in acque a + 40°, nonchè altri animali a sangue freddo (parassiti) viventi in omeotermi anche a 44° e più. Risulta da esperienze del prof. Perroncito (Arch. delle scienze mediche, diretto da Bizzozero, vol. I), che il *cysticercus cellulosae* ed altri elminti, messi in acqua leggermente salata, resistono per 10' a temperature di 45° a 50°. I risultati del prof. Perroncito mi hanno quasi levata una speranza che tenea di uccidere, almeno alcuni parassiti, con agenti caldi; io misurava la loro resistenza alla stregua di quella della rana: in ogni modo per alcuni vermi, per es. gli ossiuri, opportune iniezioni calde si potrebbero tentare. Sarebbe forse non inutile richiamare l'attenzione dei clinici sulla evacuazione di vermi nelle febbri ad alta temperatura, poichè in questi casi la lunga durata dell'ipetermia potrebbe accrescerne l'effetto sopra di essi.

perfettamente. Il risultato è andato a rovescio di quanto a prima giunta si potea aspettare cioè la miosina si coagulò più facilmente in inverno, che nella state, benchè in questa stagione dovesse già esservi un certo adattamento a temperature elevate [1]: questo mi sembra rientrare, almeno in buona parte, nei fatti già conosciuti che i soldati morti in guerra e gli animali in caccia, rapidamente s'irrigidiscono, a cagione di sopralavoro nerveomuscolare, e se si tratta di stagione calda, anche per un certo esaurimento. Una prova del resto della minore resistenza in estate dell'organismo animale, l'abbiamo anche dalla bella sperienza di William citata da Milne Edwards tom. 8° pag. 88: William Edwards pose in vaso attorniato da ghiaccio (in febbraio) 5 uccelli: dopo 1^h l'abbassamento della loro temperatura non andò oltre un grado, e così rimase anche in tempo ulteriore, mentre uccelli della stessa specie (in luglio) trattati egualmente hanno perduto in un'ora gradi 3,6 e dopo 3^h, 6.

« Tenni per alcune ore (d'estate) rane in contatto col ghiaccio; subito levate e messe in bagno caldo non dimostrarono differenza per la rigidità: rane eterizzate, stricnizzate, si comportarono sensibilmente come le normali, sebbene paresse che le convulsioni delle stricnizzate dovessero accelerar la rigidità; anche la digitalina sotto pelle non si comportò differentemente: la soluzione di cloruro sodico (indeterminata) piuttosto carica, data per bocca e sottopelle, non parve apportare difficoltà nella coagulazione: la gamba a 46° per 5′ s'irrigidì bene: col cloruro non feci che un'esperienza sola, perciò poco conclude: ne occorrerebbero parecchie e svariate, stante la sua azione sulla miosina.

« Pensando che le rane potessero risentirsi non solo dalla temperatura del bagno, ma pur per l'acqua stessa, istituii le medesime esperienze in bagno ad olio di Lucca finissimo non acido: per meglio rendersi ragione dell'azione termica è da notare che le sperienze furono condotte in gennaio. Nell'olio la coagulazione della miosina in bagno per 8′ avviene tra il 47° e 48°. Ebbi alcune rane che anche a 48° mostravano le loro gambe e coscie pochissimo dure e rigide, ed ancora leggermente mobili.

« Considerando che la durata in bagno d'olio fu maggiore, che in quello ad acqua, ne viene, che questo risultato, pur tenuto conto della minore conduttività dell'olio pel calore, potrebbe dimostrare che forse per qualche parte l'acqua concorre per sè, indipendentemente della temperatura, nell'accelerare la rigidità, relativamente a quanto opera l'olio.

« Avendo osservato in alcuni casi, che messa la rana o con tutto il corpo, o colla metà anteriore nel bagno d'acqua da 46° a 50° per 5′ essa offriva

[1] Forse la stagione estiva è troppo breve per indurre un adattamento ad effetti sensibili: ma parrebbe probabile che pigliando pesci viventi normalmente in acqua a 40°, dovesse per questi bisognare un'ipertermia più pronunciata per la loro rigidità.

tutto il cuore battente tra il 46° e 47°: piccolo, bianco, cotto il ventricolo tra il 47° e 49°, tutto fermo verso il 50° (1), anche quando il calore già prima del 46° avea irrigidito tutti i muscoli immersi, mi ero quasi dato a credere, che il muscolo cardiaco e specialmente l'orecchiette, fosse più refrettario degli altri muscoli all'azione termica; ma poi ben riflettendo, il fatto mi parve piuttosto ripetibile dalla debole conduttività calorica dei tessuti animali: difatti servendosi d'un bagno a solo 45° ma per 8′ già si rinvenne irrigidito il ventricolo, ed il cuore intiero usando il bagno a 50° per 5′ o 51° per 3′.

« Onde veder più preciso nel fatto misi oltre il termometro nel bagno, un altro sottile confrontato col primo ed ambedue col normale, nello stomaco della rana per la via della bocca, spingendolo in basso nel ventre in modo, che lo stomaco disteso dal termometro veniva nel basso della pelvi.

« Immersa la rana integra fin quasi alla bocca in bagno d'acqua a 37° per 25′, si trovò che il termometro dello stomaco in 3′ soli a 3°, in 8′ a 35°, in 10′ a quasi 37° e tale rimase pel seguito (2): la rana si estrasse flaccida colla pelle insensibile al nitrico, morta, col cuore però ancora tutto pulsante: si ebbe lo stesso risultato in un bagno ad olio colla differenza che il termometro salì a 33° solo in 8′, ed a 35° in 13′, poi, solo lentissimamente arrivò a 36°,5.

« In altro bagno d'acqua a 47° per 25′ il termometro segnò 40° in 10′, poi salì ancora più lentamente per arrivare a quasi 47°. Queste sperienze ci attestano però, che il cuore e specialmente le orecchiette, come meno superficiali debbono naturalmente risentirsi tardi dell'azione termica: le differenze poi di celerità nel salire della colonna termometrica sono per buona parte ripetibili dalla posizione della vaschetta del termometro, a seconda, che viene più o meno spinta superficialmente verso la pelle del ventre, o rimane più o meno coperta dalla visceratura addominale, e dalle ova che trovava in tanta copia nelle femmine.

(1) Prolungando il bagno, si trovò che messavi la rana con tutto il corpo, il cuore s'irrigidì per intiero nel bagno a 46° per 16′, mentre a 47° per 12′ residuarono pulsanti ancora le orecchiette; mettendo poi la rana col cuore scoperto, già in 5′ a 46° era cotto.

(2) Usando bagni con acqua a 46° per 8′ il termometro nello stomaco salì in 3′ a 28° in 4′ a 34°; in 8′ a 41°,5, rimanendo perciò indietro di più di 4 gradi dal bagno: la rana si estrasse morta; in bagno 49° per 8′, in 3′ salì a 38°, in 5′ a 44°, in 8′ a 46°,5: anche una rana morta sperimentata si comportò come quest'ultima viva: estratto dallo stomaco il termometro e messo a nudo nel bagno segnò subito 49°. Di questa grande coibenza dei tessuti animali si ebbe anche la prova da questo: estratta la rana dal bagno e messa in ambiente a 12°, il termometro sempre lasciato nello stomaco mise 16′ a discendere da 46°,5 a 20°.

Azione termica sulle fibre nervose.

« Risultando dai lavori di Kühne ed altri, constare il cilindro dell'asse delle fibre nervose, per lo meno in buona parte, da sostanza miosinica, e per di più, secondo diversi istologi, quasi continuarsi e confondersi esso nelle sue terminazioni colla sostanza contrattile delle fibre muscolari, m'interessai di conoscere quale sarebbe stato il comportamento delle fibre nervose a quei medesimi gradi di calore che valgono a coagulare la miosina nei muscoli dello stesso animale.

« Anche qui la scienza possiede de' dati sopra l'ipertermia che sono passibili delle stesse riflessioni, che abbiamo emesse in proposito delle fibre muscolari.

« Istituii delle sperienze a questo proposito, immergendo nel bagno di acqua una delle estremità posteriori, poi assaggiandone la sensibilità nella pelle colla pinza e col nitrico.

« Nella stagione estiva il risultato delle sperienza fu, che nel bagno a circa 43° per 5′ là per là la sensibilità parea abolita, ma in seguito riappariva; a 44° poi in generale era abolita per sempre: però nei casi di stricnismo (non troppo avanzato perchè allora la sensibilità scema), potei rilevare in rane vivaci, sensibile in generale la pelle anche a 44° e talora pure a 45°, mentre i muscoli della gamba erano irrigiditi: nel caso dello stricnismo mi attenea specialmente allo stimolo chimico, potendo il meccanico molto facilmente indurre in errore.

« In rane non avvelenate, ebbi ancora qualche *raro* caso di resistenza della sensibilità a 45° per 5′.

« La sensibilità si conservò anche in bagno a 42°,5 per 10′ a 13′.

« L'etere [1], la digitalina non parvero sensibilmente modificare nelle rane la durata della sensibilità in rapporto all'ipertermia, immergendo le rane dalla bocca alla radice delle coscie, si trovò la sensibilità della pelle comportarsi presso a poco come quando l'arto solo era immerso nel bagno ed il midollo stava fuori.

[1] Secondo Bernard (*Propriétés des tissus vivants*, p. 92), nella rana, l'etere ed il cloroformio, rendendo, come l'ibernazione, per così dire latente la vita dei nervi sensibili, le permettono di sopportare dosi di veleno, che altrimenti sarebbero due o tre volte mortali: come si vede dalle mie sperienze, la cosa non regge per quanto riguarda il calore. Se si pensa poi agli animali omeotermi, l'etere e specialmente il cloralio paiono comportarsi a rovescio, cioè rendono meno tollerabile l'ipertermia. A questo proposito già il Ch. Richet avea richiamata l'attenzione ed ora di nuovo la richiama Jean-Félix Rallière (*Recher. expérim. sur la mort par hyperthermie et sur l'action combinée du chloral et de la chaleur*, Paris 1888), secondo le sperienze dell'autore nei cani, il cloralio in soggetti a temperatura elevata (42°, 43°), riesce rapidamente mortale, per cui nella posologia dei medicamenti occorrerà badare attentamente alle temperature.

« Nell'inverno si trovò la pelle ancora sensibile a 45° per 5′ ed anche un po' oltre il 45°.

« Nell'olio (d'inverno), la pelle si mantenne sensibile al nitrico in bagno a 47° per 8′ e perfino in qualche caso a 48° per 8′. In generale si conservava più a lungo sensibile la pelle della gamba che quella del piede, a cagione forse della sottigliezza della membrana interdigitale.

« Per esser meglio sicuro sulla durata d'un certo grado di calore sopra le fibre nervose motorie, finii per appigliarmi al seguente modo di sperimentare: levata buona parte della visceratura addominale, in modo che i nervi lombari restassero a nudo dalla loro origine fin verso il principio delle coscie, la rana veniva immersa dal capo fino alla radice delle coscie, oppure si affondava nel bagno dalla punta del piede fino all'emergenza dei lombari dal midollo spinale, tenendo accollata al corpo ed alzata l'altra estremità, in modo, che ne stesse fuori almeno la gamba: dopo il bagno si tentavano i lombari colla pinza: tra i due modi forse è ancora preferibile il primo, perchè nel secondo la coscia accollata ed alzata protegge assai i lombari del rispettivo lato contro l'azione termica: il secondo però ha il vantaggio di tendere a conservare il midollo spinale.

« In estate però sperimentai in altri modi, ma a lombari non scoperti, cosicchè per le ragioni già indicate pel cuore, non credo i risultati relativi abbastanza decisivi: in ogni modo ne reco qui qualcuno.

« Dopo levata la pelle alla regione dorsale, si mise tutta la rana, eccetto le gambe, in bagno a 51° per 4′: scoperti quindi ed irritati i lombari colla pinza, non diedero moti nelle gambe: a 50° per 5′ presentarono dei moti nelle rispettive gambe; a 50°,5 per 5′, eccitati i lombari, produssero solo delle oscillazioni fibrillari, rivelabili specialmente al tatto od alla vista, dopo spellati i muscoli; a 46° per 16′ i lombari non parvero provocare moto di sorta.

« Nelle sperienze fatte in inverno e coll'acqua, immergevo le rane col capo fino alle coscie, essendo dapprima i lombari messi a nudo; stimolati i lombari dopo bagno di 46° per 5′ ed anche 47° per 5′, ancora si notavano leggeri movimenti nelle corrispondenti gambe, ma non vi erano mai moti riflessi: oltre il detto grado in generale non si aveva più moto, ma in casi assai eccezionali n'ebbi traccia anche a 48° per 5′.

« Operando nella stessa maniera e pur d'inverno, ma coll'olio, i lombari diedero segni di moto a 49° per 8′ e qualche rara volta anche a 50°.

« Scorgendo il bagno ad olio tanto più tollerato che quello ad acqua, mi provai ad immergervi il dito: in acqua a 51° non resisteva che pochi secondi, come pure nel bagno ad olio a 60°; ma a 58° resisteva indefinitamente senza molestia; qui non entro a cercar la ragione del fatto, mi limito a notarlo.

« Subito esaminati finalmente al microscopio i nervi lombari trattati con bagno caldo, si trovò, che i lombari scoperti ed esposti nell'acqua a 50°

per 5′ non offrivano alcuna alterazione, tanto per le fibre sottili che per le grosse, mentre avrei creduto che le prime specialmente fossero alterate, stantechè il senso già verso i 44°-45° si abolisce nella pelle, dove è però vero da dire che le fibre senzienti si trovano forse più facilmente accessibili all'azione del calore che nei nervi lombari: ma d'altra parte, come si disse, questi erano a nudo. Le fibre esaminate a fresco e coi fissatori, non mostrarono differenze dalle fibre normali: anche il cilindro dell'asse vi si potea bene mettere in evidenza: a 55° per 5′ in acqua come pure nell'olio si riscontrò una fina granellazione nella midolla; col nitrato d'argento si ottennero le croci latine, e col creosoto i cilindri assili; a 60° nell'acqua le fibre presentavano la cosidetta coagulazione della mielina; il cilindro dell'asse non apparve più nè col creosoto nè coll'acetico glaciale; le croci latine mostravano distinta quasi solo la sbarra longitudinale.

« Dal fin qui esposto parmi si possono dedurre le seguenti conclusioni:

« 1° Gli arti della rana in bagno d'acqua calda per 5′ entrano in rigidità termica verso il 44° C., in casi eccezionali la miosina resiste alla coagulazione anche quasi a 45°. Le rane piccole e malandate possono offrire la rigidità anche tra i 42° e 43°. D'inverno la miosina resiste un pochino di più che nella state alla coagulazione.

« Nei gradi di calore prossimi al necessario per la coagulazione sorge un inizio di rigidità, che dopo qualche quarto d'ora può scomparire quasi completamente.

« Nel bagno d'olio per 8′ la rigidità avviene tra il 47° ed il 48°.

« 2° Le fibre senzienti si presentano ancora tali nella pelle dell'arto, i cui muscoli sono già irrigiditi e ciò più specialmente nelle rane stricnizzate; in queste la sensibilità era ancora superstite dopo un bagno d'acqua a 45° per 5′. Nella state in generale le rane perdono la sensibilità verso o pochissimo oltre i 44°, nell'inverno verso i 45°, nell'olio per 8′ e d'inverno verso il 47°, 48°.

« 3° Le fibre motorie dei lombari stati esposti a nudo in bagno di acqua per 5′ (inverno) a 46°-47° eccitate provocano ancora leggeri movimenti; nell'olio per 8′ li possono presentare anche alla temperatura del bagno a 49° e talora più.

« 4° Il cuore s'irrigidisce alla medesima temperatura dei muscoli.

« 5° Alcuni veleni, etere, digitalina, stricnina non dimostrano sensibile influenza sulla rigidità termica: la stricnina rende un po' più a lungo rivelabile la sensibilità delle fibre nervose assoggettate all'ipertermia.

« 6° L'ipertermia mortale per le fibre nervose non induce in esse alterazioni rivelabili al microscopio anche spingendola un po' oltre i 50°.

« 7° L'ipertermia inducendo la morte, prima nella fibra muscolare, poi nella senziente e da ultimo nella motoria, ci dimostra una differenza chimica tra le fibre nervose, e per di più, che il cilindro dell'asse consta di

una sostanza, che per la sua coagulazione al calore è tutt'altro che paragonabile alla miosina, e che perciò chimicamente forse non sono confondibili le terminazioni delle fibre motorie colla sostanza contrattile delle fibre muscolari ».

Matematica. — *Delle variabili complesse negli iperspazî.* Nota del Corrispondente VITO VOLTERRA.

« 1. In alcune Note che ebbi l'onore di presentare a cotesta Accademia, ho considerato prima le funzioni dipendenti da altre funzioni, poi quelle dipendenti da linee, e da ultimo ho rivolto tali ricerche alla estensione della teoria delle funzioni di variabili complesse negli spazî a tre dimensioni (1).

« Quest'ultimo studio è relativo a variabili complesse dipendenti dalle linee di un campo a tre dimensioni legate fra loro da una condizione analoga a quella di *monogeneità* ed è uno studio preliminare necessario per la estensione della teoria di Riemann sugli integrali abeliani agli integrali multipli. Ciò si comprende osservando che la integrazione di funzioni di due variabili complesse dà luogo ad integrali estesi a superficie. Ora per questi integrali, come ha dimostrato Poincaré, vale il teorema analogo a quello di Cauchy; perciò gli integrali stessi debbono dipendere dalle linee che limitano le superficie di integrazione. La integrazione doppia deve dunque condurre a considerare quelle funzioni che ho denominato funzioni di linee.

« 2. Però, come si vede facilmente, limitandosi alla estensione agli spazî a tre dimensioni si viene a restringere lo studio degli integrali multipli ad un caso molto particolare. Perciò ho creduto opportuno di generalizzare i resultati trovati agli iperspazî; in tal modo si viene a prendere in esame il caso più generale degli integrali multipli.

« Mi permetto di presentare succintamente a cotesta Accademia alcuni dei resultati ottenuti nello studio generale che ho fatto delle variabili complesse negli iperspazî. Allorchè si passa dallo spazio ordinario agli iperspazî non basta più considerare delle funzioni di linee, ma bisogna esaminare le funzioni degli iperspazî immersi nello spazio totale. Quindi, se ci riferiamo ad uno spazio ad n dimensioni, dovremo considerare delle funzioni degli spazî a $0, 1, 2 \ldots n-1$ dimensioni in esso immersi. Onde procedere allo studio delle funzioni di iperspazî è necessario, innanzi tutto, estendere a queste funzioni i concetti di continuità e di derivazione.

« 3. Ecco come si ottiene questa estensione. Una variabile φ si dirà *funzione* degli iperspazî S_r (ad r dimensioni) immersi in un iperspazio S_n

(1) Rendiconti della R. Acc. dai Lincei, vol. III, fasc. 4, 6, 7, 9, 10, 2° sem.; vol. IV, fasc. 3, 5, 1° sem.

se ad ogni possibile iperspazio S_r entro S_n, avente una certa direzione [1] corrisponderà un valore di φ. Questa dipendenza si denoterà col simbolo $\varphi = \varphi\,|[S_r]|$. Supporremo di considerare sempre degli iperspazî *chiusi.* Scelto un punto P di S_r si conduca per esso un iperspazio S_{n-r} normale ad S_r ed in S_{n-r} si prenda un intorno s di P. Facciamo percorrere a P tutti i punti di S_r; avremo che s genererà una porzione di spazio ad n dimensioni che si chiamerà un intorno di S_r. Consideriamo un punto P′ di s: mentre P descrive S_r, P′ descriverà un nuovo iperspazio S'_r che si dirà appartenere all'intorno di S_r. La funzione $\varphi\,|[S_r]|$ sarà continua se, preso un numero σ piccolo ad arbitrio, si potrà trovare un intorno di S_r, tale che

$$\mathrm{mod}\left[\varphi\,|[S'_r]| - \varphi\,|[S_r]|\right] < \sigma$$

appartenendo S'_r all'intorno scelto. Oltre alla continuità di $\varphi|[S_r]|$ ammetteremo soddisfatta la seguente condizione. Si passi dall'iperspazio S_r all'iperspazio S'_r dando ad ogni punto di S_r uno spostamento ε variabile con continuità da punto a punto. Il luogo degli intervalli ε è un iperspazio ad $r+1$ dimensioni di ampiezza σ.

« Ammetteremo che si possa rendere $\mathrm{mod}\left[\varphi|[S'_r]| - \varphi|[S_r]|\right]$ minore di un numero scelto ad arbitrio, purchè σ sia minore di un certo valore σ_0.

« 4. Ciò premesso, preso in S_r un intorno s di un punto P, diamo ad s

(1) La parola *direzione* attribuita ad un iperspazio va intesa nel modo seguente. Un iperspazio (ad n dimensioni) è caratterizzato dalla varietà di valori di n variabili indipendenti $x_1, x_2 \dots x_n$. Un iperspazio S_r ad r dimensioni ($r < n$) in esso immerso corrisponde alla varietà di valori che assumono le $x_1, x_2 \dots x_n$, quando esse sono legate fra loro da $n-r$ relazioni indipendenti, ovvero quando esse dipendono da r variabili indipendenti $\omega_1, \omega_2, \dots \omega_r$ a cui sono legate da n relazioni

$$x_i = x_i(\omega_1, \omega_2, \dots \omega_r) \quad i = 1, 2 \dots n.$$

Ammessa la differenziabilità delle precedenti relazioni formiamo la matrice

$$\left\| \begin{matrix} \frac{\partial x_1}{\partial \omega_1}, & \frac{\partial x_2}{\partial \omega_1}, & \dots & \frac{\partial x_n}{\partial \omega_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial x_1}{\partial \omega_r}, & \frac{\partial x_2}{\partial \omega_r}, & \dots & \frac{\partial x_n}{\partial \omega_r} \end{matrix} \right\|.$$

Sia Δ^2 il quadrato di questa matrice; ammetteremo che esso sia tale che fissato in un punto il segno di Δ, il segno stesso, per la continuità, resti fissato in tutti i punti. Quando si sarà stabilito il segno di Δ, si dirà che si è stabilita la *direzione* dell'iperspazio S_r. La quantità $dS = \Delta d\omega_1\, d\omega_2 \dots d\omega_r$ si dirà l'*elemento dell'iperspazio.* Prendiamo un determinante minore della matrice

$$\Delta_{i_1 i_2 \dots i_r} = \Sigma \pm \frac{\partial x_{i_1}}{\partial \omega_1} \cdots \frac{\partial x_{i_r}}{\partial \omega_r}$$

e formiamo $\alpha_{i_1 i_2 \dots i_r} = \dfrac{\Delta_{i_1 i_2 \dots i_r}}{\Delta}$. Le $\alpha_{i_1 i_2 \dots i_r}$ non muteranno sostituendo alle $\omega_1, \omega_2, \dots \omega_r$ altre variabili legate alle prime da relazioni qualunque, e il segno delle α

uno spostamento di ampiezza δx_i parallelamente ad x_i. Denotiamo con $\delta\varphi$ la variazione corrispondente di φ.

« Supporremo che esista

$$\lim_{\substack{s=0\\ \delta x_i=0}} \frac{\delta\varphi}{s\,.\,\delta x_i} = \varphi'_{x_i} \qquad (i = 1, 2 \ldots n).$$

Chiameremo φ'_{x_i} la *derivata* di φ *rispetto ad* x_i *nel punto* P *relativa ad* S_r. Ammettendo che il rapporto che comparisce nel primo membro della equazione precedente tenda uniformemente verso il suo limite, rispetto a tutti i possibili punti P ed iperspazî S_r, e ammettendo inoltre che questo limite sia continuo, si ha facilmente che, dando ad ogni punto di S_r uno spostamento resultante di $\delta x_1, \delta x_2 \ldots \delta x_n$ la variazione corrispondente di φ è data, a meno di infinitesimi d'ordine superiore alle δx_i, da

$$(1) \qquad \delta\varphi = \int_{S_r} \sum_1^n{}_i\, \varphi'_{x_i}\, \delta x_i\, dS_r\,.$$

« Le φ'_{x_i} debbono soddisfare alla condizione che per tutti quei sistemi di spostamenti δx_i che portano lo spazio S_r in sè stesso, $\delta\varphi$ deve resultare nullo. Mediante questa osservazione si trova che le φ'_{x_i} possono esprimersi mediante dei parametri $\lambda_{q_1, q_2 \ldots q_{r+1}}$, che soddisfano alla condizione di cambiar segno per ogni trasposizione degli indici, nella maniera seguente:

$$(2) \qquad \psi'_{x_i} = \Sigma_q\, \lambda_{i, q_1 \ldots q_r}\, \alpha_{q_1 q_2 \ldots q_r}$$

in cui Σ_q è estesa a tutte le combinazioni degli indici $q_1 \ldots q_r$ e $\alpha_{q_1 q_2 \ldots q_r}$ sono i coseni di direzione dell'iperspazio S_r. I parametri $\lambda_{q_1 \ldots q_{r+1}}$, oltre a dipendere dall'iperspazio S_r, dipendono anche dal punto in cui si prende la derivata.

« 5. Siano S'_r e S''_r due iperspazî aventi una porzione s a comune, la cui direzione sia differente, secondochè si ritiene appartenente al primo o al

---

cambierà mutando la direzione dell'iperspazio: esse si chiameranno i *coseni di direzione* dell'iperspazio, e soddisfaranno alle relazioni seguenti

$$\sum{}_i\, \alpha^2_{i_1 i_2 \ldots i_r} = 1$$

$$\sum_1^{r+1}{}_s\, \alpha_{i_1 i_2 \ldots i_{s-1} i_{s+1} \ldots i_{r+1}}\, \alpha_{i_s h_2 \ldots h_r} = 0$$

in cui Σ_i è una somma estesa a tutte le combinazioni degli indici $i_1 i_2 \ldots i_r$. Se uno spazio S_{n-r} ad $n-r$ dimensioni ha i coseni $\beta_{h_1 \ldots h_{n-r}}$ e in un punto comune con S_r si ha $\alpha_{i_1 \ldots i_r} = \beta_{h_1 \ldots h_{n-r}}$, essendo tutte le i differenti dalle h e la serie di numeri $i_1 \ldots i_r h_1 \ldots h_{n-r}$ una permutazione sempre pari o sempre dispari dei numeri $1, 2 \ldots n$, si dirà che i due iperspazî S_r e S_{n-r} sono fra loro normali.

secondo iperspazio. Denotiamo con S_r''' l'iperspazio che si ottiene togliendo s dall'insieme di S'_r e S_r'' e che ha per direzione quella dei due iperspazî.

« Se è soddisfatta la condizione

$$\varphi\,|[S_r''']| = \varphi\,|[S'_r]| + \varphi\,|[S''_r]|$$

diremo che φ è di *primo grado* (semplice). Quando è soddisfatta la precedente condizione si ha immediatamente che, se l'ampiezza di S_r diminuisce indefinitamente,

$$\lim \varphi\,|[S_r]| = 0. \tag{3}$$

« Si può inoltre dimostrare il seguente teorema:

Se φ è una funzione di primo grado degli iperspazî S_r, immersi in un iperspazio S_n, esistono per ogni punto di S_n un sistema di valori che possono prendersi come parametri $\lambda_{q_1\, q_2 \ldots q_{r+1}}$ per tutti gli iperspazî che passano per quel punto.

« Dalle formule (1), (2) e (3), denotando con $A_{q_1,\, q_2 \ldots q_{r+1}}$, questi valori indipendenti da S_r che possono prendersi come parametri $\lambda_{q_1,\, q_2 \ldots q_{r+1}}$, si ha la formula

$$\varphi\,|[S_r]| = \int_{S_{r+1}} \Sigma_q\, A_{q_1\, q_2 \ldots q_{r+1}}\, \beta_{q_1\, q_2 \ldots q_{r+1}}\, dS_{r+1}$$

in cui S_{r+1} è un iperspazio aperto ad $r+1$ dimensioni limitato dall'iperspazio S_r, e avente $\beta_{q_1\, q_2 \ldots q_{r+1}}$ per coseni di direzione.

« Se S_{r+1} si impiccolisce indefinitamente riducendosi ad un punto P, posto

$$S_{r+1} = \int_{S_{r+1}} dS_{r+1}\,,$$

si avrà

$$\lim \frac{\varphi\,|[S_{r+1}]|}{S_{r+1}} = \Sigma_q\, A_{q_1\, q_2 \ldots q_{r+1}}\, \beta_{q_1\, q_2 \ldots q_{r+1}} = \frac{d\varphi}{dS_{r+1}}$$

in cui le β rappresentano i coseni di direzione di S_{r+1} in P. Prendiamo S_{r+1} tale che in P tutti i coseni β siano nulli, eccettuato $\beta_{i_1\, i_2 \ldots i_{r+1}} = 1$; avremo

$$\lim \frac{\varphi\,|[S_{r+1}]|}{S_{r+1}} = A_{i_1,\, i_2 \ldots i_{r+1}}\,.$$

« Perciò porremo

$$A_{i_1\, i_2 \ldots i_{r+1}} = \frac{\partial \varphi}{\partial\left(x_{i_1}\, x_{i_2} \ldots x_{i_{r+1}}\right)}$$

e la chiameremo la *derivata di* φ *rispetto a* $x_{i_1}, x_{i_2} \ldots x_{i_{r+1}}$.

« 6. Per procedere alla ricerca delle condizioni necessarie e sufficienti a cui debbono soddisfare queste derivate è necessario estendere il teorema

di Stokes al caso degli iperspazî. Una tale estensione si ottiene senza difficoltà. Siano $L_{i_1 i_2 \dots i_r}$ delle funzioni *dei punti* di un iperspazio S_n finite e continue insieme alle loro derivate prime e tali che ogni trasposizione degli indici ne muti il segno.

« Si formi

$$M_{i_1, i_2 \dots i_{r+1}} = \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^{s-1} \frac{\partial L_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} .$$

« Denotiamo con S_r il contorno di un iperspazio S_{r+1} ad $r+1$ dimensioni aperto ed immerso in S_n; con $\alpha_{i_1 i_2 \dots i_{r+1}}$ i coseni di direzione di S_{r+1} e con $\beta_{i_1 i_2 \dots i_r}$ quelli di S_r.

« La estensione del teorema di Stokes consiste nella formula seguente

$$\int_{S_{r+1}} \Sigma_i M_{i_1 i_2 \dots i_{r+1}} \alpha_{i_1 i_2 \dots i_{r+1}} dS_{r+1} = \int_{S_r} \Sigma_i L_{i_1 i_2 \dots i_r} \beta_{i_1 i_2 \dots i_r} dS_r .$$

Così stabilita questa formula fondamentale, se ne deduce che le condizioni *necessarie* e *sufficienti* a cui debbono soddisfare le derivate di una funzione di primo grado $\varphi |[S_r]|$ sono le seguenti:

$$\sum_1^{r+2}{}_s (-1)^{s-1} \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \frac{\partial \varphi}{\partial (x_{i_1} \dots x_{i_{s-1}} x_{i_{s+1}} \dots x_{i_{r+2}})} = 0 .$$

Queste condizioni si chiameranno le *condizioni di integrabilità* a cui debbono soddisfare le derivate di una funzione di primo grado.

« 7. Adottiamo il simbolo $\frac{d(y_1 y_2 \dots y_n)}{d(x_1 x_2 \dots x_n)}$ per denotare il determinante funzionale delle variabili y rispetto alle variabili x. Le formule relative ad un cambiamento di variabili per le funzioni di iperspazî possono allora scriversi

$$\frac{\partial \varphi}{\partial (x'_{h_1} x'_{h_2} \dots x'_{h_{r+1}})} = \Sigma_i \frac{\partial \varphi}{\partial (x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})} \frac{d(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})}{d(x'_{h_1} x'_{h_2} \dots x'_{h_{r+1}})} .$$

« 8. Passiamo ora ad estendere alle funzioni di iperspazî il concetto fondamentale della *monogeneità*. A tal fine basterà considerare due funzioni f e φ complesse e di primo grado degli iperspazî S_r immersi in S_n, tali che in un punto P qualunque dell'iperspazio totale S_n, il rapporto

$$\frac{d\varphi}{dS_{r+1}} : \frac{df}{dS_{r+1}}$$

dipenda da P soltanto. Il collegamento fra le due funzioni f e φ espresso dalla precedente condizione si dirà un *collegamento di isogeneità* o altrimenti si diranno *isogene* le due variabili complesse f e φ.

« Poniamo, col separare le parti reali dalle immaginarie,

$$\frac{\partial f}{\partial(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})} = p_{i_1 \dots i_{r+1}} + i q_{i_1 \dots i_{r+1}} = p_{\mathrm{I}} + i q_{\mathrm{I}},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})} = \varpi_{i_1 \dots i_{r+1}} + i \chi_{i_1 \dots i_{r+1}} = \varpi_{\mathrm{I}} + i \chi_{\mathrm{I}},$$

denotando l'insieme degli indici $i_1 \dots i_{r+1}$ con I, cioè ponendo $(i_1 \, i_2 \dots i_{r+1}) \equiv \mathrm{I}$.

« La condizione necessaria e sufficiente affinchè f e φ siano *isogene* sarà

$$\frac{\varpi_{\mathrm{I}} + i\chi_{\mathrm{I}}}{p_{\mathrm{I}} + i q_{\mathrm{I}}} = \frac{\varpi_{\mathrm{H}} + i\chi_{\mathrm{H}}}{p_{\mathrm{H}} + i q_{\mathrm{H}}}$$

essendo $\mathrm{H} \equiv (h_1, h_2 \dots h_n)$ un'altra combinazione qualunque degli indici. Dalla equazione precedente si deduce

$$(4) \qquad \begin{cases} \varpi_{\mathrm{I}} \, p_{\mathrm{H}} - \varpi_{\mathrm{H}} \, p_{\mathrm{I}} = \chi_{\mathrm{I}} \, q_{\mathrm{H}} - \chi_{\mathrm{H}} \, q_{\mathrm{I}} \\ \varpi_{\mathrm{I}} \, q_{\mathrm{H}} - \varpi_{\mathrm{H}} \, q_{\mathrm{I}} = \chi_{\mathrm{H}} \, p_{\mathrm{I}} - \chi_{\mathrm{I}} \, p_{\mathrm{H}} . \end{cases}$$

« Poniamo

$$p_{\mathrm{I}} \, p_{\mathrm{H}} + q_{\mathrm{I}} \, q_{\mathrm{H}} = \mathrm{E}_{\mathrm{I,H}}$$
$$p_{\mathrm{I}} \, q_{\mathrm{H}} - p_{\mathrm{H}} \, q_{\mathrm{I}} = \mathrm{D}_{\mathrm{I,H}} .$$

« Fra le E e D passeranno le relazioni

$$\mathrm{D}_{\mathrm{IH}} \, \mathrm{E}_{\mathrm{LK}} + \mathrm{E}_{\mathrm{HK}} \, \mathrm{E}_{\mathrm{LI}} + \mathrm{D}_{\mathrm{KI}} \, \mathrm{E}_{\mathrm{LH}} = 0$$

$$\begin{vmatrix} \mathrm{E}_{\mathrm{IH}} , & \mathrm{E}_{\mathrm{IL}} \\ \mathrm{E}_{\mathrm{KH}} , & \mathrm{E}_{\mathrm{KL}} \end{vmatrix} = \mathrm{D}_{\mathrm{IK}} \, \mathrm{D}_{\mathrm{HL}} .$$

« Risolvendo le (4) rispetto a ϖ_{I} e χ_{I} si otterrà

$$(5) \qquad \varpi_{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{E}_{\mathrm{IH}} \, \chi_{\mathrm{L}} - \mathrm{E}_{\mathrm{II}} \, \chi_{\mathrm{H}}}{\mathrm{D}_{\mathrm{HI}}}, \qquad \chi_{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{E}_{\mathrm{IH}} \, \varpi_{\mathrm{I}} - \mathrm{E}_{\mathrm{II}} \, \varpi_{\mathrm{H}}}{\mathrm{D}_{\mathrm{IH}}}$$

« Osservando ora che il primo membro delle precedenti equazioni è indipendente da H, mediante un calcolo semplice avremo

$$\varpi_{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{E}_{\mathrm{IH}} \, \chi_{\mathrm{K}} - \mathrm{E}_{\mathrm{IK}} \, \chi_{\mathrm{H}}}{\mathrm{D}_{\mathrm{HK}}}, \qquad \chi_{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{E}_{\mathrm{IH}} \, \varpi_{\mathrm{K}} - \mathrm{E}_{\mathrm{IK}} \, \varpi_{\mathrm{H}}}{\mathrm{D}_{\mathrm{KH}}} .$$

« Dalle formule precedenti si deduce che, comunque si prendano I, H, K, si ha sempre

$$(6) \qquad \begin{cases} \mathrm{D}_{\mathrm{HK}} \, \varpi_{\mathrm{I}} + \mathrm{D}_{\mathrm{KI}} \, \varpi_{\mathrm{H}} + \mathrm{D}_{\mathrm{IH}} \, \varpi_{\mathrm{K}} = 0 \\ \mathrm{D}_{\mathrm{HK}} \, \chi_{\mathrm{I}} + \mathrm{D}_{\mathrm{KI}} \, \varpi_{\mathrm{H}} + \mathrm{D}_{\mathrm{IH}} \, \varpi_{\mathrm{K}} = 0 . \end{cases}$$

« 9. Riprendiamo le equazioni (5); da esse si deduce

$$(7) \qquad \Theta_{\mathrm{IL}} = \frac{1}{\mathrm{D}_{\mathrm{IL}}} \begin{vmatrix} \varpi_{\mathrm{I}} , & \chi_{\mathrm{I}} \\ \varpi_{\mathrm{L}} , & \chi_{\mathrm{L}} \end{vmatrix} = \frac{\mathrm{E}_{\mathrm{IH}} \, \chi_{\mathrm{K}} \, \chi_{\mathrm{L}} - \mathrm{E}_{\mathrm{IK}} \, \chi_{\mathrm{H}} \, \chi_{\mathrm{L}} + \mathrm{E}_{\mathrm{LK}} \, \chi_{\mathrm{H}} \, \gamma_{\mathrm{I}} - \mathrm{E}_{\mathrm{LH}} \, \chi_{\mathrm{K}} \, \chi_{\mathrm{I}}}{\mathrm{D}_{\mathrm{IL}} \, \mathrm{D}_{\mathrm{HK}}}$$

« Scambiando I con H e L con K, l'ultimo membro della equazione precedente non muta. Quindi avremo

$$\frac{1}{\mathrm{D}_{\mathrm{IL}}} \begin{vmatrix} \varpi_{\mathrm{I}} , & \chi_{\mathrm{I}} \\ \varpi_{\mathrm{L}} , & \chi_{\mathrm{L}} \end{vmatrix} = \frac{1}{\mathrm{D}_{\mathrm{HK}}} \begin{vmatrix} \varpi_{\mathrm{H}} , & \chi_{\mathrm{H}} \\ \varpi_{\mathrm{K}} , & \chi_{\mathrm{K}} \end{vmatrix}$$

vale a dire le Θ_{IL} sono indipendenti da I e da L e perciò le denoteremo tutte con Θ. Prendiamo nella (7) $I \equiv H$, $L \equiv K$; si avrà

$$\Theta = \frac{E_{II}\,\chi_L^2 - 2E_{IL}\,\chi_I\,\chi_L + E_{LL}\,\chi_I^2}{D_{IL}^2} = \frac{(p_I\,\chi_L - p_L\,\chi_I)^2 + (q_I\,\chi_L - q_L\,\chi_I)^2}{D_{IL}^2}$$

« Questa formula dimostra che Θ è una quantità *positiva*.

« Scambiando nella (7) ϖ con χ e p con q, la Θ non muta; avremo quindi per Θ l'altra espressione

$$\Theta = \frac{E_{IH}\,\varpi_K\,\varpi_L - E_{IK}\,\varpi_H\,\varpi_L + E_{LK}\,\varpi_H\,\varpi_I - E_{LH}\,\varpi_K\,\varpi_I}{D_{IL}\,D_{HK}}$$

« Separiamo in $\varphi = \varphi_1 + i\,\varphi_2$ la parte reale da quella immaginaria, e poniamo, adoperando i simboli già introdotti,

$$\varpi_I = \varpi_{i_1 \dots i_{r+1}} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial\left(x_{i_1}\, x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}}\right)} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial\,(x_I)}$$

$$\chi_I = \chi_{i_1 \dots i_{r+1}} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial\left(x_{i_1}\, x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}}\right)} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial\,(x_I)}$$

ove (x_I) sostituisce $(x_{i_1}\, x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})$, ponendo cioè $(x_I) \equiv (x_{i_1}\, x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})$. Le espressioni di Θ potranno scriversi

$$\Theta = \frac{E_{IH}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_K)}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_L)} - E_{IK}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_H)}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_L)} + E_{LK}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_H)}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_I)} - E_{LH}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_K)}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_I)}}{D_{IL}\,D_{HK}}$$

ove in luogo di ψ può porsi tanto φ_1 quanto φ_2.

« 10. Teniamo ora conto che le ϖ e le χ debbono soddisfare le condizioni di integrabilità (§ 6).

$$\sum_{1}^{r+1}{}_s\,(-1)^{s-1}\frac{\partial}{\partial x_s}\varpi_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2}} = 0\,,\quad \sum_{1}^{r+2}{}_s\,(-1)^{s-1}\frac{\partial}{\partial x_s}\chi_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2}} = 0$$

avremo quindi, a cagione delle (5),

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{1}^{r+2}{}_s\,(-1)^{s-1}\frac{\partial}{\partial x_s}\left\{\frac{\chi_K\,E_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2},\,H} - \chi_H\,E_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2},\,K}}{D_{HK}}\right\} = 0 \\ \displaystyle\sum_{1}^{r+2}{}_s\,(-1)^{s-1}\frac{\partial}{\partial x_s}\left\{\frac{\varpi_K\,E_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2},\,H} - \varpi_H\,E_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2},\,K}}{D_{HK}}\right\} = 0 \end{cases}$$

« Adoperando dunque i noti simboli si ha che, tanto φ_1 quanto φ_2 dovranno soddisfare le equazioni seguenti (vedi form. 6)

$$(8)\quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{1}^{r+2}{}_s\,(-1)^{s-1}\frac{\partial}{\partial x_s}\left\{\frac{E_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2},\,H}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_K)} - E_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2},\,K}\dfrac{\partial\psi}{\partial(x_H)}}{D_{HK}}\right\} = 0 \\ \displaystyle D_{HK}\frac{\partial\psi}{\partial(x_I)} + D_{KI}\frac{\partial\psi}{\partial(x_H)} + D_{IH}\frac{\partial\psi}{\partial(x_K)} = 0 \end{cases}$$

« Reciprocamente può dimostrarsi che se $\psi|[S_r]|$ funzione di primo grado reale soddisfa alle precedenti equazioni, essa potrà considerarsi come la parte reale di una funzione $\psi + i\theta$ che possiede un legame di isogeneità con f. Le equazioni (8) funzionano nel nostro caso come la equazione $\Delta^2 = 0$ nella ordinaria teoria delle funzioni di variabile complessa e le equazioni (E) da me date nella Nota I cit. *Sopra una estensione della teoria di Riemann* ecc.

« 11. La parte della teoria esposta sino a questo punto si mostra del tutto simile a quella che diedi già nelle Note citate per le funzioni di linee nello spazio ordinario. Però se si cercano le condizioni necessarie pel collegamento di isogeneità resulta chiaramente la differenza che passa fra il modo di comportarsi delle funzioni di linee nello spazio ordinario e quello delle funzioni generali negli iperspazî. Infatti mentre per le prime fu trovato che le dette condizioni si riducono solo a quella di essere funzioni di primo grado (semplici), per le altre una tale condizione non resulta più sufficiente.

« Una funzione di primo grado negli iperspazî è suscettibile del collegamento di isogeneità solo quando esistono integrali comuni ad un certo sistema di equazioni lineari e omogenee alle derivate parziali.

« La esposizione dello studio di un tale sistema, della estensione del collegamento di isogeneità fra funzioni di spazî di un numero diverso di dimensioni e finalmente la estensione al caso generale del teorema di Cauchy, spero potranno formare argomento di un'altra Nota ».

Biologia. — *Sviluppo del cisticerco e del cisticercoide.* Nota del Corrispondente B. Grassi e del dott. G. Rovelli.

« Noi ci siamo specialmente proposti di determinare perchè lo scolice nel cisticerco si sviluppi cavo e rovesciato sopra se stesso. Siccome i cisticerchi sono molto complicati, abbiamo cercato la spiegazione dei fenomeni, da essi offerti, collo studio dei cisticercoidi, e specialmente, di una forma semplice, quale è quello della *T. ellittica* (1) (*T. elliptica s. cucumerina*) che ci ha presentato i seguenti fatti.

« L'embrione esacanto, costituito da una massa di cellule uniformi, si tramuta in una vescicola (*vescicola primitiva*), a cavità (*lacuna primitiva*) eccentrica e perciò a parete di vario spessore, e, più precisamente, spessa nella metà anteriore, assottigliata nella posteriore, a cui corrispondono gli uncini embrionali. La lacuna primitiva è piena di liquido; si può ritenere che si formi

(1) Alcuni dei fatti qui riassunti, si trovano già accennati nella brevissima Nota preliminare, da noi comunicata all'Accademia il giugno scorso. Avendoli ora completati in parecchi punti importanti, crediamo non riuscirà sgradevole che qui li ripetiamo, anche per rendere chiaro il resto della presente Nota.

per spostamento di cellule; man mano che la lacuna cresce, la vescicola ingrandisce; sviluppasi anche la muscolatura sottocuticolare.

« La parte anteriore della vescicola diventa il *corpo*, la posteriore la *coda*. Il corpo ispessisce sempre più, acquista il rostello e le ventose, e forma un tutto insegmentato, che rappresenta *testa* e *tronco* del futuro verme solitario.

« L'accenno del rostello precede di pochissimo quello delle ventose; il suo sviluppo è molto complicato. Dapprima (fig. 1.) distinguesi il bulbo, colla relativa muscolatura, all'estremità anteriore dell'embrione; la parte anteriore

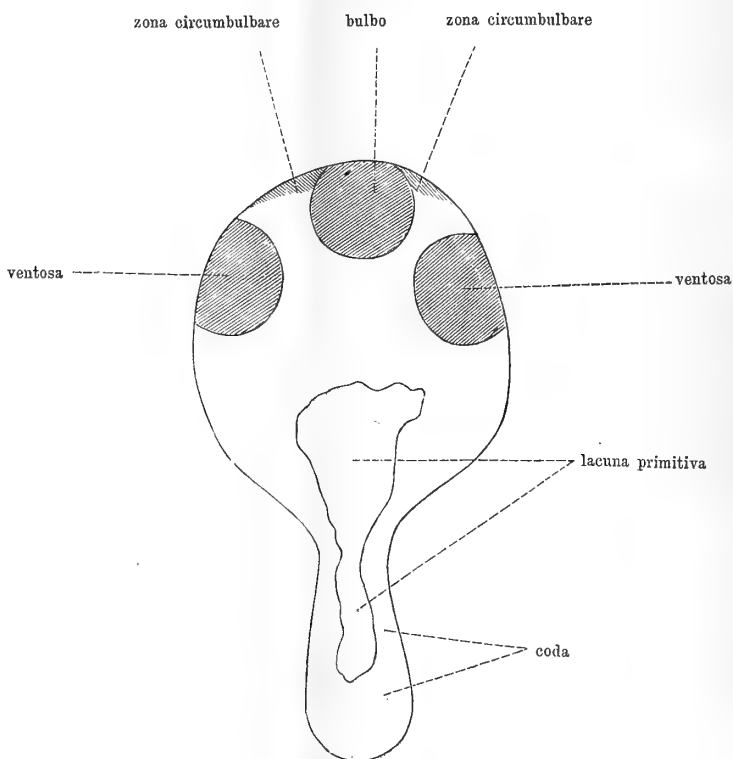



Fig. 1. — Schema d'una sezione longitudinale mediana al primo comparire del rostello e delle ventose.

della superficie del bulbo vien fatta dalla superficie generale del corpo, e perciò è rivestita di cuticola e libera; il resto del bulbo giace in mezzo a cellule ammassate senza una distinguibile stratificazione. La parte anteriore del bulbo, rivestita, per quanto si disse, di cuticola, introflettesi (fig. 2.) e contemporaneamente introflettesi, insieme colla relativa cuticola e muscolatura

sottocuticolare, anche la zona di cellule che circonda questa parte (*zona circumbulbare*) (fig. 1 e 2). La introflessione presenta subito una strozzatura, per

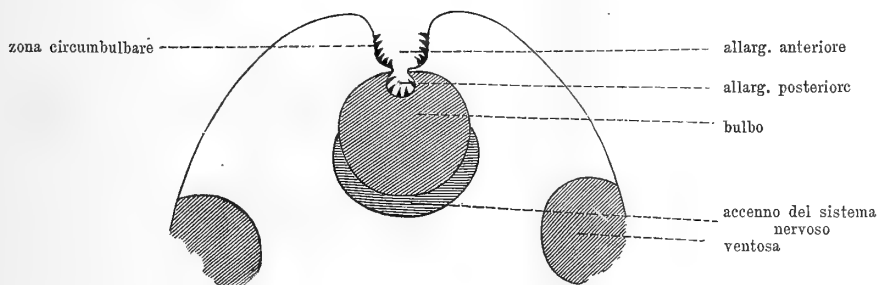



Fig. 2. — Schema d'una porzione di sezione longitudinale mediana, poco dopo che è comparso l' invaginamento in corrispondenza del rostello.

cui vi si distinguono *due allargamenti*, *uno anteriore* (corrispondente alla zona circumbulbare), l'*altro posteriore* (corrispondente al bulbo), amendue rivestiti di punte cuticolari (uncini rudimentali), le quali però mancano nel luogo della strozzatura. L'allargamento anteriore cresce, lo che non si può rilevare con sicurezza anche per l'allargamento posteriore; le punte ingrandiscono, poi quelle dell'allargamento posteriore cadono (fig. 3.) mentre quelle dell'anteriore appa-

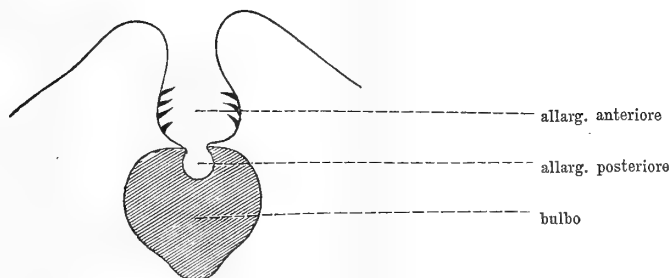



Fig. 3. — Id. di fig. 2, ad un periodo più avanzato di sviluppo.

riscono limitate alla sua parte posteriore e vanno acquistando i caratteri degli uncini definitivi. A poco a poco l'allargamento anteriore cresce ancora e la forma del bulbo si modifica, sicchè gli uncini, colla relativa cuticola,

muscolatura e cellule sottocuticolari, vengono a trovarsi in parte sul bulbo. L'allargamento posteriore persiste senza crescere (fig. 4).

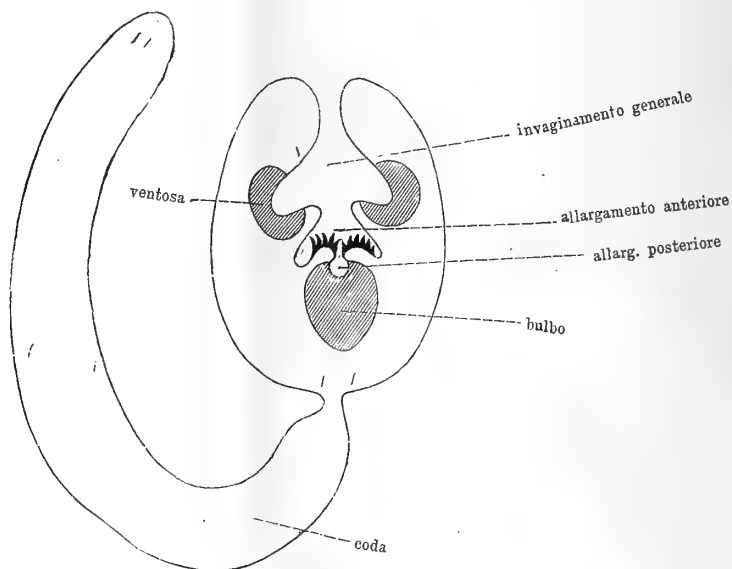



Fig. 4. Schema di sezione longitudinale mediana, quando l' invaginamento generale, ossia della parte anteriore del corpo in quella posteriore, è piuttosto profondo.

« Il bulbo e la sua muscolatura divengono le parti che hanno gli stessi nomi nel rostello definitivo. La parte anteriore dell'allargamento anteriore, che può restringersi ed allargarsi svariatamente, e che, per quanto si disse, è sfornita d'uncini, (fig. 3) diventa la cavità che accoglie la parte libera del rostello; uno strato delimitante la parte posteriore del suddetto allargamento estroflettendosi, forma quella parte del rostello che è fornita d'uncini. Uno strato delimitante l'allargamento posteriore parzialmente estroflettendosi forma la punta del rostello che di solito nella tenia adulta presenta un infossamento.

« Le ventose compaiono come corpi tondeggianti, ben delimitati e solidi già nel luogo dove si trovano nell'adulto; secondariamente si introflettono e così diventano concave; esse si sviluppano del tutto indipendenti dal rostello.

« La parte posteriore della vescicola, come si disse, cresce e diventa la coda; vi si notano gli uncini embrionali disposti a paia, come nell'embrione esacanto, ma l'un paio assai più allontanato dall'altro; si osservi però che di spesso un paio viene a corrispondere alla estremità posteriore della parte anteriore della vescicola, quindi alla parte posteriore del corpo. La coda raggiunge

una grandezza considerevole e poi mano mano che il cisticercoide matura, al suo punto di inserzione sul corpo, subisce uno strozzamento (fig. 4) e finirà a distaccarsi via, quando il cisticercoide arriva nell'intestino dell'ospite definitivo; essa non gemma e va certamente perduta. Gli uncini embrionali sono ancora presenti quando il cisticercoide è maturo; molte volte non se ne possono trovare che quattro o cinque; conservano la posizione che avevano negli stadi precedenti, cioè stanno di regola sulla coda, tranne uno o due che veggonsi non di raro alla estremità posteriore del corpo.

« La lacuna primitiva presenta molte anomalie nel suo modo di comportarsi; in generale viene a trovarsi in parte nel corpo, in parte nella coda; nel primo non tarda a riempirsi di un tessuto che ha l'aspetto del connettivo molle, nella seconda tende pure a scomparire in modo simile, ma si può trovare ancora qualche volta accennata nella coda al massimo sviluppo.

« Contemporaneamente all'allungarsi della coda ed appena dopo la scomparsa della lacuna primitiva dal corpo, dopochè si sono formate le ventose ed il rostello, la parte anteriore del corpo, fino al di dietro delle ventose, si introflette nella parte posteriore, e così si ha il cisticercoide introflesso, quale venne scoperto dal Melnikoff, e si trova figurato in tutti i libri (al Melnikoff è sfuggita la coda, la quale perciò manca in tutte le figure); così si presenta, almeno di regola, il cisticercoide finchè è nella pulce; fuor della pulce, sotto al microscopio, si può vederlo estroflettersi ed acquistare la posizione definitiva.

« Lo sviluppo qui descritto non ha niente di strano, quando teniamo presenti i Platelminti in genere ed in speciale i Trematodi, e d'altra parte ricordiamo che il cisticercoide deve arrivare nell'intestino tenue dell'ospite definitivo. A quest'ultima circostanza (*processo cenogenetico*) riferiamo l'introflessione della parte anteriore in quella posteriore; alle parentele coi Platelminti ed in speciale coi Trematodi (*processo palingenetico*) la formazione della lacuna primitiva, il modo peculiare di svilupparsi del rostello, e la coda.

« Spieghiamoci un po' minutamente su questi punti. Paragoniamo prima il rostello allo *stomodaeum*; se lo studiamo nel cisticercoide, cioè prima che si estrofletta, vi si distinguono evidenti, come in molti Platelminti, una cavità boccale (allargamento anteriore) ed una faringe (allargamento posteriore); come in molti Trematodi, c'è nel nostro caso uno strozzamento tra la bocca e la faringe; quella parte, che abbiamo denominata bulbo, forma un ispessimento, attorno all'allargamento posteriore, quale troviamo attorno alla faringe dei Trematodi. Si ricordi che, specialmente nel periodo giovanile, in molti Trematodi la faringe può estroflettersi nella cavità boccale ed anche sporger fuori di essa e poi ritirarsi; or bene, noi abbiamo trovato che anche l'estroflessione del rostello è facoltativa, quando è appena formato, cioè nel giovane cisticercoide, e diventa permanente nella tenia adulta. Come si vede *il riscontro coi Trematodi non potrebbe essere più intimo.*

« Noi crediamo che la lacuna primitiva stia a rappresentare la cavità dell'intestino medio (*mesenteron*) dei Trematodi. Il formarsi e, senza aver avuto una funzione, chiudersi di questa lacuna ampia in un Platelminto che come tutti gli altri, ha la caratteristica di essere parenchimatoso, il variar molto di questa lacuna (carattere degli organi rudimentali) ed infine la posizione che essa occupa, sono preziosi argomenti che giustificano il nostro confronto, che sarà altrove ulteriormente discusso.

« Le ventose sono appendici indipendenti dal rostello; appendici con esse convergenti si trovano anche in certi Trematodi (*Gyrodactilidae*).

« La coda è un organo che si sviluppa più o meno in tutti i Cestodi, come mostreremo in avanti; allude ad un tempo in cui i Cestodi conducevano un periodo di vita libera e rende il cisticercoide della *T. cucumerina* p. es. sorprendentemente simile ad una cercaria.

« L'invaginamento della parte anteriore in quella posteriore, avvenendo tardivamente, non è più un fatto sorprendente, come nei cisticerchi; si deve considerare un adattamento speciale (*fenomeno cenogenetico*) il quale ha probabilmente la sua ragione in ciò che il cisticercoide deve arrivare nell'intestino tenue. Se fosse svaginato, giunto nello stomaco, vi si attaccherebbe e, non trovando ambiente di vita opportuno (i Cestodi abitano nel tenue), morrebbe. Così invaginato, è molto facile che giunga alla sua destinazione. Potrebbe anche darsi che i succhi gastrici tendessero a mantenerlo invaginato e gli enterici a farlo svaginare. Comunque sia, crediamo che il nodo della questione stia nel portarsi il cisticercoide al di là dello stomaco, e che a ciò giovi l'invaginamento. D'altra parte si sa che l'*Archigetes Sieboldi* presenta abitualmente movimenti di introflessione ed estroflessione della estremità anteriore del corpo: per cui l'invaginazione stabile del cisticercoide della *T. ellittica*, troverebbe forse il suo movente in una invaginazione instabile e subordinata ad una differente funzione nell'*Archigetes*.

« Tutti gli altri cisticercoidi da noi studiati, si riducono alla forma fondamentale ora qui descritta. Senza sforzo possiamo anzi ridurvi tutti i cisticerchi, cisticercoidi, plerocerchi e plerocercoidi finora noti.

« Cominciamo coi cisticercoidi da noi esaminati.

« E prima di tutto, è necessario di fissare bene le denominazioni che noi abbiamo precedentemente usate e delle quali ci serviremo anche in appresso. Si è distinto nel cisticercoide della *T. ellittica*, un *embrione esacanto*, che si è trasformato in una *vescicola primitiva*, con una *lacuna primitiva*. La parte anteriore della vescicola primitiva, alla sua volta, si è trasformata nel *corpo*, la posteriore nella *coda*; nel corpo abbiamo distinta una *parte anteriore* o *testa*, ed una *posteriore* o *tronco*; nessun netto confine tra testa, tronco e coda, tranne in dati momenti.

« Il termine *collo* indica uno strozzamento molto variabile fra la testa ed il tronco, e non corrisponde ad un concetto morfologico; il collo può appartenere in

parte alla testa ed in parte al tronco. Da noi il termine *scolice* viene riserbato a quella parte del cisticerco e del cisticercoide che conservasi nel verme, quando diventa adulto; è una parte maggiore o minore, a seconda dei vari casi. Quanto alla *T. ellittica*, siccome tutto il corpo del cisticercoide passa nella tenia adulta, così il corpo equivale allo scolice. Nello scolice trovasi sempre rappresentato *testa* e *tronco*; questo è più o meno sviluppato.

« La *T. murina* si svolge dapprima press' a poco come la *T. ellittica*, trannechè il modo di sviluppo del rostello è molto accorciato. Le altre differenze cominciano dopo la invaginazione della parte anter ore nella posteriore del corpo, donde deriva una specie di *gastrula* (parliamo di semplice somiglianza di forma, non intendendosi menomamente di paragonare morfologicamente l'invaginazione dei cisticerchi ad una gastrula), con *una cavità gastrulare*, una *bocca* e due *pareti*, una *esterna* (vescicola caudale del Leuckart; secondo noi, corrisponde alla *parte posteriore del corpo*) e l'altra *interna* (*tronco*, o, *Wurmleib*, e *scolex* pel Leuckart; secondo noi, *parte anteriore del corpo*), tra le quali viene a trovarsi la *lacuna primitiva*. Alla porzione della parete interna, che sta al fondo della cavità gastrulare, corrispondono le ventose ed il rostello: questa porzione a poco a poco si solleva e forma lo scolice. Il resto della parete interna, che è poi la porzione posteriore della parte anteriore del corpo, e la parete esterna, si degradano e diventano involucro embrionale, in cui possiamo continuare a distinguere una parete esterna ed una interna, notando che questa non è tutta la parete interna primitiva, essendosi una porzione trasformata nello scolice; la lacuna primitiva diventa virtuale, od almeno il liquido in essa contenuto è in minima quantità; la bocca infine, a poco a poco, si chiude.

« Riunendo tutto assieme, possiamo dire che, a differenza della *T. ellittica*, la parte posteriore del corpo si trasforma in involucro embrionale e deve essere rigenerata, quando la tenia diventa adulta.

« La coda resta relativamente molto corta. Gli uncini dell'oncosfera (embrione esacanto) assumono posizioni differenti; si trovano però in corrispondenza alla coda. Ripeteremo che, quando il cisticercoide diventa tenia, cade la coda, come nella *T. ellittica*, più cade l'involucro embrionale; resta quindi appena lo scolice.

« Perciò, riassumendo, *nella T. murina lo sviluppo si è complicato; è comparso un involucro embrionale* (*processo cenogenetico*), *il quale è analogo all'amnio degli Artropodi, dei Vertebrati ecc., ed è formato essenzialmente a spese della parte posteriore del corpo. Il movente è stata l'invaginazione, già verificatasi nella T. ellittica, invaginazione che si è esagerata nella T. murina, tanto che ha potuto aver luogo il rialzamento secondario dello scolice dentro una celletta appositamente formatasi per proteggerlo.*

« Gli altri cisticercoidi sono fatti in maniera simile a quello della

T. murina, qui descritto, colla sola differenza che la bocca resta pervia (benchè più o meno ristretta, quando è in istato di riposo). Il loro modo di sviluppo ci è restato incognito; però anch'essi colla coda e cogli uncini embrionali, ci danno indicazioni importanti.

« Veniamo ai particolari. Nel cisticercoide della *T. leptocephala* abbiamo quasi le stesse condizioni della *T. murina*, però la coda è molto lunga, la lacuna primitiva, confinata al corpo, è meglio delimitata, e talvolta sviluppasi una cisti avventizia, fornita dall'oste. Due paia di uncini stanno sulla coda, il terzo paio compare all'estremità posteriore (aborale) della parete esterna, lo che vuol dire che la coda ha probabilmente contribuito a formarla.

« Nel cisticercoide interamente sviluppato della *T. cuneata*, manca affatto la coda; così pure in quello della *T. infundibuliformis* (*Göze*, nec *Duj.*). Nella *T. proglottina* abbiamo veduto che dapprima formasi, ma poscia viene assorbita. È notevole che in quest'ultima, essa, secondo noi, contribuisce molto più largamente, che nella *T. leptocephala*, alla formazione della parete esterna (come dimostra la posizione degli uncini, di cui mentre un paio si trova all'estremità posteriore della parete esterna, due si trovano su questa, quasi a livello del rostello). La lacuna primitiva è indistinta.

« Dai casi qui descritti si passa facilmente a quelli già noti. Tralasciando per brevità quanto si riferisce ai cisticercoidi, ci limiteremo ai cisticerchi pr. d.; essi sono forme nelle quali la lacuna primitiva ingrandisce assai. Pare che in loro la coda generalmente non compaia più; la parte, da cui doveva derivare, concorre probabilmente a formare la vescicola caudale, che assume un gran sviluppo. Il Moniez però ha descritto nel *C. pisiformis* dei fenomeni che fanno pensare che, anche in essi, si formi una coda, la quale poi andrebbe perduta; egli ha visto il *C. pisiformis* strozzarsi e dividersi in due parti, una anteriore e l'altra posteriore: suppone che la parte posteriore possa produrre un altro cisticerco; manca però di ciò qualunque prova, ed è molto più logico d'interpretarla come coda.

« Nei cisticerchi, come fors'anche in certi cisticercoidi, l'invaginazione anticipa (*processo cenogenetico*), cioè precede la formazione del rostello e delle ventose; invece il sollevamento dello scolice dal fondo può ritardare; da ciò lo svilupparsi, e persistere alle volte, dello scolice rovesciato e cavo.

« Nei cisticerchi accade anche un fatto che giustifica la denominazione di tronco (Wurmleib), limitata da parecchi autori a quella parte della parete interna che non forma lo scolice; questa parte in certe forme (ad es. nel *C. fasciolare*), si vede man mano crescere e trasformarsi nel tronco già diviso in proglottidi. Notisi però che questo tronco è provvisorio; esso va distrutto insieme alla parete esterna (vescicola caudale) quando il cisticerco arriva nell'ospite definitivo; pare che soltanto la testa venga conservata e si trasformi, senza metamorfosi, nel verme solitario adulto, rigenerando il tronco. Questi fatti rendono dunque verosimile l'omologia della parete interna

dell' involucro embrionale col tronco, omologia che si dovrebbe trasportare anche ai cisticercoidi.

« Il concetto così espresso, non è, secondo noi, però preciso. Per essere esatti, bisogna dire che nei Cestodi dalla vescicola primitiva si differenzia un *corpo* (parte anteriore) ed una *coda* (parte posteriore). La porzione posteriore del corpo, può trasformarsi in organo (involucro) embrionale, a formare il quale può però contribuire anche la coda; questa porzione posteriore del corpo così trasformata, rigenerasi quando il verme diventa adulto. Forse le migliori condizioni di nutrizione (i cisticerchi si trovano a preferenza nei vertebrati superiori) permettono ad una particella anteriore di quella porzione del corpo, che si è trasformata in organo embrionale (e precisamente a parte della parete interna) di far rivivere il suo carattere d'essere segmentato; si tratta però di un foco fatuo, perchè questo corpo resta sterile. In ogni modo siamo davanti ad un fatto secondario.

« Se ora noi cerchiamo di coordinare tra di loro tutte le varie forme che presentano le larve dei Cestodi, lasciando in disparte quelle proliferanti, possiamo stabilire i seguenti gruppi:

« 1° Cisticerchi (s. lato; comprendenti cioè i cisticerchi s. str., ed i cisticercoidi) *ad invaginamento iniziantesi e senza involucro embrionale* (*Archigetes Sieboldi*).

« 2° Cisticerchi *ad invaginamento tardivo* (*T. ellittica* e *murina*: forse anche *C.* del *Gruber*, *Scolex polymorphus*).

« Alla sua volta questo secondo gruppo può dividersi in due sottogruppi:

a) *con semplice invaginamento* (*T. ellittica*);

b) *con invaginamento susseguito dalla formazione di involucro embrionale* (*T. murina*).

« 3° Cisticerchi *ad invaginamento precoce susseguito dalla formazione di un involucro embrionale* (cisticerchi s. str.; gli altri cisticercoidi?).

« Vi sono graduali passaggi tra i gruppi qui registrati (così p. es. il sottogruppo *b* del 2° gruppo, è il ponte che conduce al 3° gruppo) (1).

« Dunque possiamo dire che *l'invaginazione tardiva del cisticercoide della T. ellittica, assume grande importanza nella maggior parte degli altri cisticercoidi e nei cisticerchi. Probabilmente in ciò la ragione del suo anticipare* (*per processo cenogenetico*) *in molti casi.*

« *Così messa la questione, lo svilupparsi dello scolice rovesciato e cavo, evidentemente si riduce ad una falsificazione dell'epoca di sviluppo, e ad un perfezionamento embrionale* (*formazione d'involucri speciali*) *in rapporto colla grande capacità di rigenerazione di cui gode il corpo dei Cestodi. Così cessa di essere strano e rientra in una serie di fenomeni semplici e di facile intelligenza* (*processi cenogenetici*).

(1) S'intende che, dopo i nostri studi, le distinzioni messe innanzi dal Villot, appaiono evidentemente infondate.

« Finchè mancava la spiegazione di questi fatti, era possibile di riferirli ad una gemmazione interna, anzi ciò, fino ad un certo punto, poteva giustificarli. Ora però, dopo i nostri studi, si può con sicurezza abbandonare questo concetto della gemmazione e confinarlo agli Echinococchi, ai Cenuri ecc. ».

Matematica. — *Sulle deformazioni infinitesime.* Nota di Ernesto Padova, presentata dal Socio Dini.

« È noto che quando in uno spazio si spostano i vari punti, mantenendo infinitamente vicini fra loro quelli che lo erano prima, avviene in generale una deformazione infinitesima dello spazio; la dilatazione che subisce ogni elemento lineare, che ha l'origine in un punto qualsiasi di coordinate x_1, x_2, x_3, dipende soltanto da quelle quantità, che determinano la direzione dell'elemento nello spazio e da sei funzioni delle coordinate della origine dell'elemento, che diconsi i coefficienti della deformazione dello spazio. Ma sei funzioni delle coordinate arbitrariamente scelte non sempre sono coefficienti di una deformazione e quando lo sieno non determinano in generale completamente gli spostamenti, che hanno dato luogo alla corrispondente deformazione. In questa Nota darò la completa risoluzione del problema: Trovare in uno spazio, del quale si conosce soltanto la espressione del quadrato dell'elemento lineare: 1° le condizioni, cui devono essere soggetti i coefficienti di questa espressione, perchè i coefficienti di una deformazione determinino gli spostamenti dei punti a meno di sei costanti arbitrarie; 2° le condizioni, cui in questo caso devono soddisfare sei funzioni delle coordinate per potere rappresentare i coefficienti di una deformazione.

« Sia

$$ds^2 = \Sigma_{hk}\, a_{hk}\, dx_h\, dx_k \qquad (a_{rs} = a_{sr}) \tag{1}$$

l'espressione del quadrato dell'elemento lineare di uno spazio riferito alle coordinate x_1, x_2, x_3; i simboli sommatori nella equazione (1), come in tutte le seguenti equazioni, hanno per limiti 1 e 3, ma si riconosce facilmente che il calcolo non verrebbe per nulla modificato se si prendesse il limite superiore diverso da 3. Sia a il discriminante della forma (1) e $c_{rs} = \dfrac{d \log a}{d a_{rs}}$.

Poniamo inoltre

$$2a_{hk,j} = a^k{}_{hj} + a^h{}_{kj} - a^j{}_{hk} \tag{2}$$

$$a_{hk,ji} = a^i{}_{hj,k} - a^j{}_{hi,k} + \Sigma_{uv}\, c_{uv} \left(a_{hi,u}\, a_{kj,v} - a_{hj,u}\, a_{ki,v}\right) \tag{3}$$

ove per brevità con u^l si è indicata la derivata di u rapporto ad x_l.

« Spostiamo ora i vari punti portando in $(x_i + S_i)$ quello che trovasi in (x_i), e colla condizione che le S_i sieno quantità infinitamente piccole. L'elemento lineare ds subirà l'allungamento $\delta\, ds$ dato dalla equazione:

$$2\frac{\delta\, ds}{ds} = \Sigma_{hki}\left[a^i_{hk} S_i + a_{hi} S_i^k + a_{ki} S_i^h\right] \frac{dx_h}{ds} \cdot \frac{dx_k}{ds},$$

ossia, ponendo

$$(4) \qquad 2\lambda_{hk} = \Sigma_i \left(a^i_{hk} S_i + a_{hi} S_i^k + a_{ki} S_i^h\right)$$

dalla equazione

$$(5) \qquad \frac{\delta\, ds}{ds} = \Sigma_{hk}\, \lambda_{hk} \frac{dx_h}{ds} \cdot \frac{dx_k}{ds}.$$

« Se con $(s\,, x_{i+1}\, x_{i+2})$ si indica l'angolo che la direzione ds fa col piano tangente alla superficie $x_i = \text{cost}$, ove si deve intendere di rimpiazzare gli indici maggiori di 3 col resto della loro divisione per 3 o con 3 se questo resto è zero, si ha

$$\frac{\sqrt{a_{hh}} \,.\, dx_h}{ds} = \frac{\operatorname{sen}(s\,, x_{h+1}\, x_{h+2})}{\operatorname{sen}(x_h\,, x_{h+1}\, x_{h+2})};$$

chiamando λ_h il secondo membro di questa equazione, si vede che le quantità $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ definiscono la direzione dell'elemento ds e la (5) può allora scriversi così:

$$(6) \qquad \frac{\delta\, ds}{ds} = \Sigma_{hk} \frac{\lambda_{hk}}{\sqrt{a_{hh}\, a_{kk}}} \lambda_h\, \lambda_k;$$

messa sotto questa forma si rende manifesto che come coefficienti della dilatazione si possono assumere tanto le λ_{hk}, quanto (come vien fatto comunemente) le funzioni $\frac{\lambda_{hk}}{\sqrt{a_{hh}\, a_{kk}}}$; noi adotteremo come coefficienti della dilatazione le λ_{hk}.

« Dalle (4) si ha

$$2\lambda^l_{hk} = \Sigma_i \left(a^{il}_{hk} S_i + a^i_{hk} S_i^l + a^l_{hi} S_i^k + a^l_{ki} S_i^h + a_{hi} S_i^{kl} + a_{ki} S_i^{hl}\right)$$

e se si pone, analogamente alla (2),

$$\lambda_{hk,l} = \lambda^k_{hl} + \lambda^h_{kl} - \lambda^l_{hk},$$

si otterrà

$$\lambda_{hk,l} = \Sigma_i \left\{ a_{il} S_i^{hk} + S_i\, a^i_{hk,l} + S_i^l\, a_{hk,i} + S_i^h\, a_{ki,l} + S_i^k\, a_{hi,l} \right\},$$

donde

$$(7) \qquad S_m^{hk} = \Sigma_l\, c_{ml}\, \lambda_{hk,l} - \Sigma_{il}\, c_{ml} \left[S_i\, a^i_{hk,l} + S_i^l\, a_{hk,i} + S_i^h\, a_{ki,l} + S_i^k\, a_{hi,l}\right].$$

« Se le λ_{hk} rappresentano effettivamente i coefficienti di una deformazione, le componenti S_i degli spostamenti corrispondenti si otterranno integrando il sistema delle 15 equazioni (4) e (7), le quali sono risolute rispetto alle derivate seconde delle funzioni incognite. Questo sistema avrà per soluzione un sistema di tre funzioni con 6 costanti arbitrarie allora e soltanto allora [1] quando non si possa dal sistema (7) dedurre per mezzo di derivazioni ed eliminazioni nessuna equazione del primo ordine per le S che non sia conse-

[1] Vedasi Lie S., *Theorie der Transformationsgruppen*, Kap 10. Leipzig 1888.

guenza delle (4). Ciò posto deriviamo le (7) e dalle equazioni della forma

$$S_m^{hkj} = S_m^{hjk}$$

eliminiamo le derivate seconde delle S; avremo

$$\Sigma_u c_{um} \{ \lambda^j_{hk,u} - \lambda^k_{hj,u} + \Sigma_{vw} c_{vw} (\lambda_{uk,v} a_{hj,w} + \lambda_{hj,w} a_{uk,v} - \lambda_{uj,v} a_{hk,w} - \lambda_{hk,w} a_{uj,v})$$
$$+ \Sigma_i [S_i^h a_{iu,jk} + S_i^k a_{hu,ji} + S_i^j a_{hu,ik} + S_i^u a_{hi,jk} + S_i a^i_{hu,jk}]$$
$$- \Sigma_{ivw} [S_i c^i_{vw} (a_{hk,v} a_{uj,w} - a_{hj,v} a_{uk,w}) - S_v^w c_{iw} (a_{uj,v} a_{hk,i}$$
$$+ a_{uj,i} a_{hk,v} - a_{uk,i} a_{hj,v} - a_{uk,v} a_{jh,i})] \} = 0 .$$

Il polinomio tra parentesi non contiene l' indice m, quindi prendendo le tre equazioni, che corrispondono ai tre valori di m, ed osservando che il determinante formato colle c è diverso da zero, si vede che esse danno luogo alle tre equazioni più semplici

$$(8) \quad \lambda^j_{hk,u} - \lambda^k_{hj,u} + \Sigma_{vw} c_{vw} (\lambda_{uk,v} a_{hj,w} + \lambda_{hj,w} a_{uk,v} - \lambda_{uj,v} a_{hk,w} - \lambda_{hk,w} a_{uj,v})$$
$$+ \Sigma_i S_i a^i_{hu,jk} + \Sigma_i (S_i^h a_{iu,jk} + S_i^k a_{hu,ji} + S_i^j a_{hu,ik} + S_i^u a_{hi,jk})$$
$$+ \Sigma_{ivw} S_v^w c_{iw} (a_{uj,v} a_{hk,i} + a_{uj,i} a_{hk,v} - a_{uk,i} a_{hj,v} - a_{uk,v} a_{jh,i})$$
$$- \Sigma_{ivw} S_i c^i_{vw} (a_{hk,v} a_{uj,w} - a_{hj,v} a_{uk,w}) = 0 .$$

Queste possono ancora semplicizzarsi osservando che si ha

$$c^i_{vw} = - \Sigma_{rs} a^i_{rs} c_{wr} c_{vs}$$

e che conseguentemente, in forza delle (4), si ottiene

$$\Sigma_{ivw} S_i c^i_{vw} (a_{hk,v} a_{uj,w} - a_{hj,v} a_{uk,w}) = - \Sigma_{rsvw} \lambda_{rs} c_{rw} c_{sv} (a_{hk,v} a_{uj,w} - a_{hj,v} a_{ku,w})$$
$$+ \Sigma_{ivw} S_v^w c_{iw} (a_{uj,v} a_{hk,i} + a_{uj,i} a_{hk,v} - a_{uk,i} a_{hj,v} - a_{uk,v} a_{hj,i}) ,$$

talchè le (8) assumono la forma

$$(9) \quad \lambda^j_{hk,u} - \lambda^k_{hj,u} + \Sigma_{vw} c_{vw} (\lambda_{uk,v} a_{hj,w} + \lambda_{hj,w} a_{uk,v} - \lambda_{uj,v} a_{hk,w} - \lambda_{hk,w} a_{uj,v})$$
$$+ \Sigma_{rsvw} \lambda_{rs} c_{rw} c_{sv} (a_{hk,v} a_{uj,w} - a_{hj,v} a_{ku,w})$$
$$+ \Sigma_i [S_i^h a_{iu,jk} + S_i^k a_{hu,ji} + S_i^j a_{hu,ik} + S_i^u a_{hi,jk} + S_i a^i_{hu,jk}] = 0 .$$

« Se con $G_{hu,kj}$ indichiamo il primo membro di questa equazione e ricordiamo le note relazioni

$$a_{ij,hh} = 0 \ , \quad a_{ij,hk} = a_{hk,ij} \ , \quad a_{ij,hk} + a_{ij,kh} = 0 \ , \quad a_{ij,hk} + a_{ih,kj} + a_{ik,jh} = 0$$

si riconosce che si ha

$$G_{hu,kj} + G_{uh,kj} = 0 \ , \ G_{hu,kj} = G_{kj,hu} \ , \ G_{hu,kk} = 0 \ , \ G_{hu,kj} + G_{hk,ju} + G_{hj,uk} = 0.$$

Conseguentemente le (9), che, nel caso in cui le coordinate fossero n; si ridurrebbero a sole $\frac{n^2(n^2-1)}{12}$ distinte (¹), nel caso nostro di $n = 3$ danno 6

(¹) Il prof. Ricci mi fa osservare che nel § 5 del lavoro da lui pubblicato tra gli *Studî dedicati dall'Università di Padova a quella di Bologna* in occasione dell'VIII Centenario di questa, come applicazione dei metodi ivi proposti furono da lui date delle equazioni (quelle contrassegnate colla lettera (E)), dalle quali possono dedursi le (9) della presente Nota, purchè si avverta che i coefficienti

$$a_{ih,ljk} = a_{ih,lj,k} + a_{ih,jk,l} + a_{ih,kl,j}$$

sono identicamente nulli e che il non avere avvertito ciò assieme ad un errore di segno avvenuto nel calcolare le somme

$$G_{hi,jl} + G_{hj,li} + G_{hl,ij}$$

lo indussero a concludere che per le varietà curve ad n dimensioni il numero delle equazioni (E) distinte fra di loro fosse maggiore in vece che eguale ad $\frac{n^2(n^2-1)}{12}$, come avrebbe diversamente concluso, e come risulta anche dal presente lavoro.

equazioni distinte e le S verranno determinate dalle (4) e (7) a meno di sei costanti arbitrarie soltanto quando le (9) o sieno identicamente soddisfatte o sieno una conseguenza delle (4).

« Quando lo spazio considerato sia euclideo le quantità $a_{rs,uv}$ sono tutte nulle, e conseguentemente possiamo dire che nello spazio euclideo sei funzioni $\lambda_{hk}\,(\lambda_{hk}=\lambda_{kh})$ rappresentano i coefficienti di una deformazione se soddisfano le equazioni

$$(9_a)\quad \lambda^j{}_{hk,u}-\lambda^k{}_{hj,u}+\Sigma_{vw}\,c_{vw}\,(\lambda_{uk,v}\,a_{hj,w}+\lambda_{hj,w}\,a_{uk,v}-\lambda_{uj,v}\,a_{hk,w}-\lambda_{hk,w}\,a_{uj,v}) + \Sigma_{rsvw}\,\lambda_{rs}\,c_{rw}\,c_{sv}\,(a_{hk,v}\,a_{uj,w}-a_{hj,v}\,a_{ku,w})=0$$

ed i corrispondenti spostamenti sono allora determinati a meno di sei costanti arbitrarie.

« Se l'elemento ha la forma $dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2$, le (9_a) coincidono colle note equazioni condizionali date dal Kirchhoff nella 27ª delle sue *Vorlesungen über mathematische Physik*.

« In generale, se le (9) devono essere conseguenza delle (4), dovrà essere possibile determinare sei sistemi di coefficienti A_{hk}, B_{hk}, C_{hk}, D_{hk}, E_{hk}, F_{hk} tali che moltiplicando per essi le (4) e sommando ogni volta si trovi una delle (9). Stabilita la proporzionalità fra i coefficienti delle S e delle loro derivate nelle equazioni (9) ed in quelle, che così si ottengono, si riconosce che questa condizione equivale all'altra che, posto $\beta_{rs}=\dfrac{a_{r+1\ r+2\ ,\ s+1\ s+2}}{a}$, sieno verificate le relazioni

$$(10)\qquad \frac{\beta_{11}}{c_{11}}=\frac{\beta_{22}}{c_{22}}=\frac{\beta_{33}}{c_{33}}=\frac{\beta_{12}}{c_{12}}=\frac{\beta_{13}}{c_{13}}=\frac{\beta_{23}}{c_{23}}\,.$$

Supposto che queste equazioni sieno soddisfatte, i valori delle A_{hk}, B_{hk}, ecc. sono determinati completamente in funzione delle a_{hk} e loro derivate, e le equazioni di condizione per le funzioni λ si ottengono uguagliando i primi membri delle sei equazioni (9_a) a $\Sigma A_{hk}\,\lambda_{hk}$, $\Sigma B_{hk}\,\lambda_{hk}$, ecc. rispettivamente.

« Quando lo spazio è a curvatura costante positiva $K=\dfrac{1}{\alpha^2}$, posto l'elemento lineare sotto la forma

$$ds^2=\frac{dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2}{\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2+\dfrac{1}{4\alpha^2}\right)^2}\,,$$

si riconosce subito che le (10) sono soddisfatte, perchè allora si ha

$$a_{12,31}=a_{23,12}=a_{31,23}=0\quad,\quad a_{12,12}=a_{13,13}=a_{23,23}$$

e lo stesso accade se lo spazio è a curvatura costante negativa $K=-\dfrac{1}{\alpha^2}$, quando si prenda l'elemento lineare sotto la forma

$$ds^2=\frac{\alpha^2}{x_3^2}\,(dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2)\,;$$

ma la condizione espressa dalle (10) è invariantiva, poichè tanto i numeratori quanto i denominatori di quelle frazioni sono coefficienti di una forma quadratica controvariante alla (1), quindi, dimostrato ch'esse valgono per una forma speciale dell'elemento lineare, resulta ch'esse valgono per qualsiasi altro sistema di coordinate. Vediamo dunque che anche negli spazi a curvatura costante i coefficienti di deformazione determinano gli spostamenti a meno di sei costanti arbitrarie.

« Se le (9) non sono una conseguenza delle (4) e sono tutte fra loro distinte, si ricaveranno dalle (4) e dalle (9) le S_i e le S_i^h in funzione delle λ e delle a_{hk} e si otterranno le equazioni di condizione per le λ esprimendo che la funzione che da S_i^h è effettivamente la derivata rapporto ad x_h di quella, che definisce S_i. Queste equazioni di condizione sono in generale 9 e gli spostamenti vengono allora completamente determinati. Nei casi intermedi, quando cioè o le (9) non son tutte fra loro distinte, o soltanto in parte sono conseguenze delle (4), le S_i vengono determinate a meno di un numero di costanti arbitrarie minore di sei ».

Matematica. — *Sopra una classe di equazioni differenziali a derivate parziali di ordine* m. Nota del prof. A. TONELLI, presentata dal Corrispondente V. CERRUTI.

« I risultati ottenuti in due mie precedenti Note pubblicate in questi Rendiconti e relative ad equazioni differenziali a derivate parziali del 2° e del 3° ordine, possono estendersi alle equazioni differenziali a derivate parziali di forma analoga e di ordine qualunque.

« Prendasi per questo a considerare l'equazione differenziale di ordine m:

$$(1) \qquad \sum_{\alpha_1\dots\alpha_m} \frac{\partial^m z}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_m}} + P_{m-1}^{(m)} \sum_{\alpha_1\dots\alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-1} z}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_{m-1}}} + \dots + P_s^{(m)} \sum_{\alpha_1\dots\alpha_s} \frac{\partial^s z}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_s}} + \dots + P_1^{(m)} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_1}} + P_0^{(m)} z = M$$

dove gl'indici $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ assumono tutti i valori da 1 ad n, e i coefficienti $P_{m-1}^{(m)}, \dots, P_s^{(m)}, \dots, P_0^{(m)}$, M, sono funzioni delle sole variabili indipendenti $x_1, x_2, \dots, x_n$; e si osservi che può scriversi nel seguente modo:

$$(2) \qquad \sum_{\alpha_1} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_1}} \left\{ \sum_{\alpha_2\dots\alpha_m} \frac{\partial^{m-1}}{\partial x_{\alpha_2}\dots\partial x_{\alpha_m}} + P_{m-2}^{(m-1)} \sum_{\alpha_2\dots\alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-2} z}{\partial x_{\alpha_2}\dots\partial x_{\alpha_{m-2}}} + \dots + P_{s-1}^{(m-1)} \sum_{\alpha_2\dots\alpha_s} \frac{\partial^{s-1} z}{\partial x_{\alpha_2}\dots\partial x_{\alpha_s}} + \dots + P_1^{(m-1)} \sum_{\alpha_2} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_2}} + P_0^{(m-1)} \right\} + P^{(m-1)} z = M$$

qualora i nuovi coefficienti

$$P^{(m-1)}_{m-2},\dots,P^{(m-1)}_{s-1},\dots,P^{(m-1)}_{0},P^{(m-1)}$$

vengano determinati per mezzo delle relazioni

$$(3)\quad\left\{\begin{aligned}&P^{(m-1)}_{m-2}=P^{(m)}_{m-1}\\&\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P^{(m-1)}_{m-2}}{\partial x_{\alpha_1}}+P^{(m-1)}_{m-3}=P^{(m)}_{m-2}\\&\dots\dots\dots\dots\dots\\&\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P^{(m-1)}_{s}}{\partial x_{\alpha_1}}+P^{(m-1)}_{s-1}=P^{(m)}_{s}\\&\dots\dots\dots\dots\dots\\&\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P^{(m-1)}_{0}}{\partial x_{\alpha_1}}+P^{(m-1)}=P^{(m)}_{0}\end{aligned}\right.$$

dalle quali si ricava facilmente

$$(4)\quad P^{(m-1)}_{s-1}=P^{(m)}_{s}-\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P^{(m)}_{s+1}}{\partial x_{\alpha_1}}+\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2 P^{(m2)}_{s+}}{\partial x_{\alpha_1}\,\partial x_{\alpha_2}}-\dots$$

$$\dots+(-1)^h\sum_{\alpha_1\dots\alpha_h}\frac{\partial^h P^{(m)}_{s+h}}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_h}}+\dots+(-1)^{m-s-1}\sum_{\alpha_1\dots\alpha_{m-s-1}}\frac{\partial^{m-s-1}P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_{m-s-1}}}$$

e, in particolare

$$(4')\quad P^{(m-1)}=P^{(m)}_{0}-\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P^{(m)}_{1}}{\partial x_{\alpha_1}}+\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2 P^{(m)}_{2}}{\partial x_{\alpha_1}\partial x_{\alpha_2}}-\dots$$

$$\dots+(-1)^h\sum_{\alpha_1\dots\alpha_h}\frac{\partial^h P^{(m)}_{h}}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_h}}+\dots+(-1)^{m-1}\sum_{\alpha_1\dots\alpha_{m-1}}\frac{\partial^{m-1}P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_{m-1}}}.$$

« Dalla forma della (2) si vede subito che quando tra' coefficienti della (1) sia soddisfatta la relazione

$$(5)\quad P^{(m-1)}=0$$

il problema della integrazione della (1), si riduce all'altro più semplice della integrazione di una equazione differenziale della stessa forma e di ordine inferiore di una unità. Infatti, dopo aver posto per brevità

$$(6)\quad\sum_{\alpha_2\dots\alpha_m}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_{\alpha_2}\dots\partial x_{\alpha_m}}+P^{(m-1)}_{m-2}\sum_{\alpha_2\dots\alpha_{m-1}}\frac{\partial^{m-2}z}{\partial x_{\alpha_2}\dots\partial x_{\alpha_{m-1}}}+\dots$$

$$\dots+P^{(m-1)}_{1}\sum_{\alpha_2}\frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_2}}+P^{(m-1)}_{0}z=Z_{m-1}$$

la (1) si potrà scrivere

$$(7)\quad\sum_{\alpha_1}\frac{\partial Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}}=M$$

e poichè questa si integra con semplici quadrature, così tutto sarà ridotto all'integrazione della (6).

« 2. Delle relazioni, che, come la (5), corrispondono a casi nei quali l'ordine della (1) può ridursi di una unità, se ne possono ottenere quante se ne vuole. Osserviamo per questo, prima di tutto, che se si ha una espressione differenziale della forma:

$$\sum_{\alpha_2\ldots\alpha_{\mu+1}} \frac{\partial^{\mu} z}{\partial x_{\alpha_2}\ldots\partial x_{\alpha_{\mu+1}}} + A \sum_{\alpha_2\ldots\alpha_{\mu}} \frac{\partial^{\mu-1} z}{\partial x_{\alpha_2}\ldots\partial x_{\alpha_{\mu}}} + \cdots + L \sum_{\alpha_2} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_2}} + Sz$$

e si pone

$$z = a + b \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z}{\partial x_{\alpha_1}}$$

con a e b funzioni delle sole variabili indipendenti, otterremo, come risultato della sostituzione, una espressione differenziale della forma

$$b \sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{\mu+1}} \frac{\partial^{\mu+1} z}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{\mu+1}}} + A' \sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{\mu}} \frac{\partial^{\mu} Z}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{\mu}}} + \cdots + L' \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z}{\partial x_{\alpha_1}} + S'$$

dove i coefficienti $A', \ldots, L'$ sono funzioni di b e dei coefficienti $A, \ldots, L, S$. Ciò è di per sè evidente e sarebbe superfluo il dimostrarlo, come del resto si potrebbe fare sia direttamente sia col metodo induttivo.

« Premesso questo, e supposto che la (5) non sia verificata, la (1) può scriversi

$$(8) \qquad \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}} + P^{(m-1)} z = M$$

con Z_{m-1} definita dalla (6). Ma, nella nostra ipotesi, la (8) ci dà:

$$z = \frac{M}{P^{(m-1)}} - \frac{1}{P^{(m-1)}} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}}$$

per cui, servendoci di questa onde trasformare la (6), otterremo, a causa dell'osservazione ora fatta, la seguente equazione differenziale:

$$-\frac{1}{P^{(m-1)}} \sum_{\alpha_1\ldots\alpha_m} \frac{\partial^m Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_m}} + K \sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-1} Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{m-1}}} + \cdots$$

$$\cdots + \lambda \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}} + \pi = Z_{m-1}$$

dove $\varkappa, \ldots \lambda$, $P^{(m-1)}$ si esprimono per mezzo dei primi m coefficienti della (1). Cambiando tutto di segno, e moltiplicando per $P^{(m-1)}$, l'equazione in Z_{m-1}

assumerà la forma

$$(9) \qquad \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_m} \frac{\partial^m Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_m}} + Q_{m-1} \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-1} Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_{m-1}}} + \cdots$$

$$\cdots + Q_1 \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}} + P^{(m-1)} Z_{m-1} = Q$$

« L'ordine di questa equazione differenziale si riduce di una unità quando sia soddisfatta la relazione

$$P^{(m-1)} - \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Q_1}{\partial x_{\alpha_1}} + \sum_{\alpha_1 \alpha_2} \frac{\partial^2 Q_2}{\partial x_{\alpha_1} \partial x_{\alpha_2}} + \cdots + (-1)^{m-1} \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-1} Q_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_{m-1}}} = 0$$

la quale corrisponderà ad un caso di riduzione della (1), perchè l'integrale di questa equazione, per mezzo della (8), si ottiene immediatamente non appena siasi integrata la (9). Ad ognuno di questi casi di riducibilità corrispondono infinite equazioni della forma (1), la cui integrazione si riduce a quella di una equazione differenziale della medesima forma di ordine inferiore di una unità. Ripetendo il processo ora adoperato, potremo ottenere tanti casi di riducibilità quanti se ne vuole.

« 3. È chiaro però che ad ognuno di questi casi corrisponde una relazione diversa, che deve via via determinarsi e la cui forma si va facendo più complicata: per cui non sarà del tutto inutile stabilire una relazione unica, analoga alla (5), a cui corrispondano infiniti casi di riducibilità della (1), per la presenza di una funzione arbitraria. In questo modo poi ci verrà fatto anche di mostrare che la integrazione generale della (1) dipende dalla ricerca di certe soluzioni particolari, appartenenti a delle equazioni differenziali a derivate parziali, i cui coefficienti sono funzioni dei coefficienti della (1).

« Per raggiungere lo scopo che ci prefiggiamo è necessario però di fare prima una osservazione.

« Nelle due note sopra ricordate e relative ad equazioni differenziali della forma (1), ma del 2° e del 3° ordine, si dimostra che le espressioni differenziali

$$\sum_{\alpha_1 \alpha_2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_{\alpha_1} \partial x_{\alpha_2}} + P \sum_{\alpha_1} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_1}} + Qz$$

$$\sum_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} \frac{\partial^3 z}{\partial x_{\alpha_1} \partial x_{\alpha_2} \partial x_{\alpha_3}} + R \sum_{\alpha_1 \alpha_2} \frac{\partial z^2}{\partial x_{\alpha_1} \partial x_{\alpha_2}} + S \sum_{\alpha_1} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_1}} + Tz$$

dove P, Q, R, S, T sono funzioni delle sole variabili indipendenti $x_1, x_2, \ldots, x_n$, quando si ponga

$$z = \eta \cdot \varsigma$$

e

$$u = \sum_{\alpha_1} \frac{\partial \log \eta}{\partial x_{\alpha_1}}$$

si trasformano nelle seguenti

$$\eta\left\{\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}\partial x_{\alpha_2}}+P_1\sum_{\alpha_1}\frac{\partial\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}}+Q_1\varsigma\right\}$$

$$\eta\left\{\sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}\frac{\partial^3\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}\partial x_{\alpha_2}\partial x_{\alpha_3}}+R_1\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}\partial x_{\alpha_2}}+S_1\sum_{\alpha_1}\frac{\partial\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}}+T_1\varsigma\right\}$$

dove P_1, R_1 sono funzioni razionali intere di u; le Q_1, S_1 funzioni razionali intere di u e di $\sum_{\alpha_1}\frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_1}}$; e finalmente T_1 funzione razionale intera di u, di $\sum_{\alpha_1}\frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_1}}$ e di $\sum_{\alpha_1}\frac{\partial^2 u}{\partial x_{\alpha_1}\partial x_{\alpha_2}}$. Ciò premesso io voglio dimostrare che l'espressione differenziale di ordine m

$$\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_m}\frac{\partial^m z}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_m}}+A_{m-1}\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{m-1}}}+\cdots$$
$$\cdots+A_s\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_s}\frac{\partial^s z}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_s}}+\cdots+A_1\sum_{\alpha_1}\frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_1}}+A_0 z\,,$$

adoperando la medesima sostituzione, si trasforma nell'altra

$$\eta\left\{\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_m}\frac{\partial^m\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_m}}+B_{m-1}\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}}\frac{\partial^{m-1}\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{m-1}}}+\cdots\right.$$
$$\left.\cdots+B_s\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_s}\frac{\partial^s\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_s}}+\cdots+B_1\sum_{\alpha_1}\frac{\partial\varsigma}{\partial x_{\alpha_1}}+B_0\varsigma\right\}$$

dove i coefficienti B sono tali che, in generale, B_s è funzione razionale intera di

$$u,\sum_{\alpha_1}\frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_1}},\ldots,\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-s-1}}\frac{\partial^{m-s-1}u}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{m-s-1}}}$$

Perchè ciò risulti rigorosamente dimostrato, dopo l'osservazione fatta per le espressioni differenziali del 2° e del 3° ordine, basterà far vedere che se è vero per una espressione differenziale di ordine m, lo è pure per una espressione differenziale di ordine $m+1$.

« Una espressione differenziale della medesima forma di quelle considerate fin qui e di ordine $m+1$, si può scrivere, per ciò che si è detto in principio di questa nota, nel seguente modo:

$$\sum_{\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_{\alpha_1}}\left\{\sum_{\alpha_2\ldots\alpha_{m+1}}\frac{\partial^m z}{\partial x_{\alpha_2}\ldots\partial x_{\alpha_{m+1}}}+C_{m-1}\sum_{\alpha_2\ldots\alpha_m}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_{\alpha_2}\ldots\partial x_{\alpha_m}}+\cdots\right.$$
$$\left.\cdots+C_s\sum_{\alpha_2\ldots\alpha_{s+1}}\frac{\partial^s z}{\partial x_{\alpha_2}\ldots\partial x_{\alpha_{s+1}}}+\ldots+C_1\sum_{\alpha_2}\frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_2}}+C_0 z\right\}+Cz$$

e, dopo aver posto

$$z=\eta\,.\,\zeta\,,$$

per l'ipotesi da noi fatta diverrà

$$\sum_{\alpha_1} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_1}} \eta \left\{ \sum_{\alpha_2 \ldots \alpha_{m+1}} \frac{\partial^m \zeta}{\partial x_{\alpha_2} \ldots \partial x_{\alpha_{m+1}}} + D_{m-1} \sum_{\alpha_2 \ldots \alpha_m} \frac{\partial^{m-1} \zeta}{\partial x_{\alpha_2} \ldots \partial x_{\alpha_m}} + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots + D_s \sum_{\alpha_2 \ldots \alpha_{s+1}} \frac{\partial^s \zeta}{\partial x_{\alpha_2} \ldots \partial x_{\alpha_{s+1}}} + \ldots + D_1 \sum_{\alpha_2} \frac{\partial \zeta}{\partial x_{\alpha_2}} + D_0 \zeta \right\} + D \eta \zeta$$

dove D coincide con C, e, in generale, D_s è funzione razionale intera di

$$u \,, \quad \sum_{\alpha_2} \frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_2}} \,, \quad \ldots \,, \quad \sum_{\alpha_2 \ldots \alpha_{m-s}} \frac{\partial^{m-s-1} u}{\partial x_{\alpha_2} \ldots \partial x_{\alpha_{m-s}}} \,.$$

« Effettuando la derivazione e ponendo in evidenza la η, l'espressione trasformata assumerà la forma:

$$\eta \left\{ \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_{m+1}} \frac{\partial^{m+1} \zeta}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_{m+1}}} + E_m \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_m} \frac{\partial^m \zeta}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_m}} + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots + E_s \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_s} \frac{\partial^s \zeta}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_s}} + \ldots + E_1 \sum_{\alpha_1} \frac{\partial \zeta}{\partial x_{\alpha_1}} + E_0 \zeta \right\}$$

dove

$$E_s = u D_s + \sum_{\alpha_1} \frac{\partial D_s}{\partial x_{\alpha_1}} + D_{s-1}$$

per $s = 1, 2, \ldots, m-1$, ed

$$E_0 = u\, D_0 + \sum_{\alpha_1} \frac{\partial D_0}{\partial x_{\alpha_1}} + D$$

$$E_m = u + D_{m-1}$$

per cui si vede che E_s, per tutti i valori dell'indice da zero ad m, è una funzione razionale intera di

$$u \,, \quad \sum_{\alpha_1} \frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_1}} \,, \quad \ldots \,, \quad \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_{m-s}} \frac{\partial^{m-s} u}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_{m-s}}}$$

come appunto si doveva dimostrare.

« Premesso questo, se facciamo nella (1)

$$z = \eta \,.\, \zeta$$

si trasformerà in una nuova equazione differenziale del medesimo ordine e della medesima forma, che potrà scriversi, dopo divisa tutta per η, nel seguente modo:

$$(10) \qquad \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_m} \frac{\partial^m \zeta}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_m}} + Q_{m-1} \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-1} \zeta}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_{m-1}}} + \cdots$$

$$\cdots + Q_s \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_s} \frac{\partial^s \zeta}{\partial x_{\alpha_1} \ldots \partial x_{\alpha_s}} + \cdots + Q_1 \sum_{\alpha_1} \frac{\partial \zeta}{\partial x_{\alpha_1}} + Q_0\, \zeta = \frac{M}{\eta}$$

dove, come si è dimostrato, il coefficiente Q_s sarà funzione razionale intera di

$$u, \quad \sum_{\alpha_1} \frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_1}} \,, \ldots, \quad \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_{m-s-1}} \frac{\partial^{m-s-1} u}{\partial x_{\alpha_1} \partial x_{\alpha_{m-s-1}}} \,.$$

« Ma l'integrazione della (10), da cui dipende quella della (1), si riduce subito all'integrazione di una equazione differenziale della medesima forma e di ordine $m-1$, quando sia verificata la relazione

$$(11)\quad Q_0-\sum_{\alpha_1}\frac{\partial Q_1}{\partial x_{\alpha_1}}+\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2 Q_2}{\partial x_{\alpha_1}\partial x_{\alpha_2}}+\cdots+(-1)^{m-1}\sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}}\frac{\partial^{m-1}Q_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{m-1}}}=0$$

che comprende infiniti casi di riduzione a causa della presenza della funzione u, cui può assegnarsi una forma arbitraria, alla quale corrisponderà una espressione per η, che si ottiene con semplici quadrature.

« 4. Ma la (11) può anche considerarsi come una equazione differenziale a derivate parziali in u, di ordine $m-1$, essendo il primo membro una funzione razionale intera di

$$u,\ \sum_{\alpha_1}\frac{\partial u}{\partial x_{\alpha_1}},\ldots,\ \sum_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}}\frac{\partial^{m-1}u}{\partial x_{\alpha_1}\ldots\partial x_{\alpha_{m-1}}}$$

e quando si riescisse ad integrarla, od anche solo a determinare una sua soluzione particolare, sarebbe risoluto il problema dell'abbassamento di una unità nell'ordine della (10) ovvero della (1). Supponendo ora che, per ottenere l'integrale generale di una equazione differenziale a derivate parziali della stessa forma della (1) e di ordine $m-1$, basti la determinazione di $m-2$ soluzioni particolari, appartenenti, rispettivamente, ad altrettante equazioni differenziali degli ordini $m-2$, $m-3$,..,2, 1 ed osservando che ciò è vero per le equazioni differenziali della forma (1) corrispondenti ad $m=2$ ed $m=3$; ricordando quanto si è detto a proposito della (11), potremo enunciare il seguente

Teorema: *L'integrazione di una equazione differenziale a derivate parziali di ordine m e della forma (1), si può far dipendere dalla ricerca di $m-1$ soluzioni particolari, appartenenti, rispettivamente, ad altrettante equazioni differenziali degli ordini $m-1$, $m-2$,..., 2, 1, i cui coefficienti sono funzioni dei coefficienti della (1). L'ultima poi di queste equazioni differenziali a derivate parziali, cioè quella del primo ordine, si riduce subito ad una equazione differenziale a derivate ordinarie della forma*

$$\frac{du}{dx}=a+bu+u^2.$$

« 5. Prima di terminare lo studio delle equazioni differenziali della forma (1), si può fare una ultima considerazione. Chiamiamo in generale Z_m una espressione differenziale della forma di quella che rappresenta il primo membro della (1); avremo allora, per quanto si è già detto

$$\sum_{\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_{\alpha_1}}Z_{m-1}+P^{(m-1)}z=M$$

dove i coefficienti di Z_{m-1} sono dati in funzione di quelli di Z_m per mezzo della (4), e $P^{(m-1)}$ per mezzo della (4'). Nel medesimo modo potremo scrivere

$$\sum_{\alpha_2} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_2}} Z_{m-2} + P^{(m-2)} z = Z_{m-1}$$

e i coefficienti di Z_{m-2} e la $P^{(m-2)}$ si determineranno in funzione di quelli di Z_{m-1} colle medesime formule (4), (4') dove m vien cambiato in $m-1$. Proseguendo in questo medesimo modo potremo scrivere il seguito di equazioni differenziali

$$(12)\quad \begin{cases} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial}{\partial x_1} Z_{m-1} + P^{(m-1)} z = Z_m = M \\ \sum_{\alpha_2} \frac{\partial}{\partial x_2} Z_{m-2} + P^{(m-2)} z = Z_{m-1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum_{\alpha_s} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_s}} Z_{m-s} + P^{(m-s)} z = Z_{m-s+1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum_{\alpha_{m-2}} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_{m-2}}} Z_2 + P^{(2)} z = Z_3 \\ \sum_{\alpha_{m-1}} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_{m-1}}} Z_1 + P^{(1)} z = Z_2 \end{cases}$$

dove in generale i coefficienti di Z_h e la $P^{(h)}$ si ottengono dai coefficienti di Z_{h+1} colle formule (4), (4') dove al posto di m si pone $h+1$. Ciò posto se tra coefficienti della (1) sono contemporaneamente verificate le relazioni

$$(13)\qquad P^{(m-1)} = P^{(m-2)} = \cdots = P^{(2)} = P^{(1)} = 0$$

per mezzo di semplici quadrature, col sistema (12), si potranno determinare le funzioni:

$$Z_{m-1}\,,\quad Z_{m-2}\,,\ \cdots\,,\ Z_2\,,\ Z_1$$

e poichè anche l'equazione differenziale

$$\sum_{\alpha_m} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_m}} + P_0^{(1)} z = Z_1$$

è integrabile con semplici quadrature, così può dirsi che in questo caso la (1) si integra immediatamente. Abbiamo quindi infiniti casi di equazioni come la (1) integrabili per semplici quadrature perchè le (13), oltre essere equazioni differenziali rispetto ai coefficienti della (1), rappresentano pure $m-1$ sole relazioni tra suoi primi m coefficienti.

« Alle relazioni (13), la cui ricerca ha formato lo scopo principale di questa Nota, può assegnarsi una forma abbastanza semplice in funzione dei primi m coefficienti della » (1).

Matematica. — *Sopra una generalizzazione del principio della media aritmetica.* Nota del prof. P. Pizzetti, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

« 1.° Siano

$$x_1, x_2, \ldots x_n$$

i valori ottenuti per una certa incognita fisica x, mediante n osservazioni dirette della stessa natura ed eseguite in identiche circostanze. Sia poi y il valore più plausibile da attribuirsi alla x, in seguito ai risultati delle suddette osservazioni.

« Il principio della media aritmetica, espresso dalla formola

$$(1) \qquad y = \frac{1}{n} \sum_1^n x_r,$$

è suscettibile di una notevole generalizzazione, che si ottiene sostituendo alla lettera x una funzione $f(x)$, convenientemente assegnata, della lettera stessa, e alla y la stessa funzione $f(y)$. In tal caso alla formola (1), pel calcolo del valore più plausibile si sostituisce la seguente

$$(2) \qquad f(y) = \frac{1}{n} \sum_1^n f(x_r),$$

dove, sarà necessario supporre la forma della funzione f tale che x ed $f(x)$ siano funzioni univalenti l'una dall'altra. È chiaro che quando si faccia astrazione dalle massime, più o meno convenzionali, che servono di fondamento all'ordinaria *teoria degli errori d'osservazione*, non vi ha alcun assurdo, in generale, a preferire *a priori* la formola (2) alla (1).

« 2.° Prendendo a base la relazione (2) pel calcolo del valore più plausibile di una quantità fisica ripetutamente misurata, mi propongo di ricercare quale forma debba avere la f, quando si ammetta il postulato generalmente valido per tutte le misure lineari ed angolari proprie della Geodesia, che cioè:

« ad un incremento α dato a tutte le osservazioni $x_1, x_2 \ldots x_n$ debba corrispondere un uguale incremento α per il valor più plausibile y ».

« In tal caso deve aversi per qualunque valore di α:

$$f(y+\alpha) = \frac{1}{n} \sum_1^n f(x_r+\alpha).$$

« Derivando questa due volte rispetto ad α e ponendo poi $\alpha = 0$ abbiamo:

$$(3) \qquad f(y) = \frac{1}{n} \sum_1^n f'(x_r), \qquad f''(y) = \frac{1}{n} \sum_1^n f''(x_r),$$

dove $f'(x)$, $f''(x)$ sono le derivate prima e seconda di $f(x)$ rispetto ad x.

« D' altra parte, derivando parzialmente la (2) rispetto ad $x_1, x_2 \dots x_n$ si ha:

$$(4) \qquad \begin{cases} f'(y)\dfrac{\partial y}{\partial x_1} = \dfrac{1}{n} f'(x_1), \\ f'(y)\dfrac{\partial y}{\partial x_2} = \dfrac{1}{n} f'(x_2), \\ \dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

« Sommando queste relazioni e tenendo conto delle (2) si ha l'equazione differenziale

$$(5) \qquad \frac{\partial y}{\partial x_1} + \frac{\partial y}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} = 1,$$

alla quale del resto, come è noto, deve soddisfare qualsiasi funzione y di n variabili indipendenti, quando, come qui si è ammesso, per un incremento uguale dato a tutte le variabili, la y debba pure subire lo stesso incremento.

« Derivando la prima delle (4) dapprima rispetto ad x_1, poi rispetto ad x_s (s diverso da 1) si ha

$$(6) \qquad f''(y)\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 + f'(y)\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = \frac{1}{n} f''(x_1),$$

$$(7) \qquad f''(y)\frac{\partial y}{\partial x_1}\frac{\partial y}{\partial x_s} + f'(y)\frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_s} = 0.$$

« Sommando la (6) colle $n-1$ equazioni che si ottengono dalla (7) col porvi successivamente $x = 2, 3, \dots n$, si ha, in forza delle (5):

$$f''(y)\frac{\partial y}{\partial x_1} + f'(y)\sum_1^n \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_s} = \frac{1}{n} f''(x_1).$$

« Il coefficiente di $f'(y)$ è nullo: esso è infatti la derivata parziale del primo membro della (5) rispetto ad x_1. Si ha dunque:

$$f''(y)\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{n} f''(x_1).$$

« Eliminando $\dfrac{\partial y}{\partial x_1}$ fra questa equazione e la prima delle (4) abbiamo:

$$\frac{f''(y)}{f'(y)} = \frac{f''(x_1)}{f'(x_1)}.$$

« E similmente:

$$\frac{f''(y)}{f'(y)} = \frac{f''(x_1)}{f'(x_1)} = \frac{f''(x_2)}{f'(x_2)} = \dots\dots = \frac{f''(x_n)}{f'(x_n)}.$$

« E poichè le $x_1, x_2, \dots x_n$ sono fra loro indipendenti, queste eguaglianze non possono aver luogo se non si ha:

$$\frac{f''(x)}{f'(x)} = \textit{costante},$$

donde integrando

$$f(x) = \mathrm{K} + \frac{1}{c} e^{cx+d}$$

dove K, c, d sono costanti.

« Sostituendo questa forma di $f(x)$ nella (2) e sopprimendo il fattor comune e^d, la (2) diventa:

$$\text{(8)} \qquad \frac{1}{c} e^{cy} = \frac{1}{nc}\left(e^{cx_1} + e^{cx_2} + \cdots + e^{cx_n}\right),$$

dove si è mantenuto il divisore comune c per poter considerare in particolare il caso in cui $c = 0$.

« La (8) rappresenta pertanto il principio della media aritmetica generalizzato nel senso che si è detto nel § 1, e colla restrizione imposta dal postulato enunciato al principio di questo paragrafo 2.°

« La formola della media aritmetica p.e d.a, si ottiene dalla (8) ponendovi $c = 0$. Infatti la (8) può scriversi:

$$\text{(9)} \qquad \sum_1^n \frac{1}{c} \left\{ 1 - e^{c(x_r - y)} \right\} = 0 ;$$

e questa, osservando che

$$\lim_{c=0} \frac{1}{c} (e^{cz} - 1) = z ,$$

si riduce, per $c = 0$, a

$$ny - \sum_1^n x_r = 0 .$$

« 3.° Non è senza interesse il ricercare a quale risultato sarebbe giunto Gauss nelle sue ricerche sulla legge di probabilità degli errori d'osservazione [1], se, invece di porre a base dei propri calcoli il principio della media aritmetica p.e d.a, fosse partito dalla formola più generale (8), o, ciò che è lo stesso, dalla (9).

« Indicando con $\varphi(x)dx$ la probabilità che l'errore di un' osservazione sia compreso fra x e $x + dx$ e ponendo per semplicità

$$\text{(10)} \qquad \frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi}{dt} = \mathrm{F}(t) ,$$

il valor più plausibile y di una quantità, per la quale n osservazioni indipendenti hanno dati i valori $x_1, x_2, \ldots x_n$, è dato, secondo Gauss, dall'equazione

$$\text{(11)} \qquad \mathrm{F}(x_1 - y) + \mathrm{F}(x_2 - y) + \cdots + \mathrm{F}(x_n - y) = 0 .$$

[1] Vedi Gauss, *Teoria motus corporum coelestium*. Lib. 2°, § 172 e segg.

Le equazioni (9) e (10) dovendo coesistere, qualunque siano le quantità, fra loro indipendenti, $x_1, x_2, \cdots x_n$, è necessario che sia [1]

$$F(t) = \frac{K}{c} \{ e^{ct} - 1 \}$$

dove K è una costante, d'onde, per la (10), indicando con A una nuova costante:

$$\log \varphi(t) = \frac{K}{c^2}(e^{ct} - ct) + \log A . \tag{12}$$

« La (11) esprime che la probabilità a posteriori del sistema d'errori

$$x_1 - y, \ x_2 - y, \cdots, x_n - y,$$

è massima o minima. Affinchè veramente questa probabilità sia massima, com'è richiesto dai principii di Gauss, occorre che nelle (12) sia K negativa. Porremo pertanto

$$K = -2h^2,$$

e avremo finalmente:

$$\varphi(t) = Ae^{-\frac{2h^2}{c^2}(e^{ct} - ct)} \tag{13}$$

come novella forma della legge di probabilità degli errori. La $\varphi(t)$ è massima per $t = 0$.

« Pongasi $ct = z$. La (13) potrà scriversi, indicando con A_1 una nuova costante:

$$\log \varphi(t) = \log A_1 - \frac{2h^2}{c^2}(e^z - 1 - z).$$

« Il trinomio $e^z - 1 - z$ è sempre positivo, e cresce di continuo e indefinitamente al crescere del valor assoluto di z da 0 a ∞. Ne segue che la $\varphi(t)$ diminuisce sempre variando t da 0 a $+\infty$, oppure da 0 a $-\infty$ ed ha per limite lo zero per $t = \pm \infty$.

« Sia R il rapporto fra i valori che la $\varphi(t)$ assume per due valori ($+t$ e $-t$), uguali e di segno opposto, della t. Si avrà

$$\log R = -\frac{2h^2}{c^2} \{ e^{ct} - e^{-ct} - 2ct \},$$

[1] Ciò può dimostrarsi esattamente nel modo che segue. Poniamo $x_2 = x_3 = \cdots = x_n$. La (9) e (11) diverranno rispettivamente

$$\frac{1}{c}\left\{ e^{c(x_1-y)} - 1 \right\} + \frac{n-1}{c}\left\{ e^{c(x_2 y)} - 1 \right\} = 0, \qquad F(x_1 - y) + (n-1) F(x_2 - y) = 0$$

donde, posto $x_1 - y = t_1$, $x_2 - y = t_2$ si trae:

$$\frac{e^{ct_1} - 1}{cF(t_1)} = \frac{e^{ct_2} - 1}{cF(t_2)}. \tag{α}$$

Le x_1, x_2 sono quantità fra loro indipendenti: nulla osta che in luogo di esse, si considerino invece le t_1, t_2 come variabili indipendenti. Ma allora la (α) non può sussistere a meno che non sia

$$\frac{e^{ct} - 1}{cF(t)} = \textit{costante}.$$

ovvero sviluppando gli esponenziali in serie:

$$\log R = -\frac{2h^2 ct^3}{3}\left\{1 + \frac{c^2 t^2}{4.5} + \frac{c^4 t^4}{4.5.6.7} + \cdots\right\}.$$

« Se t, come possiam supporre, è positivo, questa formola mostra che R è maggiore o minore dell'unità secondo che c è minore o maggiore di zero. Vale a dire: per c negativo, gli errori positivi sono più facili a verificarsi che i negativi di egual valore assoluto. Per c positivo ha luogo l'inverso. Se si volesse che gli errori positivi avessero ugual probabilità che i negativi, di pari valore assoluto, bisognerebbe che fosse $c = 0$, nel qual caso, come ora vedremo, la $\varphi(t)$ si riduce alla nota forma Gaussiana

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 t^2}.$$

« La costante A nella (13) si determina colla condizione che si abbia

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\, dt = 1.$$

« Ora posto $\frac{2h^2}{c^2} = n, \quad ne^{cz} = x$

si ha senza difficoltà

$$(14) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\, dt = \frac{A}{\bar{c} \cdot n^n} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{n-1}\, dx$$

dove $\bar{c}$ indica il valore assoluto di c. L'integrale che compare nel 2° membro della (14) è il notissimo integrale Euleriano, che si denota con $\Gamma(n)$, e del quale esistono delle espressioni approssimate per n assai grande. Sarà dunque:

$$A = \frac{\bar{c}\, n^n}{\Gamma(n)}.$$

La legge di probabilità degli errori che corrisponde alla formola (8) è dunque finalmente:

$$(15) \qquad \varphi(t) = \frac{\bar{c}\, n^n}{\Gamma(n)} e^{-ne^{ct} + nct} = \frac{\bar{c}\, n^n e^{-n}}{\Gamma(n)} e^{-n(e^{ct} - 1 - ct)},$$

dove

$$n = \frac{2h^2}{c^2}.$$

« Per $c = 0$ si ha $n = \infty$; ora come è noto si ha:

$$\lim_{n=\infty} \frac{\Gamma(n)}{(n-1)^{n-1} e^{-n+1} \cdot \sqrt{2\pi(n-1)}} = 1.$$

« Quindi

$$\lim_{c=0} \frac{\bar{c}\, n^n e^{-n}}{\Gamma(n)} = \lim_{n=\infty} \frac{e^{-1}\, \bar{c} \sqrt{n}}{\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n-1} \sqrt{2\pi \frac{n-1}{n}}}.$$

« Sostituendo ad n il suo valore ed osservando che

$$\lim_{n=\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^n = \frac{1}{e}$$

si ha

$$\lim_{c=0} \frac{\bar{c} n^n e^{-n}}{\Gamma(n)} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} .$$

« Si ha poi evidentemente

$$\lim_{c=0} \frac{2h^2}{c^2} (e^{ct} - 1 - ct) = h^2 t^2 .$$

» Quindi

$$\lim_{c=0} \varphi(t) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 t^2} ,$$

vale a dire: la legge di probabilità degli errori, espressa dalla formola (15) si riduce, per $c = 0$, alla nota forma che corrisponde al principio della media aritmetica. Ciò che del resto si poteva prevedere ».

Matematica. — *Sopra una certa formula esprimente la probabilità degli errori di osservazione.* Nota del prof. P. Pizzetti, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

« 1°. Nella mia precedente Nota, *Sopra una generalizzazione del principio della media aritmetica*, ho considerato un certo modo di calcolare il valore più plausibile di una quantità ripetutamente misurata, e ho dimostrato che la corrispondente legge di probabilità degli errori è della forma:

$$\varphi(z) = \frac{\bar{c}\, n^n}{\Gamma(n)} e^{-n\,(e^{cz} - cz)} \tag{1}$$

dove $\bar{c}$ è il valore assoluto di c e dove, al solito,

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx .$$

« Nella presente Nota mi propongo di dedurre alcuni sviluppi, che possono servire a calcolare, in base alla formola (1), la probabilità che l'errore di un'osservazione cada fra limiti assegnati.

« Supporrò, nei calcoli seguenti, $c > 0$. Nel caso che sia $c < 0$, i risultati che seguono sono ancora applicabili purchè vi si cangi z in $-z$.

« 2°. Posto $e^{cz} = u$, si avrà:

$$\int_{-\infty}^{z} e^{-n(e^{cz} - cz)} dz = \frac{1}{c} \int_0^u e^{-nu} u^{n-1} du . \tag{2}$$

« Integrando per parti

$$
(3)\qquad \begin{cases} \displaystyle\int_0^u e^{-nu}\, u^{n-1}\, du = \frac{u^n}{n} e^{-nu} + \frac{n}{n}\int_0^u e^{-nu}\, u^n\, du\,, \\[2ex] \displaystyle\int_0^u e^{-nu}\, u^n\, du = \frac{u^{n+1}}{n+1} e^{-nu} + \frac{n}{n+1}\int_0^u e^{-nu}\, u^{n+1}\, du\,, \end{cases}
$$

e così di seguito. Indicando con I il primo membro della (2), si ha pertanto, in virtù delle (3)

$$
(4)\qquad \begin{aligned} \mathrm{I} = \frac{e^{-nu}}{c}\Big\{ & \frac{u^n}{n} + \frac{u^{n+1}}{n+1} + \frac{n}{n+1}\cdot\frac{u^{n+2}}{n+2} + \frac{n}{n+1}\cdot\frac{n}{n+2}\cdot\frac{u^{n+3}}{n+3} + \\ & + \ldots\ldots + \frac{n}{n+1}\cdot\frac{n}{n+2}\cdots\frac{n}{n+p-2}\cdot\frac{u^{n+p-1}}{n+p-1}\Big\} + \\ & + \frac{1}{c}\cdot\frac{n}{n+1}\cdot\frac{n}{n-2}\cdots\frac{n}{n+p-1}\int_0^u e^{-nu}\, u^{n+p-1}\, du\,. \end{aligned}
$$

« Se nel 2° membro di queste formole si continua indefinitamente la sostituzione successiva per mezzo di formole analoghe alle (3), questo secondo membro si trasforma in una serie, la quale è sempre convergente per qualsiasi valore finito di u. Il resto della serie dopo p termini è

$$
\frac{1}{c}\,\frac{n}{n+1}\cdot\frac{n}{n+2}\cdot\ \cdots\ \frac{n}{n+p-1}\int_0^u e^{-nu}\, u^{n+p-1}\, du
$$

dove (essendo n ed u sempre positivi) l'integrale è minore di

$$
\int_0^u u^{n+p-1}\, du = \frac{u^{n+p}}{u+p}
$$

Il detto resto è dunque minore del $(p+1)^{\text{esimo}}$ termine della serie moltiplicato per e^{nu}.

« Ponendo in particolare nelle (2) (4) $z=0$ e quindi $u=1$ si ha

$$
\int_{-\infty}^0 e^{-n(e^{cz}-cz)}\, dz = \frac{1}{c}\int_0^1 e^{-nu}\, u^{n-1}\, du =
$$

$$
= \frac{e^{-nu}}{nc}\Big\{1 + \frac{n}{n+1} + \frac{n^2}{(n+1)(n+2)} + \ldots + \frac{n^p}{(n+1)(n+2)\ldots(n+p)} + \ldots\Big\}.
$$

« 3°. L'integrale

$$
\mathrm{I} = \int_{-\infty}^z e^{-n(e^{cz}-cz)}\, dz
$$

può ancora ottenersi mediante un altro sviluppo. Si ha, integrando per parti:

$$
\int_u^\infty e^{-nu}\, u^{n-1}\, du = \frac{1}{n} e^{-nu}\, u^{n-1} + \frac{n-1}{n}\int_u^\infty e^{-nu}\, u^{n-2}\, du\,,
$$

$$
\int_u^\infty e^{-nu}\, u^{n-2}\, du = \frac{1}{n} e^{-nu}\, u^{n-2} + \frac{n-2}{n}\int_u^\infty e^{-nu}\, u^{n-3}\, du\,,
$$

e così di seguito. Quindi ponendo

$$I_1 = \frac{1}{c} \int_u^\infty e^{-nu}\, u^{n-1}\, du$$

si avrà

$$(5) \quad I_1 = \frac{e^{-nu}}{nc} \Big\{ u^{n-1} + \frac{n-1}{n} u^{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{n^2} u^{n-3} + \dots + \\ + \frac{(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)}{n^{p-1}} u^{n-p} \Big\} + \frac{(n-1)(n-2)\dots(n-p)}{cn^p} \int_u^\infty e^{-nu} u^{n-p-1} du.$$

« Proseguendo indefinitamente nella integrazione per parti, il secondo membro della (5) si trasforma in una serie, la quale è sempre divergente. Questa serie tuttavia, quando sia limitata ad un conveniente numero di termini *al di là dell'* n^{esimo}, può, per valori di u abbastanza grandi, servire utilmente al calcolo di I_1. Infatti l'errore che si commette assumendo, come valore di I_1, l'aggregato dei primi p termini del 2° membro della (5) è espresso da

$$E = \frac{(n-1)(n-2)\dots(n-p)}{cn^p} \int_u^\infty e^{-nu}.u^{n-p-1}\, du$$

Supponiamo $p > n$. Avremo, in valore assoluto,

$$E < \frac{(n-1)(n-2)\dots(n-p)}{cn^p} e^{-nu} \int_u^\infty u^{n-p-1}\, du\,.$$

Eseguendo l'integrazione ed osservando che, nelle condizioni supposte, u^{n-p} si annulla per $u = \infty$, si vede che il detto errore E è minore del termine p^{esimo} del 2° membro della (5). Se pertanto questo termine p^{esimo} è tanto piccolo da essere trascurabile in un dato ordine di approssimazione, l'aggregato dei primi p termini nel 2° membro della (5) può rappresentare, in questo stesso ordine d'approssimazione, l'integrale I_1.

« Si è supposto, in ciò che precede, che n non sia intero. Se n è intero l'integrale I_1 si esprime evidentemente in termini finiti, riducendosi il 2° membro della (5) alla somma

$$\frac{e^{-nu}}{cn} \Big\{ u^{n-1} + \frac{n-1}{n} u^{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{n^2} u^{n-3} + \dots + \\ + \frac{(n-1)(n-2)\dots 3.2}{n^{n-2}} u + \frac{(n-1)(n-2)\dots 3.2.1}{n^{n-1}} \Big\}.$$

« Una volta conosciuto l'integrale I_1 si ha l'integrale I dalla relazione

$$(6) \quad I = \frac{1}{c} \int_0^\infty e^{-nu}\, u^{n-1}\, du - I_1 = \frac{\Gamma(n)}{cn^n} - I_1\,.$$

« 4° Ammessa la legge (1) per la probabilità degli errori d'osservazione, l'integrale

$$(7) \quad P = \frac{cn^n}{\Gamma(n)} \int_{-\infty}^{z'} e^{-ne^{cz}+ncz}\, dz = \frac{cn^n}{\Gamma(n)} I$$

misura la probabilità che l'errore di un'osservazione sia compreso fra $-\infty$ e z'. Posto

$$e^{cz'} = u$$

i valore di I nella (7) potrà calcolarsi mediante lo sviluppo (4) limitato ad un conveniente numero di termini. Questo sviluppo conviene specialmente al caso che z' sia negativo.

« Quando z' sia positivo e abbastanza grande il valore di I può invece comodamente calcolarsi colle formole (5) e (6), dove nel 2° membro della (5) si deve prendere un numero conveniente di termini nel modo che si è detto.

« 5°. Nè l'uno, nè l'altro dei precedenti sviluppi è comodamente applicabile per calcolare la probabilità che l'errore di un' osservazione sia compreso tra 0 e z, per piccoli valori di z. Lo sviluppo seguente può servir bene in tal caso; esso è del resto convergente per qualsiasi valore di z. Posto

$$\frac{1}{c^2}\left(e^{cz} - 1 - cz\right) = \alpha$$

e ricordando che

$$n = \frac{2h^2}{c^2}$$

si ha

$$e^{-n(e^{cz}-cz)} = e^{-n}.e^{-2h^2\alpha} =$$

$$= e^{-n}\left(1 - 2\,h^2\,\alpha + 2h^4\,\alpha^2 - \frac{4}{3}\,h^6\,\alpha^3 + \dots \pm \frac{2^s\,\alpha^{2s}\,\alpha^s}{\underline{|s}} \mp \dots\right)$$

« Applicando alla serie entro parentesi l'integrazione termine a termine, il che evidentemente può farsi, e moltiplicando il risultato per $\frac{cn^n}{\Gamma(n)}$ otteniamo la probabilità P_z che l'errore di un'osservazione cada fra i limiti 0 e z espressa da

$$(8)\quad P_z = \frac{cn^n\,e^{-n}}{\Gamma(n)}\left(z - 2h^2\,a_1 + 2h^4\,b_1 - \frac{4}{3}\,h^6\,c_1 + \dots \pm \frac{2^s\,h^{2s}}{\underline{|s}}\,t_1 \mp \dots\right),$$

dove si è posto

$$(9)\quad \begin{aligned} a_1 &= \int_0^z \alpha\,dz \quad , \quad b_1 = \int_0^z \alpha^2 dz \quad , \quad c_1 = \int_0^z \alpha^3 dz\,,\ \text{ecc.} \\ t_1 &= \int_0^z \alpha^s dz\,,\ \text{ecc.} \end{aligned}$$

« È facile vedere che la (8) è sempre convergente. Infatti, qualunque sia z, si ha, indicando con $\bar{z}$ il valore numerico di z,

$$\alpha < \frac{\bar{z}^2}{2}\,e^{c\bar{z}}$$

(si ricordi che α è sempre positivo). Quindi

$$\textit{Val.}^e\ \textit{num.}^o\ \textit{di}\ t_1 < e^{sc\bar{z}} \cdot \frac{1}{2^s}\int_0^{\bar{z}} z^{2s} dz$$

ossia

$$\text{Val.}^e \text{ num.}^o \text{ di } t_1 < \left(\frac{z^2}{2} e^{c\bar{z}}\right)^s \frac{\bar{z}}{2s+1}.$$

« Segue da ciò che i termini della serie (8) sono ordinatamente minori di quelli di una serie il cui termine generale è della forma

$$\frac{H^s}{\underline{|s}\,(2s+1)}$$

La serie (8) è dunque convergente per qualsiasi valore finito di z.

« Le quadrature (9) possono ottenersi in termini finiti; ma pel calcolo numerico è più conveniente ottenere dei risultati nei quali l'esponenziale e^{cz} sia sviluppato in serie. Facendo questo sviluppo si ha

$$\alpha = \frac{z^2}{2} + \frac{cz^3}{6} + \frac{c^2 z^4}{\underline{|4}} + \dots$$

quindi senza difficoltà [1]

$$a_1 = \frac{z^3}{\underline{|3}} + \frac{cz^4}{\underline{|4}} + \frac{c^2 z^5}{\underline{|5}} + \dots$$

$$b_1 = \frac{z^5}{20} + \frac{cz^6}{36} + \frac{5}{504} c^2 z^7 + \dots$$

$$c_1 = \frac{z^7}{56} + \frac{cz^8}{64} + \dots$$

$$d_1 = \frac{z^9}{144} + \dots$$

« Come si vede, per valori abbastanza piccoli di z i successivi termini dello sviluppo (8) decrescono rapidamente e lo sviluppo stesso dà, anche limitato a pochi termini, un valore molto approssimato di P_z.

« 6°. Abbiamo veduto che la legge (1) di probabilità degli errori o ciò che è lo stesso la

$$\varphi(z) = A_1 e^{-\frac{2h^2}{c^2}(e^{cz}-1-cz)}, \tag{10}$$

dove A_1 è determinato per modo che si abbia

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(z)\, dz = 1$$

(1) La legge di formazione dei coefficienti $a_1, b_1, c_1 \dots$ non risulta evidente nelle formole qui scritte. Ma si ottiene facilmente un metodo per calcolare quanti si vogliano termini del sistema $a_1, b_1, c_1 \dots$ cercando di esprimere questi coefficienti in funzione degli integrali *semplice, doppio, triplo* etc. della funzione α rispetto a z, dove tutte le integrazioni si intendono ostese da 0 a z. Questi integrali multipli hanno una espressione generale semplicissima, e da essi si ricavano i nostri coefficienti a_1, b_1, c_1 ... per mezzo di un sistema di relazioni pure assai semplici. Non diamo qui i risultati di questo calcolo abbastanza elegante, perchè non necessario allo scopo pratico cui sono diretti gli sviluppi esposti in questa Nota.

si riduce, per $c = o$, alla ben nota forma

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 z^2} .$$

« È pertanto interessante di vedere gli sviluppi che conviene usare per rappresentare l'integrale:

$$(11) \qquad \int_0^z \varphi(z)\, dz$$

nel caso in cui c abbia un valore molto piccolo, vale a dire, nel caso in cui la (10) si scosti assai poco da quella legge di frequenza degli errori che convien al principio della media aritmetica.

« Considerando l'integrale (11) come una funzione di c conviene, in questo caso, svilupparlo in serie ordinata secondo le potenze crescenti di c. Poniamo:

$$-\frac{2h^2}{c^2}(e^{cz} - 1 - cz) = \mathrm{F} .$$

« Sviluppando l'esponenziale e^{cz} in serie si ha

$$\mathrm{F} = -2h^2\left(\frac{z^2}{2} + \frac{cz^3}{\underline{|3}} + \frac{c^2 z^4}{\underline{|4}} + \dots + \frac{c^s z^{s+2}}{\underline{|s+2}} \dots\right)$$

« La derivata s^{ma} della serie entro parentesi rispetto a c è una serie il cui primo termine è

$$\frac{z^{s+2} \underline{|s}}{\underline{|s+2}}$$

e i successivi contengono potenze intere crescenti di c. Si avrà dunque:

$$\left(\frac{d^s \mathrm{F}}{dc^s}\right)_{c=0} = -\frac{2h^2 z^{s+2}}{(s+1)(s+2)} .$$

« E quindi, per $c = o$,

$$(12) \qquad \begin{cases} \dfrac{d}{dc} e^{\mathrm{F}} = -\dfrac{h^2 z^3}{3} e^{-h^2 z^2} \\ \dfrac{d^2}{dc^2} e^{\mathrm{F}} = \left(-\dfrac{h^2 z^4}{6} + \dfrac{h^4 z^6}{9}\right) e^{-h^2 z^2} \\ \dfrac{d^3}{dc^3} e^{\mathrm{F}} = \left(-\dfrac{h^2 z^5}{10} + \dfrac{h^4 z^7}{6} - \dfrac{h^6 z^9}{27}\right) e^{-h^2 z^2} \end{cases}$$

ecc.

« Poniamo in generale:

$$(\alpha) \qquad \mathrm{T}_r = \int_{t_1}^{t_2} t^r e^{-t^2} dt = h^{r+1} \int_{z_1}^{z_2} z^r e^{-h^2 z^2} dz$$

dove

$$h z_1 = t_1 \quad , \quad h z_2 = t_2 .$$

« Avremo, indicando con R l'integrale

$$R = \int_{z_1}^{z_2} e^{F}\, dz$$

e derivando quest'integrale rispetto a c, e ponendo poi nelle derivate $c = o$, tenuto conto delle (12):

$$(13)\qquad \begin{aligned} \left(\frac{dR}{dc}\right)_0 &= -\frac{1}{3h^2} T_3 , \\ \left(\frac{d^2R}{dc^2}\right)_0 &= \frac{1}{6h^3} \left\{ -T_4 + \frac{2}{3} T_7 \right\}, \\ \left(\frac{d^3R}{dc^3}\right)_0 &= \frac{1}{10\, h^4} \left\{ -T_5 + \frac{5}{3} T_7 - \frac{10}{27} T_6 \right\}, \end{aligned}$$

etc.

« Si avrà quindi, collo sviluppo di Taylor,

$$(14)\qquad R = \frac{1}{h} \int_{t_1}^{t_2} e^{-t^2} dt + c \left(\frac{dR}{dc}\right)_0 + \frac{c^3}{2} \left(\frac{d^2R}{dc^2}\right)_0 + \cdots$$

« In particolare chiamiamo R' il valore di R, quando i limiti siano $-\infty$ e $+\infty$. Si avrà, osservando che per $t_1 = -\infty$ e $t_2 = +\infty$:

$$T_{2s+1} = 0 , \qquad T_4 = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} , \qquad T_6 = \frac{15}{8} \sqrt{\pi} ,$$

$$\left(\frac{dR'}{dc}\right) = \left(\frac{d^3 R'}{dc^3}\right)_0 = 0 , \qquad \left(\frac{d^2 R'}{dc^2}\right)_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{1.2.h^3} ,$$

e quindi, dalla (14) a meno di termini che contengono a fattore la quarta potenza e le superiori di c,

$$(15)\qquad R' = \frac{\sqrt{\pi}}{h} + \frac{c^2 \sqrt{\pi}}{2\, 4 h^3} .$$

« Poniamo
$$R' = \frac{\sqrt{\pi}}{H} ,$$
la (13) ci darà a meno di termini dell'ordine di c^4,

$$(16)\qquad H = h \left(1 - \frac{c^2}{24 h^2}\right) .$$

« Se nella formola (α) si pone $t_1 = o$, $t_2 = t$, (dove supporremo per ora t positivo) l'integrale T_r si potrà esprimere esattamente in funzione delle successive potenze di t e dell'integrale

$$\int_0^t e^{-t^2} dt .$$

« Si ha infatti, mediante l'integrazione per parti, se r è pari (positivo):

$$(17)\qquad T_r = \int_0^t t^r e^{-t^2} dt = -\frac{e^{-t^2}}{2} \left\{ t^{r-1} + \frac{r-1}{2} t^{r-3} + \frac{(r-1)(r-3)}{2^2} t^{r-5} + \right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{(r-1)(r-3)\dots 5.3}{2^{\frac{r}{2}-1}} \right\} + \frac{(r-1)(r-3)\dots 5.3.1}{2^{\frac{r}{2}}} \int_0^t e^{-t^2} dt .$$

« E se r è un intero dispari (positivo)

$$(17^{bis})\quad T_r = \int_0^t t^r e^{-t^2} dt = -\frac{e^{-t^2}}{2}\left\{ t^{r-1} + \frac{r-1}{2} t^{r-3} + \frac{(r-1)(r-3)}{2^2} t^{r-5} + \right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{(r-1)(r-3)\ldots 4.2}{2^{\frac{r-1}{2}}} \right\} + \frac{(r-1)(r-3)\ldots 4.2}{2^{\frac{r+1}{2}}}.$$

« Chiamando A, B, C,.. i valori che assumono i primi membri delle (13) quando vi si faccia $t_1 = o$, e $t_2 = t = hz$ (dove supponiamo per ora z positivo), si avrà dunque in virtù delle (17) (17^{bis}):

$$A = \frac{e^{-h^2 z^2}}{6}\left(z^2 + \frac{1}{h^2}\right) - \frac{1}{6h^2},$$

$$(18)\quad B = \frac{e^{-h^2 z^2}}{6h^3}\left(-\frac{h^5 z^5}{3} - \frac{h^3 z^3}{3} - \frac{hz}{2}\right) + \frac{\sqrt{\pi}}{24 h^3}\Theta(t),$$

$$C = \frac{e^{-h^2 z^2}}{90h^4}\left(\frac{5}{3} h^8 z^8 - \frac{5}{6} h^6 z^6 + 2h^4 z^4 + 4h^2 z^2 + 4\right) - \frac{4}{90 h^4}$$

dove, secondo una notazione molto usata, si è posto

$$\Theta(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt.$$

« La probabilità che l'errore di un'osservazione sia compreso fra i limiti 0 e z è data dunque, a meno di termini in c^4, da

$$(19)\quad P_z = \frac{H}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^F dz = \frac{H}{\sqrt{\pi}}\left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2h}\Theta(cz) + cA + \frac{c^2}{2}B + \frac{c^3}{6} \right\}$$

dove i valori di H, A, B, C sono dati dalle formule (16) e (18).

« La (19) vale soltanto per valori positivi di z. La probabilità che l'errore sia compreso fra i limiti $-z$ e 0 ($z > 0$) è data da

$$P_{-z} = \frac{H}{\sqrt{\pi}} \int_{-z}^0 e^F dz.$$

« È facile vedere che per ottenere questo integrale, basta nelle precedenti formole cangiar segno alle espressioni di T_r per r dispari, lasciando tali e quali le rimanenti. Si ha quindi:

$$P_{-z} = \frac{H}{\sqrt{\pi}}\left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2h}\Theta(cz) - cA + \frac{c^2}{2}B - \frac{c^3}{6}C \right\}$$

dove le H, A, B, C sono ancora date dalle (16) e (18).

« Per $z = \infty$ si ha:

$$\Theta(cz) = 1, \qquad A = -\frac{1}{6h^2}, \qquad B = \frac{\sqrt{\pi}}{24 h^3}, \qquad C = \frac{-4}{90 . h^4}$$

« Quindi la probabilità Π_1 che l'errore di un espressione sia *positivo*, e quella Π_2 che esso sia *negativo* sono date rispettivamente da

$$\Pi_1 = \frac{\mathrm{H}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2h} - \frac{c}{6h^2} + \frac{c^3\sqrt{\pi}}{48 \,.\, 4^3} - \frac{c^3}{135 \,.\, h^4} \right\}$$

$$\Pi_2 = \frac{\mathrm{H}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2h} + \frac{c}{6h^2} + \frac{c^2\sqrt{\pi}}{48 \,.\, h^3} + \frac{c^3}{135 \,.\, h^4} \right\}$$

od anche sostituendo per H la sua espressione (16) e trascurando, sempre, come si è fatto fin qui, la quarta potenza di c e le potenze superiori:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} - \frac{c}{6h\sqrt{\pi}} - \frac{c^3}{2160 \,.\, h^3\sqrt{\pi}},$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} - \frac{c}{6h\sqrt{\pi}} + \frac{c^3}{2160 \,.\, h^3\sqrt{\pi}}.$$

« Il metodo qui indicato per aver le probabilità P_z, P_{-z}, Π_1 Π_2 in serie ordinate secondo le potenze crescenti di c può applicarsi senza difficoltà alla risoluzione di altri problemi relativi alla legge di probabilità degli errori espressa dalla formola (1), e così per es. alla ricerca del così detto *errore medio*, il cui quadrato sarà dato da

$$m^2 = \frac{\mathrm{H}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \, e^{\mathrm{F}} \, dz \,.$$

« Si troverebbe, trascurando anche qui la 4ª potenza di c e le successive:

$$m^2 = \frac{1}{2h^2}\left(1 + \frac{3}{16}\frac{c^2}{h^2}\right).$$

Matematica. — *Sulle formole di Maxwell.* Nota di E. Cesàro, presentata dal Socio Beltrami.

« È noto che la rappresentazione meccanica dello stato di tensione, provocato nei mezzi dielettrici da azioni newtoniane, è fornita dalle formole di Maxwell, includenti l' ipotesi che lo spostamento elettrico $\mathfrak{D}$ avvenga nella direzione stessa della forza elettromotrice $\mathfrak{E}$. È facile generalizzare le formole di Maxwell supponendo legati linearmente e vettorialmente $\mathfrak{E}$ e $\mathfrak{D}$. Tale ipotesi è sempre ammissibile, indipendentemente dalla natura fisica del mezzo, quando è infinitesimo lo spostamento. Se P, Q, R sono le componenti di $\mathfrak{E}$ secondo tre assi ortogonali, ed f, g, h quelle di $\mathfrak{D}$,

$$\mathrm{A} = \int \mathrm{P}\varrho d\mathrm{S}\,, \quad \mathrm{B} = \int \mathrm{Q}\varrho d\mathrm{S}\,, \quad \mathrm{C} = \int \mathrm{R}\varrho d\mathrm{S}$$

sono le componenti dell'azione totale esercitata sopra una porzione limitata S

del campo elettrico dalle rimanenti parti del campo stesso, ed il principio di continuità fornisce l'espressione della densità

$$\varrho = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} \,.$$

Se si osserva che

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \,, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial x} \,,$$

e, supponendo omogeneo il dielettrico, si tien conto della natura della relazione esistente fra $\mathfrak{E}$ e $\mathfrak{D}$, si può scrivere

$$P\varrho = \frac{\partial Pf}{\partial x} + \frac{\partial Pg}{\partial y} + \frac{\partial Ph}{\partial z} - \tfrac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(Pf + Qg + Rh) \,.$$

Dunque

$$A = \int \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z} \right) dS \,, \tag{1}$$

purchè si ponga

$$\left\{ \begin{array}{lll} p_{xx} = Pf - \tfrac{1}{2}(Pf + Qg + Rh) \,, & p_{yx} = Pg \,, & p_{zx} = Ph \,, \\ p_{yy} = Qg - \tfrac{1}{2}(Pf + Qg + Rh) \,, & p_{zy} = Qh \,, & p_{xy} = Qf \,, \\ p_{zz} = Rh - \tfrac{1}{2}(Pf + Qg + Rh) \,, & p_{xz} = Rf \,, & p_{yz} = Rg \,. \end{array} \right. \tag{2}$$

Se S non racchiude superficie o linee elettrizzate, le funzioni p sono continue, e l' integrale (1) si trasforma immediatamente nell' integrale

$$A = \int (l p_{xx} + m p_{yx} + n p_{zx}) \, ds \,, \tag{3}$$

esteso alla superficie s, che limita S, essendo l, m, n i coseni della normale a ds, diretta verso l'esterno di S. Così, per l'arbitrio che si ha nella scelta di s, vediamo che ogni elemento ds sopporta una tensione, le cui componenti sono

$$\left\{ \begin{array}{l} a = l p_{xx} + m p_{yx} + n p_{zx} = P\mathfrak{D}_\nu - \frac{l}{2}(Pf + Qg + Rh) \,, \\ b = l p_{xy} + m p_{yy} + n p_{zy} = Q\mathfrak{D}_\nu - \frac{m}{2}(Pf + Qg + Rh) \,, \\ c = l p_{xz} + m p_{yz} + n p_{zz} = R\mathfrak{D}_\nu - \frac{n}{2}(Pf + Qg + Rh) \,, \end{array} \right. \tag{4}$$

essendo $\mathfrak{D}_\nu$ la componente di $\mathfrak{D}$ secondo la normale ν. Dunque la tensione cercata è risultante d'una pressione normale, la cui intensità rappresenta l'energia elettrica per unità di volume, e d'una tensione $\mathfrak{E}\mathfrak{D}_\nu$ diretta secondo la linea di forza. Si noti che, prescindendo dall'ultima tensione, tutto accade come in un fluido incompressibile, poichè gli elementi superficiali incrociantisi in un punto subiscono pressioni normali ed uguali. Se poi si materializzano le linee di induzione considerandole, con Faraday, come tubi infinitamente sottili, le cui pareti siano impermeabili al fluido elettrico, sembra che il passaggio del fluido in un simile tubo provochi, in ogni punto, una nuova

tensione, che porta in tutta la sua pienezza sulle sezioni rette del tubo, mentre non ha effetto sulle sezioni longitudinali, su cui il fluido scorre. Quando lo spostamento avviene nella direzione delle linee di forza, si direbbe che il passaggio del fluido, senza alterare l' intensità della prima pressione, si limiti a variarne la direzione, rendendola simmetrica della normale rispetto alla sezione retta del tubo di forza.

« Ora suppongasi che lo spazio S racchiuda superficie elettrizzate, il cui insieme si rappresenti con ς. In tal caso

$$A = \int P\varrho dS + \tfrac{1}{2}\int (P + P')\sigma d\varsigma , \qquad (5)$$

essendo P e P' i valori di P dalle due parti di ς, e rappresentando σ la densità superficiale, uguale a $\mathfrak{D}_\nu + \mathfrak{D}_{\nu'}$ in virtù del principio di continuità. Al primo integrale si può sempre dare la forma (1); ma questa, per la discontinuità che subiscono le funzioni p lungo le superficie ς, non si trasforma più in (3), sì bene in

$$\int P\varrho dS = \int (lp_{xx} + mp_{yx} + np_{zx})ds - \int \Big[l(p_{xx} - p'_{xx}) + \\ + m(p_{yx} - p'_{yx}) + n(p_{zx} - p'_{zx}) \Big] d\varsigma .$$

Ciò premesso, l' identità

$$Pf' + Qg' + Rh' = P'f + Q'g + R'h ,$$

conseguenza evidente della relazione che intercede fra $\mathfrak{E}$ e $\mathfrak{D}$, trae seco l'altra

$$(Pf + Qg + Rh) - (P'f' + Q'g' + R'h') = (P - P')(f + f') \\ + (Q - Q')(g + g') + (R - R')(h + h') .$$

Del resto è noto che

$$P - P' = l(\mathfrak{E}_\nu + \mathfrak{E}_{\nu'}) , \quad Q - Q' = m(\mathfrak{E}_\nu + \mathfrak{E}_{\nu'}), \quad R - R' = n(\mathfrak{E}_\nu + \mathfrak{E}_{\nu'}). \qquad (6)$$

Dunque

$$(Pf + Qg + Rh) - (P'f' + Q'g' + R'h') = (\mathfrak{E}_\nu + \mathfrak{E}_{\nu'})(\mathfrak{D}_\nu - \mathfrak{D}_{\nu'}). \qquad (7)$$

Quindi le formole (4) danno, osservando (6),

$$l(p_{xx} - p'_{xx}) + m(p_{yx} - p'_{yx}) + n(p_{zx} - p'_{zx}) = \\ = P\mathfrak{D}_\nu + P'\mathfrak{D}_{\nu'} - \tfrac{1}{2}(P - P')(\mathfrak{D}_\nu - \mathfrak{D}_{\nu'}) .$$

Il secondo membro si riduce a

$$\tfrac{1}{2}(P + P')(\mathfrak{D}_\nu + \mathfrak{D}_{\nu'}) = \tfrac{1}{2}(P + P')\sigma ,$$

e però

$$\int P\varrho dS = \int (lp_{xx} + mp_{yz} + np_{zx})ds - \tfrac{1}{2}\int (P + P')\sigma d\varsigma .$$

Sostituendo in (5) si ritrova (3). Le formole (2) sussistono dunque per una distribuzione a due ed a tre dimensioni.

« Seguendo la via tracciata dal prof. Beltrami nella Nota: *Sulla rappresentazione delle forze newtoniane per mezzo di forze elastiche*, vogliamo mostrare che la variazione di energia, cagionata da una deformazione qualunque del campo elettrico, può assumere la forma d'un lavoro di forze

interne. Se δx, δy, δz sono le variazioni delle coordinate x, y, z, le variazioni della funzione potenziale Ψ e dell'energia totale

$$W = \frac{1}{2}\int \Psi \varrho dS + \frac{1}{2}\int \Psi \sigma d\varsigma$$

sono

$$\delta\Psi = -(P\delta x + Q\delta y + R\delta z)\,, \quad \delta W = \int \delta\Psi . \varrho dS + \frac{1}{2}\int (\delta\Psi + \delta\Psi')\sigma d\varsigma\,,$$

estendendosi a tutto lo spazio le integrazioni triple. Si ha

$$\int \delta\Psi . \varrho dS = -\sum \int \left(\frac{\partial Pf}{\partial x} + \frac{\partial Pg}{\partial y} + \frac{\partial Ph}{\partial z}\right) \delta x\, dS +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum \int \frac{\partial}{\partial x}(Pf + Qg + Rh)\, \delta x\, dS\,.$$

Ora integrando per parti, poi riducendo un integrale triplo ad integrale doppio, si ottiene

$$\sum \int \left(\frac{\partial Pf}{\partial x} + \frac{\partial Pg}{\partial y} + \frac{\partial Ph}{\partial z}\right) \delta x\, dS = \int (\delta\Psi . \mathfrak{D}_\nu + \delta\Psi' . \mathfrak{D}_{\nu'}) d\varsigma -$$

$$- \sum \int P\left(f\frac{\partial \delta x}{\partial x} + g\frac{\partial \delta x}{\partial y} + h\frac{\partial \delta x}{\partial z}\right) dS\,.$$

Similmente, in virtù di (7),

$$\sum \int \frac{\partial}{\partial x}(Pf + Qg + Rh)\, \delta x\, dS = -\int (\mathfrak{E}_\nu + \mathfrak{E}_{\nu'})(\mathfrak{D}_\nu - \mathfrak{D}_{\nu'})\, \delta\nu\, d\varsigma -$$

$$- \sum \int (Pf + Qg + Rh)\frac{\partial \delta x}{\partial x}\, dS\,.$$

Osservando (6) si vede subito che gli integrali doppî si riducono a

$$-\int (\delta\Psi . \mathfrak{D}_\nu + \delta\Psi' . \mathfrak{D}_{\nu'}) d\varsigma + \frac{1}{2}\int (\delta\Psi - \delta\Psi')(\mathfrak{D}_\nu - \mathfrak{D}_{\nu'}) d\varsigma = -\frac{1}{2}\int (\delta\Psi + \delta\Psi')\sigma d\varsigma.$$

Conseguentemente

$$\delta W = \int \left(p_{xx}\frac{\partial \delta x}{\partial x} + p_{yy}\frac{\partial \delta y}{\partial y} + p_{zz}\frac{\partial \delta z}{\partial z} + p_{yz}\frac{\partial \delta z}{\partial y} + p_{zy}\frac{\partial \delta y}{\partial z} + \cdots\right) dS. \quad (8)$$

« Con altrettanta facilità saremmo pervenuti al precedente risultato partendo dall'espressione

$$W = \frac{1}{2}\int (Pf + Qg + Rh)\, dS\,.$$

Qui è utile osservare che, se si vuol considerare una porzione limitata S del campo elettrico, non basta restringere l' integrazione, nel secondo membro dell'ultima formola, allo spazio considerato S, ma bisogna ancora aggiungervi l'energia potenziale del fluido spostato attraverso s. In altri termini

$$W = \frac{1}{2}\int (Pf + Qg + Rh)\, dS + \frac{1}{2}\int \Psi \mathfrak{D}_\nu\, ds\,.$$

Se ripetiamo i calcoli del prof. Beltrami, tenendo conto delle nuove circostanze, otteniamo, invece di (8),

$$\delta W = \int \left(p_{xx} \frac{\partial \delta x}{\partial x} + \cdots + p_{yz} \frac{\partial \delta z}{\partial y} + \cdots \right) dS - \int (a\delta x + b\delta y + c\delta z) ds.$$

Questa notevole decomposizione della variazione di energia fornisce un argomento di più in favore della teoria di Maxwell, e si presta ad una interessante interpretazione quando si considera S come un corpo dotato di elasticità elettrica, ed immerso in uno spazio della stessa natura. A deformare S bisogna impiegare un certo lavoro, parte del quale resta immagazzinata nel corpo sotto forma di energia potenziale, mentre la parte residua è destinata a vincere la resistenza che, nel dilatarsi, il corpo incontra da parte del mezzo che lo circonda.

« Nella Memoria: *Sull'uso delle coordinate curvilinee nelle teorie del potenziale e dell'elasticità*, il prof. Beltrami ha dimostrato che la correlazione di forze, espressa dalle formole di Maxwell, non costituisce una peculiarità dello spazio euclideo. Altrettanto può dirsi della correlazione espressa dalle formole (2). Assumendo coordinate curvilinee ortogonali, siano ϖ_i la tensione unitaria sopportata dall'elemento superficiale q_i, e λ_i il coseno dell'angolo che la linea q_i fa con la normale ad un elemento ds. Siano $\mathfrak{E}_i$, $\mathfrak{D}_i$, ϖ_{ji} le componenti di $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{D}$, ϖ_j secondo q_i, e si suppongano costanti i coefficienti che intervengono nelle relazioni esistenti fra le componenti di $\mathfrak{E}$ e quelle di $\mathfrak{D}$. Si facciano variare infinitamente poco, di quantità costanti, le coordinate di tutti i punti di S. Dalla teoria degli spostamenti infinitesimi è noto che il lavoro interno, relativo ad una deformazione infinitesima, è dato dall'espressione

$$\sum_{i,j} \int \frac{Q_i}{Q_j} \frac{\partial \delta q_i}{\partial q_j} \varpi_{ji} dS + \sum_{i,j} \frac{\varpi_{ii}}{Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial q_j} \delta q_j dS,$$

che nel caso attuale deve ridursi alla sola seconda parte. Ciò premesso, si osservi che il principio di continuità dà

$$\varrho = \frac{1}{Q} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} \frac{Q\mathfrak{D}_1}{Q_1} + \frac{\partial}{\partial q_2} \frac{Q\mathfrak{D}_2}{Q_2} + \frac{\partial}{\partial q_3} \frac{Q\mathfrak{D}_3}{Q_3} \right),$$

essendo $Q = Q_1 Q_2 Q_3$. Ne segue

$$\int \delta\Psi . \varrho dS = - \sum_{i,j} \int \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\frac{QQ_j}{Q_i} \mathfrak{E}_j \mathfrak{D}_i \right) \delta q_j \frac{dS}{Q} + \sum_{i,j} \int \frac{\mathfrak{D}_i}{Q_i} \frac{\partial Q_j \mathfrak{E}_j}{\partial q_i} \delta q_j dS.$$

La prima parte equivale a

$$- \sum_j \int Q_j \mathfrak{E}_j \mathfrak{D}_\nu \delta q_j ds - \int (\delta\Psi . \mathfrak{D}_\nu + \delta\Psi' . \mathfrak{D}_{\nu'}) d\varsigma,$$

e la seconda a

$$\sum_{i,j} \int \frac{\mathfrak{D}_i}{Q_i} \frac{\partial Q_i \mathfrak{E}_i}{\partial q_j} \delta q_j dS = \tfrac{1}{2} \sum_{i,j} \int \frac{\partial \mathfrak{E}_i \mathfrak{D}_i}{\partial q_j} \delta q_j dS + \sum_{i,j} \int \frac{\mathfrak{E}_i \mathfrak{D}_i}{Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial q_j} \delta q_j dS.$$

Intanto è facile riconoscere che la prima di queste somme si riduce a

$$-\tfrac{1}{2}\sum_{i,j}\int \mathfrak{E}_i\mathfrak{D}_i\delta q_j \frac{\partial Q}{\partial q_j}\frac{dS}{Q}+\tfrac{1}{2}\sum_{i,j}\int Q_j\mathfrak{E}_i\mathfrak{D}_i\lambda_j\delta q_j ds+\tfrac{1}{2}\int(\delta\Psi-\delta\Psi')(\mathfrak{D}_\nu-\mathfrak{D}_{\nu'})d\varsigma.$$

Dunque, se si pone $\varpi_{ij}=\mathfrak{E}_j\,\mathfrak{D}_i$ per $i \gtrless j$, e

$$\varpi_{ii}=\mathfrak{E}_i\,\mathfrak{D}_i-\tfrac{1}{2}(\mathfrak{E}_1\,\mathfrak{D}_1+\mathfrak{E}_2\,\mathfrak{D}_2+\mathfrak{E}_3\,\mathfrak{D}_3)\,,$$

si può scrivere

$$\int \delta\Psi\,.\,\varrho dS=\sum_{i,j}\int\frac{\mathfrak{E}_i\,\mathfrak{D}_i}{Q_i}\frac{\partial Q_i}{\partial q_j}\delta q_j dS-\tfrac{1}{2}\sum_{i,j}\int\mathfrak{E}_i\,\mathfrak{D}_i\,\delta q_j\frac{\partial Q}{\partial q_j}\frac{dS}{Q}$$
$$-\sum_{i,j}\int Q_j\varpi_{ij}\lambda_i\,\delta q_j\,ds-\tfrac{1}{2}\int(\delta\Psi+\delta\Psi')\,\sigma d\varsigma\,;$$

poi

$$\delta W=\sum_{i,j}\int\frac{\varpi_{ii}}{Q_i}\frac{\partial Q_i}{\partial q_j}\,\delta q_j dS-\sum_{i,j}\int Q_j\varpi_{ij}\lambda_i\,\delta q_j\,ds\,.$$

Adunque le formole (2) sussistono indipendentemente da qualsiasi ipotesi sulla natura geometrica dello spazio ».

Meccanica. — *Sul moto di una sfera che rotola su di un piano fisso.* Nota di Ezio Crescini, presentata dal Corrispondente Vito Volterra.

« In una Nota del prof. Ernesto Padova, comunicata a codesta R. Accademia nella seduta del 6 maggio dell'anno scorso [1], si fa cenno di una nuova applicazione della teoria delle funzioni ellittiche alla meccanica.

« Studiando il problema generale del rotolamento di una sfera su di un piano fisso, fra gli altri risultati ho trovato un teorema, che mi dà un'applicazione ancora più generale delle funzioni ellittiche. Come complemento quindi allo studio del prof. Padova, presento questa mia Nota.

« 1°. È data una sfera di massa M, di raggio R e di centro O, che posa su di un piano fisso, ed in essa si suppone la materia distribuita in modo che il baricentro sia in O, relativamente al quale i momenti principali di inerzia sono, secondo la solita notazione, A, B, C. La sfera è inizialmente dotata di una velocità qualunque data ed è sottomessa a forze, che ammettono un potenziale P, la cui forma lasciamo per ora indeterminata. Si suppone inoltre che la sfera possa rotolare, ma non strisciare, cioè che in ogni istante la velocità del punto di contatto L sia zero.

« Gli assi fissi nello spazio siano tre assi ortogonali x, y, z qualunque, purchè l'asse z sia tirato normalmente al piano; quelli fissi nel corpo

(1) *Una nuova applicazione della teoria delle funzioni ellittiche alla meccanica.* Nota di Ernesto Padova, presentata dal Socio Dini. Serie 4ª, vol. IV, 1° semestre.

siano i tre assi principali di inerzia ξ, η, ζ relativi al baricentro; diciamo poi $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2; \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ i coseni che fanno gli assi ξ, η, ζ cogli assi x, y, z. Nel corso del calcolo denoteremo con p, q, r le componenti secondo ξ, η, ζ; π_1, π_2, π_3 quelle secondo x, y, z del segmento rappresentante la velocità angolare di rotazione, e prenderemo O per centro di riduzione.

« Per determinare il moto di rotazione intorno al baricentro, che prende nel nostro caso la sfera, applichiamo il metodo dell'equazione alle derivate parziali di Iacobi, assumendo per variabili indipendenti del problema i tre angoli euleriani θ, φ, ψ, e cerchiamo anzitutto la forza viva T del sistema espressa per le variabili indipendenti e per le loro derivate.

« Dietro le nostre ipotesi, detta V la velocità del baricentro, avremo:

$$2T = MV^2 + Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 . \tag{1}$$

« Osserviamo ora che, se in un istante prendessi come centro di riduzione il punto di contatto L, il moto della sfera sarebbe una sola rotazione intorno ad un asse passante per L; però il segmento rappresentante la rotazione dovrebbe essere equipollente a quello della rotazione nella riduzione precedente. Sia LE l'asse istantaneo di rotazione in questa seconda riduzione, ed a partire da L su di esso prendiamo un segmento LG di lunghezza eguale ad ω, valore della velocità angolare. Se dico d la lunghezza della perpendicolare OD abbassata da O su LE, sarà $V = d\omega$; e se decomponiamo il segmento LG nelle sue componenti $\pi_3 = LS$, $\sigma = LR$, l'una normale al piano, l'altra lungo il piano, avremo dalla similitudine dei triangoli LGS, ODL

$$R : d :: \omega : \sigma$$

da cui

$$d\omega = R\sigma \qquad V^2 = R^2 \sigma^2 = R^2 (\pi_1^2 + \pi_2^2) .$$

« Sostituendo nella (1)

$$2T = MR^2 (\pi_1^2 + \pi_2^2) + Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 . \tag{2}$$

« Ricordando le relazioni:

$$(a) \quad \begin{cases} p = \psi' \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta - \theta' \cos \varphi \\ q = \psi' \cos \varphi \operatorname{sen} \theta + \theta' \operatorname{sen} \varphi \\ r = \varphi' - \psi' \cos \theta \end{cases}$$

ove, secondo la notazione di Lagrange, si indicano con un accento le derivate prese rapporto al tempo, ed osservando che per cercare gli angoli di Eulero degli assi x, y, z relativamente agli assi ξ, η, ζ basta mutare φ in $\psi + \pi$, ψ in $\varphi + \pi$ (per cui col mutare ψ in φ da $p^2 + q^2 = \theta'^2 + \psi'^2 \operatorname{sen}^2 \theta$, si ha $\pi_1^2 + \pi_2^2$) otterremo finalmente dalla (2) l'espressione richiesta:

$$\begin{aligned} (3) \quad 2T = MR^2(\varphi'^2 \operatorname{sen}^2\theta + \theta'^2) &+ A(\psi'^2 \operatorname{sen}^2\varphi \operatorname{sen}^2\theta + \theta'^2\cos^2\varphi - 2\psi'\theta' \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\theta \cos\varphi) \\ &+ B(\psi'^2\cos^2\varphi \operatorname{sen}^2\theta + \theta'^2 \operatorname{sen}^2\varphi + 2\psi'\theta' \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\theta\cos\varphi) \\ &+ C(\varphi'^2 + \psi'^2\cos^2\theta - 2\varphi'\psi'\cos\theta). \end{aligned}$$

« 2°. Ora poniamo con denominazione analoga a quella usata dal Poisson

$$\frac{\partial T}{\partial \theta'} = \theta'(MR^2 + A\cos^2\varphi + B\,\mathrm{sen}^2\varphi) + \psi'(B - A)\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\varphi = p_1$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi'} = \varphi'(MR^2\,\mathrm{sen}^2\theta + C) - \psi' C\cos\theta = p_2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \psi'} = \theta'(B - A)\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\varphi - \varphi' C\cos\theta +$$
$$+ \psi'(A\,\mathrm{sen}^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + B\cos^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + C\cos^2\theta) = p_3$$

dalle quali relazioni, risolvendo rispetto a θ', φ', ψ', trovo:

$$(4) \qquad \theta' = \frac{\Phi_1}{F(\varphi, \theta)} \qquad \varphi' = \frac{\Phi_2}{F(\varphi, \theta)} \qquad \psi' = \frac{\Phi_3}{F(\varphi, \theta)}$$

ove:

$$\Phi_1 = p_1[C^2\cos^2\theta - (A\,\mathrm{sen}^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + B\cos^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + C\cos^2\theta)(C + MR^2\mathrm{sen}^2\theta)] +$$
$$+ (B - A)\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\varphi\,\{p_2 C\cos\theta + p_3(C + MR^2\,\mathrm{sen}^2\theta)\}$$

$$\Phi_2 = (MR^2 + A\cos^2\varphi + B\,\mathrm{sen}^2\varphi)[-p_3 C\cos\theta - p_2(A\,\mathrm{sen}^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + B\cos^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta +$$
$$+ C\cos^2\theta)] + (B - A)\,\mathrm{sen}\varphi\,\mathrm{sen}\theta\cos\varphi\,[p_2(B - A)\mathrm{sen}\varphi\,\mathrm{sen}\theta\cos\varphi + p_1 C\cos\theta]$$

$$\Phi_3 = -(MR^2 + A\cos^2\varphi + B\,\mathrm{sen}^2\varphi)[p_2 C\cos\theta + p_3(C + MR^2\,\mathrm{sen}^2\theta)] +$$
$$+ p_1(B - A)\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\varphi\,(C + MR^2\,\mathrm{sen}^2\theta)$$

$$F(\varphi, \theta) = (MR^2 + A\cos^2\varphi +$$
$$+ B\,\mathrm{sen}^2\varphi)[C^2\cos^2\theta - (A\,\mathrm{sen}^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + B\cos^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta + C\cos^2\theta)(C + MR^2\mathrm{sen}^2\theta)] +$$
$$+ (B - A)^2\mathrm{sen}^2\varphi\,\mathrm{sen}^2\theta\cos^2\varphi(C + MR^2\mathrm{sen}^2\theta).$$

« Dalle formule (4) si vede subito che si ottiene facilmente l' integrazione dell'equazione alle derivate parziali, a cui condurrebbe il nostro calcolo, qualora si supponga $A = B$, cioè che la materia nella sfera sia distribuita simmetricamente rispetto ad un diametro che si prende per asse delle ζ, e che il potenziale sia una funzione del solo angolo θ.

« 3°. Facciamo infatti nelle (4) $A = B$, ed esse, ponendo

$$MR^2 + A = K \qquad A\,\mathrm{sen}^2\theta + C\cos^2\theta = H_1 \qquad MR^2\,\mathrm{sen}^2\theta + C = H_2,$$

acquistano la semplice espressione:

$$\begin{cases} \theta' = \dfrac{p_1}{K} \\ \varphi' = \dfrac{p_2 H_1 + C p_3\cos\theta}{H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta} \\ \psi' = \dfrac{p_3 H_2 + C p_2\cos\theta}{H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta} \end{cases}.$$

« Ora tenendo conto per formare la (T), (cioè l'espressione della T, in cui in luogo di θ', φ', ψ' si mettono i valori ora trovati in funzione di θ, p_1, p_2, p_3) che pel noto teorema sulle funzioni omogenee:

$$2T = \frac{\partial T}{\partial \theta'}\theta' + \frac{\partial T}{\partial \varphi'}\varphi' + \frac{\partial T}{\partial \psi'}\psi'$$

si ha per la funzione caratteristica H di Hamilton la forma:

$$H = (T) - P(\theta) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{p_1^2}{K} + \frac{p_2^2 H_1 + p_3^2 H_2 + 2Cp_2 p_3 \cos\theta}{H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta}\right) - P(\theta)$$

per cui non comparendo in H esplicitamente il tempo, basterà integrare l'equazione:

$$(5)\qquad \frac{\left(\frac{\partial W}{\partial\theta}\right)^2}{K} + \frac{2\left(\frac{\partial W}{\partial\varphi}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial\psi}\right)C\cos\theta + \left(\frac{\partial W}{\partial\varphi}\right)^2 H_1 + \left(\frac{\partial W}{\partial\psi}\right)^2 H_2}{H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta} - 2P(\theta) + 2h = 0$$

in cui h è una costante arbitraria e W una funzione incognita di θ, φ, ψ.

« Dall'integrale completo della (5), che oltre h dovrà contenere due altre costanti arbitrarie (trascurando la 3ª addiettiva), dedurremo gli integrali delle equazioni del moto, ponendo:

$$(6)\qquad \frac{\partial W}{\partial a_1} = b_1 \qquad \frac{\partial W}{\partial a_2} = b_2 \qquad \frac{\partial W}{\partial h} = t - b_3$$

essendo b_1, b_2, b_3 tre costanti arbitrarie.

« L'integrale completo in questo caso si trova facilmente, osservando che, dette W_1, W_2, W_3 tre funzioni rispettivamente della sola θ, φ, ψ, posso prendere:

$$W = W_1(\theta) + W_2(\varphi) + W_3(\psi).$$

« Basta infatti porre, essendo a_1, a_2 costanti positive arbitrarie:

$$\left[\frac{dW_2(\varphi)}{d\varphi}\right]^2 = a_2 \qquad \left[\frac{dW_3(\psi)}{d\psi}\right]^2 = a_1$$

da cui

$$W_2 = \sqrt{a_2}\,\varphi \qquad W_1 = \sqrt{a_1}\,\psi$$

purchè si determini W_1 dall'equazione ordinaria del 1° ordine:

$$\frac{\left(\frac{dW_1}{d\theta}\right)^2}{K} + \frac{2C\sqrt{a_2 a_1}\cos\theta + a_2 H_1 + a_1 H_2}{H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta} - 2P(\theta) + 2h = 0.$$

« Avremo dunque:

$$W = \sqrt{a_2}\varphi + \sqrt{a_1}\psi + \int d\theta \sqrt{\frac{-K(2C\cos\theta\sqrt{a_2 a_1} + a_2 H_1 + a_1 H_2)}{H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta} + 2KP(\theta) - 2hK}$$

ed eseguendo le operazioni indicate nelle (6), avremo le relazioni che determinano il moto degli assi $\xi\ \eta\ \zeta$ intorno al punto 0 sotto la forma:

$$(7)\qquad \begin{cases} dt = \dfrac{K(H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta)^2\, d\theta}{\sqrt{\Psi(\theta)}} \\[2ex] d\varphi = \dfrac{K(C\sqrt{a_1}\cos\theta + \sqrt{a_2} H_1)\, d\theta}{\sqrt{\Psi(\theta)}} \\[2ex] d\psi = \dfrac{K(C\sqrt{a_2}\cos\theta + \sqrt{a_1} H_2)\, d\theta}{\sqrt{\Psi(\theta)}} \end{cases}$$

ove

$$\Psi(\theta) = -K(H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta)(2\sqrt{a_2 a_1}\, C\cos\theta + a_2 H_1 + a_1 H_2) + \\ + (2KP(\theta) - 2hK)(H_1 H_2 - C^2\cos^2\theta)^2$$

« Riepilogando possiamo enunciare la proposizione:

Ogniqualvolta nella sfera $A = B$ ed il potenziale delle forze agenti dipende dal solo angolo θ, il problema della rotazione degli assi ξ, η, ζ intorno ad O, si riduce alle quadrature colle formule (7).

« 4°. Supponendo nelle (7) $A = C$ (caso della sfera omogenea) e confrontando le formule così ottenute con quelle che risolvono il problema della rotazione di un corpo rigido, omogeneo e di rivoluzione Ω intorno al suo asse di simmetria ζ [1], [rispetto al quale Ω ha per momento di inerzia C, avendo invece per momento di inerzia A rispetto agli assi ξ ed η], quando il corpo è girevole intorno ad un punto fisso O di ζ e sottomesso a forze di potenziale $P(\theta)$, sarebbe facile verificare che, purchè si muti φ in ψ e si metta K in luogo di A, A in luogo di C, dalle formule della rotazione del corpo Ω si hanno quelle di rotazione della sfera omogenea. Con ciò ricordando un'osservazione già fatta alla fine del n. 1°, si verrebbe a dimostrare il teorema:

Il moto di rotazione relativo ad un sistema di assi fissi, di una sfera omogenea S di raggio R e di massa M, che rotola su di un piano fisso, coincide col moto di tre assi fissi relativo ad un corpo omogeneo di rivoluzione, che ruoti intorno ad un punto O del suo asse di simmetria [rispetto al quale il suo momento di inerzia è $\frac{2}{5}MR^2$, mentre è $\frac{7}{5}MR^2$ il momento rispetto agli altri due assi principali di inerzia]; purchè si ammetta che il potenziale delle forze, a cui sono soggetti questi due corpi, abbia la medesima forma, e dipenda solo dall'angolo, che nel primo caso un diametro, nel secondo l'asse di simmetria fanno con una direzione fissa.

« 5°. Di questo teorema però si può dare una dimostrazione molto semplice e diretta senza ricorrere alle formule (7), confrontando le espressioni delle forze vive nei due differenti casi.

« Nel caso della sfera omogenea deduciamo dalla (3) che:

$$2T = MR^2(\varphi'^2 \operatorname{sen}^2\theta + \theta'^2) + A(\varphi'^2 + \psi'^2 + \theta'^2 - 2\varphi'\psi'\cos\theta). \tag{8}$$

« Nel caso del corpo rigido P dall'essere

$$2T = A(p^2 + q^2) + Cr^2$$

[1] Si può vedere la Nota del dottore Bernardo Paladini, *Sul movimento di rotazione che prende nel vuoto od in un fluido incompressibile un corpo soggetto a forze di potenziale* $H_1\cos^2\theta + H_2\cos\theta$. Atti della R. Accademia dei Lincei, anno 1888, serie 4ª, vol. IV, fascicolo 5°.

si ha, tenendo conto delle (a),

$$(9)\qquad 2T = A(\psi'^2 \operatorname{sen}^2\theta + \theta'^2) + C(\varphi'^2 + \cos^2\theta\psi'^2 - 2\varphi'\psi'\cos\theta).$$

« E siccome la (8) può scriversi sotto la forma:

$$(10)\qquad 2T = (MR^2 + A)(\varphi'^2 \operatorname{sen}^2\theta + \theta'^2) + A(\psi'^2 + \cos^2\theta . \varphi'^2 - 2\varphi'\psi'\cos\theta)$$

dal confronto delle (9) e (10) si può dedurre direttamente il nostro teorema.

« 6°. Come corollario, applicando risultati noti pel caso della rotazione del corpo Ω, osserveremo che:

La rotazione intorno al suo baricentro di una sfera omogenea, che rotola su di un piano fisso, si ridurrà ad integrali ellittici, qualora il potenziale delle forze, che su essa agiscono, prenda la forma

$$\frac{C_1\cos^4\theta + C_2\cos^3\theta + C_3\cos^2\theta + C_4\cos\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

ove le C sono costanti qualunque.

« E qui osserviamo che appoggiandosi al noto teorema di Iacobi sul valore del *divisore unito ad un integrale di 3ª specie*, basterà che

$$C_1 = -C_3 \qquad\qquad C_2 = -C_4$$

cioè che il potenziale prenda la forma $C_1\cos^2\theta + C_2\cos\theta$ per essere certi che, per calcolare i nove coseni $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ *potrà applicarsi un'analisi analoga a quella di cui si fa uso nella teoria della rotazione di un corpo che non è sollecitato da alcuna forza acceleratrice* [1].

« Il problema trattato dal prof. Padova nella Nota succitata e che si riduce secondo il mio teorema al problema di Lagrange della rotazione di un corpo grave di rivoluzione girevole intorno ad un punto fisso preso sul suo asse di rivoluzione [2], corrisponde al caso particolare di $C_1 = 0$.

« 7°. Non sarà inutile da ultimo ricordare che una volta noti in funzione del tempo dalle (7) gli angoli θ, φ, ψ e quindi anche i nove coseni cartesiani, anche il moto di traslazione del baricentro [che, per avere escluso nella sfera lo strisciamento, dipende unicamente dalla rotazione] resta determinato, poichè, come ha osservato il Padova, con sole quadrature si possono, conoscendo i coseni cartesiani, determinare le coordinate del punto di contatto e quindi anche quelle del baricentro in funzione del tempo, restando così completamente determinato il moto della sfera ».

(1) Iacobi, Ges. Werke, t. II, p. 480. — Paladini, Mem. cit.

(2) Lagrange, *Mécanique analytique*, t. II, sect. IV, 34, Paris 1815, e Iacobi, *Sur la rotation d'un corps de révolution grave*, Gesammelte Werke, t. II.

Fisica terrestre. — *Nuova conferma della teoria atmosferica delle Aurore polari.* Nota di Enrico Stassano, presentata dal Socio Govi.

« L'ipotesi che attribuisce le aurore polari a manifestazioni elettriche della terra, rendendo ragione di tutti i fenomeni che accompagnano queste meteore ed essendo in armonia con le conoscenze presenti della Fisica, ha un vero carattere di teoria. L'ipotesi, in cambio, ad essa opposta, così detta ipotesi cosmica delle aurore polari, perchè le crede prodotte dal passaggio diretto dello stato elettrico o d'una induzione, attraverso lo spazio, dal Sole od altro corpo celeste alla terra, non spiega perchè queste meteore si manifestino di preferenza nei circoli polari, vale a dire, in un senso normale alle linee della pretesa induzione e non va d'accordo, come ha fatto notare il professor Govi, con quel che si conosce intorno alla rarefazione dello spazio ritenuto, pertanto, isolatore sia pel passaggio dell'elettricità e sia probabilmente dell'induzione, da corpo a corpo. Ma pur volendo col Govi — siccome egli soggiunge nella critica della Memoria del professor Dorna, d'innanzi la Real Accademia di Torino, l'anno 1872 — ammettere la possibilità dell'induzione solare sulla terra, la teoria cosmica è contraddetta dal sapersi che non possono ricomporsi nel corpo indotto i due stati elettrici opposti, ciò che è il caso della produzione dei lampi aurorali, mentre che il corpo induttore resti presente ed attivo.

« L'esperienza classica del De la Rive sopra l'azione che il magnetismo esercita sugli sprazzi luminosi nei gaz rarefatti, m'avea perfettamente convinto della teoria elettrica delle aurore polari, basandosi questa su un altro fatto certo, su che cioè l'atmosfera è carica d'elettricità positiva, aumentandone l'intensità negli strati aerei superiori, e la terra d'elettricità negativa, producendosi le due assieme per la separazione continua delle molecole gassose dai corpi che sulla terra danno vapori.

« Infatti, associando l'esperimento del De la Rive, alla cognizione dell'origine e dell'esistenza degli stati elettrici contrarii della terra e dell'aria, e alle leggi che indicano il corso incessante dei due grandi venti, dall'equatore ai poli, traenti, in guisa di formidabili aspiratori, dai mari della zona torrida la maggior parte delle nubi e dell'elettricità dell'atmosfera terrestre, si trova chiaramente la ragione del perchè l'azione del magnetismo tellurico possa disporre le scariche, che il ricongiungimento delle due elettricità produce, sotto forma di lampi aurorali, verso i poli, dove cogli alisei s'avvicinano alla terra, elettrizzata negativamente, le alte correnti dell'aria, ricche d'elettricità positiva; e si scopre anche perchè queste meteore prendano quell'aspetto, quelle posizioni e seguano quei movimenti caratteristici di traslazione, che s'imitano facilmente agendo con una elettrocalamita sui fasci luminosi dell'elettricità nei gaz rarefatti.

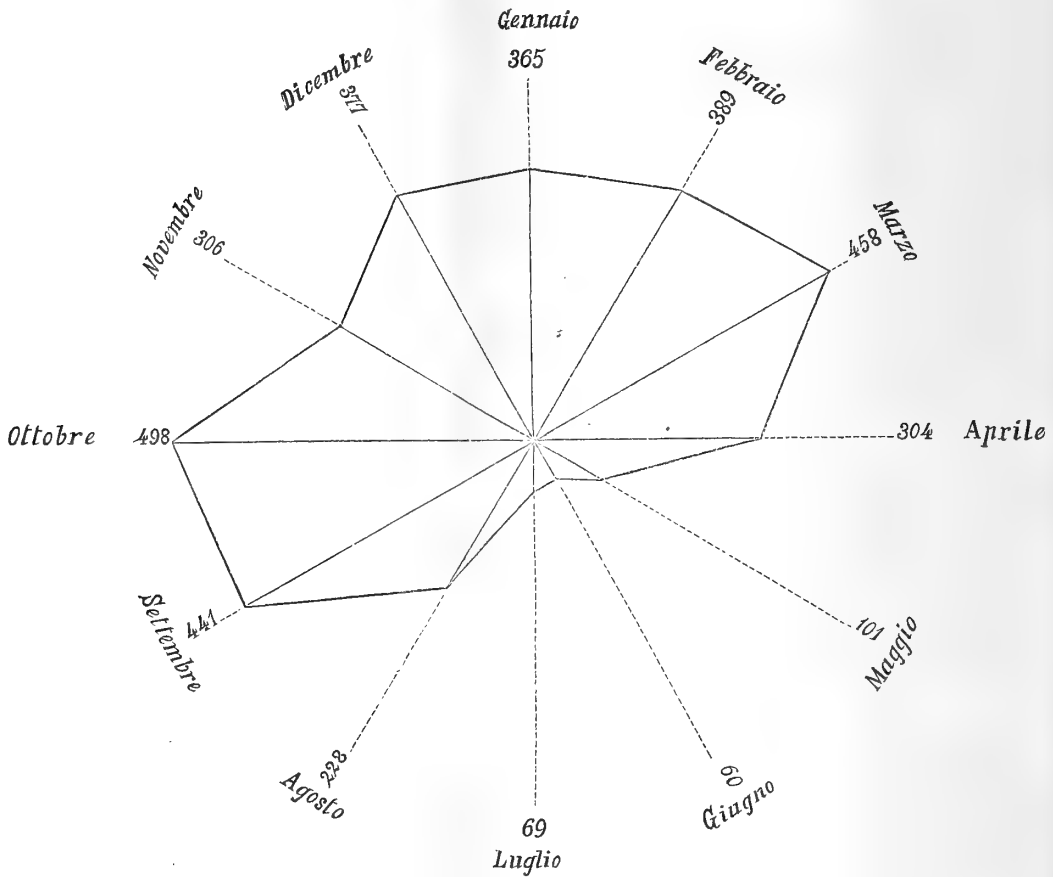
« Questi esperimenti e queste considerazioni mi vennero alla mente, trovandomi nel Golfo di Guinea nella stagione delle piogge, quando appunto per l'accrescimento considerevole dell'evaporazione equatoriale, prodotto dalla posizione estiva del Sole, la più parte dei vapori e dell'elettricità, appena portati in alto dagli alisei, si risolvono in vere pioggie diluviali e in un lampeggiar continuo tra i serpeggiamenti abbaglianti e i violenti scrosci della folgore; onde io pensai che ove le aurore polari fossero davvero le scariche della elettricità degli alisei, alle due stagioni delle pioggie delle zone equatoriali, o altrimenti chiamate delle calme, dovrebbero corrispondere due eguali periodi di minore produzione e d'intensità delle aurore polari.

« Nella estate di due anni fa, mi si ripresentò questo medesimo ragionamento mentre era sulle spiaggie del Sahara, nei dintorni del Capo Bianco, tra i gradi 19 e 20 di latitudine Nord, e vedeva che la terra, più che mai infocata dagli ardenti raggi del sole, al declinare di essi, sopraggiungendo la notte, diventava un potente bacino d'aspirazione, dove di lontano precipitavansi, nella sua diradata atmosfera, immense correnti d'aria, trascinandovi persino i bianchi cirri degli alisei, i quali avvicinandosi ed entrando nella afosa cappa del deserto, dall'apparenza di belle e flessuose piume di cigno, spiccanti in bianco sull'azzurro del cielo, confondevansi assieme, colorandosi dapprima in rosso, e passando dal rosso al nero, a misura che da sciami di minuti ghiacciuoli divenivano dense compagini di goccioline d'acqua, formanti grandi e scure nubi, che poco di poi rompevano in un violento acquazzone, preceduto da vento a vortice, da fulmini e accompagnato da estese scariche elettriche. In questi temporali ravvisai, adunque, un'altra causa d'impoverimento dell'elettricità equatoriale per l'aliseo boreale, obligato nella stagione estiva, dalla accresciuta aspirazione del Sahara, ad abbandonare buona parte della elettricità che altrimenti avrebbe portato al polo.

« Alle Canarie, dove di poi feci ritorno e mi son fermato sino al principio di quest'anno, non mi sarebbe stato facile, di certo, dare uno svolgimento intero a questa mia idea; ma felicemente nella pregievole opera del Reclus « la Terre » trovai gli elementi necessarii per poterla oggi affermare.

« Il Reclus, al capitolo delle aurore polari, enumera, dietro la scorta del Boué, queste meteore, osservate scientificamente sino al 1860, e riferisce in proposito la rappresentazione grafica, datane dal Klein, che riproduco qui appresso per mostrare come, assai più esattamente che non l'imaginassi, v'è due periodi di minori luci aurorali contemporanei e corrispondenti per durata alle due stagioni delle pioggie della zona equatoriale, all'istesso modo che i due periodi di maggiori meteore boreali coincidono colle due stagioni secche dei paesi equatoriali, appartenenti al nostro medesimo emisfero.

« Il quadro del Klein denota inoltre un maggior numero di aurore nel mese di ottobre; ma, non sapendo dove trovare e se esistono dati metereologici esatti, per provare, con eguale chiarezza, la possibile corrispondenza di

questo aumento con una più pronunciata scarsità di pioggie all'equatore, invocherò, per quel che possa valere, la testimonianza dei viaggiatori, i quali assicurano essere i mesi di settembre e di ottobre i più secchi dell'anno, e

Distribuzione mensile delle Aurore boreali, secondo Klein.

pertanto i più salubri per gli europei, nella Costa d'Oro, dei Grani e degli Schiavi: regioni molto vicine a quella zona dell'Atlantico rinomata per le copiosissime pioggie che vi si riversano da coprire talvolta il mare d'uno strato d'acqua dolce, giustificando il nome che a questa zona, compresa tra i gradi 1 e 5 di latitudine nord e 20 e 25 di longitudine ovest, è stato dato dagli inglesi: « doldrums » o degli stagni « swamp », e dai marinai francesi « pôt-au-noir »; che deve per il suo stato dell'aria, più che ogni altra contrada equatoriale dell'Oceano, essere origine delle variazioni mensili delle aurore boreali. A proposito di questa osservazione e del clima di questi paesi,

mi pare far cosa utile, citando qui in ultimo, a conclusione di questa mia Nota e qual riscontro del quadro grafico del Klein, alcuni paragrafi del XII volume della « Géographie Universelle » del Reclus.

« Pagina 468 : « Par sa flore et sa faune la côte des Esclaves est une « simple continuation de la Côte de l'Or. Le climat, semblable à celui des « rivages occidentaux par sa température moyenne, par *sex deux saisons sèches « et ses deux saisons humides*, par ses brises et ses tornades, par ses pluies « . . . . *Les mois de septembre et d'octobre, qui séparent les « deux saisons humides, et pendant lesquels l'air est nettoyé de brumes, sont « les moins défavorables à la santé des blancs* ».

« Pagina 425 : « Sur la Côte de l'Or, les saisons se succèdent dans le « même ordre et offrent les mêmes phénomènes que dans les régions situées « plus à l'ouest. Là aussi, comme sur la côte des Dents, *la saison des grandes « pluies, qui commence en mars ou en avril*, est annoncé par des violentes « tornades, puis les vents se calment peu à peu, a mesure que les pluies « s'établissent; les brises de terre et du large sont tres légères. Les moussons « reprennent avec la saison des sécheresses . . . . .; *en octobre, après l'équi- « noxe, vient la petite saison des pluies*, la plus redoutés des Européens, « puis janvier et février ramènent le temps sec ».

« Pagina 376 : « Liberia. La division générale des saisons est la même « que dans la Sénégambie, l'année se partage en deux périodes : *celle des « sécheresses, qui commence en décembre et dure jusqu'à la fin d'avril*, et « celle des pluies, qui se décompose elle même en deux parties, le grand « hivernage et le petit hivernage. *Les fortes averses se succèdent du com- « mencement de mai à la mi-août; le temps s'embellit jusque vers la fin « de septembre*, puis de nouvelles pluies, accompagnées de brusques tour- « mentes, constituent le deuxième hivernage ».

« Pagina 350 : « En moyenne *les averses commencent à Sierra Leone « aux premiers jours de mai*, un plein mois avant qu'elles tombent au Sé- « négal . . . . . . l'abondance des averses s'accroît de semaine en semaine « pendant les mois de *juin et de juillet*, puis elle diminue avant le har- « mattan. *Fréquemment, vers le 15 novembre, la fin des pluies* est annoncée « par un mouvement dans les hauteurs de l'air que Horton désigne sous le « nom d'ouragan des nuages ».

Fisico-Chimica. — *Sul comportamento del Pirrolo e dei suoi derivati rispetto alla legge di Raoult.* Nota di Gaetano Magnanini [1], presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« Poco tempo fa [2], volendo determinare il peso molecolare dell'etere metilico dell'acido tetrametilpirroilpirrolmonocarbonico col mezzo del punto di congelamento delle sue soluzioni, io ho trovato che, mentre questa sostanza dà in soluzioni benzoliche coefficienti di abbassamento corrispondenti alla formola $C_{15} H_{18} N_2 O_3$, in soluzioni acetiche si ottengono dei valori anormali, variabili colla concentrazione. Mentre mi riserbo di controllare l'esattezza di quelle cifre preparandomi all'uopo una quantità sufficiente di quella sostanza, il conseguimento della quale è abbastanza laborioso, ho voluto sperimentare in rispetto alla legge di Raoult altri derivati del pirrolo. Il metodo di Raoult, dopo gli ultimi lavori di Paternò e Nasini [3], di V. Meyer e K. Auwers [4] ed altri, ha acquistato per la chimica una importanza pari a quella della determinazione delle densità gazose, e la determinazione del punto di congelamento delle soluzioni ha conseguito per opera sopratutto di Van't Hoff un significato fisico non trascurabile. Credo pertanto che le cifre che darò più sotto non sieno prive di valore; io ho sperimentato il pirrolo ed alcuni suoi derivati giacchè uno studio simile richiede una serie di sostanze le quali si possono avere più facilmente in questo che in altri laboratorî.

« Un primo risultato, e più interessante, delle mie osservazioni è questo, che il pirrolo, in soluzione benzolica, si comporta in modo anormale e dà coefficienti di abbassamento i quali corrispondono ad una molecola più grande; questa anomalia si verifica anche per soluzioni molto diluite (0.366 per °/₀), ed è paragonabile a quella che è stata osservata dal prof. Paternò [5] e da E. Beckmann [6] pel fenolo. Questa analogia è davvero sorprendente se la si confronta colla analogia di comportamento chimico che il pirrolo ed il fenolo dimostrano, analogia la quale è stata messa in rilievo dal prof. Ciamician nella sua monografia sul pirrolo e sui suoi derivati. In soluzione acetica il pirrolo come il fenolo dà valori normali. È notevole inoltre che se si comparano le deviazioni dalla legge di Raoult pel fenolo e per il pirrolo in soluzioni benzoliche, si trova che in soluzioni molto diluite quelle deviazioni sono dello stesso ordine di grandezza; mano mano però che la concentrazione

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Seduta del 16 dicembre 1888.

(3) Rendiconti. Seduta del 21 marzo 1886.

(4) Berichte der deutschen chem. Gesellschaft 21, 536 e 701.

(5) Berichte XXI, 3178.

(6) Zeitschrift für Phys. Chemie II, 728.

aumenta, la differenza fra i coefficienti di abbassamento molecolari si fa più notevole, nel senso che il fenolo dà pesi molecolari proporzionatamente sempre più grandi. L'n-etilpirrolo dà, come il fenetolo, a cui corrisponde, tanto in soluzione acetica quanto in soluzione benzenica, valori che, entro i limiti concessi, sono normali. I pesi molecolari che si trovano sono però, per le soluzioni benzoliche e fino a concentrazione di circa 6 %, come per il fenetolo, di qualche unità inferiori a quelli richiesti dalla formula $C_4 H_4 N C_2 H_5$.

« Le determinazioni fatte sono state eseguite con una disposizione di apparecchio simile a quella usata da Beckmann [1] nel suo esteso lavoro, ed adoperando le stesse precauzioni allo scopo di evitare un soverchio sopraraffreddamento della soluzione da congelarsi; il punto di congelamento è stato sempre determinato almeno due volte per ogni concentrazione, facendo fondere il solvente congelato e raffreddando di nuovo. Per soluzioni diluite le diverse determinazioni ordinariamente coincidono; per soluzioni molto concentrate è facile trovare delle differenze di 0°.005, raramente di 0°.01; in tal caso l'abbassamento termometrico assunto è la media degli abbassamenti osservati. I termometri adoperati sono due termometri Baudin, l'uno dei quali è graduato da 12°-23°, l'altro da 0°-13°; la scala è divisa in entrambi in cinquantesimi di grado e le divisioni sono sufficientemente grandi per potere apprezzare i 0°,005. Questi termometri sono stati messi a mia disposizione dal chiarissimo sig. prof. A. Righi, direttore dell'Istituto fisico di questa Università; sono lieto di potere porgere a Lui i miei ringraziamenti. L'acido acetico ed il benzolo, impiegati come solventi, provengono dalla fabbrica di Kahlbaum; il benzolo è stato distillato sul sodio, bolle a 80°,2 e si congela a 4°,64 — 4°,635; l'acido acetico è stato frazionato col mezzo di una parziale fusione, il suo punto di congelamento sta fra 16°,44 e 16°,45. La concentrazione è riferita a 100 parti in peso del solvente. I pesi molecolari sono stati calcolati prendendo per abbassamenti molecolari normali nelle soluzioni benzoliche ed acetiche, rispettivamente i valori 49 e 39.

Pirrolo.

« Il pirrolo impiegato è stato preparato decomponendone la combinazione potassica, ben lavata con etere, coll'acqua. Bolle a 129°.5-130° (corr.) a 761.6 m. m. di pressione.

a) soluzione in benzolo:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.3660	0°.20	0.5464	89
II.	0.7070	0.385	0.5445	89
III.	1.0400	0.56	0.5365	91
IV.	1.1069	0.59	0.5330	91
V.	1.2858	0.695	0.5405	91

VI.	1.7555	0.94	0.5356	91
VII.	2.0525	1.09	0.5310	92
VIII.	3.8134	1.94	0.5087	96
IX.	3.8944	1.98	0.5084	96
X.	6.0237	2.92	0.4847	101
XI.	9.2785	4.19	0.4457	109

b) soluzione in acido acetico:

I.	0.3679	0°.22	0.5979	65
II.	0.5847	0.34	0.5814	67
III.	1.1205	0.64	0.5711	68
IV.	4.7770	2.61	0.5463	71
V.	7.9362	4.13	0.5204	74
VI.	14.1979	6.90	0.4859	80
VII.	18.8094	8.79	0.4673	83
VIII.	36.2285	14°.84-14°.74 (1)	0.41	95

Peso molecolare calcolato per $C_4 H_5 N = 67$.

N-Metilpirrolo.

« È stato preparato dal composto potassico del pirrolo con joduro di metile. Il prodotto adoperato bolliva costante a 114°-115° (corr.) a 762°,5 m. m. di pressione.

a) soluzione benzolica:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.2442	0°.15	0.6142	79
II.	0.8738	0.53	0.6065	80
III.	2.1140	1.26	0.6007	81
IV.	3.6053	2.13	0.5907	82
V.	5.2476	3.05	0.5812	84
VI.	6.5463	3.77	0.5758	85

b) soluzione in acido acetico:

I.	0.8321	0°.40	0.4807	81
II.	1.8739	0.87	0.4642	83
III.	4.5246	1.97	0.4353	89
IV.	8.0143	3.33	0.4155	93
V.	8.8132	3.61	0.4096	95
VI.	19.0006	6.82	0.3585	108
VII.	21.6586	7.55	0.3485	111

Peso molecolare calcolato per $C_4 H_4 N (CH_3) = 81$.

(1) Non è stato determinato con esattezza.

N-Etilpirrolo.

« Ottenuto dal composto potassico del pirrolo con joduro di etile. Il prodotto della reazione è stato bollito a ricadere, per due giorni, con potassa, fusa di recente, allo scopo di eliminare il pirrolo ed i pirroli superiori secondari, che contemporaneamente si formano nella reazione, e sottoposto alla distillazione frazionata. La sostanza così ottenuta bolliva costante a 129°-130° (corr.) 762 m. m.. Per assicurarmi dell'assenza di pirrolo col quale la combinazione ha in comune il punto di ebullizione, la ho analizzata:
gr. 0.1455 di sostanza dettero gr. 0.4048 di CO_2 e gr. 0.1257 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4H_4N \cdot C_2H_5$
C	75.87	75.79
H	9.52	9.47

a) soluzione in benzolo:

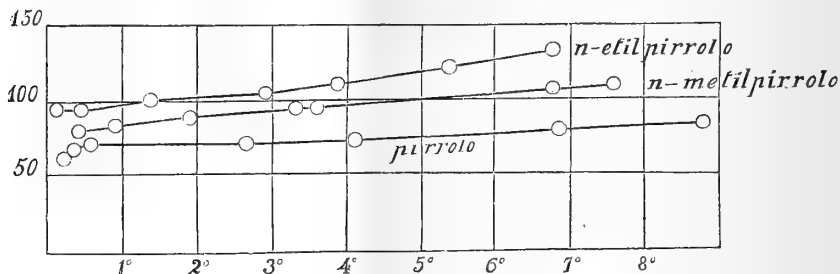
	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.3590	0°.20	0.5571	87
II.	1.1758	0.64	0.5443	90
III.	1.2405	0.67	0.5401	90
IV.	2.3657	1.28	0.5410	90
V.	4.3100	2.28	0.5290	92
VI.	5.6459	2.96	0.5242	93
VII.	6.4597	3.38	0.5232	93
VIII.	7.1476	3.72	0.5204	94

b) soluzione in acido acetico:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.2477	0°.10	0.4037	96
II.	1.1182	0.45	0.4024	96
III.	3.6458	1.40	0.3840	101
IV.	8.1977	2.93	0.3574	109
V.	11.3980	3.88	0.3404	114
VI.	16.9764	5.37	0.3163	123
VII.	22.9987	6.79	0.2952	132

Peso molecolare calcolato per $C_4H_4N(C_2H_5) = 95$.

« Portando sopra un sistema di assi coordinati ortogonali, come ascisse, gli abbassamenti termometrici e, come ordinate, i pesi molecolari trovati

per una medesima sostanza, si ottengono delle curve il cui andamento, per soluzioni acetiche, è indicato dal seguente disegno:

Calcolo secondo Arrhenius.

« I coefficienti di abbassamento precedenti sono stati calcolati, secondo Raoult, in funzione delle concentrazioni riferite a 100 parti, in peso, del solvente. Come un tal modo di calcolare non stia in armonia colla teoria di Van't Hoff è stato già notato da Arrhenius (¹), il quale ha proposto di riferire le concentrazioni a volumi eguali di soluzione. Allo scopo di potere eseguire questo calcolo occorre conoscere il volume specifico di ciascuna soluzione. Seguendo l'esempio di Beckmann io mi sono limitato a determinare per ciascuna sostanza e per ciascun solvente la densità della soluzione più concentrata, calcolando poi, col mezzo della densità del solvente, le densità delle soluzioni a concentrazioni intermedie. Sebbene i valori così ottenuti non abbiano un grado di attendibilità molto elevato, credo però che, trattandosi di sostanze le quali non hanno pei solventi impiegati una affinità chimica speciale, e non essendo molto grande la differenza fra le densità del solvente e della soluzione più concentrata, le densità calcolate possano in prima approssimazione servire allo scopo. Le determinazioni delle densità sono state fatte col mezzo di un picnometro di Sprengel, per il benzolo e le soluzioni benzoliche alla temperatura di 9°.5, per l'acido acetico e le soluzioni acetiche a quella di 20°; in ogni caso poi le densità sono riferite all'acqua presa alla medesima temperatura. I valori delle densità dei solventi, in queste condizioni, sono stati trovati:

per il benzolo $d = 0.8895$

per l'acido acetico $d = 1.0520$.

« Per il calcolo dei pesi molecolari sono stati presi, come abbassamenti molecolari, i valori precedenti divisi ciascuno per la densità dei solventi rispettivi (²).

« Nel quadro seguente sono ommessi gli abbassamenti termometrici i quali si trovano sulle linee corrispondenti del quadro precedente.

(¹) Zeitschrift für Phys. Chemie II, 493.

(²) Questo è stato fatto anche da Beckmann (loco citato).

Pirrolo.

a) soluzione benzolica:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.8898	0.324	0.617	89
II.	0.8900	0.624	0.617	89
III.	0.8903	0.916	0.661	89
IV.	0.8904	0.974	0.605	91
V.	0.8905	1.131	0.614	89
VI.	0.8908	1.537	0.611	89
VII.	0.8910	1.792	0.608	90
VIII.	0.8925	3.279	0.591	93
IX.	0.8925	3.368	0.588	93
X.	0.8942	5.079	0.574	95
XI.	0.8965	7.616	0.550	101

b) soluzione acetica:

I.	1.0518	0.385	0.571	64
II.	1.0516	0.611	0.556	66
III.	1.0513	1.164	0.549	67
IV.	1.0490	4.783	0.545	67
V.	1.0476	7.705	0.536	69
VI.	1.0431	12.967	0.532	69
VII.	1.0402	16.548	0.531	69
VIII.	1.0290	27.365	0.53	69

N-Metilpirrolo.

a) soluzione benzolica:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.8895	0.216	0.694	79
II.	0.8897	0.771	0.687	80
III.	0.8899	1.842	0.684	80
IV.	0.8902	3.106	0.685	80
V.	0.8905	4.437	0.687	80
VI.	0.8908	5.468	0.689	80

b) soluzione acetica:

I.	1.0510	0.867	0.461	80
II.	1.0490	1.929	0.451	81
III.	1.0460	4.528	0.435	85

IV.	1.0400	7.716	0.432	85
V.	1.0388	8.415	0.429	86
VI.	1.0235	16.349	0.417	88
VII.	1.0187	18.139	0.416	88

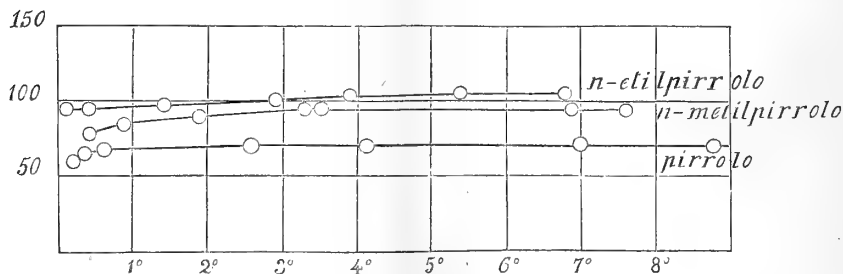
N-Etilpirrolo.

a) soluzione benzolica:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.8895	0.319	0.626	88
II.	0.8896	1.034	0.618	89
III.	0.8896	1.090	0.614	89
IV.	0.8897	2.057	0.622	88
V.	0.8899	3.677	0.620	88
VI.	0.8900	4.756	0.622	88
VII.	0.8901	5.400	0.625	88
VIII.	0.8902	5.937	0.626	88

b) soluzione acetica:

I.	1.0516	0.260	0.384	96
II.	1.0502	1.169	0.384	96
III.	1.0460	3.679	0.380	97
IV.	1.0383	7.864	0.372	99
V.	1.0330	10.569	0.367	100
VI.	1.0297	14.950	0.359	103
VII.	1.0136	18.933	0.341	108

« Il seguente disegno dimostra come si modifichi l'andamento delle curve precedenti quando le concentrazioni vengono riferite a volumi eguali di soluzioni:

« Mi riserbo di determinare i punti di congelamento delle soluzioni di altri derivati del pirrolo e particolarmente di qualche omologo del pirrolo per vedere se l'anomalia osservata per quest'ultimo si estenda o no anche ai pirroli superiori ».

Chimica. — *Sull'azione dell'anidride acetica sull'acido α-indolcarbonico* (1). Nota di Carlo Zatti, presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« Nella mia precedente comunicazione su questo argomento (2) ho descritto l'azione dell'anidride acetica sull'acido α-indolcarbonico, riservandomi di determinare con ultoriori ricerche, quale fosse la posizione occupata dall'acetile nell'acetilindolo fusibile a 188°-190°, da me in tal modo ottenuto.

« Dovendo a questo scopo prepararmi nuove quantità di prodotto, m'accorsi, che nell'azione dell'anidride acetica sull'acido α-indolcarbonico, non si forma soltanto il composto da me descritto l'anno scorso, ma che si ottiene altresì un'altra sostanza, che, come si vedrà, ha la composizione di un diacetilindolo ed il comportamento di un n-acetil-c-acetilindolo. Voglio subito far notare che anche Baeyer (3), facendo agire l'anidride acetica sull'indolo a 180°-200°, ottenne, oltre all'acetilindolo fusibile a 182°-183°, un composto, che fonde a 146° del quale non è nota la composizione.

« L'anidride acetica venne fatta agire sull'acido α-indolcarbonico nel modo già descritto l'anno scorso, solamente per evitare di avere poi nel liquido acquoso una grande quantità di acido acetico, trattando con acqua il contenuto dei tubi, ho preferito questa volta di distillare nel vuoto il prodotto della reazione, per liberarlo dall'eccesso di anidride acetica.

« Il residuo di questa distillazione venne bollito parecchie volte con acqua in un apparecchio a ricadere, fino ad esaurirlo completamente. Neutralizzando il liquido con carbonato sodico si separa, mista a sostanza resinosa, una sostanza cristallina, che si raccoglie al fondo del recipiente e che si separa per filtrazione del liquido. Questo estratto con etere dà l'acetilindolo fusibile a 187°-190°, da me già descritto l'anno scorso.

« La parte del prodotto meno solubile nell'acqua e che si separa dalla soluzione del prodotto greggio, nella neutralizzazione con carbonato sodico, venne purificata separatamente, mediante una serie di cristallizzazioni dal benzolo bollente. In questo modo si ottengono, lasciando raffreddare le soluzioni benzeniche diluite, piccole quantità di aghetti incolori dell'acetilindolo fusibile a 187°-190°, ma la maggior parte della sostanza resta disciolta, essendo più solubile nel benzolo. Per ottenerla conviene concentrare ulteriormente la soluzione e precipitarla con etere petrolico. In questo modo, ripetendo più volte l'operazione, sono riuscito ad ottenere puro un composto, che

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.
(2) Rendiconti IV (2° semestre) pag. 184.
(3) Berl. Ber. 12, 1314.

differisce dall'acetilindolo già descritto, non solo per la sua maggiore solubilità nel benzolo, ma anche per il suo punto di fusione più basso. Il nuovo composto purificato completamente per sublimazione fra due vetri d'orologio, fonde a 147°-150°.

L'analisi diede numeri, che concordano con quelli richiesti da un *diacetilindolo* $C_{12}H_{11}NO_2$.

I. 0,1166 gr. di sostanza, depurata per sublimazione, diedero 0,3076 gr. di CO_2 e 0,0614 gr. di H_2O.

II. 0,1064 gr. di sostanza, depurata per sublimazione diedero, 0,2797 gr. di CO_2 e 0,0556 gr. di H_2O.

	trovato		calcolato per $C_{12}H_{11}NO_2$
	I.	II.	
C	71,86	71,69	71,64
H	5,83	5,81	5,47

Ho già accennato più sopra, che Baeyer ottenne per azione dell'anidride acetica sull'indolo, oltre all'acetilindolo fusibile a 182°-183°, anche un com-composto più solubile nel benzolo, che fonde a 146°. Ora si nota, che come l'acetilindolo da me descritto non differisce che di pochi gradi nel suo punto di fusione da quello di Baeyer, anche il secondo prodotto, che egli non ha analizzato, ha un punto di fusione poco diverso dal mio. Io credo perciò, che non sia improbabile, che la sostanza fusibile a 146° sia anch'essa un diacetilindolo.

Il diacetilindolo ottenuto nel modo descritto, è un composto di reazione neutra, poco solubile nell'acqua anche bollente, solubilissimo nel benzolo bollente, quasi insolubile a freddo, e che si separa e dall'uno e dall'altro solvente in squamette. Sublima facilmente in aghetti, senza decomposizione.

« La costituzione del diacetilindolo da me ottenuto si svela facilmente per il suo comportamento con gli idrati ed i carbonati alcalini.

« Bollendolo con una soluzione acquosa di potassa o di carbonato sodico si ottiene l'acetilindolo che fonde a 187°-190°.

« Questo fatto dimostra, che uno dei due acetili deve essere attaccato all'azoto imminico dell'indolo, perchè è molto inverosimile, che un acetile chetonico venga eliminato già per azione dei carbonati alcalini. Inoltre va notato, che il punto di fusione del diacetilindolo da me ottenuto, è notevolmente più basso di quello dell'acetilindolo in cui esso si trasforma per azione delle basi, ciò che del pari sarebbe poco conforme all'ipotesi, che entrambi gli acetili fossero uniti al carbonio tetrolico dell'indolo.

« 0,1 gr. di acetilindolo venne bollito per un paio d'ore in un apparecchio a ricadere con una soluzione di potassa. Il composto si scioglie completamente nel liquido e rimane in soluzione anche dopo il raffreddamento. Il liquido non assume però nè colore nè odore speciale.

« Questa soluzione allungata con circa due volte il suo volume di acqua venne esaurita con etere. Il residuo venne depurato dal benzolo e precipitato dalla soluzione, alquanto concentrata, con etere petrolico. Si separa una sostanza bianca cristallina, che fonde a 188°-190°.

« 0,3 gr. di diacetilindolo venne bollito per quattro ore, a ricadere, con una soluzione concentrata di carbonato sodico; il prodotto estratto con etere e cristallizzato dal benzolo, dà una sostanza, che ha il punto di fusione e tutti i caratteri del monoacetilindolo fusibile a 188°-190°.

« Una determinazione della quantità di azoto contenuta in questa sostanza ha dato il seguente risultato:

« 0,1145 gr. di sostanza diedero 8,6 c. c. d'azoto misurato a 8°,5 ed alla pressione di mm. 763,5.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{10} H_9 NO$
N	9,07	8,8

« Da queste esperienze risulta quindi, che il diacetilindolo fusibile a 147°-150° è da rappresentarsi con la formula:

$$C_8 H_5 (\overset{c}{CO}CH_3) N\overset{n}{CO}CH_3$$

in cui resta ancora a stabilirsi la posizione dell'acetile legato ad uno degli atomi di carbonio nel nucleo tetrolico dell'indolo, la quale posizione è poi quella stessa, che occupa l'acetile nell'acetilindolo fusibile a 187°-190°.

« La quantità di n-c-diacetilindolo, che si ottiene nella reazione ora descritta, dipende naturalmente dal modo di operare, perchè se si bolle troppo a lungo la soluzione greggia con carbonato sodico, una parte del diacetilindolo si trasforma nel derivato monoacetilico.

« Questa è senza dubbio la ragione perchè nelle mie esperienze dell'anno scorso io non mi sono accorto della presenza del diacetilindolo.

« Per ultimo è da notare, che il rendimento dei due acetilindoli è assai meschino, la maggior parte dell'acido α-indolcarbonico viene trasformato in una materia amorfa, da cui si possono ottenere, per distillazione, notevoli quantità dell'imminanidride dell'acido α-indolcarbonico [1].

Azione della potassa fondente sull'acetilindolo.

« Per determinare la posizione dell'acetile nell'acetilindolo da me ottenuto, ho tentato ossidarlo colla potassa fondente, per trasformarlo in uno dei due acidi indolcarbonici scoperti recentemente [2].

(1) Vedi Ciamician e Zatti, *Sugli acidi carbossilici dell'indolo.* Rendiconti IV (1° sem.) 746, (1888).

(2) Ibidem.

« La fusione venne eseguita nello stesso modo come nella preparazione degli acidi indolcarbonici, 1 parte di acetilindolo venne fusa in un crogiuolo d'argento, coperto da vetro d'orologio con 20 parti di potassa. La massa lentamente riscaldata viene mantenuta in fusione fino alla scomparsa della parte oleosa. Poco acetilindolo sfugge alla reazione e sublima sulle pareti del vetro. La massa fusa omogenea, venne sciolta, dopo completo raffreddamento, nell'acqua, la soluzione acidificata con acido solforico diluito ed esaurita con etere. Il residuo, che è quasi insolubile nel benzolo, venne sciolto nell'etere acetico, scolorato con nero animale, ricristallizzato e precipitato dalla soluzione concentrata, con etere petrolico.

« Si separa una sostanza bianca e cristallina, che fonde in tubetto chiuso a 214° con abbondante sviluppo di gas.

« L'acido così ottenuto ha, come si vede, il punto di fusione dell'acido β-indolcarbonico a cui corrisponde in tutte le sue proprietà.

« La comparazione con un campione di acido β-indolcarbonico, ottenuto l'anno scorso per ossidazione dello scatolo, dimostrò in modo evidente l'identità dell'acido proveniente dall'acetilindolo fusibile a 187°-190° con l'acido β-indolcarbonico.

« Dalle esperienze menzionate in questa nota risulta dunque, che l'acido α-indolcarbonico si trasforma per azione dell'anidride acetica a 220°-230° nei due composti:

il *β-acetilindolo* ed il *β-n-diacetilindolo.*

« Probabilmente queste sostanze saranno entrambe prodotti di scissione dei due acidi carbonici corrispondenti, che si formeranno in principio, per azione dell'anidride acetica sull'acido α-indolcarbonico.

« Resterebbe per ultimo a decidere se il β-acetilindolo da me scoperto è identico a quello ottenuto da Baeyer per azione diretta dell'anidride acetica sull'indolo. Nella mia prima nota in questo argomento io ho lasciata aperta tale questione, ora mi sembra che si possa asserire, con una certa probabilità, che l'acetilindolo di Baeyer sia diverso dal mio e contenga il residuo acetilico in posizione α. A questa conclusione sono arrivato col seguente ragionamento. L'acetilindolo di Baeyer ha un punto di fusione inferiore solamente di circa 7° di quello del β-acetilindolo, a cui corrisponde in quasi tutte le sue proprietà. Ha circa la stessa solubilità nell'acqua e nel benzolo ed è come questo sublimabile senza decomposizione; solamente invece di sublimare in squamette, sublima, secondo Baeyer, in piramidi schiacciate. Queste piccole differenze nelle proprietà dei due composti, escludono quasi del tutto la possibilità, che l'acetilcomposto di Baeyer sia un vero derivato acetilico, piuttosto che un derivato chetonico.

« Ora tenendo conto della grande analogia che esiste fra l'indolo ed il pirrolo in genere e specialmente del comportamento di questo con l'anidride

acetica, apparisce assai poco probabile, che per l'azione diretta questo reattivo sull'indolo, l'acetile vada a rimpiazzare un idrogeno in posizione β.

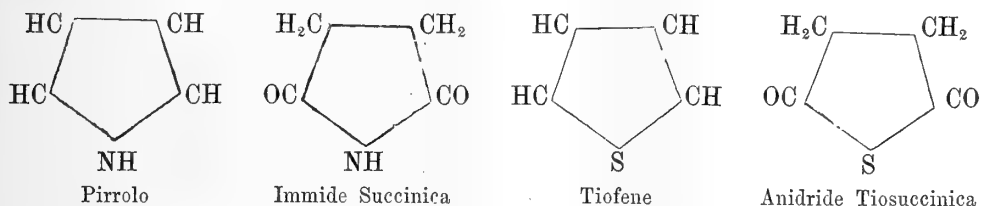
« Concludendo si può quindi dire, che molto probabilmente il composto ottenuto da Baeyer, fusibile a 182°-183°, è l'α-acetilindolo.

« Per rendere più chiara la comparazione dei due composti in questione, li riunisco con le loro proprietà principali, nel seguente specchietto:

	punto di fusione	
α-acetilindolo (?)	182°-183°	Sublima in piramidi schiacciate.
β-acetilindolo	187°-190°	Sublima in squamette.
α-n-diacetilindolo (?)	146°	Composto ottenuto da Baeyer, ma non analizzato.
β-n-diacetilindolo	147°-150°	Dà per ebollizione coi carbonati alcalini il β-acetilindolo.

Chimica. — *Sull'anidride tiosuccinica* (1). Nota di Carlo Umberto Zanetti, presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« Lo studio di questa sostanza ebbe principalmente lo scopo di vedere se l'anidride tiosuccinica potesse considerarsi realmente come il chinone secondario del tiofene in analogia coll'immide succinica, che deve essere riguardata come il chinone secondario del pirrolo.

Pirrolo Immide Succinica Tiofene Anidride Tiosuccinica

« Inoltre mi è sembrato interessante di studiare in genere il comportamento chimico dell'anidride tiosuccinica, essendo poco note fino ad ora le sue proprietà.

« Dirò subito che le prove fatte secondo il primo punto di vista dettero risultati negativi, e non mi è stato possibile di trasformare l'anidride tiosuccinica nè in anidride tiomaleica nè in tiofene.

« L'anidride tiosuccinica, che io ho preparato dal succinilfenolo, seguendo

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

il metodo indicato da Weselsky [1], si bromura abbastanza facilmente, e, riscaldata con bromo a 108°-110° in tubo chiuso per parecchie ore, dà una sostanza, la quale distilla sotto forma di olio denso bruno-verdastro, che dopo molto tempo si rapprende in una massa cristallina. Questo corpo formerà oggetto di ulteriori ricerche.

Azione della fenilidrazina sull'anidride tiosuccinica.

« Mentre è ben noto il comportamento dell'anidride succinica con le ammine primarie, non è stata finora studiata l'azione di queste sull'anidride solfosuccinica.

« Io ho fatto le esperienze in proposito con l'anilina e la fenilidrazina ed ho ottenuto in entrambi i casi i derivati dell'acido succinico con due molecole di base, indipendentemente dalla quantità di questa impiegata nella reazione.

« L'anilide succinica è stata ottenuta già da Laurent e Gerhardt, mentre non era nota fino ad ora la succinil-di-fenilidrazina, per questa ragione dò una dettagliata descrizione delle mie esperienze.

« Aggiungendo ad una soluzione di tioanidride succinica, nell'acido acetico a 90 %, la quantità corrispondente a due molecole di fenilidrazina (2,75 gr. di tioanidride in 20 cc. d'acido acetico con 5,50 gr. di fenilidrazina), il liquido si riscalda, mentre si svolge abbondantemente acido solfidrico. Dopo breve tempo si separa dal liquido un precipitato cristallino, il quale aumenta per aggiunta di acqua.

« Il composto così ottenuto è insolubile a freddo nell'acqua, nell'alcool, nella benzina, nel cloroformio, e vi si scioglie difficilmente anche a caldo.

« Per purificarlo lo si cristallizza ripetutamente da molto alcool assoluto bollente, e per raffreddamento si separano squamette bianche splendenti leggerissime, che fondono a 219°. Riscaldato alcuni gradi sopra il punto di fusione si decompone con svolgimento di gaz.

« Il nuovo corpo viene distrutto dall'acido nitrico concentrato; nell'acido solforico concentrato si discioglie dando una colorazione rosso-porpora fugace; si scioglie nella potassa bollente e per aggiunta di un acido precipita inalterato.

« Le prove fatte sul prodotto puro, per vedere se conteneva zolfo, dettero risultati negativi; quindi, tenendo conto del rendimento quasi quantitativo ottenuto nella preparazione ora descritta, si poteva ammettere che la reazione fosse avvenuta secondo la seguente uguaglianza:

$$C_2H_4\langle{}^{CO}_{CO}\rangle S + 2\,(H_2N.NH.C_6H_5) = H_2S + C_{16}H_{18}N_4O_2$$

[1] Berl. Ber. 2, p. 519-520.

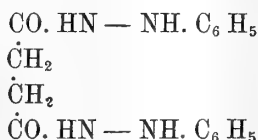
« Di fatto le analisi confermarono questa formula, come si vede dai seguenti numeri:

I. 0,1284 gr. di sostanza diedero 0,3037 gr. di CO_2 e 0,0752 di H_2O;
II. 0,1340 gr. di sostanza diedero 0,3166 gr. di CO_2 e 0,0765 di H_2O;
III. 0,1718 gr. di sostanza dettero 27,4 cc. di azoto misurati alla temperatura di 8° ed alla pressione di 752,6 mm.

« In 100 parti:

	trovato				calcolato per $C_{16}H_{18}N_4O_2$
	I	II	III		
C	64,50	64,40	—	C	64,43
H	6,50	6,33	—	H	6,04
N	—	—	19,02	N	18,79

« La costituzione di questo corpo è senza dubbio quella della *succinil-di-fenilidrazina*.

$$\begin{array}{l} CO.\,HN - NH.\,C_6H_5 \\ \dot{C}H_2 \\ \dot{C}H_2 \\ \dot{C}O.\,HN - NH.\,C_6H_5 \end{array}$$

« Hötte [1] il quale studiò l'azione della fenilidrazina sull'anidride succinica, ottenne sempre lo stesso composto, la succinilfenilidrazide, dal punto di fusione 155°-156°, tanto impiegando una che due molecole di fenilidrazina. In vista di ciò feci un'esperienza adoperando una sola molecola di fenilidrazina per una di tiosuccinanidride, e non ottenni il composto di Hötte, ma invece la combinazione che fonde a 219°.

« Provai pure far agire in quantità equimolecolari l'anilina con la tioanidride ed ebbi anche in questo caso, non già il succinanile fusibile a 156°, ma il prodotto dell'azione di due molecole di anilina per una dell'anidride, cioè: la succinanilide, il cui punto di fusione è 226°-227°.

« Dalle mie esperienze sembra dunque risultare, che l'anidride tiosuccinica agisce di preferenza con due molecole di ammina primaria.

« Inoltre è degno di nota il fatto, che la tiosuccinanidride viene, in seguito alla sua poca stabilità, decomposta già a freddo dalle ammine aromatiche, mentre l'anidride succinica non reagisce che a caldo e difficilmente.

« Questo comportamento fa supporre, che non sarà privo di interesse lo studio ulteriore dei caratteri chimici dell'anidride tiosuccinica e segnatamente della sua azione sopra le diammine ».

[1] Journal für practische Chemie 35, pag. 293.

Biologia. — *Gyrocotyle Diesing - Amphiptyches Grube et Wagener.* Nota preliminare del dott. Fr. Sav. Monticelli, presentata dal Socio Trinchese.

« Diesing nel 1850 (Syst. Helm. pag. 408) fondò il genere *Gyrocotyle* (*rugosa*) per un elminto parassita della *Mactra edulis* (Valparaiso e Porto Natal) e nel 1852 Wagener descrisse col nome di *Amphiptyches* (*urna*) un altro elminto, trovato da Grube e da lui nella valvola spirale e sulle branchie della *Chimaera monstruosa.* Dell'anatomia del primo nulla si conosceva finora, di quella del secondo se ne è occupato il Wagener stesso (Arch. f. Natur. J. 1852, pag. 543), ma era ancora assai imperfettamente nota.

« La posizione sistematica di questi vermi è stata lungamente discussa. Il *Gyrocotyle* venne dapprima ascritto ai Trematodi dal Diesing (1850) poi ai *Bdellidea siphonostomeae* e messo accanto al gen. *Clepsine* (Rev. d. Myzhelm. pag. 492). L'*Amphiptyches*, che Wagener medesimo osservava essere molto affine ai Cestodi, per l'assenza di tubo digerente, Diesing dapprima mise fra i Trematodi (Rev. d. Myzhelm. pag. 358), accanto al gen. *Amphistomum,* e più tardi seguendo l'opinione espressa dallo stesso Wagener (Arch. f. Naturg. J. 1858, pag. 247), riunì al gen. *Gyrocotyle,* che continuò ad ascrivere ai *Bdelloidea monocotylea* accanto al gen. *Clepsine* (Nacht. u. Verbess. Rev. d. Myzhelm. pag. 447). Hesse e van Beneden (Bdell. et Tremat. marin. pag. 56) separarono di nuovo i due generi *Gyrocotyle* ed *Amphiptyches* e li riferirono agli Irudinei ascrivendoli al gruppo da loro formato, dei Malacobdellarii dioici.

« Nel mio lavoro sullo *Scolex polymorphus* (Mitth. Zool. Stat. Neap. Bd. 8 pag. 122) ho fatto notare come il ravvicinamento dell'*Amphiptyches* ai Cestodi fosse pienamente giustificabile e, fondandomi sulle conoscenze che si avevano di questo verme, ho espressa l'opinione che l'*Amphiptyches* dovesse considerarsi una forma di Cestodi affine all'*Amphilina,* ma più semplice di questa.

« Nel saggio di una Morfologia dei Trematodi, riepilogando le notizie bibliografiche che si avevano sul *Gyrocotyle* e sull'*Amphiptyches,* li ho esclusi dai Trematodi e, quanto al primo, ho detto che restava ancora a sapere se fosse o no da considerarsi affine alla *Malacobdella*, come volevano l'Hesse ed il van Beneden (v. pag. 94) e quanto al secondo ho confermato la mia precedente opinione che cioè dovesse riferirsi ai Cestodi e considerarsi affine all'*Amphilina* e riguardarsi, insieme a questa, una forma di transizione fra i Trematodi ed i Cestodi (pag. 4 e 94).

« Grazie alla cortesia del prof. Leuckart, che mi ha ospitato nel suo laboratorio, permettendomi lo studio degli esemplari di *Amphiptyches* e di *Gyrocotyle* del Museo zoologico di Lipsia, ed alla liberalità del prof. Möbius

di Berlino e del prof. Steindachner e del dott. Marenzeller di Vienna, che hanno voluto gentilmente concedermi alcuni esemplari di *Amphiptyches* e *Gyrocotyle* dei Musei di Berlino e di Vienna, io ho potuto stabilire con certezza la loro posizione sistematica desumendola dai loro caratteri anatomici ed embriologici.

« Dalle mie ricerche sono pervenuto alle seguenti conclusioni:

« 1. Che l'*Amphiptyches* ed il *Gyrocotyle* devono considerarsi, come già « pensavano il Wagener ed il Diesing, due specie distinte del gen. *Gyro-* « *cotyle*. Le due specie si chiameranno: *G. rugosa* Diesing e *G. urna* Grube « e Wagener.

« 2. Che il gen. *Gyrocotyle* deve allogarsi fra i Cestodi e riguardarsi « affine all'*Amphilina*.

« Fondo la prima conclusione sulla grande rassomiglianza delle forme esterne tra l'*Amphiptyches* e *Gyrocotyle* e più specialmente per la loro uniformità di struttura anatomica, perchè credo che la sola differenza esterna, fra i due, di una certa importanza, cioè la mancanza nel *Gyrocotyle* dei lembi laterali pieghettati, mancanza o poco sviluppo che si osserva pure in piccoli individui di *Amphiptyches*, ha solo valore come carattere specifico e non autorizza quindi al mantenimento dei due generi distinti.

« Stabilisco la seconda conclusione per la organizzazione medesima dell'*Amphiptyches* e *Gyrocotyle* e per il loro modo di sviluppo. Infatti:

« I. Il sistema muscolare, astrazione fatta da alcune particolarità di struttura, dovute alla forma del corpo, è sullo stesso tipo di quello dei Cestodi ed ha molte rassomiglianze con quello dell'*Amphilina*.

« II. Il tubo digerente manca, come nei Cestodi, e resta a rappresentarlo, come nell'*Amphilina* e nei giovani Scolici (*Scolex polymorphus* ed altri), una ventosa anteriore.

« III. La disposizione del sistema escretore, da quanto ho potuto ricavare dalle sezioni, comparato con le osservazioni fatte da Wagener a fresco, si riavvicina molto a quella dei Cestodi e ricorda quella di *Caryophyllaeus mutabilis*, come ho già accennato altrove (Mitth. Zool. Stat. Neap. Bd. 8 pag. 124).

« IV. La forma generale del sistema nervoso, come ho già notato per l'*Amphiptyches* (Zool. Anz. Jah. XII, n. 298) si riavvicina al tipo del sistema nervoso dei Cestodi e s'assomiglia a quello dell'*Amphilina*.

« V. La disposizione degli organi genitali è tipica dei Cestodi e si avvicina, ancora più che quella dell'*Amphilina*, alla disposizione dei genitali di *Botriocephalns*, dalla quale differisce essenzialmente solo per lo sbocco esterno, perchè lo sbocco dell'utero e l'apertura maschile si trovano sul ventre, nella parte anteriore del corpo, l'uno nel mezzo l'altro sul lato destro, mentre la vagina si apre sul lato destro della superficie dorsale, nella sua parte anteriore. I testicoli numerosi e rotondeggianti sono situati nel mezzo del corpo

e ne occupano tutta la parte anteriore. I singoli dotti escretori si riuniscono tutti in una sorta di ricettacolo, situato sul lato dorsale del corpo molto simile a quello descritto come cisterna dal Sommer e Landois (Zeit. Wiss. Zool. Bd. 22), dal quale parte un grosso e più volte ravvolto su sè stesso, dotto escretore che sbocca nella tasca del pene. L'ovario giace nel terzo posteriore del corpo: esso è fatto di due metà, ciascuna a forma di crescente, situate lungo i due lati del corpo. I singoli ovidutti delle due metà dell'ovario si fondono nel mezzo del corpo in uno slargamento che serve come ricettacolo delle uova mature. Da questo slargamento si origina l'ovidotto che si slarga a formare l'utero più o meno lungo secondo le due specie (*G. urna* e *G. rugosa*). La vagina accompagna l'utero per tutta la sua lunghezza ed all'altezza del ricettacolo delle uova, si slarga a formare un grosso ricettacolo seminale il quale sbocca per un corto dotto direttamente nell'ovidutto, poco dopo la sua origine. Le glandole vitelline sono sparse per tutto il corpo e giacciono addossate alla parete del sacco muscolare cutaneo. I loro dotti escretori si riuniscono anch'essi in una sorta di ricettacolo vitellino che si apre alla base dell'ovidotto immediatamente sopra lo sbocco del dottolino del ricettacolo seminale. Le glandole del guscio son disposte a guisa di collare tutt'intorno all'ovidotto dopo lo sbocco in questo del vitellodutto.

« VI. Le uova di *Gyrocotyle rugosa* che si trovano nell'utero contengono già un embrione provvisto di uncini simili a quelli dei Cestodi. Nelle uova del *G. urna* non ho potuto vedere degli embrioni; ma, dalla somma dei fatti, si può credere che anche questi siano provvisti di uncini. Lo sviluppo degli embrioni nell'utero di *G. rugosa*, fatto osservato anche in alcuni Botriocefali, può spiegarsi con la lunghezza dell'utero del *G. rugosa* maggiore di quella del *G. urna* ».

Filosofia. — *Sulla Teogonia di Ferecide di Syros.* Nota del Corrispondente Alessandro Chiappelli.

« Nella storia dell'antichissima fisica ed astronomia greca fa epoca la grandiosa e geniale ipotesi di Anassimandro, chiamato con assai felice espressione dal Röth [1] « l'Humboldt del tempo suo », che la terra stia senza sostegno alcuno libera nello spazio e immobile nel centro del sistema sferico dell'universo. C'è, come bene osserva il Wundt [2], dalla rozza e infantile cosmologia Omerica ed Esiodea, a cui si collega tuttora per certi rispetti Talete, a questa ipotesi di Anassimandro tanta distanza, quanta ve ne è dalla ipotesi geocentrica alla dottrina Copernicana. Nè può quindi far meraviglia

(1) Röth, *Gesch. uns. abendländ. Philos.* II, I, p. 135.
(2) Wundt, *Essays,* 1885, p. 61.

che, oltrepassando di tanto le idee del tempo suo, non trovasse così facile accoglienza fra i contemporanei, e tra i fisici del sesto e del quinto secolo av. C.. Anassimene che ancora ammette con Talete la circolazione orizzontale degli astri intorno al disco terrestre [1], come dopo di lui anche Eraclito; Senofane che si rappresenta la terra come prolungata indefinitamente al di sotto [2], tutti si ricollegano, più o meno direttamente, all'antica rappresentazione cosmologica anteriore ad Anassimandro, sebbene l'ipotesi astronomica di questi fosse la sola che poteva dare una spiegazione soddisfacente dell'apparente rotazione diurna del cielo e degli astri intorno alla terra.

« Parrebbe perciò un fatto assai singolare che una intuizione così originale come questa d'Anassimandro avesse trovato invece così pronta accoglienza in un mitografo quasi a lui contemporaneo, il cui pensiero sta sui confini della mitologia e della speculazione, quale è Ferecide di Syros, secondochè recentemente ha supposto il Diels [3], col quale consente anche il più recentemente illustratore dei frammenti di Ferecide, il Kern [4]. Nello scritto di Ferecide, portante probabilmente il titolo *Pentémychos*, o *Theogonia* composto dopo lo scritto d'Anassimandro *περὶ φύσεως*, per quanto possiamo rilevare dai pochi frammenti e dalle scarse notizie che ce ne rimangono, raccolte per primo dallo Sturz e ora dal Kern [5], si troverebbe già secondo l'opinione del Diels una traccia della dottrina d'Anassimandro nella imagine della *ὑπόπτερος δρῦς* e del *φᾶρος* con cui vengono raffigurati la terra e il cielo che la ravvolge.

« Fr. IV. (Kern. p. 87) Clem. Al. strom. VI 2, 9. *Φερεκύδης ὁ Σύριος λέγει: Ζὰς ποιεῖ φᾶρος μέγα τε καὶ καλὸν καὶ ἐν αὐτῷ ποικίλλει γῆν καὶ Ὠγηνὸν καὶ τὰ Ὠγηνοῦ δώματα.* Id. VI, 6, 53 secondo Isidoro *καὶ γάρ μοι δοκεῖ τοὺς προσποιουμένους φιλοσοφεῖν, ἵνα μάθωσι τί ἐστιν ἡ ὑπόπτερος δρῦς καὶ τὸ ἐπ' αὐτῇ πεποικιλμένον φᾶρος, πάντα ὅσα Φερεκύδης ἀλληγορήσας ἐθεολόγησεν* [6].

« L'imagine di quel « grande e bel manto » in cui Zeus, trasformatosi in Eros onde generare l'universo, disegna la terra e l'oceano, non significherebbe già il cielo, come giudicarono lo Sturz e il Conrad [7], ma ben altra cosa secondo

[1] Come io credo collo Zeller I⁴ p. 227 contrariamente al Teichmüller Studien z. Gesch. d. Begr. 1874, p. 96 e al Tannery, *Pour l'hist. de la science hellène* 1887, p. 146 s.

[2] Cfr. quanto ne abbiamo scritto in Rendiconti della R. Accad. dei Lincei 1888, vol. VI, fasc. 4°, p. 89-95.

[3] Diels, Archiv. für Gesch. d. Philos. I. 1887, p. 14 ss. E così già Röth, op. cit. II, I, p. 168.

[4] O. Kern, *De Orphei, Epimenidis Pherecydis theogoniis*, Berlin 1888, p. 91 ss.

[5] Op. cit. p. 83-90. Noi citiamo secondo questa collezione.

[6] Maxim. Tyr. Dissert. X, p. 174 Reiske. *Ἀλλὰ καὶ τοῦ Συρίου τὴν ποίησιν σκόπει κ. τὸν Ζῆνα κ. τὴν Χθονίην κ. τὸν ἐν τούτοις Ἔρωτα κ. τὴν Ὀφιονέως γένεσιν κ. τὴν θεῶν μάχην κ. τὸ δένδρον κ. τὸν πέπλον.*

[7] *De Pherecydis Syrii aet. atque cosmologia*, Koblenz, 1857, p. 40.

lo Zeller (1); il quale intende così che Zeus « rivestì come l'impalcatura della terra sospesa nello spazio cosmico colle svariate superficie della terra e del mare »; interpretazione nella quale consente ora anche il Diels (Archiv. für Gesch. d. Philos. I, p. 14). La « querce alata, o più propriamente (anche secondo lo Zeller) » sostenuta da ali (*ὑπόπτερος*), non è quindi che l'ossatura primitiva della terra prima del rivestimento operato da Zeus. Se dunque Zeus ha così ordinato la terra e il mare che ambedue sieno dipinti nel gran peplo, e d'altra parte la terra è rassomigliata ad un albero alato, a ragione sembra concluderne il Diels che la terra secondo Ferecide sia sospesa nello spazio, e che al disotto della forma poetica e mitica (ciò che era sfuggito agli altri) si possa riconoscere l'intuizione astronomica di Anassimandro.

« Nè per fermo si può negare in generale la possibilità di un rapporto storico tra la fisica di Anassimandro e le rappresentazioni teogoniche di Ferecide; anche se si pensi non solo alla grande antichità di ambedue, ma all'essere stati essi i primi in Grecia a comporre uno scritto prosastico *περὶ φύσεως*, al qual fatto si riferisce la corrotta notizia di Teopompo presso Diogene (2). Ma la cosa apparisce in realtà assai inverosimile se vogliamo nei miti di Ferecide, che Aristotele giudica severamente annoverandolo fra coloro che tengono del poeta e del filosofo e parlano sempre in forma mitica (Metaph. N. 4, p. 1091 6. 4), ritrovare l'ardita novità del fisico di Mileto. Già l'immagine del manto di Zeus, che tanto fa pensare al *der Gottheit lebendiges Kleid* del Faust, è dovuta agli Orfici, poichè non solo se ne trova una simile nella teogonia orfica (3), ma è chiaramente significato in un passo di Damascio pubblicato da un codice Marciano per la prima volta dal Kern (De Theog. 97). Cod. Marc. f. 349 v. . . . *ἤδη δὲ οἱ νεώτεροι κ. ἀφομοιωτικὴν αὐτὴν* (sc. *διακόσμησιν*) *κεκλήκασιν, ἴσως μὲν ἀπὸ τῆς παρ' Ὀρφεῖ κορικῆς ὑπερκοσμίου πεπλοποιίας ὁρμηθέντες, ἐν ᾗ τὰ μιμήματα τῶν νοερῶν ἐνυφαίνεται.* Correva difatti nell'antichità fra i libri orfici uno intitolato appunto *πέπλος ἢ δίκτυον*, dove non solo si doveva trattare di quella dottrina del corpo umano, a cui accenna Aristotile (Gen. an. II, 1. 734 a. 18), ma probabilmente anche della compagine del mondo (4). In ogni modo che il *φᾶρος* o il *πέπλος* di Ferecide stia a significare il cielo, secondo l'antica opinione dello Sturz e del Conrad, piuttostochè il rivestimento o l'ordinamento

(1) Zeller I⁴ p. 75, 2.

(2) Diog. I, 116 *τοῦτον πρῶτον περὶ φύσεως κ. θεῶν Ἕλλησι γράψαι*, in contradizione con Diog. II, 2. Suidas, v. *Ἱστορῆσαι*. Plinio e Apuleio chiamano Ferecide il primo prosatore Plin. Hist. IV. VII, 56. Apul. Flor. 2, p. 352.

(3) Abel, *Orphica* 1885 fr. 211. Lobeck, *Aglaophamus* II, 550. Porphyr. De an. Nymph. c. 14 *τῶν παλαιῶν τὸν οὐρανὸν εἰρηκότων οἷον θεῶν οὐρανίων περίβλημα*. Hymn. 19, 12, *διαῤῥίξας δέ χιτῶνα οὐράνιον προκάλυμμα.*

(4) Lobeck, *Aglaoph.* II, p. 379 ss. Lübbert, *Commentatio de Pindaro dogmatis de migrat. anim. cultore*, Bonn, 1887, p. X.

della superficie terrestre, come pensa lo Zeller ([1]), a me par verosimile per varie ragioni. In primo luogo, oltrechè questa similitudine la troviamo anche nella poesia orfica, ed è spesso adoperata dai poeti ad es. in un frammento di Euripide (fr. 1. p. 598 Nauck) dove il cielo è chiamato appunto ποίκιλμα τέκτονος σοφοῦ, l'interpretazione dello Zeller aveva il suo fondamento nelle prime parole dello scritto di Ferecide riferite da Diogene, secondo l'antica lezione volgata Diog. I, 119, Ζεὺς μὲν κ. Χρόνος ἐς ἀεὶ κ. Χθὼν ἦν. Χθονίῃ δὲ ὄνομα ἐγένετο Γῆ, ἐπειδὴ αὐτῇ Ζεὺς γέρας διδοῖ, poichè, come anche il Diels osserva, data questa lezione, l'opinione dello Zeller che il γέρας significhi l'ornamento dato da Zeus alla terra, corrispondente quindi al φᾶρος dell'altro frammento, è la più probabile, e certo più verosimile delle antiche interpretazioni che lo Zeller a ragione respinge. Ma dopochè il Dels ha restituita la forma originale del passo, secondo i manoscritti così (fr. I. Kern.) Ζὰς μὲν κ. Χρόνος ἦσαν ἀεὶ κ. Χθονίη. Χθονίῃ δὲ ὄνομα ἐγένετο Γῆ, ἐπειδὴ αὐτῇ Ζὰς γῆν γέρας διδοῖ, il senso non è più dubbio. La Χθονίη diviene γῆ poichè Zeus le ha assegnato in dono o in onore la terra, ciò che, è confermato da altre testimonianze ([2]). Ora questo in altri termini significa che la massa terrestre primitiva (identica dunque alla ὑπόπτερος δρῦς), diviene la terra per opera di Zeus. Se quindi in un secondo momento Zeus dipinge la terra (ποικίλλει γῆν) già prima formata « nel gran peplo », questo non può dunque significare che il cielo e l'atmosfera, comprendente i due primi « seni o recessi (μυχοί), cioè la regione del fuoco o etere, e dell'aria ([3]).

« In secondo luogo, le parole ἐν αὐτῷ ποικίλλει del frammento VI non indicano qualche cosa che sia sovrapposto ed aggiunto alla massa terrestre, ma qualche cosa anzi sotto cui è disposta la terra, e che precede ad essa; mentre le altre τὸ ἐπ' αὐτῇ (ἡ ὑπόπτερος δρῦς) πεποικιλμένον φᾶρος, non favoriscono il ravvicinamento colla dottrina d'Anassimandro che ammette la terra circondata per ogni parte dallo spazio celeste, e più naturalmente fanno pensare al cielo ampiamente disteso sopra la terra.

« Ma assai più discordante dalla dottrina di Anassimandro è l'altra immagine attribuita a Ferecide, della « querce alata ». Il Diels stesso ([4])

([1]) E così pare anche il Diels (Archiv. I, p. 14), sebbene questa interpretazione non giovi al ravvicinamento di Ferecide ad Anassimandro.

([2]) Herm. *Irris. Philos.* c. 12. cfr. Diels, *Doxographi* 654, 12. 7. Φερεκύδης μὲν ἀρχὰς εἶναι λέγων Ζῆνα κ. Χθονίην κ. Κρόνον. Ζῆνα μὲν τὸν αἰθέρα, Χθονίην δὲ τὴν γῆν κτλ. Eudemo presso Damasc. *De Princ.* p. 384 K. (Eudemi Fragm. CXVII Spengel) Prob. ad Vergil. Eclog. VI. 31.

([3]) Kern, *De Theog.* p. 104-5. La distinzione che il Conrad. op. cit. p. 24 ss. volle trovare fra Χθὼν e Χθονίη è quindi esclusa, oltrechè dalle osservazioni dello Zeller (75, 2), anche dalla rettificazione del Diels. Piuttosto è quindi da distinguersi la Χθονίη dalla Γῆ.

([4]) E così già il Röth, op. cit., l. c. che non dubita di ammettere nello stesso tempo la dipendenza di Ferecide da Anassimandro e dalla tradizione esiodea. Cfr. Kern, *De Theog.* p. 104.

ha notato che l'immagine dell'albero si collega all'antica rappresentazione esiodea delle radici della terra. Opp. et Dies, v. 19 γαίης τ' ἐν ῥίζῃσι.

« Theog. 720 ss.

τόσσον ἔνερθ' ὑπὸ γῆς, ὅσον οὐρανὸς ἐστ' ἀπὸ γαίης
ἶσον γὰρ τ' ἀπὸ γῆς ἐς Τάρταρον ἠερόεντα.

E che da Esiodo sia tolta questa dottrina di Ferecide che trova nel Tartaro il seno (μυχός) della terra, si vede chiaro paragonando i versi della Teogonia.

v. 116 s. Γαῖ' εὐρύστερνος, πάντων ἕδος ἀσφαλὲς αἰεὶ
Τάρταρά τ' ἠερόεντα μυχῷ χθονὸς εὐρυοδείης.

Col fr. VI di Ferecide (Celso presso Orig. VI p. 304. Kern p. 88).

Κείνης δὲ τῆς μοίρης ἔνερθέν ἐστιν ἡ Ταρταρίη μοῖρα. φυλάσσουσι δ' αὐτὴν θυγατέρες Βορέω Ἅρπυιαί τε καὶ Θύελλα, ἔνθα Ζὰς ἐκβάλλει θεῶν ὅταν τις ἐξυβρίσῃ, dove la μοῖρα significa manifestamente la parte occupata dalla terra nel sistema del mondo, come nell'omerico.

« Iliad. O, 195.

(Zeus) καὶ κρατερός περ ἐών, μενέτω τριτάτῃ ἐνὶ μοίρῃ.

Codesta rappresentazione che da Ferecide trasse anche Eschilo nel Prometeo come ha provato il Kern ([1]), e che troviamo anche riprodotta da Senofane ([2]) era già propria anche della poesia orfica.

fr. 123. Abel. v. 31 s.

πυμάτη δὲ βάσις χθονὸς ἔνδοθι ῥίξαι
Τάρταρα τ' εὐρώεντα κ. ἔσχατα πείρατα γαίης

fr. 81. μήσατο δ' ἄλλεν γαῖαν ἀπείριτον

fr. 121 Abel ὠκεανός τε μέγας κ. νείατα τάρταρα γαίης

(Lobeck. p. 520)

ed è quindi una riprova dei rapporti già notati dal Gruppe e dal Kern ([3]) fra la teogonìa orfica e quella di Ferecide quanto alla distribuzione delle parti del mondo; rapporti confermati anche dai nuovi frammenti orfici che il Kern ha recentemente pubblicati ([4]).

« Sia dunque direttamente dovuta alla tradizione esiodea o sia penetrata per mezzo dell'Orfismo nella teogonìa di Ferecide, questa intuizione è ad ogni modo precisamente l'opposto della ipotesi d'Anassimandro. Il dato sperimentale che appunto suggeriva codesta ipotesi, cioè la rotazione apparente del cielo e dei corpi celesti intorno alla terra libera nello spazio, contradice alla infantile e grossolana rappresentazione della terra inferiormente prolungata

([1]) Aesch. Prom. v. 435 κελαινὸς δ' Ἄϊδος ὑποβρέμει μοχὸς γᾶς. Cfr. anche v. 152-54.

([2]) Karsten, *Xenoph. Fragmenta.* 1830, p. 156, cfr. quanto ne abbiamo scritto in Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, 1888, vol. VI, fasc. 4°, p. 89-95.

([3]) Gruppe, *Die griech. Culten und Mythen* Leipzig 1887, p. 654 s. Kern op. cit. p. 105 e Archiv. f. Gesch. d. Philos. I, 4. 1888, p. 503.

([4]) O. Kern, *Theogon. Orphicae Fragmenta nova* in Hermes XXIII. 4. 1888, p. 492-83.

all'infinito ([1]). E così del pari anche l'immagine dell'albero o della querce alata pare confermi codesta interpretazione; poichè la querce, come aveva già osservato il Preller ([2]), è il simbolo della stabilità e dell'immobilità. E se vi è aggiunta l'immagine dell'ali, questa può bene esprimere il libero movimento del cielo; e ad ogni modo l'aggettivo ὑπόπτερος non indica sempre necessariamente che l'oggetto a cui viene attribuito sia rappresentato come privo di ogni sostegno della parte inferiore. Si pensi al bel frammento di Mimnermo, dove si canta di Helios che è trasportato ogni giorno da Hefestos dentro un calice d'oro a fior d'acqua dalla regione delle Esperidi (l'Occidente) al paese degli Etiopi (Oriente).

fr. 12 (Bergk. p. 330).

> τὸν μὲν γὰρ δὶα κῦμα φέρει πολυήρατος εὐνή
> κοΐλη, Ἡφαίστου χερσὶν ἐληλαμένη
> χρυσοῦ τιμήεντος, ὑπόπτερος, ἄκρον ἐφ' ὕδωρ.

Ma più che al regolare movimento celeste siamo condotti a pensare a un movimento vorticoso dell'aria intorno alla terra, e propriamente nella sua parte inferiore, se teniamo conto delle ultime parole pel fr. VI φυλάσσουσι δ'αὐτὴν θυγατέρες Βορέω Ἅρπυιαί τε καὶ Θύελλα. ἔνθα Ζὰς ἐκβάλλει θεῶν ὅταν τις ἐξυβρίσῃ. Ora che la Θύελλα sia la personificazione del vortice cosmico si rileva dalla dottrina di Ferecide sulle pene d'Issione, espressa in alcune parole riferite dallo Scoliaste di Pindaro, sfuggite anche al recente raccoglitore dei frammenti ferecidei, il Kern. Schol. Pind. Pyth. II, 39. (Boeckh p. 316) τὸν δὲ Ἰξίονα οἱ μὲν Ἀντίονος γενεαλογοῦσιν, ὡς Αἰσχύλος. Φερεκύδης δὲ Πεισίωνος, ἔνιοι δὲ Ἄρεως. οἱ δὲ Φλεγύα. Ἀσκληπιάδης δὲ ἐν τρίτῳ Τραγῳδουμένων οὕτω γραφει. προσιστοροῦσι δὲ ἔνιοι, ὡς κ. μανείη ὁ Ἰξωίν, ὡς Φερεκύδης κ. τὴν ἐπὶ τοῦ τροχοῦ δὲ κόλασιν αὐτῷ παρεκεχειρήκασιν. ὑπὸ γὰς δίνης κ. θυέλλης αὐτὸν ἐξαρπασθέντα φθαρῆναί φασιν. Le Arpie e la Thyella, come figlie di Borea, sono divinità atmosferiche per Ferecide ([3]), e rappresentano il vortice atmosferico che avvolge la terra ed è la vera ruota mitica dell'infelice Issione. Così il concetto delle δίνη apparirebbe assai prima di Empedocle e degli atomisti a cui è generalmente attribuito. E forse Aristo-

([1]) A ragione quindi osserva Strabone I, 1 τῶν δὲ οὐρανίων ἡ περιφορὰ ἐναργής ἐστι καὶ ἄλλως κ. ἐκ τῶν γνωμονικῶν. ἐκ δὲ τούτων εὐθὺς ὑποκτείνει καὶ ἡ ἔννοια, ὅτι ἐῤῥιζωμένης ἐπ' ἄπειρον τῆς γῆς, οὐκ ἂν ἡ τοιαύτη περιφορὰ συνέβαινε. Cfr. Teichmüller, *Neue Studien* I, p. 208 s.

([2]) Preller, Rhein-Museum. N. F. IV, 370 ss. Così anche il Conrad, op. cit., p. 41.

([3]) Diversa è l'origine delle Arpie secondo Epimenide per quanto apparisce dalle parole di Filodemo περὶ εὐσεβείας 92, 24 ss. p. 43 Gomperz e Ibid. 46. *b.* 17 ss. (Kern De Theog. 65) così ricostruite dal Diels [? εἰρή]κασιν..... [Ἐπι]μενίδη[ς γὰρ Ὠκεα]νοῦ και γ[ῆς γεννήμα] τ' εἶναι. Che nelle parole dello Scoliaste sia indicato Ferecide di Syros non Ferecide il logografo, mi pare risulti chiaro dalla corrispondenza col fr. VI.

tele allude anche al cosmografo di Syros quando accenna di antichi fisici che posero la δίνη o la δίνησις come causa della posizione centrale della terra ([1]).

« Comunque sia di questo, tutto fa credere che Ferecide si muova ancora sostanzialmente sul terreno dell'antica cosmologia esiodea. A lui troviamo difatti attribuita la teoria che la terra sia l'elemento primo delle cose (Sext. Emp. Pyrrh. Hyp. III, 30, 126, 9 Bekker) *Φερεκύδης μὲν γὰρ ὁ Σύριος γῆν εἶπε τὴν πάντων εἶναι ἀρχὴν* (cf. Adv. Phys. I, 360 p. 461, 24 Bekker) ([2]), come viene attribuita al suo contemporaneo Senofane ([3]), Ora poichè quanto al fisico di Colofone cotale inesatta notizia ha probabilmente avuta origine dalla dottrina fisica di lui intorno all'inferiore prolungamento della terra all' infinito, a cui sopra accennammo, così è naturale pensare che sia avvenuto per Fericide, e che quindi questa notizia abbia un significato cosmogonico. Vi si dice difatti che per Fericide la terra è ἀρχὴ non στοιχεῖον, e Aristotele ci attesta difatti che nessuno dei filosofi più recenti assunse la terra come elemento sostanziale delle cose, ma che la dottrina più diffusa fra gli antichi fu quella di Esiodo, cioè che la terra nascesse primo fra i corpi ([4]). Il termine ἀρχὴ applicato a Fericide come a Talete e in generale gli antichi fisici ionici, non significa principio sostanziale ma *initium rerum*, e cioè ha un valore cosmogonico. Questo non solo potrebbe desumersi dalla notizia d' Epifanio Adv. Haer. III, 7. (Doxogr. 590, 7) *Φερεκύδης κ. αὐτὸς γῆν φησι πρὸ πάντων γεγενῆσθαι,* ma concorda anche coll' insieme delle notizie più dirette sulla teogonia ferecidea.

« Abbiamo accennato perchè non si debba distinguere come fece il Conrad fra *Χθὼν* e *Χθονίη*, ma piuttosto fra la Terra e la *Χθονίη*, che è la personificazione della primitiva massa da cui uscì formata la *Γῆ*. La distinzione di questi due momenti è miticamente rappresentata nelle parole presso Diogene (fr. 1). *Χθονίῃ δὲ ὄνομα ἐγένετο Γῆ, ἐπειδὴ αὐτῇ Ζὰς γῆν γέρας διδοῖ*, dove il cambiamento del nome sta a indicare un mutamento cosmogonico. La *Χθονίη* diviene dunque la γῆ παμμήτηρ di Eschilo, la Demeter πολυφόρβης della teogonia Esiodea o πλουτοδότειρα degli Orfici ([5]). Si ponga

([1]) De Coelo II 13. 295 *b*, 6. Che la δίνη non possa qui significare il moto regolare di rotazione diurna del cielo come suppongono il Teichmüller e il Tannery che l'attribuiscono ad Anassimandro e ad Anassimene, bene a ragione rilevò lo Zeller cfr. ora il Natorp, *Philos Monatshefte* I, 1889, p. 211. La δίνη significa sempre un moto verticoso, ed Aristotele in questo medesimo luogo la dice nata col cielo.

([2]) Galen., *Histor. Philos.* 18 (Doxogr. 610, 11) Kern, *De Teog.*, 86.

([3]) Stob., I, 294 *Ξενοφάνης ἀρχὴν τῶν πάντων εἶναι τὴν γῆν. γράφει γὰρ ἐν τῷ περὶ φύσεως, ἐκ γαίης γὰρ πάντα κ. εἰς γῆν πάντα τελευτᾷ* cfr. Dieb, Doxogr. 284 b.

([4]) Metaph. I, 8, 989 a. 5 *Οὐδεὶς ..... τῶν ὕστερον ἠξίωσε κὰ ἓν λεγόντων γῆν εἶναι στοιχεῖον ..... Φησὶ δὲ κ. Ἡσίοδος τὴν γῆν πρώτην γενέσθαι τῶν σωμάτων. οὕτως ἀρχαίαν κ. δημοτικὴν συμβέβηκεν εἶναι τὴν ὑπόληψιν.*

([5]) Hesiod., *Theog.* 912. Aeschyl. Prom., 90; i luoghi orfici presso Lobeck, *Aglaoph.* II, 537 e gli altri rapporti in Kern, *De Theog.*, 101.

mente difatti che è Zeus stesso quello che Aristotele, riferendosi a Ferecide, chiama *τὸ γεννῆσαν πρῶτον ἄριστον*, e che produce la terra dal seno della Chtonia primitiva; mentre gli altri elementi o « seni » (*μυχοὶ*) del *Πεντέμυχος* Ferecideo sono prodotti da Kronos (Damasc. l. c.) *τὸν δὲ Χρόνον ποιῆσαι ἐκ τοῦ γόνου αὐτοῦ* (secondo la correzione del Kern p. 98, invece dell' *ἑαυτοῦ* comune [1]) *πῦρ κ. πνεῦμα κ. ὕδωρ... ἐξ ὧν ἐν πέντε μυχοῖς διῃρημένων πολλὴν ἄλλην γενεὰν συστῆναι θεῶν τὴν πεντέμυχον καλουμένην.* S' intende quindi come si fosse potuta chiamare la terra, secondo Ferecide, il primo principio in quanto era stato generato da Zeus prima degli altri (*πρὸ πάντων* di Epifanio) e senza l'azione o cooperazione di Kronos [2], il quale svolse gli altri elementi (o materie) nati dal seme di Zeus. La terra è dunque « principio » in quanto è *πρωτόγονος*. E che Zeus abbia questo potere creativo, anche prima della attività di Kronos, si raccoglie in primo luogo dalla notizia della sua trasformazione in Eros, a fine di creare (Fr. II, *εἰς Ἔρωτα μεταβεβλῆσθαι τὸν Δία μέλλοντα δημιουργεῖν*); e in secondo luogo dalle parole di Probo ad Verg. Buc. p. 20, 30. *consentit et Pherecydes.... et esse aethera, qui regat, terram quae regatur, tempus, in quo universa pars moderetur.* Così il gran dramma cosmogonico, secondo Ferecide, potrebbe raccogliersi in questi atti, a parer nostro. 1° Zeus si trasforma in Eros, volendo creare. 2° Zeus-Eros muta la Chthonia in Terra, cioè compone al di sotto del gran peplo (il cielo) la terra e l'oceano o lo stende sulla « querce alata ». 3° Kronos dal seme di lui o dal proprio (*αὐτοῦ* o *ἑαυτοῦ*) forma il fuoco, l'aria e l'acqua. 4° Distribuisce questi elementi in cinque parti (*μυχοί*) onde si formano cinque generazioni di Dei, comprese sotto il nome di *πεντέμυχος*. 5° Lotta di Kronos contro Ofioneus o dei Cronidi contro gli Ofionidi (cioè trionfo delle celesti forze sulle selvaggie e incomposte della ribelle natura). Dei tre principi, due soli sono dunque attivi, Zeus e Kronos. La Chtonia in se stessa è passiva [3]. Ma poichè da Zeus è trasformata in Terra, rimane, a così dire, l'elemento fondamentale, mentre gli altri tre, formati da Kronos, divengono secondari.

« Così la Cosmogonia di Ferecide, che segna per molti lati un notevole progresso ideale, quanto è lontana ancora dalla grandiosa dottrina d'Anassimandro, altrettanto si collega, per tal rispetto, all'antica e popolare rappre-

(1) La ragione principale di questa correzione, cioè che Kronos se generasse dal suo seme sarebbe esso il *γεννῆσαν πρῶτον ἄριστον* di Aristotele, ciò che è impossibile, non sussiste più per noi che ammettiamo già in Zeus stesso uua potenza generatrice, la quale si mostra nel dar forma alla Chthonia.

(2) Ecco in qual senso s'avvicina al vero l'osservazione di Damasin, l. c. *τὴν μίαν φημὶ πρὸ τῶν δυοῖν, καὶ τὰς δύο μετὰ τὴν μίαν.*

(3) È quindi incompiuta l'osservazione di Hermia, 12. (Doxogr. 654, 7 Kern, 86) *ὁ μὲν αἰθὴρ τὸ ποιοῦν, ἡ δὲ γῆ τὸ πάσχον*, che nella sua forma, come bene avverte lo Zeller (I, 73, 1) è dottrina stoica.

sentazione dominante nella teogonia esiodea, che la terra è fondamento e sede sicura di tutte le cose.

v. 117. *Γαῖ εὐρύστερνος, πάντων ἕδος ἀσφαλὲς αἰεί.* Onde con certa ragione diceva Aristotele Met. I, 8, 989 a, 10 *φησὶ δὲ καὶ Ἡσίοδος τὴν γῆν πρώτην γενέσθαι τῶν σωμάτων* (1).

« A questa parentela accenna anche la tradizione, che ravvicina Ferecide a Talete, sia per via d'una corrispondenza epistolare senza dubbio apocrifa (D. L. I, 43; 122), sia attribuendo ad entrambi l'erronea interpretazione del Chaos esiodeo, quasi significasse l'acqua come principio cosmico. Schol. Hesiod. Theog. v. 116 (Kern. op. cit. p. 86) *κ. Φερεκύδης δὲ ὁ Σύρος κ. Θαλῆς ὁ Μιλήσιος ἀρχὴν τῶν ὅλων τὸ ὕδωρ φασὶν εἶναι τὸ ῥητὸν τὸ τοῦ Ἡσιόδου ἀναλαβόντες* Achill. Isagog. in Arat. Phaen. c. 3 (2). *Θαλῆς δὲ ὁ Μιλήσιος κ. Φερεκύδης ὁ Σύρος ἀρχὴν τῶν ὅλων τὸ ὕδωρ ὑφιστῶσιν. ὃ δὴ κ. Χάος καλεῖ ὁ Φερεκύδες, ὡς εἰκὸς, τοῦτο ἐκλεξάμενος παρὰ τοῦ Ἡσιόδου λέγοντος κτλ.* Tzetz. ad Lycophr. 145. Poichè sembra assai probabile che Ferecide, come Senofane, come Anassimandro, e come Eraclito (3) si colleghi all'antica intuizione cosmogonica di Talete, in quanto si rappresenta la Chthonia, cioè la materia da cui poi Zeus forma la terra, come una mescolanza primitiva di parti terrose ed acquose, come una materia in uno stato melmoso (*ἰλὺς*); tradizione questa che si mantiene nella antica fisica greca fino a Diogene d'Apollonia e ritroviamo poi nella teogonia orfica di Hieronymo (Kern De Theog. p. 32 ss.), e che deve la sua origine ad una intuizione egizio-fenicia penetrata nell'Ellade per mezzo di Talete. Ma come Senofane, al quale insieme vengono attribuite le due intuizioni che la terra e che l'acqua sieno l'elemento primo delle cose (4), serba ancora l'antica cosmo-

(1) Cfr. l'omerico Iliad. O, 193. *γαῖα δ' ἔτι ξυνὴ πάντων.*

(2) Kern, op. cil. l. c. Röth. II, I, p. 165 s. Zeller I, 75, 2. Göttling. *Hesiod Theog.* v. 116. Preller, *Ausg. Aufsätze* p. 354.

(3) Quanto ad Anassimandro, le tracce della sua dipendenza dalla fisica di Talete si riconoscono nell'opinione di lui sulla natura del mare. Plac. III, 16, 1. (Dox. 381) *Ἀναξίμανδρος τὴν θάλασσάν φησιν εἶναι τῆς πρώτης ὑγρασίας λείψανον* cfr. Arist. Meteor. II, ι, 353 b. 6. Id. 2, 355 a. 21 e Alexandr. f. 91. r. Doxogr. 494, 11. Quanto a Senofane sta ad indicarlo piuttosto la sua dottrina circa la terra. Hippol. Raf. I, 14. Dox. 556, 1. *Ξενοφ. μίξιν τῆς γῆς πρὸς τὴν θάλασσαν γίγνεσθαι δοκεῖ κ. τῷ χρόνῳ ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ λύεσθαι κτλ.* Sul *πρῶτον ὑγρὸν* di Senofane cfr. Karsten Xenoph. reliquiae p. 154. Per Eraclito cfr. Fr. 29 (Mullach). Le tracce di questa intuizione si trovano poi anche in Empedocle Doxogr. 495, 6, in Democrito Plac. III, 13. 4. Doxogr. 378, 16, cfr. 290, 26. Zeller I, 799 Kern, De Theog. 33, in Anassagora Hippol. I, 9, 2 Doxog. 563, 18, in Diogene d'Apollonia Alexandr. in Meteor. f. 91 r. Doxogr. 495, 1.

(4) Fr. 10 (Karsten.) Simplic., *Phys.* 41 r. 189, 1, Diels.

Γῆ κ. ὕδωρ πάντ' ἐσθ' ὅσα γίνοντ' ἠδὲ φύονται.

fr. 9 Sext. Math. IX, 361 (Bekker)

Πάντες γὰρ γαίης τε κ. ὕδατος ἐκγενόμεσθα.

logia d'Esiodo della terra dall'infinite radici, così possiamo credere che Ferecide abbia mirato a ricollegare l'intuizione di Talete a una tradizione nazionale, e proprio alla idea del Chaos esiodeo. Si avverta difatti che la seconda delle due notizie ora riferite attribuisce a lui solo non già anche Talete codesta interpetrazione del chaos d'Esiodo, la quale del resto più tardi si ritrova, come pare, anche presso gli Stoici (1); e che era reso più facile il riannodare la cosmologia di Talete alla tradizione esiodea in quanto che anche Talete, riconoscendo nella massa liquida primitiva un necessario sostegno alla terra, l'aveva poi rappresentata come protraentesi inferiormente all'infinito.

« Stabilita così la posizione storica della cosmologia poetica di Fericide nei suoi rapporti coi predecessori e coi fisici contemporanei, ci sia lecito aggiungere una osservazione concernente altre antiche dottrine fisiche nelle quali si può scuoprire una dipendenza da Fericide. Il pensiero corre naturalmente a Pitagora e ai Pitagorici più antichi; poichè una tradizione tutt'altro che inverosimile, come consente anche lo Zeller (I[4], 274), e per l'antichità sua autorevole in quanto risale fino ad Aristosseno e a Dicearco (2), riannoda Pitagora al cosmografo di Syros. Sorprende quindi che niuno abbia tentato di scoprire si vi sieno in mezzo alle fantastiche imagini di questo i germi d'intuizioni più certamente pitagoriche, anche prescindendo dalla dottrina attribuita ad entrambi, e storicamente provenuta dall'Orfismo e da tradizioni egizie, della Metempsicosi, e dalla leggenda dei progenitori che Pitagora e Ferecide avrebbero avuto in comune nella vicenda delle anime (3). Ora uno di questi germi pare si possa trovare nella distinzione fra Kronos e Zeus in Ferecide. Per Kronos questi non intende, come si crede comunemente (per l'antico scambio di *Κρόνος* con *Χρόνος* (4), e come pare ora creda anche il Kern (De Theog. 98) il tempo, il « *decursus temporum* », e tutte le congetture del Röth che anche quì vede una relazione di Ferecide coll'Egitto perdono il loro fondamento; ma significa la parte del cielo più vicina alla terra, e la divinità che a codesto

(1) Schol. Apoll. Rhod. I, 498, p. 329, 31 Keil. *καὶ Ζήνων δὲ τὸ παρ' Ἡσιόδῳ χάος ὕδωρ εἶναί φησιν.*

(2) Diog. I, 118 s.; VIII, 40, cfr. l'epitafio presso Diog. I, 120. Neante presso Porphyr. 2, 11, 15. Jambl. 9, 11, 184, 252. Cic. *Tuscul.* I, 16, 38. *De Divin.* I, 50, 112 Diodor. *Fragm.* p. 554. Schol. in Plat. 420 Bekker. Pseodo-Alex. in Met. 800, 24 Bonitz. Le due difficoltà che muove lo Zeller (ib.) non mi sembrano aver gran peso. Poichè l'osservare che, data la natura dei due personaggi, la tradizione si dovesse facilmente formare, è un invertire i termini della questione, e rasenta una *petitio principii*; e che le testimonianze, quanto ai particolari, non sieno puntualmente concordi, non può sorprendere in cose così antiche.

(3) Fr. IX (Kern); il quale a p. 106, troppo risolutamente chiama favolosa questa tradizione.

(4) Su cui cfr. Lobeck. *Aglaoph.* II, 470, Kern op. cit. p. 97. cfr. Preller in Ausgewählte Aufsätze, Berlin 1864 p. 353. Sul valore di Kronos in Ferecide il Diels non si pronunzia, ma propende a credere che non rispondesse ad una ipostasi locale (Archiv. I, 13, n.).

cielo presiede, come ha dimostrato molto probabile lo Zeller (Ib. p. 73). Ai cui argomenti voglio aggiungere che la sede delle potenze vincitrici nella lotta contro Ofioneo, rappresentate da Kronos, è appunto, secondo il III frammento l'*οὐρανὸς*. Zeus invece è insieme la divinità da cui dipende la formazione del mondo e la parte più elevata del cielo, cioè l'etere puro (*Ζῆνα μὲν τὸν αἰθέρα* (1)) come già in Omero Il. O, 192. *Ζεὺς δ' ἔλαχ' οὐρανὸν ἐν αἰθέρι.*

« Se ora spogliamo queste imagini della loro mitica veste, non ci sarà difficile riconoscere i tratti di una intuizione pitagorica meno generalmente conosciuta. Già è noto come i Pitagorici chiamassero il mare « lacrime di Kronos » (*ἡ θάλασσα Κρόνου δάκρυόν ἐστιν* (2)). Kronos era dunque la volta celeste, da cui reputavano caduta l'acqua del mare. Ma questo cielo inferiore che abbraccia la terra e le cose mortali, è ben diverso dal cielo superiore, incorruttibile (come dirà poi Aristotele che si collega alla stessa tradizione dottrinale). Una tale distinzione è chiaramente espressa in quell'estratto della dottrina pitagorica, contenuto nella vita Laerziana di Pitagora, che sebbene troppo poco considerato, contiene in mezzo a notizie trasfigurate elementi dell'antico Pitagorismo, e nella sua sostanza non risale solo ad Alessandro Polistore ma ad Aristotele (3). Ecco le parole: Diog. VIII, 26. *τόν τε περὶ τὴν γῆν ἀέρα ἄσειστον κ. νοσερὸν κ. τὰ ἐν αὐτῷ πάντα θνητά.. τὸν δὲ ἀνωτάτω ἀεικίνητόν τ' εἶναι κ. καθαρὸν κ. ὑγιᾶ κ. πάντα τὰ ἐν αὐτῷ ἀθάνατα κ. διὰ τοῦτο θεῖα.* Questo cielo superiore è quello da cui son ricompresi l'*οὐρανὸς* e il *κόσμος* cioè l'Olimpo secondo i Pitagorici; e secondo l'antica intuizione pitagorica, dalla quale uscì, come crediamo di aver dimostrato altrove (4), l'idea d'Anassimene dell'aria come principio cosmico, confina con quell' *ἄπειρον πνεῦμα* da cui il mondo trae la sua respirazione; ed è anche Zeus, poichè questi nel sistema dei numeri è rappresentato dalla diodecade, e, secondo Filolao (5), proviene dal seme di lui il dodecaedro che è la forma dell'etere.

« Questa intuizione trova senza dubbio molte analogie nell'Orfismo, dal quale può ben essere passata nella teogonia Ferecidea (6); ma la forma che ebbe in questa è appunto quella che noi ritroviamo nell'antico Pitagorismo; e della quale rimangono poi le traccie in Alcmeone di Crotone (Arist. De

(1) Herm. Doxogr. 654, 8, Prob. in Verg. p. 21, 1 K.

(2) Plutarc. *Dè Is.* c. 32. Iambl. c. 41 (secondo Aristotele). Clem. Strom. V. 571 B.

(3) Diog. VIII, 36. *κ. ταῦτα μέν φησι ὁ Ἀλέξανδρος ἐν τοῖς Πυθαγορικοῖς ὑπομνήμασι εὑρικέναι κ. τὰ ἐκείνων ἐχόμενα ὁ Ἀριστοτέλης.*

(4) Chiappelli *Zu Pythagoras und Anaximenes.* Archiv. f. Gesch. d. Philos. I, 4. 1888 p. 582-94.

(5) Boeckh, *Philolaos* p. 174 cfr. 157.

(6) Cfr. i nuovi frammenti orfici pubblicati dal Kern, in Hermes XXIII, 4, 1888 p. 482.

An. I, 2, 405 a. 30) e più tardi anche in Empedocle che distingue localmente la regione dell'aria da quella dell'etere (v. 184 s. Karsten)·

« Così ci si apre la via a fissare con maggiore probabilità storica l'idea principale del *Πεντέμυχος* di Ferecide, cioè quali sieno i cinque seni o le cinque parti dell'Universo. Questo concetto d'una distribuzione locale delle parti del mondo presiedute da speciali divinità, il cosmografo di Syros la trovava già in Omero. Iliad. O. 187.

> τρεῖς γάρ τ' ἐκ Κρόνου εἰμὲν ἀδελφοί, οὓς τέκετο Ῥέα
> Ζεὺς κ. ἐγώ, τρίτατος δ' Ἀίδης ἐνέροισι ἀνάσσων.
> τριχθὰ δὲ πάντα δέδασται, ἕκαστος δ' ἔμμορε τιμῆς.

Ma la distribuzione è poi originale di lui.

« Ora quali fossero i cinque *μυχοὶ* o recessi o seni del mondo secondo Fericide, può raccogliersi dalle diverse denominazioni che sembra aver dato ad essi secondo la loro distribuzione locale. Questo ci fanno supporre alcune parole conservateci da Porfirio (De Antr. Nymph. c. 31. Fr. V)... *καὶ τοῦ Συρίου Φερεκύδου μυχοὺς καὶ βότρους καὶ θύρας καὶ πύλας λέγοντος*. Questi cinque nomi debbono a parer nostro rispondere ai cinque seni e designare cinque parti del mondo. Che il termine più generale *μυχός*, da cui provenne il titolo dello scritto, fosse più specialmente attribuito alla terra, è naturale, poichè questa, come vedemmo, è per Ferecide l'elemento cosmogonico fondamentale. Nel Prometeo d'Eschilo, dove già il Bergk sospettò i vestigii della cosmogonia di Ferecide, si trova infatti

v. 435 *κελαινὸς δ' Ἄϊδος ὑποβρέμει μυχὸς γᾶς.*

« Ma poichè la Terra, come abbiamo detto, anche per Fericide ha le sue radici nel Tartaro (*Κείνης δὲ τῆς μοίρης ἔνερθέν ἐστιν ἡ Ταρταρίη μοῖρα*), così il secondo termine *βότροι* deve riferirsi ai recessi degl' inferi. E realmente che i *βότροι* fossero sacri agli Dei infernali si rileva da Porfirio Antr. Nymph. VI, 7, e da Pausania II, 22 che dei Beoti narra *ἀφιᾶσιν ἐς τὸν βότρον κλιομένας λαμπάδας Κόρῃ τῇ Δήμητρος.*

« Allo stesso modo il paragone col Promoteo eschileo ci dà il significato della terza classe, gli *ἄντρα*. Il coro delle ninfe oceanine, lasciati gli antri marini, venuto a consolare l' infelice Titano, gli dice

v. 133. *κτύπου γὰρ ἀχὼ χάλυβος διῇξεν ἄντρου μυχόν,*

mentre Prometeo ad Okeanos che pure era venuto per lo stesso fine, chiede perchè abbia lasciati gli « antri nativi » *αὐτοκτίν' ἄντρα* (v. 301). Questi sono duuque gli *ὠγήνου δώματα* di Ferecide; ed Okeanos è la terza ipostasi della sua cosmogonia.

« Quali sieno le parti delle altre due serie di seni indicate coi nomi di *θύρας καὶ πύλας*, risulta da quanto sopra dicemmo; poichè l'una è la parte inferiore del cielo o l'aria (*πνεῦμα* di Damascio) a cui presiede come

divinità Kronos; l'altra è la regione superiore dell'etere o del fuoco, la regione di Zeus. Onde non a torto Giovanni Lydus identificò col sole il Giove di Fericide [1], e Sofocle [2], forse alludendo anche a questi cantò che gli antichi sapienti avevano chiamato il sole il « generato dagli Dei e il padre di tutte le cose ».

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

E. Artini. *Contribuzioni alla mineralogia dei Vulcani Cimini.* Pre- [illegible] üver.

L. Brugnatelli. *Studio cristallografico di alcune sostanze organiche.* Presentata id.

N. Reggiani. I. *Densità dell'acqua del Mediterraneo.* II. *Areometri a totale immersione.* Presentata dal Socio Dini.

M. Pannelli. *Sopra le congruenze generate da due superficie di cui i punti si corrispondono univocamente.* Presentata dal Segretario a nome del Corrispondente De Paolis.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Blaserna, a nome dei Soci Passerini, relatore, e Caruel, legge una Relazione sulla Memoria del prof. Piccone intitolata: *Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani »* relazione che conclude col proporre l'inserzione del lavoro negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà all'Accademia il doloroso annuncio della morte del Socio Giuseppe Meneghini, avvenuta in Pisa il 29 gennaio scorso. Apparteneva il defunto all'Accademia, in qualità di Socio nazionale, dal 25 febbraio 1875.

(1) De Mens. p. 150 Roeth. *κ. τὸν μὲν ἵππον προσέφερεν ὁ ὕπατος τῷ Διί (καὶ γὰρ Ἥλιος αὐτὸς κατὰ Φερεκύδην).*

(2) Soph. Fr. 796. *Ἥλιος ἐποικτείρειέ με ὃν σοφοὶ λέγουσι γεννητὴν θεῶν καὶ πατέρα πάντων.*

Il Corrispondente Siacci legge la seguente Commemorazione del Socio Paolo Ballada di S^t^ Robert.

« Il 21 novembre 1888 moriva in Torino il Conte Paolo di S^t^ Robert, e con lui la scienza perdeva un antico ed esimio cultore, l'Accademia uno de' soci più illustri. Egli vestì per lungo tempo la divisa che anch'io ho l'onore di portare, egli fu maestro in una scienza che anch'io da lungo tempo modestamente coltivo: permettetemi dunque, o signori, ch'io brevemente vi parli di lui e delle sue opere.

« Paolo Ballada di S^t^ Robert nacque il 10 giugno 1815 a Verzuolo in Piemonte dal Conte Ignazio e da Luigia Cavallero da Cuneo. Entrato a 11 anni nell'Accademia militare, ne uscì a 18, primo del suo corso, luogotenente d'artiglieria. Nel 1857 era tenente colonnello, ma già stanco del servizio militare. Dotato di ricco censo, desideroso di piena libertà, lasciò in quell'anno l'esercito e si dedicò interamente agli studi. La sua vita non ebbe altre vicende notevoli; viaggiò, fece escursioni alpine, poi si ridusse stabilmente a Torino e vi rimase fino alla morte.

« Nell'artiglieria avea coperto cariche importanti; ricorderemo solo quelle che diedero occasione ai suoi primi lavori scientifici: l'insegnamento della balistica e la Direzione del Polverificio di Torino.

« La data (1852) della famosa esplosione di quel polverificio, che mise in grave pericolo tutta la città, è anche la data della sua prima pubblicazione la quale si riferisce appunto alla polvere. Rilevati i difetti della fabbricazione allora in uso, additò i rimedi e propose riforme, che furono poi adottate nel grandioso stabilimento sorto nel 1861 a Fossano. Sulla polvere pubblicò nel 60 e nel 66 altre tre Memorie, nell'ultima delle quali mise in luce e misurò l'influenza della pressione atmosferica sulla rapidità di combustione della polvere.

« I lavori sulla polvere diedero fama al S^t^ Robert di fisico e chimico valente, quelli sulla balistica lo fecero conoscere matematico potente ed acuto. La prima sua Memoria di balistica (1855) è un vero trattato del moto dei proietti sferici nei mezzi resistenti, nel quale ogni cosa è lucidamente e perfettamente esposta, ma sopra le altre spicca per originalità, per rigore e per eleganza la discussione della traiettoria, fatta sull'equazioni differenziali, astraendo da ogni ipotesi sulla forma della funzione resistente. Quando poi furono introdotti i proietti oblunghi, egli fu il primo ad attaccar coll'analisi il difficile problema della loro traiettoria, ne mise in evidenza le proprietà caratteristiche, e propose un metodo di calcolarla per punti.

« Il S^t^ Robert fu anche il primo a trattare delle traiettorie simili: alcuno osservò che le sue proposizioni discendono facilmente dal teorema generale di Newton sulla similitudine meccanica; ma è pur vero che le proposizioni sulla similitudine balistica da nessuno erano mai state generalmente

enunciate prima del S[t] Robert. Disgraziatamente i teoremi sulle traiettorie simili non possono essere applicati che in un campo assai ristretto, giacchè appena la velocità del proietto superi i 240 m., la resistenza dell'aria assume una forma che non è più compatibile colle condizioni della similitudine.

« La rotazione terrestre ha com'è noto qualche effetto sul moto dei proietti. Il Poisson aveva fin dal 1837 trattata a fondo la questione ma con un'analisi alquanto laboriosa: il S[t] Robert la riprese nel 1858 parendogli che semplici considerazioni geometriche bastassero a mettere in luce le deviazioni dovute alla rotazione terrestre ed anche a calcolarle; ma il suo lavoro, sebbene chiarissimo, è meno rigoroso di quello del Poisson, perchè fondasi su quei concetti di composizione e decomposizione, con cui Poinsot e Liouville spiegarono lo spostamento del piano d'oscillazione del pendolo nella celebre sperienza di Foncault.

« E poichè citiamo questa sperienza non sarà inopportuno ricordare qui un'altra Memoria del S[t] Robert, scritta nel 77, ove dimostrò che, supponendo la resistenza dell'aria proporzionale alla velocità, l'ellisse rotante descritta nel vuoto dall'estremità del pendolo in oscillazioni infinitesime trasformasi approssimativamente in una spirale d'Archimede egualmente rotante.

« Nel 1857 quando ferveva ancora la lotta del generale Cavalli contro gli oppositori dei suoi cannoni rigati, dal S[t] Robert fu proposto un nuovo proietto e una nuova arma da fuoco, in cui si riposero grandi speranze. Il proietto doveva avere forma lenticolare; il cannone a sezione ellittica doveva essere ricurvo colla cavità in basso; il proietto ruzzolando sul cielo dell'anima usciva girando a rovescio di una ruota di vettura, e dovea produrre quindi una traiettoria molto tesa e gittate lunghissime, giacchè è provato dall'esperienza, e il fatto fu spiegato dal dottor Magnus di Berlino, che quando un proietto gira intorno ad un asse perpendicolare alla traiettoria subisce una forza deviatrice verso il luogo, verso cui muove rotando la parte anteriore del proietto. Si riprometteva inoltre il S[t] Robert una grande precisione di tiro dalla stabilità della rotazione; che avviene, infatti, intorno ad un asse di massimo momento d'inerzia. Ma il cannone incontrò grandissime difficoltà di costruzione, e riuscì così imperfetto da non poter dare esperienze concludenti. È però certo che i proietti lenticolari, anche se si verificassero le speranze che vi riposero i loro fautori, non surrogheranno mai i proietti oblunghi, i quali oltre alla grande precisione, portano a parità di sezione massa tripla o quadrupla dei lenticolari, e battendo per la punta permettono la spoletta a percussione.

« Dopo il 1860 gli studi del S[t] Robert si rivolsero specialmente alla termodinamica e alla ipsometria. Sulla termodinamica pubblicò tre Memorie; due si riferiscono all'aria compressa, e trassero origine dalla macchina a compressione, che funzionava nel traforo del Frejus, la terza si riferisce agli effetti termici della trazione, ove la formola data dal Thompson nel 1851 per l'accrescimento

della temperatura in rapporto all'aumento di pressione cubica, fu messa d'accordo con alcune sperienze di Eudlung che parevano contraddirla.

« Sulla ipsometria lascia anche parecchie Memorie, di cui due, e sono forse le più importanti, ebbero origine dalla osservazione, fatta dal Glaisher in parecchi viaggi areonautici, che gli abbassamenti di temperatura decrescono meno rapidamente delle altitudini; osservazione contraria all'ipotesi su cui si fonda la formola barometrica di Laplace. Egli credette poterne dedurre la densità atmosferica esser funzione lineare delle altezze, e su questa ipotesi diede nuove formole per la ipsometria e per la refrazione atmosferica.

« Le Memorie del St Robert sono circa 40, e non potemmo far cenno che di quelle che ci sembrarono le più importanti. Di tutte però diamo alla fine un elenco, per quanto potemmo, completo.

« Nè possiamo come si dovrebbe, ampiamente parlare della maggiore sua opera: « I Principî di Termodinamica », che ebbe due edizioni nel 1865 e nel 1870; opera, come disse l'autore, di concentrazione e di semplificazione, e che efficacemente contribuì alla diffusione di una scienza, che è gloria del nostro secolo. Ma non tralascieremo di ricordare come in questi principî di Termodinamica il problema del moto dei gas dentro le armi da fuoco, fu messo in una nuova via dal St Robert, che considerò il cannone come una macchina termica. E su questa via, che è la vera, il problema che aveva affaticato geometri ed artiglieri illustri, come Eulero, Lagrange, Piobert ed altri, ha fatto e va facendo passi grandi e decisivi verso la soluzione.

« Il St Robert non si occupò di soli studi fisici e matematici; egli coltivò con amore anche le scienze naturali. Si occupò di botanica, specialmente alpina, e raccolse un importante erbario con piante rarissime e stupende, come la *saxifraga florulenta*, che fece ritrarre insieme ad altre da valente artista da lui condotto sui luoghi delle scoperte. Lascia anche una bella collezione di insetti, specialmente coleotteri e lepidotteri, sapientemente ordinati, collezione che custodiva con eleganza, e che esercitava uno dei suoi pochi affetti.

« Fu anche uno strenuo alpinista; concorse col Sella e col Gastaldi alla formazione del Club Alpino Italiano e fece ascensioni celebri, che gli diedero occasione a studî e pubblicazioni (1).

« Il conte di St Robert ebbe vigorosissimi il corpo e l'animo. La nota principale della sua indole fu la lealtà e l'inflessibilità. Fu inflessibile soprattutto con sè stesso: invitato nel 1860 a rientrare nell'artiglieria, ch'egli aveva lasciata in un momento di malumore, e a rientrarvi con un grado superiore a quello con cui n'era uscito, rifiutò adducendo non doversi ritornare sulle risoluzioni prese, comunque prese. Atto di rigore verso sè stesso, che caratterizza l'uomo, ma che dovette costargli un doloroso sacrifizio, giacchè

(1) Cfr. *Cenni necrologici del Conte Paolo di St Robert di Giacinto Giannelli*, nella « Rivista Mensile del Club Alpino Italiano », novembre 1888.

egli non poteva non amare un Corpo, entro cui aveva vissuto 24 anni e in cui aveva lasciato ammirazione ed affetto.

« Sentiva altamente di sè, ma senza vanità. Lamentava spesso, e non a torto, che i suoi lavori non fossero abbastanza conosciuti e citati; onde raccolse e pubblicò in tre volumi (1872-1874) le sue Memorie, riducendo in francese le poche scritte in altre lingue. Non cercò gli onori, ma le alte distinzioni non gli mancarono. Avea dal 1856 la Croce dell'Ordine Militare di Savoia, ed oltre all'Accademia nostra, appartenne alla Società dei XL, alla R. Accademia delle Scienze di Torino ed all'Istituto Lombardo. Ma più delle compagnie amò la solitudine, e più degli amici vicini i lontani. N'ebbe tuttavia degli uni e degli altri, e d'illustri: Sadi Carnot, il Clausius, il Rankine, il Sella, il Menabrea, il Genocchi ed altri. Pochissimi gl'intimi; ma nemici, credo, nessuno. La memoria del conte Paolo di S^t Robert rimarrà rispettata ed onorata non solo dai cultori della scienza, ma da quanti rispettano ed onorano l'ingegno, la lealtà, il carattere ».

PUBBLICAZIONI DEL CONTE PAOLO DI S. ROBERT (*)

Artiglieria.

1. *Della fabbricazione della polvere da fuoco.* Torino 1852,
2. *Du nitrate de soude au lieu du nitrate de potasse.* Torino 1860 (R M).
3. *Sur l'analyse du charbon destiné à la fabrication de la poudre.* Paris 1860 (A S).
4. *Résultats des expériences faites à diverses hauteurs touchant la durée de combustion de la matière de la poudre.* Torino, 1866 (A T).
5. *Del moto de' proietti nei mezzi resistenti.* Torino 1855 (M T).
6. *Du mouvement des proiectiles oblongs.* Paris 1859 (S M).
7. *Du mouvement des proiectiles lancés par les armes rayées.* Paris 1861.
8. *Teorema sulla similitudine delle traiettorie che descrivono i proiettili ne' mezzi resistenti.* Pisa 1861 (N C).
9. *Des effets de la rotation de la terre sur le mouvement des proiectiles.* Paris 1858 (S M).
10. *Del Tiro.* Torino 1857.
11. *Nuovo proietto e nuova arma da fuoco.* Torino 1857.
12. *Considération sur le tir des armes à feu rayées dans leur état actuel.*
13. *Note sur le volume d'une embrajure.* Paris 1859 (A S).
14. *Lettre au directeur du « Spectateur Militaire ».* Paris 1862 (S M).

Termodinamica.

15. *Téorie des compresseurs à colonnes d'eau des MM. Grandis, Grattoni et Sommeiller et application au compresseur qui fonctionne au percement des Alpes Cottiennes.* Paris 1863 (A M).

(*) Notazioni per gli estratti:

(A T) Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino.
(M T) Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino.
(A L) Atti della R. Accademia dei Lincei.
(I L) Atti del R. Istituto Lombardo.
(A M) Annales de Mines.
(X L) Atti della Società de' XL.
(R S) Revue Scientif. de la France et de l'Etranger.
(R M) Rivista Militare.
(A S) Journal des armes speciales.
(S M) Journal des scienxes militaires.
(N C) Nuovo cimento.
(P M) Philosophical Magazine.
(L M) Les Mondes.
(C A) Bullettino del Club alpino italiano.
(S P M) Spectateur militaire.

16. *Note sur le travail mècanique dépensé dans la compression et du travail restitué par la dètente d'un gaz permanent.* Torino 1860 (A T).
17. *Des changements de température produits dans le corps solides de forme prismatique par une traction longitudinale.* Torino 1868 (A T).
18. *Intorno al calore che deve svilupparsi nell'esperienza immaginata da Galileo per misurare la forza di percossa.* Milano 1876 (I L).
19. *Principes de Thermodynamique.* Turin 1865.
20. *Principes de Thermodynamique,* 2^{me} édition. Leipzig 1870.

Ipsometria.

21. *Formule barométrique résultant des observations faites en 1862 par M. James Glaisher dans huit ascensions aréostatiques.* London 1864 (P M).
22. *On the measurement of heights by the barometre and on atmospheric refraction having regard to the constitution of the atmosphere resulting from M. R. James Glaisher' s observations.* London 1864 (P M).
23. *De la mésure des hauteurs à l'aide du baromètre.* Paris 1864 (L M).
24. *Table hypsometrique pour déterminer rapidement sur place la différence de niveau de deux stations.* Turin 1866 (A T).
25. *Tableau graphique donnant à une l'altitude d'une station, au moyen de la seule observation du baromètre et du thermomètre à cette même station.* Torino 1867 (A T).
26. *De la résolution de certaines equations à trois variables par le moyen d'une règle glissante.* Torino 1871 (M T).
27. *Nouvelles tables hypsometriques.* Torino 1871 (M T).
28. *Détermination de la hauteur d'une montagne inaccessible à l'aide du baromètre et d'un instrument pour mésurer les angles* (The Alpine Journal, vol. 6).
29. *Intorno alla formola barometrica e alla rifrazione atmosferica.* Torino 1886.
30. *Altezze sul livello del mare di alcuni punti dell'Alto Piemonte.* Torino 1871 (A T).

Meccanica.

31. *Qu'est-ce que la force?* Paris 1862 (R S).
32. *Sul moto sferico del pendolo avuto riguardo alla resistenza dell'aria ed alla rotazione della terra.* Napoli 1877 (X L).
33. *Du mouvement d'un pendule simple suspendu dans une voiture de chemin de fer.* Roma 1879 (A L).
34. *Sopra un'opera del prof. A. Cavallero intitolata: Corso di lezioni teorico-normali sulle macchine motrici.* Torino 1867 (A T).

Varia.

35. *Perchè i ghiacciai si vanno ritirando.* Roma 1884 (A L).
36. *Sulla saxifraga florulenta.* Mor. Torino 1866 (A T).
37. *Intorno al vero significato d'una terzina di Dante.* Torino 1866 (A T).
38. *Gita al monte Ciamarella nelle Alpi Graje.* Torino 1867 (C A).
39. *Gita al Gran Sasso d'Italia.* Torino 1871.
40. *Una salita alla Torre d'Ovarda.* Torino 1873.
41. *Notice biographique sur Sadi Carnot.* Torino 1868 (A T).
42. *Jules-Robert Mayer. Notice biographique.* Leipzig 1870.
43. *Parere sul declinatore orario del prof. Foscolo.* Torino 1868 (A T).
44. Mémoires scientifiques. I. *Balistique;* II. *Artillerie;* III. *Meccanique, Hypsometrie.* Turin 1874.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Soci e da estranei.

G. H. Poincaré. *Théorie mécanique de la Lumière.*

G. Pacinotti. *Contributo allo studio della patologia chirurgica delle terminazioni nervose nella mammella.*

I. von Fraunhofer. *Gesammelte Schriften* ed. E. Lommel (Dono dell'Accademia delle scienze di Monaco).

Lo stesso Segretario presenta inoltre il Vol. III, parte 2ª, delle *Memorie per servire alla descrizione della carta geologica dell'Italia*, pubblicate dal R. Comitato Geologico del Regno.

Il Socio Ferrero fa omaggio di un album contenente le: *Prospettive panoramiche del gruppo del Gran Paradiso* (*Alpi Graie*), pubblicato dall'Istituto geografico militare, e ne dà la seguente notizia:

« L'Istituto geografico militare, allo scopo di meglio ottenere la topografia delle regioni alpine di difficile accesso, ha da vari anni tradotto in pratica il concetto di combinare l'uso del teodolite con quello della camera oscura.

« Coi due apparecchi riuniti in un solo si fece stazione in molte località, collegandole col teodolite alla triangolazione generale, ed ottenendo mediante la camera oscura con processo fotografico il numero di prospettive panoramiche necessario a compiere il giro d'orizzonte alle singole stazioni.

« Dalla combinazione di due prospettive panoramiche prese da stazioni di posizione nota, si può con metodo geometrico dedurre la posizione orizzontale di tutti i punti comuni ai due panorami e calcolare le altezze dei punti stessi. Ed in questo consiste essenzialmente il lavoro di fototopografia.

« Ma, indipendentemente dal rilevamento topografico, l'Istituto viene così a trovarsi in possesso di numerosi panorami delle regioni alpine, alcuni dei quali meritano di essere pubblicati come contributo ad una illustrazione della regione stessa.

« Ogni prospettiva è compresa in un settore di 36 gradi e perciò dieci di esse completano un giro d'orizzonte o panorama. La linea d'orizzonte quotata sui margini di ciascun panorama rappresenta la traccia del piano d'orizzonte che contiene il centro delle singole prospettive.

« Le prospettive fotografiche furono ridisegnate lucidandole fedelmente e riunendole due a due. I disegni, apparecchiati per la riprodnzione, com-

prendono ciascuno un angolo di 72 gradi e cinque di essi costituiscono il giro d'orizzonte riprodotto poscia colla fotozincografia.

« Sul margine superiore dei panorami veggonsi indicate e quotate le sommità ed i passi più rilevanti del profilo generale, mentre nel margine inferiore sono indicate e quotate le località principali, le vette ed i passi delle regioni sottostanti.

« Le stazioni eseguite per ottenere i dodici panorami del gruppo del gran Paradiso, compresi nel presente album, appariscono segnate in rosso nell'annesso foglio alla scala di 1 a 100.000.

« Il lavoro fototopografico fu eseguito dall'ingegnere di quest'Istituto sig. Pio Paganini ed il disegno delle prospettive dal sig. Ercole Benussi ».

Il Socio Amari fa omaggio, a nome del Corrispondente L. T. Pelgrano, delle due pubblicazioni: *Frammento di poemetto sincrono su la conquista di Almeria nel MCXLVII. — Un assassinio politico nel MCCCXC* (*Ranuccio da Leca*).

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà comunicazione della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli; la Società degli antiquari di Londra; la Società geologica di Ottawa; l'Università di Jena.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Museo nazionale di Buenos Aires; le Università di Jena e di Marburgo; le Scuole politecniche di Berna e di Delft.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 17 febbraio 1889.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie* per lo scorso mese di gennaio, e lo accompagna con la Nota seguente:

« Vari rinvenimenti avvennero nell'interno della città di Modena, nel suburbio ed in altri luoghi della provincia modenese (Regione VIII). Si riferiscono per lo più a costruzioni di età romana, e ad oggetti del periodo imperiale.

« Nel territorio di Orvieto, in contrada *Pagliano* (Regione VII), si scoprirono resti di fabbriche, pure romane, appartenenti ad edificio termale. Più importanti sono le antichità romane scoperte a *S. Liberato*, presso Bracciano, nell'area di Foro Clodio. Quivi, nei lavori fatti eseguire dall'onorevole sig. principe Odescalchi, si rimisero all'aperto due grandi iscrizioni onorarie ed una lastra marmorea pure iscritta.

« Furono intrapresi scavi nell'area dell'antica Veio, e nella sua necropoli. In mezzo a tombe anticamente devastate, ne fu trovata una intatta, coi resti di due scheletri e con abbondante corredo di vasi fittili.

« In Roma (Regione I) presso la villa Wolkonsky-Campanari è stata scoperta una fila di sepolcri, costruiti sul margine sinistro dell'antica via Labicana. Oltre varie iscrizioni funerarie, si sono trovati due belli rilievi in terracotta, ed un busto di giovane donna conservatissimo, di arte eccellente.

« Dagli sterri per la nuova strada parallela alla via in Selci, si ebbero alcuni notevoli monumenti epigrafici, uno de' quali dedicato ad Ercole dal prefetto di Roma Fl. Lolliano; un altro ad onore del pretore urbano L. Mummio Massimo Faustiano; un terzo è frammento di orologio solare, con le indicazioni dei mesi di febbraio e marzo, e il segno della primavera.

« Incominciato lo sterro del Foro d'Augusto, presso l'arco detto dei Pantani, si è ritrovato l'antico piano di esso a circa m. 6.50 sotto l'odierno livello stradale, e nella escavazione sono state recuperate due piccole basi onorarie. L'una è dedicata ad Augusto dalla provincia Betica, per la pacificazione di quella regione, e sosteneva un donario di cento libbre d'oro. L'altra è dedicata all'imp. Nigriniano, il quale per la prima volta viene indicato come nepote di Caro.

« Frammenti di antiche scolture sono tornati in luce nella villa Ludovisi e non lungi dalla via de' Barbieri.

« Sulla piazza di s. Carlo ai Catinari, per le nuove opere del palazzo Santacroce si è incontrato un tratto di antica strada, a m. 5 sotto il piano attuale; ed è stata recuperata una base marmorea con iscrizione greca, posta da una *Synodus Hadriana* ad onore di Mercurio sotto le forme di Antinoo.

« Proseguirono gli scavi di Ostia, nella zona che comprendeva le terme e la stazione dei vigili, secondo che fu accennato precedentemente.

« Nuove esplorazioni si fecero nell'area del tempio di Diana presso Nemi, e propriamente nel terreno Mariànicci. Vi si notarono fatti importanti, per lo studio della topografia e per la storia del santuario.

« Altri scavi furono eseguiti in vicinanza della città di Alatri, nell'area dove sorgeva un tempio, i cui coronamenti fittili sono simili a quelli del tempio dello *Scasato*, in Civita Castellana,

« Importantissime per gli studiosi dell'epigrafia italica, sono le scoperte della Campania. Nel noto fondo Paturelli in Curti, presso S. M. Capua Vetere, si dissotterrarono tre cippi con lunghe iscrizioni osche, e varî frammenti fittili scritti. Fu pure trovato nel fondo *Tirone*, presso S. M. di Capua, un mattone con lunga epigrafe parimenti osca.

« Un'iscrizione latina sepolcrale tornò a luce in Cagliari, ed avanzi di edificio romano furono riconosciuti a Terranova Fausania, nell'area dell'antica Olbia ».

Archeologia. — *Su di un antico specchio con iscrizione latina.* Nota del Socio DOMENICO COMPARETTI.

« Lo specchio antico di cui qui offro il disegno proviene da Palestrina ed appartiene ad un privato che cortesemente volle comunicarmelo con permesso di pubblicarlo. Di tal permesso approfitto volontieri parendomi, che per la rappresentanza che offre e la iscrizione latina che l'accompagna, questo piccolo monumento si distingua assai fra gli altri di sua specie e meriti se ne prenda ricordo.

« Avendo dietro di sè una specie di paravento, un uomo ed una donna, giovani ambedue, siedono dinanzi ad una tavola da giuoco. Tanto l'uno quanto l'altra hanno per sola veste un manto, il quale non copre che l'estremità della spalla destra e la parte inferiore della persona dalle anche in giù. La donna, giovane bella dalle forme eleganti, ha braccialetti ai polsi e un monile al collo; siede pensierosa in atteggiamento di aspettativa appoggiandosi con una mano al sedile, coll'altra abbandonata su un ginocchio, lo sguardo fisso alla tavola, ascoltando, non senza un sorriso, quel che le dice il giovane suo compagno; questi, seduto alla sua destra volgendo a lei il viso, con aria baldanzosa le parla mentre si appresta a fare il giuoco tenendo sollevata e semichiusa la mano sinistra e colla destra aperta toccando il tavolo da giuoco come pronto a muovere una pedina. A qual giuoco si giuochi lo dice chiaramente la *tabula lusoria* dinanzi a cui siedono i giuocatori sulla quale veggonsi segnate dodici linee parallele. È il noto giuoco romano delle *dodici linee* o *duodecim scriptorum*, combinazione di azzardo e di calcolo, in cui, come nel nostro trictrac, dal trar dei dadi viene determinato il movimento delle pedine. In così piccolo spazio l'artista non ha rappresentato le pedine; s'intende però che ci dovono pur essere come s'intende pure che i dadi li ha l'uomo nella mano sinistra che tiene sollevata e semichiusa apprestandosi a fare il tiro, il quale ha qui luogo a mano libera e non da un bossolo o *fritillus*.

« Quali siano le parole che l'uomo presso a fare il tiro rivolge alla donna lo dice una iscrizione che cominciando presso il capo dell'uomo, alla sua destra, rimane poi interrotta e si vede continuata in uno spazio a sinistra della donna. Tutta relativa alla scena qui rappresentata, questa iscrizione non ha nulla di comune con quelle che accompagnano le tante *tabulae lusoriae* fin qui conosciute nè è composta colle note leggi di quelle. Essa dice

OΓEINOD DEVINCAMTED

« Non c'è dubbio sul significato; il giovane baldo si sente sicuro d'esser assistito dalla sorte e di vincere completamente la sua avversaria. Sulla scrittura non c'è gran cosa di nuovo da osservare. Quanto alla lingua, nuovo e strano apparisce quell' OΓEINOD sulla lezione della cui ultima lettera non c'è dubbio alcuno essendo chiarissima nell'originale come nel disegno. Se stesse per *opinor* sarebbe un arcaismo non solo nuovo e inaudito, ma anche inesplicabile. Nè soddisfacente spiegazione potrebbe darne il *d* con cui comincia la parola seguente, il quale avrebbe, per assimilazione, determinato il cambiamento di *opinor* in *opinod*; è una spiegazione questa che non potrebbe trovare nei monumenti di lingua latina quell' appoggio che per fatti di tal natura darebbero monumenti greci, singolarmente di taluni dialetti. Preso qual'è *opeinod* apparisce invero come una regolare forma ablativa di *opinus* e potrebbe pensarsi ad un ablativo di valore avverbiale che dica *opinatamente*; ma quantunque *inopinus* si conosca, *opinus* non fu mai trovato fin qui e

sarebbe una sfortuna la sua se ci si rivelasse per prima volta in un luogo ove il senso non lo tollera che a stento avendosene un poco naturale *opinatamente ti vincerò* là dove si aspetta e si cerca un ben più naturale *credo che ti vincerò*. E questo è veramente il significato di quella parola che è verbo e non nome. Nell'epoca a cui appartiene questo monumento (2-3° sec. av. Cr.), secondo sappiamo da Nonio, si adoperava frequentemente anche nella letteratura la forma attiva *opino* invece della deponente *opinor* poi universalmente usata. Così Ennio, Pacuvio, Cecilio, e così pure Plauto nel testo del quale in più luoghi fu da taluni critici odierni sostituito *opino* là dove i manoscritti danno *opinor*. C'è ogni ragione di credere che l'autore della nostra iscrizione seguisse anch'egli l'uso contemporaneo e scrivesse *opeino*; dal che risulta che il *d* seguente non sarebbe da considerarsi come un cambiamento, comunque avvenuto, dell'*r* finale di *opinor*, ma andrebbe spiegato altrimenti, il che non è neppur molto difficile. L'artista cominciò a tracciar l'iscrizione in alto presso la testa dell'uomo coll'intenzione di segnarla colassù tutta di seguito; scrisse dunque *opeino* e subito dopo segnò la prima lettera della parola seguente *devincam*; qui incontrò la testa dell'uomo e angustie di spazio e più in là vide che avrebbe anche incontrato la testa della donna; si decise allora a continuare l'iscrizione a maggior distanza nel campo che è affatto libero a sinistra della donna; non badando all'aver già scritto il *d* dall'altra parte, lo riscrisse segnando dall'altra tutta completa la parola *devincam*. Così risultò il *d* scritto due volte; e con questa semplice spiegazione mi pare si elimini ogni fantasia di arcaismi troppo novelli.

« C'è qualche grazia nel disegno e nel concetto di questo piccolo lavoro, il quale, benchè d'autore certamente latino, è del tutto ispirato nello stile e la maniera dall'arte greca contemporanea. Le scene di vita reale e privata sono assai meno abbondanti negli specchi che nol siano nei vasi, singolarmente in quelli del tempo dei diadochi e sotto tale aspetto questo specchio è singolarissimo. Come in tanti vasi a soggetto di vita reale, una idea di amore traspira nella rappresentanza che lo adorna, resa più vivace ed arguta dalla iscrizione. La vittoria di cui il giovane si lusinga tanto fissamente guardando la bella fanciulla non pare possa essere una semplice vittoria al giuoco delle *dodici linee*. Neppur pare invero ch' ei si mostri galante facendo il contrario di quanto poi suggeriva Ovidio nell'*Arte* consigliando di giuocar male e far di tutto per lasciar vincere la donna: « tu male jactato, tu male jacta dato » (II, 204). Ma chi sa poi di che cosa giuocano quei due? Non è lecito spinger tropp'oltre la curiosità in materia tanto privata: ma è colpa dell'artista se la sua rappresentanza suggerisce l'idea che di danari non si giuochi fra loro e l'ardito sperare del giovane paia riuscire alla donna lusinghiero e gradito ».

Filologia. — *Varianti dei codici danteschi di Padova e Venezia comunicate dai proff. G. Mazzoni e V. Crescini.* Nota del Socio E. Monaci.

« La proposta che presentai all'Accademia intorno al metodo per la classificazione dei mss. della *Divina Commedia*, ebbe fra i cultori degli studi danteschi accoglienza benevola e incoraggiamenti a condurre innanzi il lavoro. Parecchi amici e colleghi vollero anche offrirmi per ciò la loro cooperazione, e volontieri ne profitto, ma non per me soltanto. Alla migliore riuscita della cosa credo opportuno che quanto più materiale potrà raccogliersi, questo sia a mano a mano fatto circolare fra gli studiosi tutti, anzichè restare per lungo tempo sepolto nel gabinetto d'un solo. Così chiunque abbia volontà di lavorarvi sopra potrà mettersi all'opera, e a nessuno resterà preclusa la via di cimentarvisi.

« Con questo intento comunico oggi gli spogli di due altre serie di codici danteschi, di quelli cioè di Padova e di quelli di Venezia, i quali spogli mi furono gentilmente inviati dai proff. G. Mazzoni e V. Crescini. Ambedue sono stati eseguiti conformemente alla tabella fatta per i codici di Roma [1], e autore del secondo fu un allievo del prof. Crescini medesimo, il sig. G. Ferro.

« E. Monaci ».

I.

Codici padovani.

1 = 279 De Batines
2 » 280 »
3 » 281 »
4 » 282 »
5 » 586 »
6 » cod. Bibliot. Semin. n. CLXIV, parte 2ª. (Vedasi De Batines, II, parte 2ª, pag. 605).
7 » cod. » » n. CLXXXV. (Vedasi De Batines, II, parte 2ª, pag. 605).
8 » cod. » » n. XXIII.

I codici 1, 2, 3, 4, hanno il testo; i rimanenti contengono soltanto il commento. Per questi lo spoglio fu fatto, rintracciando la lezione soltanto là dove si offriva in modo certo.

Le lezioni segnate di asterisco sono quelle che non eran comprese nel prospetto a stampa.

Nel cod. 3 mancano alcune carte del canto II e del IX.

Il cod. 6 è interrotto a mezzo il canto XVI.

Guido Mazzoni

[1] V. questi *Rendiconti*, IV, 234-7.

		Numero de' Codici	1	2	3	4	5	6	7	
Inferno.										
I,	4.	E quanto a dir	1			4				
		Ai quanto		2	3					
	28.	Poi ch'ei posato un poco								
		Poi posat'ebbi un p.								
		Poi ch'ebbi riposato		2	3					
		E riposato un poco								
		Com'io posato								
		Da ch'ebbi riposato								
		E poi che fo posato								
		Poi prese lena un poco								
		*Poi che posato	1			4		6		8[a]
		*Poi chel di possato							7[b]	
	48.	Si che... l'aer ne temesse	1			4				
		.... tremesse		2	3					
II,	60.	... quanto 'l moto				4				
		... quanto 'l mondo	1	2						
	93.	E fiamma								
		Nè fiamma	1	2		4				
III,	59.	Vidi e conobbi	1	2	3	4	5	6	7	8
		Guardai e vidi								
IV,	95.	Di quei signor	1	2	3			6		
		Di quel signor				4				
V,	59.	Che succedette	1	2	3	4	5	6		
		Che sugger dette								
	83.	Con l'ali alzate	1	2	3	4				
		Con l'ali aperte								
VI,	18.	... scuoia ed isquatra								
		... ingoia		2[c]	3[c]	4		6		
		... ingola								
		... *engocia	1							
VIII,	101.	E se 'l passar	1	2	3	4				
		E se l'andar						6		
IX,	64.	... sucid'onde						6		
		... torbid'onde	1[d]	2	3	4				
X,	136.	... spiacer suo lezzo		2	3			6		
		... spicciar suo lezzo	1							
		... sparger suo lezzo				4				
XI,	90.	La divina vendetta	1	2		4				
		La divina giustizia						6[e]		
	91.	O sol che sani	1	2	3[f]	4		6	7	8
		O sol che solvi								

a Invece di *posato* il codice legge *passato*.

b La *l* e il *di* sono scritti d'inchiostro più recente sopra una sillaba che fu grattata.

c Veramente questi due codici leggono *incoia*.

d È scritto *su per le turbi*. L'ultima sillaba o lettera fu grattata dalla membrana. Un'altra mano pose nel margine, con richiamo, il *de*.

e Manca nel codice il testo del canto; ma la lezione è qui data da' fogli superstiti del commento.

f V'era innanzi una lezione che cominciava per *co*; probabilmente *copria*; ma la membrana fu grattata e le ultime lettere corrette in *ciea*.

Numero de' Codici			1	2	3	4	5	6	7	8
Inferno.										
XII,	125.	Quel sangue sì, che cocea		2	3[a]	4				
		.... copria	1							
		.... toccava								
XIII,	41.	Dall'un de' capi	1	2	3	4			7	
		.... lati								
XIV,	70.	Dio in disdegno	1	2	3	4		6		
		..... dispregio								
		..... dispetto								
XV,	121.	Poi si rivolse	1	2	3	4		6	7	8
		.... parti								
		.... mosse								
XVI,	135.	O scoglio	1	2	3	4				
		A scoglio								
XVII,	115.	Ella sen va notando		2	3	4			7	
		.... rotando								
		.... *tocando (?)	1[b]							
XVIII,	104.	.... col muso isbuffa		2	3					
		.... scuffa	1			4				
		.... stuffa								
XIX,	12.	E quanto giusto				4				
		Quanta giustizia								
		E quant'è giusta								
		E quanto giusta		2	3					
		E come è giusta	1							
XXIV,	119.	O potenzia di Dio	1			4				8
		O vendetta di Dio		2	3					
		O giustizia di Dio								
XXV,	144.	La novità, se fior la penna	1	2	3					
		.... lingua				4[c]				
XXVI,	57.	Alla vendetta vanno	1	2	3	4				
		.... corron								
XXIX,	120.	Dannò Minos a cui fallar	1	2	3	4				
		.... peccar								
		.... parlar								
XXX,	31.	.... rimase tremando	1	2	3	4				
		.... tirando								
		.... gridando								
XXXIII,	75.	Poscia più che il dolor potè il.	1	2	3	4			7	8
		Poichè 'l dolor potè più che 'l.								
XXXIV,	82.	..... sì fatte scale				4[d]				
		..... cotali	1	2	3					

a Il codice ha: *la divina iusticia over vendeta.*

b La parola fu ritoccata ed è difficile riconoscere la forma originale della prima sillaba.

c Una mano diversa da quella del testo ha, con un richiamo, scritto in margine: *la pena.*

d Veramente il codice ha: *si factae cale.*

II.

Codici veneziani.

« Per fare lo spoglio dei codici della *Divina Commedia*, che si trovano a Venezia, ho voluto seguire l'ordine che tenne il Fulin nel farne l'illustrazione (Venezia, tip. Naratovich, 1865). Devo però avvertire, che avendo voluto il Fulin illustrare non solo i codici che contengono, od intero od in parte, il testo della *Divina Commedia* oppure il testo accompagnato da più o meno diffusi comenti, ma anche i codici che hanno soli comenti o lavori che possono paragonarsi a comenti sul poema medesimo, numerò trentotto codici, mentre sono solo 25 quelli che contengono o in tutto o in parte la *Divina Commedia*: ed a questi tutt' al più si potrebbe aggiungere il seguente (26), col qual numero è ricordata una miscellanea, dove a carte 120-128 si trova una scrittura, che contiene col testo del canto I dell'Inferno un semplice e letterale comento al testo medesimo. Tenni tuttavia quest'ordine nello spoglio, per venire al numero 37, col qual numero è ricordata un'edizione della *Divina Commedia*, la quale è registrata fra i codici, perchè, come avvertiva il Morelli in una Nota che di proprio pugno vi appose: « nel margine fra le varie lezioni d'un qualche codice ms. aggiuntevi nel secolo XVI, « alcune sono errori, alcune sono lombardismi, alcune sono buone e da bene « esaminarsi ».

« Dei 26 codici, dei quali ho fatto lo spoglio, 24 si trovano nella Biblioteca Marciana: come pure l'edizione ricordata col numero 37. Degli altri due (18-19) che si trovano fuori della Biblioteca Marciana, il primo sta nel Museo Correr (ms. 1496), l'altro presso il sig. G. B. Perini procuratore della signora Anna Campagnella, la quale ereditò il codice dalla sorella signora Caterina Campagnella-Lazzari, già moglie del fu Michele Wcovich-Lazzari a cui apparteneva il codice nel 1865, siccome accenna il Fulin. D'aver popotuto fare lo spoglio anche di questo sono debitore alla gentilezza del sig. Perini.

G. Ferro.

Inferno.		Numero de' Codici	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10[a]	11	12	13	14[b]	15
I,	4.	E quanto a dir		2	3	4	5		7		9		11	12			15
		Ai quanto	1					6									
		*O quando													13		
	28.	Poi ch'ei posato un poco						6	7								
		*Poi ch'ebe posato un p.			3												
		*Poi ch'ebi 'l cor possato un p.															
		*Poi che posato un p.				4											
		*Poi che passato alquanto															
		Poi posat'ebbi un p.												12			
		Poi ch'ebbi riposato	1														
		E riposato un p.									9						
		Com'io posato		2									11				15
		*Com'ei posat'un p.					5										
		Da ch'ebbi riposato															
		E poi che fo posato															
		Poi prese lena un poco															
		*Poi fu posato un p.												12			
	48.	Si che . . . l'aer ne temesse	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15
		. . . . tremesse															
II,	60.	. . . . . . quanto 'l moto	1			4	5						11	12			15
		. . . . . . quanto 'l mondo		2	3			6	7	8	9	10			13		
	93.	E fiamma															
		Nè fiamma	1	2	3	4	5			8	9	10	11	12	13		15
		*Nè forzo						6									
		*Nel focho d'esto locho							7								
III,	59.	Vidi e conobbi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15
		Guardai e vidi															
		*Conobbi e vidi															
IV,	95.	Di quei signor	1	2	3					8			11				
		Di quel signor							7			10					15
		*Di quẽ signor				4	5	6			9			12	13		
V,	59.	Che succedette	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15
		Che sugger dette															
	83.	Con l'ali alzate	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15
		Con l'ali aperte															
VI,	18.	. . . . . . scuoia ed isquatra	1						7	8							
		. . . . . . ingoia		2	3	4	5	6			9	10	11	12	13		15
		. . . . . . ingola															
VIII,	101.	E se 'l passar	1	2	3	4		6	7	8	9		11	12	13		15
		E se l'andar					5										
IX,	64.	. . . . sucid' onde					5		7		9						
		. . . . torbid' onde	1	2	3	4		6		8			11	12	13		15
X,	136.	. . . . spiacer suo lezzo	1	2	3	4	5	6		8	9		11	12	13		15
		. . . . . . spicciar suo lezzo															
		. . . . . . sparger suo lezzo															

a Di questo codice manca la prima pagina, che comprendeva 80 versi, e dal v. 8 del canto VIII dell'Inferno si passa al v[illegible] del canto XXVII.

b Questo codice non contiene che il Paradiso.

c Questo cod. comincia col canto III.

d Di questo codice manca la prima pagina che comprendeva 60 versi.

e La prima carta di questo codice comincia col verso 103 del canto VI dell'Inferno, e l'ultima finisce col v. 111 canto X[illegible]I del Purgatorio.

18	19	20	21	22	23[e]	24[f]	25[g]	26[h]	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
18	19	20	..	22	..	..	..	..	27	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	26	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	..	20	21	22	..	..	..	26	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	19	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	..	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	..	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	..	20	21	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	19	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	..	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	..	20	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..

[f] Questo codice comincia al v. 15 del canto XXII dell'Inferno.

[g] Questo codice contiene il testo dei primi cinque canti del Purgatorio ed il XX benchè non intero. Qualche altra cosa fu giunta da mano diversa e più recente di quella del Commentario.

[h] Col numero 26 è ricordato del Fulin una miscellanea, nella quale a carte 120-128 si trova una scrittura, che contiene col del canto I dell'Inferno un semplice e letterale comento al canto medesimo.

Canto	v.	Numero de' Codici	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10[a]	11	12	13	14[b]	15	16[c]	17[d]	18	19	20	21	22	23[e]	24[f]	25[g]	26[h]	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
Inferno.																																							
I,	4.	E quanto a dir		2	3	4	5		7		9		11	12			15			18	19	20		22					27										
		Ai quanto	1					6																															
		*O quando													13																								
	28.	Poi ch'ei posato un poco						6	7													20																	
		*Poi ch'ebe posato un p.			3																																		
		*Poi ch'ebi 'l cor possato un p.																			19																		
		*Poi che posato un p.				4																																	
		*Poi che passato alquanto																										26											
		Poi posat'ebbi un p.												12																									
		Poi ch'ebbi riposato	1																					22															
		E riposato un p.									9																												
		Com'io posato		2									11				15																						
		*Com'ei posat'un p.					5																																
		Da ch'ebbi riposato																																					
		E poi che fo posato																																					
		Poi prese lena un poco																																					
		*Poi fu posato un p.												12																									
	48.	Si che . . . l'aer ne temesse	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15			18		20	21	22				26											37
		. . . . tremesse																			19																		
II,	60.	. . . . . . quanto 'l moto	1			4	5						11	12			15		17			20																	
		. . . . . . quanto 'l mondo		2	3			6	7	8	9	10			13					18	19		21	22															37
	93.	E fiamma																				20																	
		Nè fiamma	1	2	3	4	5			8	9	10	11	12	13		15		17	18	19		21	22															37
		*Nè forzo						6																															
		*Nel focho d'esto locho							7																														
III,	59.	Vidi e conobbi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22															37
		Guardai è vidi																																					
		*Conobbi e vidi																	17																				
IV,	95.	Di quei signor	1	2	3					8			11					16	17				21	22															37
		Di quel signor							7			10					15			18		20																	
		*Di quē signor				4	5	6			9			12	13						19																		
V,	59.	Che succedette	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22															37
		Che sugger dette																																					
	83.	Con l'ali alzate	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22															37
		Con l'ali aperte																																					
VI,	18.	. . . . . . scuoia ed isquatra	1						7	8																													
		. . . . . . ingoia		2	3	4	5	6			9	10	11	12	13		15		17	18		20	21	22															37
		. . . . . . ingola																16			19																		
VIII,	101.	E se 'l passar	1	2	3	4		6	7	8	9		11	12	13		15	16	17	18	19		21	22	23														
		E se l'andar					5															20																	37
IX,	64.	. . . . sucid' onde					5		7		9																												
		. . . . torbid' onde	1	2	3	4		6		8			11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22	23														37
X,	136.	. . . . spiacer suo lezzo	1	2	3	4	5	6		8	9		11	12	13		15	16	17	18		20	21	22	23														37
		. . . . . . spicciar suo lezzo																																					
		. . . . . . sparger suo lezzo																																					

a Di questo codice manca la prima pagina, che comprendeva 80 versi, e dal v. 8 del canto VIII dell'Inferno si passa al v. 130 del canto XXVII.

b Questo codice non contiene che il Paradiso.

c Questo cod. comincia col canto III.

d Di questo codice manca la prima pagina che comprendeva 60 versi.

e La prima carta di questo codice comincia col verso 103 del canto VI dell'Inferno, e l'ultima finisce col v. 111 canto XXVIII del Purgatorio.

f Questo codice comincia al v. 15 del canto XXII dell'Inferno.

g Questo codice contiene il testo dei primi cinque canti del Purgatorio ed il XX benchè non intero. Qualche altra cosa fu poi aggiunta da mano diversa e più recente di quella del Commentario.

h Col numero 26 è ricordato del Fulin una miscellanea, nella quale a carte 120-128 si trova una scrittura, che contiene col testo del canto I dell'Inferno un semplice e letterale comento al canto medesimo.

Inferno.		Numero de' Codici	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X,	136.	* . . . . . spirar suo leço							7								
		* . . . . . sprear suo rezzo															
XI,	90.	La divina vendetta	1	2	3	4	5	6	7		9		11	12			15
		La divina giustizia								8					13		
	91.	O sol che sani ogni vista	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15
		O sol che solvi															
XII,	125.	Quel sangue sì, che cocea	1	2		4	5		7		9		11	12			15
		. . . . copria			3					8					13		
		. . . . toccava															
		* . . . . rosega						6									
XIII,	41.	Dall'un de'capi	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15
		. . . . lati															
XIV,	70.	Dio in disdegno	1	2	3		5	6	7	8	9		11	12	13		15
		. . . . dispregio				4											
		. . . . dispetto															
XV,	121.	Poi si rivolse	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15
		. . . . partì															
		. . . . mosse															
XVI,	135.	O scoglio		2	3	4	5		7	8	9		11	12	13		15
		A scoglio	1					6									
XVII,	115.	Ella sen va notando	1	2	3	4	5	6		8	9		11	12	13		
		. . . . rotando							7								15
XVIII,	104.	. . . . col muso isbuffa													13		
		. . . . scuffa		2	3	4	5		7	8	9		11	12			15
		* . . . . seguffa						6									
		. . . . stuffa	1														
XIX,	12.	E quanto giusto	1				5			8			11				
		Quanta giustizia			3			6	7		9			12			
		*E quanto giustizia				4											
		E quant' è giusta															
		E quanto giusta															
		*Quanta giusta															
XXIV,	119.	O potenzia di Dio	1	2		4	5		7	8	9		11	12	13		15
		O vendetta di Dio															
		O giustizia di Dio						6									
XXV,	144.	La novità se fior la penna		2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15
		. . . . lingua															
		*La moneta che qui la p.															
XXVI,	57.	Alla vendetta vanno	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15
		. . . . corron															
XXIX,	120.	Dannò Minos a cui fallar	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12			15
		* . . . . fallir											11				
		. . . . peccar															
		. . . . parlar															
		* . . . . danar													13		
XXX,	31.	. . . . rimase tremando	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15
		. . . . tirando															
		. . . . gridando															
XXXIII,	75.	Poscia più che il dolor potè il		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		13		15
		Poichè 'l dolor potè più che 'l															
		*Poscia potè 'l dolor												12			
XXXIV,	82.	. . . . sì fatte scale							7		9	10		12			
		. . . . cotali	1	2	3	4	5	6		8			11		13		15

18	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	19	20	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	19	..	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	..	20	21	..	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	19	..	..	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	..	20	21	22	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	19	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	23	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	22	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	19	..	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	..	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	20	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	19	20	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
18	19	20	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
18	19	20	21	22	23	24	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	37

Numero de' Codici			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
Inferno.																																							
X,	136.	* . . . . . spirar suo leço							7																														
		* . . . . . sprear suo rezzo																			19																		
XI,	90.	La divina vendetta	1	2	3	4	5	6	7		9		11	12			15	16	17		19		21	22	23														
		La divina giustizia								8					13					18		20																	37
	91.	O sol che sani ogni vista	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22	23														37
		O sol che solvi																																					
XII,	125.	Quel sangue sì, che cocea	1	2		4	5		7		9		11	12			15		17		19		21	22	23														
		. . . . copria			3					8					13			16		18		20																	37
		. . . . toccava																																					
		* . . . . rosega						6																															
XIII,	41.	Dall'un de'capi	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22	23														
		. . . . lati																																					37
XIV,	70.	Dio in disdegno	1	2	3		5	6	7	8	9		11	12	13		15	16			19		21	22	23														
		. . . . dispregio				4														18		20																	37
		. . . . dispetto																	17																				
XV,	121.	Poi si rivolse	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22	23														
		. . . . partì																																					37
		. . . . mosse																																					
XVI,	135.	O scoglio		2	3	4	5		7	8	9		11	12	13		15	16	17		19		21	22	23														
		A scoglio	1					6												18		20																	37
XVII,	115.	Ella sen va notando	1	2	3	4	5	6		8	9		11	12	13			16	17	18		20	21		23														37
		. . . . rotando							7								15				19			22															
XVIII,	104.	. . . . col muso isbuffa													13																								37
		. . . . scuffa		2	3	4	5		7	8	9		11	12			15		17	18		20	21	22	23														
		* . . . . seguffa						6																															
		. . . . stuffa	1																		19																		
XIX,	12.	E quanto giusto	1				5			8			11								19	20																	37
		Quanta giustizia			3			6	7		9			12											23														
		*E quanto giustizia				4																																	
		E quant'è giusta																																					
		E quanto giusta																16						22															
		*Quanta giusta																																					
XXIV,	119.	O potenzia di Dio	1	2		4	5		7	8	9		11	12	13		15	16	17	18	19	20	21	22	23	24													
		O vendetta di Dio																																					
		O giustizia di Dio						6																															37
XXV,	144.	La novità se fior la penna		2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15	16	17	18	19		21	22	23	24													
		. . . . lingua																				20																	37
		*La moneta che qui la p.																																					
XXVI,	57.	Alla vendetta vanno	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12	13		15		17	18	19		21	22	23	24													
		. . . . corron																				20																	37
XXIX,	120.	Dannò Minos a cui fallar	1	2	3	4	5	6	7	8	9		11	12			15		17	18	19	20	21	22	23	24													
		* . . . . fallir											11																										37
		. . . . peccar																																					
		. . . . parlar																																					
		* . . . . danar													13																								37
XXX,	31.	. . . . rimase tremando	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		15		17	18	19	20	21	22	23	24													37
		. . . . tirando																																					
		. . . . gridando																																					
XXXIII,	75.	Poscia più che il dolor potè il		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		13		15		17	18	19	20	21	22	23	24													37
		Poichè 'l dolor potè più che 'l																																					
		*Poscia potè 'l dolor												12																									
XXXIV,	82.	. . . . sì fatte scale							7		9	10		12																									
		. . . . cotali	1	2	3	4	5	6		8			11		13		15		17	18	19	20	21	22	23	24													37

Storia. — *Frammenti arabi da poter servire alla storia d'Italia.* Memoria del Socio Amari.

« I primi cavati dalle opere di Ibn Bassâm, Ḍubbî e Ibn Ḫaldûn risguardano le imprese di Mugeto in Sardegna e la sua dinastia.

Altri tolti dall'epistolario dal Cadi Fâḍil segretario di Saladino si riferiscono agli armamenti di Guglielmo il Buono re di Sicilia ed alla espulsione dei mercanti Genovesi, Veneziani e Pisani dall'Egitto ne' principî della terza Crociata ».

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Archeologia. — *Ara dell'incendio neroniano scoperta presso la chiesa di s. Andrea al Quirinale.* Memoria del Socio R. Lanciani.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Archeologia. — *Di due lapidi rinvenute a Forum Clodii.* Nota del Corrispondente G. F. Gamurrini.

« A quattro chilometri a settentrione di Bracciano sta di fronte al lago, detto dagli antichi *Sabatinus* dalla città di Sabatia, una collina chiamata di S. Liberato per la vetusta chiesa a lui dedicata. Vedesi sopra la porta una magnifica iscrizione romana col titolo in grandi lettere di PAVSILYPON, o luogo di riposo, ed altre sono murate nell'ingresso della chiesa, e nella casa attigua, e varie furonvi in altri tempi ritrovate. Sono apparsi poi quivi avanzi di statue, di colonne, e di cornici, e muraglie di fabbriche disfatte. Oggi il terreno appartiene al principe D. Baldassare Odescalchi, il quale nel fare una piantata di viti sul pendio dinanzi alla chiesa ha discoperto a poca profondità tre epigrafi in marmo, che due in grandi piloni o cippi quadrati, e l'altra in lastra, tutte quante molto degne di essere riferite. Ma perchè queste ed altre antichità trovatevi si produrranno nelle *Notizie degli scavi*, mi limiterò a dire del sito amenissimo, dove un'antica città sorgeva, e delle epigrafi ne sceglierò due, che a me paiono di maggiore rilievo.

« Nella collina aprica, che si specchia nel lago, saliva un tempo la via Clodia, la quale ivi presenta le tracce frequenti nei suoi poligonali selci basaltici. Si staccava dalla Flaminia a ponte Milvio, e proseguiva per Bracciano, e costeggiato il lago per circa due chilometri saliva il colle di S. Liberato

per giungere a Tuscania, e poi congiungersi e finire nella via Aurelia, cioè nella marittima.

« Si può dire, che è stato fino ad oggi incerto, quale villaggio cospicuo, o città, fosse nella collina di S. Liberato, ma ora possiamo sicuramente affermare, che vi fioriva nell'ultimo secolo della repubblica, e più durante l'impero il *Forum Clodii*, a cui la strada diede il nome. Le epigrafi colà trovate con i nomi, di *Praefectura Claudia*, o di *Claudiani*, o di *Foroclodienses* ce ne offrono irrefragabile testimonianza. Ancora quelle che adesso sono emerse di fronte alla chiesa comprovano le dedicazioni ivi fatte dai *Foroclodienses*: i quali fino dal tempo di Augusto distinguevansi in *Urbani*, ed *extraurbani*. Quindi ben presto la *praefectura*, che come tale non aveva i suoi magistrati, li ottenne, ed acquistò i diritti municipali.

« L'avvenuta scoperta ci fa riconoscere non solo il sito preciso di *Forum Clodii*, ma del suo fôro. Rimane questo dinanzi alla chiesa (la quale probabilmente tiene il luogo dell'antico tempio), ed aveva per limite dal lato di ponente la via Clodia. Tutte le iscrizioni onorarie, che si hanno dei *Foroclodienses* vengono di lì: inoltre due si sono ritrovate colle basi murate al posto. È luogo quello da esplorare tutto, e la Direzione generale nôn ha mancato di ciò raccomandare al principe D. Baldassarre Odescalchi, egregio cultore delle arti, onde si confida che per suo mezzo altri monumenti non solo ci renderanno la storia di *Forum Clodii*, ma coadiuveranno a rischiarare alcuni punti dell'amministrazione pubblica romana.

« Prendo intanto ad esporre il contenuto delle due lapidi: una delle quali ha l'epigrafe incisa in tre lati di un cippo marmoreo quadrato alto m. 1,25, largo 0,71: nella sua fronte si legge:

L · CASCELIO · L · FIL
VOLT · PROBO
QVINQVENNALI
ADLECT · Q · ALIM CVR ·
ANNONAE · DECVRIO
NES · ET · POPVLVS · FORO
CLODIENSES · PRAEF ·
CLAVDIAE OB MERITA
EIVS DIGNISSIMO L · DDD
CVRANTIBVS
TI · IVLIO · ANTISTIANO
T · VOLCASIO · MERCATORE
T · VOLCASIO · IANVARIO
L · FVFIO · FRVCTO

« Nel lato destro:

HIC PRIMVS OMNIVM
ADLECTVS · IN ORDINE QVIN
QVENNALIVM · KAL · APRIL
PVDENTE ET ORFITO CoS
OB HONOREM · SIBI OBLATVM
IMAGINEM GENI PRAEF
CLAVDIAE · EX · ARGENTI
PONDO · SEX · CVMBASE ·
AEREA DE SVA PECVNIA
REI · P · DD
OB CVIVS DEDICATIONEM
PATRONIS · ET DECVRIONIBVS
SINGVLIS DEDIT HS C N · ITEM
MINISTERIIS · PVBLICIS HS L · N
ITEM MVNICIPIBVS SVIS
EPVLVM CVM SPORTVLIS
DEDIT

« Nel lato sinistro:

DEDICATA XII KAL · IVN
Q · VOLVSIO · FLACCO · L · AVRELIO · GALLO
COS
OB CVIVS DEDICATIONEM EPVLVM
DEDIT ET VIRITIM · HS VICENOS N

« Non era nuova la famiglia dei Cascelii in *Forum Clodii*, poichè uno di loro al tempo di Augusto aveva fatte le spese in occasione solenne (*C. I. L.* vol. XI, n. 3303): onde è da presumere, che anche poi tenuta fosse in considerazione. Lucio, del quale si parla, era pure di quel luogo, dicendosi *municipibus suis*, ed ascritto alla tribù Voltinia. È la prima volta che sappiamo, che gli ingenui e i liberi della prefettura Clodia erano per i suffragi da darsi a Roma ascritti a quella tribù. Egli fu in prima curatore dell'annona, poi questore sugli alimenti, e quindi eletto come quinquennale. Ma perchè nelle calende di aprile dell'anno 165 dell'êra nostra, segnato dai consoli Pudente ed Orfito, fu scelto primo in quell'ordine, egli per l'onore conferitogli diede in dono al municipio una immagine del Genio della Prefettura Claudia del peso di sei libbre di argento. Mai, se non qui per la prima volta, è stato nominato il Genio della Prefettura (i quali geni erano ad ogni persona e cosa comuni) degli scrittori e dalle lapidi, la cui immagine possiamo facilmente comporre in una donna coronata con lunga tunica, e portante il canestro,

segno del commercio e del tributo: sia perchè le insegne delle prefetture erano così figurate, come si vede nel libro della *Notitia imperii occidentis*: sia perchè in tali prefetture tenevansi specialmente i mercati, come dice Festo. Nella dedicazione della sua statuetta d'argento L. Cascelio regalò cento sesterzi a ciascuno dei patroni e dei decurioni di Foro Clodio, e cinquanta a chi teneva pubblico ufficio sia civile che sacro, che tanto significano le parole *ministeriis publicis*. Inoltre diede ai capi di famiglia (*municipibus suis*) un banchetto, da riportarsene ciascuno a casa i lauti avanzi.

« Nove anni dopo, un po' troppo tardi, ricordandosi i Foroclodiesi di quelle sue magnanimità gli eressero nel fôro il monumento onorario: la cui dedicazione fu fatta il 20 di maggio dell'anno 174, che è determinato dai nomi dei consoli Quinto Volusio Flacco, e Lucio Aurelio Gallo. Fino ad oggi non erano cogniti questi consoli nelle varie lapidi, e nei fasti, che per i loro cognomi *Flacco et Gallo* ovvero *Flacco Corneliano et Gallo*. Era il primo nato probabilmente da una Cornelia, e dell'altro abbiamo tutto il suo *cursus honorum* in una lapide urbana pubblicata dall'Henzen nel vol. VI al n. 1356. Il quale non sapendo di che anno fosse Lucio Aurelio Gallo scrisse: « *consul est anni incerti* »: ma ora l'incertezza è tolta dalla nostra importante iscrizione.

« L'altra incisa in grande frammento di lastra marmorea dice così:

CN · PVLLIO..
POLLIONI · FETIA.......
STLIT·IVD·EX·SC·TR·PL·PRAE¯..
PRO·COS·PROVINCIAE·NARB...
AVGVST··IN GALLIA COMATA..
IN AQVITAN···ATHENA...
AVGVST··LEGATVS · IN......
IIVIR · QVINQVENN......
CLAVDI\

« Si compone dei titoli della persona onorata in Cneo Pullio Pollione e della dedicante, del cui nome non restano che le lettere a t h e n a troppo poche per trarvi probabile congettura: si vede però essere stata un legato di Augusto, il qual titolo probabilmente lo porta ascritto all'ordine senatorio. Diremo dunque degli uffici dell'onorato, prima sacerdote feciale, poi decemviro per giudicare le liti, tribuno della plebe, pretore, quindi proconsolo della provincia Narbonese, infine legato di Augusto nella Gallia comata, e nell'Aquitania. Del tutto nuovo è il suo nome, ma certo di grado senatorio, altrimenti non poteva egli aspirare a tali onori: nuovo è il suo proconsolato nella Narbonese, e la sua legazione forse *ad census accipiendos* nella Gallia comata e

nell'Aquitania. Poco invero gioverebbero tali notizie, se non si potesse almeno in modo approssimativo stabilirne il tempo. La paleografia indica il primo secolo dell'impero, e anche senza di quella dobbiamo risalirvi per la maniera con cui sono qui chiamate le provincie galliche. Scrive Plinio: *Gallia omnis comata uno nomine appellata in tria populorum genera dividitur; Belgica, Celtica eademque Lugdunensis, inde ad Pyrenaei montis excursum Aquitanica.* Ma nella lapide a Pullio vediamo che sono serbati i nomi antichi, in prima della provincia Narbonese, e poi della *Gallia comata* la quale non vi apparisce, che come una provincia. Ora a guardar bene la non può essere altra che la *Celtica* o *Lugdunensis*: prima per la ragione che la regione Belgica teneva il nome suo fino dal tempo di Cesare, e le altre due sono nella lapide ricordate: secondariamente per la ragione topografica, che la Gallia comata doveva essere contermine all'Aquitania, se abbiamo riguardo all'ufficio del legato, che sopraintendeva ad ambe le provincie. Ora l'Aquitania confinava ad est colla *Narbonensis*, al sud ed ovest con i Pirenei e l'oceano, e a nord non aveva che la provincia, la quale per la cresciuta importanza di *Lugdunum* venne poi chiamata *Lugdunensis*. Da tutto ciò è chiaro che questa riteneva ancora a tempo della legazione di Pullio il nome di Galla comata; per cui quella fu sicuramente anteriore al tempo di Giulio Vindice cioè all'anno 68, *qui tum eam provinciam* (cioè la *Lugdunensis*) *pro praetore tenebat* (Sveton. Nero. 40). E perchè per la paleografia della lapide non si può risalire fino ad Augusto, e molto meno avanti il 738 di Roma, cioè innanzi della seconda dimora di Augusto nelle Gallie, si deve ritenere tanto il proconsolato di Pullio nella Narbonese, quanto la legazione nella Gallia comata e nell'Aquitania avvenuti fra il tempo di Claudio e quello di Nerone. Che se vediamo sotto Tiberio, che il legato Acilio Aviola teneva la sede in Lione (Tacit. Ann. III, 41), ciò altro non vuol dire, che Lione era la città principale della provincia *Gallia comata*, non già che questa avesse ancora preso il nome di *Lugdunensis* ».

Filologia. — *Di una novella ariostea e del suo riscontro orientale attraverso ad un nuovo spiraglio.* Nota del Corrispondente Pio Rajna.

« Il lungo e vivo desiderio ch'era negli studiosi di essere ammessi a conoscere tutto il novelliere di Giovanni Sercambi, è stato appagato alla fine [1]. Siamone grati di cuore a Rodolfo Renier; siamone grati al possessore del prezioso manoscritto dove la copiosa raccolta ci s'è conservata, trattenuto in addietro dal consentire alla stampa (si permetta di ripeter ciò in coro coll'editore a chi è da gran tempo al fatto delle cose) per via di riguardi al di là di rispettabili.

« E al vivo e lungo desiderio non è tenuto dietro un disinganno; chè,

[1] *Novelle inedite di Giovanni Sercambi tratte dal codice Trivulziano CXCIII per cura di Rodolfo Renier.* Torino, Loescher, 1889 (pag. LXV e 436).

se tra le novelle molte e molte ve n'ha, com'era facile argomentare dalla parte già nota, di assai scarsa ed anche proprio di nessuna importanza, altre invece ci compensano a usura. Basterebbe da sola quella che nel volume del Renier viene 84ª (pag. 294-299), tale davvero da suscitare in chi ad essa si affacci una profonda e ben lieta sorpresa.

« E in verità nessuno si sarebbe immaginato di abbattersi qui in una versione del racconto destinato a diventare un secolo dopo la storia famosa di Giocondo e re Astolfo (1). Il fatto è di sommo rilievo; e la sua più prossima conseguenza si è che ne riesca modificata non poco la questione di origine della narrazione ariostea. Non parrà ingiusto che chi di cotale questione ebbe a occuparsi più di proposito in addietro, tenga a mettere in chiaro egli stesso il nuovo stato delle cose (2).

« Comincio dal rilevare, ancorchè oramai possa, se Dio vuole, parer perfino superfluo, che il documento venutosi ad aggiungere non fa se non confermare in maniera luminosa come si fosser messi per una strada ben falsa coloro, che, chiudendo gli occhi alle strettissime affinità colla narrazione che serve di fondamento alle *Mille e una notte*, avevano creduto di scoprire la fonte di messer Lodovico in una certa onta di Costantino, cui da tanti si allude nel medio evo (3). Non è davvero quell'onta in una forma che dia a conoscere legami speciali col contenuto del canto XXVIII del *Furioso*, ciò che il Sercambi ci pone innanzi; bensì un riflesso del racconto orientale, più prossimo ad esso per più rispetti, e in pari tempo unito col *Furioso* da vincoli ben saldi.

« Che si ripeta qui in succinto quel che udiamo particolareggiatamente e alquanto prolissamente dalle labbra del novellatore lucchese, sarà cosa utile per tutti e indispensabile per parecchi. Ci si trasporta a Napoli, e al tempo di re Manfredi, alla corte del quale è un cavaliere di nome « Astulfo », marito di una donna bellissima, che col suo amore gli ha dato, ricevendone il ricambio, un « secondo paradiso ». Senonchè a costei accade d'invaghirsi di uno scudiero, che essa conduce a fare il piacer suo. Un giorno Astulfo, capitato improvvisamente dalla corte a casa, trova la moglie coricata col drudo. Costui si fugge; alla donna il marito si contenta, « come savio », di dichiarare che mai non la riammetterà in grazia finchè non senta di lei cosa « che sia bastevole al fallo fatto ». E torna quindi alla corte, col proposito di più non venirsene alla moglie. Re Manfredi, vedendolo tutto malinconico, lo

(1) Su questo n. 84 io non avevo ancora messo gli occhi, quando il fatto ebbe ad essermi segnalato dall'amico prof. Francesco Torraca. Ne prenderò occasione per soggiungere che nell'edizione sarebbe stato bene premettere ad ogni novella un breve argomento. Le intitolazioni latine portate dal manoscritto danno ben scarsa idea del contenuto e riescono insufficienti anche per le ricerche nell'indice.

(2) *Le fonti dell'Orlando Furioso*, pag. 382-400.

(3) Alle allusioni comunicate altra volta (p. 390-91), ne aggiungerò una ancora, per quanto pallida, del *Roman des sept Sayes* in versi, v. 424 nell'ed. Keller: « D'enghien et d'art savoit plus seule, Que la femme au roi Constentin ».

interroga replicatamente senza poter cavare da lui altro che pretesti. Durando sempre la malinconia, accade alcuni mesi dopo che, standosi un giorno Astulfo affacciato colla testa in subbuglio a un « portico » della sua camera (1), veda un mostricciattolo « che andava », *sit venia verbo*, « col culo innel catino » (2), accostarsi all'uscio del palagio della regina Fiammetta, moglie di Manfredi, e bussar colla gruccia (3). Dopo molto picchiare, ecco la regina venire ad aprirgli e buscarsi una percossa nel petto per aver tanto indugiato. Ella si scusa, tira dentro lo sciancato, gli toglie il « catino », e gli si concede nello spazzo medesimo del palagio. Quindi racconciatogli il catino e ristoratolo con ghiottornie, lo rimette fuori.

« A quello spettacolo Astulfo, fatto il confronto col caso proprio, si stima meno sfortunato; e venuto nella deliberazione di dar bando alla malinconia, va a prender parte a balli e canti. Vedendo il singolare mutamento, il re tanto lo stringe, che lo induce a narrargli ogni cosa. E Astulfo non solo gli narra; ma ponendosi alle vedette, fa poi spettatore lui stesso della sua sventura. Manfredi allora forma e manifesta il proposito di andarsene con lui per il mondo, sconosciuti e senz'altra compagnia, « fine che qualche avventura non ci viene alle mani che ci faccia certi del nostro ritorno ». Astulfo è ben contento: partono dunque di celato con molto danaro, e arrivano in Toscana. Un giorno di luglio, che, camminando sulla strada da San Miniato a Lucca (4), s'eran messi a riposare all'ombra, in un luogo ameno presso ad un'acqua, vedon venire di verso Lucca un cotale, carico di una cassa grande e assai pesa. Come costui è vicino, essi vanno a nascondersi in un boschetto. Il viandante si ferma dove già s'eran posti loro, depone la cassa e l'apre con una chiave. Ed ecco uscire di lì una bellissima giovane, che il portatore si fa sedere accanto, e che con lui mangia e beve. Dopo mangiato, egli le posa il capo in grembo e profondamente s'addormenta. Manfredi e Astulfo, sentendolo russare, s'accostano alquanto e invitano con cenni la donna, che, sostituito pian piano a sè medesima il fiasco sotto il capo del dormiente, va a dar loro sollazzo. Narra poi come sia senese, moglie a quell'uomo, il quale per gelosia la porta attorno nella cassa in cotal modo ogniqualvolta gli accada di doversene andare da Siena. E a Siena la tiene richiusa in una specie di prigione

(1) Questo « portico » dobbiamo immaginare a uno dei piani superiori, sennò Astulfo, nè vedrebbe non visto, nè dominerebbe collo sguardo così il di qua come il di là di un uscio. È insomma una specie di balcone, o diciam meglio una loggia. In cotal senso, vivo forse ancora nel lucchese, il vocabolo è usato ben manifestamente a p. 390, dove un « portico » prende il posto del verone su cui presso il Boccaccio la figliuola di Messer Lizio da Valbona voleva andarsene a sentir cantar l'usignuolo (G. V, nov. 4).

(2) « Catino » nel senso in cui qui è detto non è nei vocabolari; ma che sorta di arnese sia, si capisce abbastanza dal contesto e dal vocabolo stesso.

(3) « Scannello », dice il Sercambi; e anche questa voce non è in questo significato nei vocabolari. V'è bensì in quello abbastanza analogo del « ponticello » dei violini e altri simili strumenti.

(4) Dove si fa loro passare « lo Serchio », sarà bene da correggere « la Pescia ».

senza uscio, dove si scende per una cateratta che risponde nella camera in cui il marito si sta tutto il giorno, venendosene poi a lei la notte [1]. Ma essa ha scavato una buca, nascosta dal letto, per la quale fa entrare chi meglio le piace, andandosene anche fuori talora ella medesima. Parendole poi tempo di lasciarli, li prega di un nuovo conforto; e avuto inoltre in dono dal re un bellissimo e ricchissimo anello, ritorna a prendere il suo posto, e desta il marito, che rinchiusala nuovamente nella cassa, con quella in collo si rimette in via. Al re pare vano andarsene più oltre « tapinando per lo mondo », avendo appreso troppo bene « che la femmina guardare non si può che non fallisca ». « E pertanto ti dico », egli soggiunge, « che a Napoli ritorniamo, e con onesto modo le donne nostre castighiamo, nè mai malinconia di tal fatto prendiamo. E così disposti, a Napoli tornaro, dove ciascuno con bel modo la moglie castigoe ».

« Che questa narrazione abbia col racconto orientale convenienze che mancano alla novella di Giocondo, è facile a rilevarsi [2]. Lasciando quelle di ordine meramente negativo, e in generale tutto ciò che potrebbe dar luogo a dubbio, si portino gli sguardi sulla parte dove Astulfo scopre, e quindi palesa al re, l'oltraggio che gli reca la moglie. Al modo stesso come nelle *Mille e una notte*, la scena vergognosa accade all'aperto, e Astulfo vi assiste da « una vista Del gran palagio », non già da una fessura (cfr. *Fur.*, st. 33). Inoltre Manfredi, non altrimenti che Sciahrijàr, è fatto assistere cogli occhi proprî al rinnovamento della scena, in cambio di contentarsi, più artisticamente, ancorchè per verità meno umanamente, dell'affermazione altrui. La condizione poi che Manfredi mette al ritorno, per quanto indeterminatamente espressa, trova assai miglior riscontro nella narrazione araba che nell'ariostea [3]. Non è nè punto nè poco col proposito di rifarsi ad usura sugli altri mariti e di ritornarsene soltanto quando si sia conseguito un numero sperticato di trofei (*Fur.*, st. 46), che i due compagni si mettono in viaggio.

[1] Si corregga la stampa, leggendo: « .... una cateratta, ch'è di sopra innel solaro in sul quale lui fa il suo mestieri di die; e di notte quella apre, e chiudela dentro con una chiave », ecc.

[2] Avverto che per le *Mille e una notte* mi servo ora di una traduzione ben altrimenti fedele che non fossi costretto a far l'altra volta: di quella cioè avuta in conto di classica del Lane, pubblicata primamente a Londra nel 1839, e ristampata nel 1859 e nel 1883. Che il Lane, oltre ad avere omesse varie novelle, veli o tralasci le oscenità, a me non importa, posto che su di esse sarebbe ad ogni modo da sorvolare. Però non mi son curato di procacciarmi dal di fuori, nè la versione poco accessibile del Payne (Londra, 1882), nè l'altra che m'era invece facile di avere del Burton (Benares, 1885), le quali rendono ogni cosa senza alcun ritegno. Sulle varie traduzioni dell'opera famosissima si può vedere un bell'articolo nella *Edinburgh Review*, luglio 1886, pag. 166 sgg. E lì dentro si troverà anche esposto, non senza osservazioni proprie dell'autore, lo stato delle cognizioni nostre quanto alla storia del testo (pag. 185-192).

[3] Colle parole del Sercambi allegate più addietro nel sunto, si paragonino queste del libro arabo: « .... Diamoci a viaggiare, lasciando la corona, fino a che vediamo se una sventura pari alla nostra è toccata finora ad altri ».

Ma dove l'affinità si manifesta più singolare, gli è nell'episodio che mette fine più o meno presto alla peregrinazione. Mentre al caso del genio e della donna chiusa nella cassa presso l'Ariosto troviam surrogata la storia di Fiammetta, quel caso noi lo abbiam sempre nel racconto del Sercambi, con particolari assai somiglianti, e solo, si può dire, umanizzato in una maniera stranamente assurda, dacchè vi si riduce un pover'uomo a portarsi attorno in lunghi viaggi un carico sproporzionato davvero anche alla gelosia più feroce. Non occorrerebbe altro di certo per dimostrare, quando ce ne fosse bisogno, quale tra le due forme del racconto, l'orientale e l'occidentale, sia la genuina. E il mostro delle *Mille e una notte* ci renderà altresì ragione del rifugiarsi di Manfredi ed Astulfo nel boschetto, mancante d'un motivo sufficiente nella versione sercambiana. Per richiamar poi l'attenzione anche su rapporti meno esposti alla vista, pregherò il lettore di porre ben mente all'anello che Manfredi dona alla donna, superstite di quella gran collezione che la prigioniera del genio ha saputo mettere insieme, e che arricchisce con quelli di Sciahrijàr e Sciahsemàn. E non tacerò nemmeno come la condizione in cui la moglie italiana è tenuta in Siena dal marito, sebbene risulti da contaminazione con un racconto e un motivo straordinariamente divulgato, per il quale mi basterà di rinviare all' « Inclusa » dei *Sette Savi* e ai suoi tanti illustratori, ha pur sempre un certo rapporto col tenere che il mostro fa per solito la cassa nel profondo del mare. C'è stata, chi bene osservi, sostituzione di cose analoghe.

« In pari tempo, come ho accennato, ci son speciali agganciamenti coll'Ariosto. Manfredi ed Astulfo non son legati di nessuna parentela, come non sono il re longobardo e Giocondo; e così Astulfo come Giocondo son semplici privati, e se portano corona, la loro non è una corona regia davvero. Merita un cenno anche la menzione espressa nei due autori italiani del molto amore ch'era, od era stato, o pareva essere, tra il marito e la moglie. Attrarrà poi l'attenzione la circostanza che questo marito non prenda punto vendetta sanguinosa dell'atroce offesa; dacchè dal far sì che se la prendesse, il Sercambi non era uomo che volesse lasciarsi trattenere dalle ragioni etiche ed artistiche che potevano determinare, e che quanto ai particolari determinarono anche certamente l'Ariosto. Più apertamente significativa la disparità fisica, di fronte alla parità orientale, che è tra il drudo di questa prima donna e quello della regina; disparità suggeritrice di un confronto consolante di sicuro per il cavaliere napoletano o romano (1); voglio dire, l'essere l'uno bensì un uomo di condizione più o meno inferiore, ma di corpo non deforme per nulla, e l'altro invece un mostricciuolo. Più significativo ancora il fatto che alla scena disonesta della corte partecipino solo i personaggi che importano all'andamento della storia, e non tutta una caterva di gente. Poi, non isfuggirà a nessuno, nonostante le condizioni inverse, il rapporto che è tra i maltrattamenti che lo stronco infligge

(1) Sercambi: « Omai non mi vo' disperare se la donna mia m'ha cambiato a uno scudieri, poichè io ho veduto la reina aver cambiato lo re in uno gaglioffo che va col culo innel catino ». Cf. Ariosto, st. 35-36.

alla moglie di Manfredi perchè non gli viene ad aprire sollecitamente, ed i replicati e vani invii della regina longobarda al suo nano il giorno ch'egli sta giocando ed è « in perdita d'un soldo » (st. 38). La posizione delle due regine rimpetto all'oggetto abbiettissimo del loro amore riman sempre la medesima. Ma il più evidente dei rapporti, quello che non lascia proprio adito a scappatoie di nessun genere, consiste in quel nome di Astolfo portato in entrambe le versioni da uno dei protagonisti. Che se in un caso è Astolfo il re, nell'altro il cavaliere privato, ciò non toglie nulla all'indissolubilità del legame. Piuttosto questo rovesciamento ci rafforzerà nel pensiero di non creder punto casuale che anche il nome di Fiammetta sia comune, pur essendo attribuito a personaggi diversi. Per terminare, non vuol essere taciuta la convenienza delle conclusioni ultime, cioè la deliberazione che accompagna il ritorno, di tenersi pacificamente le mogli che s'hanno.

Quali saranno mai le conclusioni? Che il Sercambi sia stato comunque mediatore tra l'oriente e l'Ariosto? Nient'affatto. Messer Lodovico può ancor egli prendersi la rivincita, e mostrare come in più cose sia lui che meglio ci rende la versione primitiva e che maggiormente s'accorda colle *Mille e una Notte*. In lui come nella redazione araba i due personaggi principali abitano città diverse e lontane. A questo tratto, la mancanza del quale produce nel Sercambi un deplorevole storpiamento di tutto quanto il principio, si rannodano varie altre somiglianze. Abbiamo in entrambe le redazioni, sebbene per motivi diversi, il desiderio vivissimo, qui del re longobardo, là dell'indo-chinese, di avere a sè il cavaliere romano o il re di Samarcanda; abbiamo l'andata dagli uni agli altri di persona che porti, orale o scritta, l'espressione di cotal desiderio; abbiamo la partenza di Giocondo e Sciahsemàn per un lungo viaggio. E l'occasione alla dolorosa scoperta è la medesima: un ritorno solitario ed improvviso, motivato qui come là dalla dimenticanza di un prezioso gioiello (1). Uguali poi ancora gli effetti che la scoperta produce sull'infelice marito: in cambio della semplice malinconia di cui ci parla il Sercambi, s'ha altresì uno sfiguramento fisico, che sparirà ancor esso non meno che la tristezza dopo aver assistito allo spettacolo della sciagura altrui. Quanto alle accoglienze di re Astolfo e di Sciahrijar all'ospite gratissimo, si posson dire conseguenza necessaria dei dati che ho indicato più sopra.

« Non è dunque nient'affatto il Sercambi la fonte a cui attinse il nostro maggior poeta romanzesco; bensì fin dal tempo del Sercambi la novella era nota in Italia, e a questa tradizione fattasi nostrale, non già, com'io supponevo

(1) Nel mio primo studio, sul fondamento della vecchia traduzione non solo, ma altresì del saggio di versione letterale del Caussin de Perceval, avevo creduto che Sciahseman rientrasse in città per riabbracciare la moglie (V. pag. 384). Così non reca peraltro la traduzione del Lane: « Sulla mezzanotte », vi si dice, « egli si rammentò di aver scordato un oggetto che avrebbe dovuto portar con sè; ed essendo ritornato al palazzo per prenderlo » ecc. Dal racconto ch'egli farà poi più tardi al fratello raccoglieremo come l'oggetto dimenticato fosse il gioiello che voleva offrire a lui in dono.

un tempo (1), ad un'importazione avvenuta solo nel secolo XVI, risale il racconto ariosteo; a meno che non si volesse da taluno, con ipotesi affatto gratuita e inverosimile, pensare ad una doppia origine. Se con tutto ciò voglia sempre immaginarsi che Messer Lodovico avesse la narrazione da Giovan Francesco Valier, è cosa su cui non mette più conto discutere: la congettura perde ogni importanza una volta che noi non vi dobbiam più cercare la spiegazione del come il racconto orientale pervenisse in Italia (2).

« La questione principale è dunque chiarita; ma cederò alla tentazione di far qualcosa più, e mediante il confronto dei tre nostri termini di paragone, mi studierò di ricostruire l'orditura quale a un dipresso doveva aversi nella redazione italiana donde emanarono il racconto del Sercambi e quello dell'Ariosto. È chiaro come ciò che è comune ai due, o che l'uno oppur l'altro si trova aver comune colle *Mille e una Notte*, dovesse contenersi nel loro progenitore. Peccato che questo procedimento, semplice e rigoroso ad un tempo, ci lasci in asso più volte!

« Al re Astolfo, superbo oltremodo della sua bellezza, è vantata come superiore alla sua quella di un cavaliere meridionale. Astolfo manda per lui; e il cavaliere, pur dolendogli quanto mai di lasciare la moglie che ama appassionatamente e dalla quale si crede riamato al medesimo modo, consente tuttavia all'andata. Postosi in viaggio, è ito poco, quando, accortosi d'aver scordato un gioiello prezioso, ritorna addietro, rientra in casa e trova la moglie nel letto accompagnata con un servo. Senza prendere dell'oltraggio la vendetta che potrebbe, il cavaliere si rimette in via. Ma l'afflizione è tale, che lo rende pallido, sparuto, scarno, sì da non poter egli davvero in quello stato competere di bellezza con Astolfo. Il dimagramento è attribuito al rammarico dell'aver lasciato la moglie; nè impedisce che Astolfo gli faccia le più amorevoli accoglienze. Standosi nel palagio reale in preda alla malinconia e per lo più solitario, un giorno ch'egli è affacciato, cogitabondo, a una finestra della sua stanza, vede un mostricciattolo accostarsi all'uscio di un cortile dalla parte dove dimora la regina, e farsi a picchiare. Per un poco nessuno si mostra; ma alla fine ecco la regina stessa, alla quale la sozza creatura dice ingiurie e fa anche peggio, per essersi tanto indugiata. La regina umilmente si scusa; mette dentro il mostro, e nel cortile medesimo gli si abbandona. Al cavaliere la sorte sua pare adesso al confronto assai meno trista; si conforta dunque, e non sta molto a ritornare in istato di floridezza. Il mutamento punge di vivissima curiosità re Astolfo; il quale, tanto insiste, che induce il cavaliere a scoprirgli così la causa del male, come la medicina. Ed egli stesso è poi fatto assistere alla sua propria onta. Propone allora al compagno di sventura di andarsene soletti per il mondo, deliberati di non ritornarsene finchè non abbian trovato chi sia beffato ancor più solennemente di loro.

(1) V. pag. 388-89.

(2) Avvertirò nondimeno che sul Valier si troveranno ora notizie esatte in un lavoro di Vittorio Cian: *Giorn. stor. della Letter. Ital.*, IX, 110-113.

Vanno dunque; e un giorno che se ne stanno riposandosi all'ombra presso una fonte, ecco apparire, non so se uscendo dal mare oppur donde, un essere gigantesco, che porta seco una cassa. I due precipitosamente si celano; e il gigante depone la cassa, l'apre, ne trae una bellissima donna, se la fa sedere accanto, e si pone poi a dormire adagiandole il capo nel grembo. La donna s'accorge dei due stranieri e li invita ad accostarsi. I due vengono, non senza una peritanza prodotta dalla paura, ed essa trova modo di darsi ad entrambi. Conta quindi come si chiami Fiammetta, come il gigante la tenga di continuo rinchiusa, ora nella cassa, ora in un luogo ch'egli crede inaccessibile, e come nondimeno essa lo abbia già gabbato con una moltitudine di amanti. Riceve poi da loro il dono di un anello. Ed essi, dopo un esempio siffatto, convinti dell'impossibilità di ottenere che una donna serbi castità, se ne ritornano rassegnati alle proprie case.

« Varie delle « lezioni » da me adottate sono naturalmente incertissime, e non vogliono riguardarsi se non come il portato della necessità di prendere comecchessia una decisione. Nessuna tuttavia è stata accolta senza un perchè, dove maggiore dove minore. Di questi perchè non istarò a fare un'esposizione compiuta, per non consumar tempo con frutto troppo scarso; ma qualcosa sarà pur bene che ne dica. Ho dunque conservato il nome di Astolfo al personaggio che lo ha presso l'Ariosto, perchè è sicuramente al nome del re che va di preferenza attribuita quella maggior vitalità, che gli ha permesso di mantenersi in redazioni notevolmente diverse; e neppure par troppo verosimile che questo nome sia regio, ed opportunamente regio, per semplice caso. Ho poi mantenuto il motivo della bellezza, quanto mai conveniente all'orditura, e perchè apparisce variante di uno schema orientale ancor esso (¹), e perchè nel principio l'Ariosto è, come s'è visto, più fedele d'assai. Dato che questo motivo si togliesse, s'avrebbe a sostituirgli un legame strettissimo di sangue tra i due protagonisti, come nelle *Mille e una Notte*: ipotesi, se si vuole, non priva d'ogni fondamento neppur essa (²), ma pur tuttavia meno probabile di certo. Quanto alla scena dell'infedeltà della regina, la ragione dell'essermi affidato di preferenza al Sercambi dove non c'era da fondarsi sopra una concordanza, sta nei rapporti che esso qui mantiene coll'oriente nel tempo stesso che prelude alla forma ariostea. Venendo poi all'ultimo episodio, il signore della donna chiusa dentro alla cassa vuol bene concepirsi come un essere fuori del naturale, se non s'ha a cadere addirittura nell'assurdo, come fa il Sercambi, mosso di certo, lui o una sua scorta, da un orrore per il meraviglioso, al quale noi non dobbiamo partecipare. E ho dato alla donna il nome di Fiammetta per via della Fiammetta dell'episodio ariosteo

(¹) V. *Fonti*, p. 397. Le dubbiezze che allora mi doveva suscitare la natura sospetta dei *Mille e un Giorno*, sono ora dissipate, dacchè il racconto occorre in fonti orientali ben schiette. V. *Romania*, IX, 8-9.

(²) V. *Fonti*, pag. 383.

corrispondente, considerando che per la regina, designata già abbastanza dal titolo, ogni nome è superfluo. Che se questa mia Fiammetta è Savia nel Sercambi, tenuto conto che ivi essa è in pari tempo senese, verrà voglia di chiedere di ciò ragione all'Alighieri:

Savia non fui, avvegna che Sapia
Fossi chiamata.

Finalmente, l'episodio ariosteo (st. 57 sgg.), ravvicinato alla novella prosaica, avrebbe pur potuto portarmi a far costei sollecitata d'amore, anzichè sollecitatrice; ma siccome l'argomento, se si guarda alla tanta diversità che qui è fra le due redazioni, è ben lontano dall'essere conchiusivo, ho preferito di attenermi per questo rispetto alla forma originaria e logica del racconto.

« È una versione italiana del secolo XIV, e una versione su cui quel nome di Fiammetta dà alquanto a sospettare che abbia agito il Boccaccio, quella che ho voluto ricostruire; ma in questa ricostruzione non mancheranno elementi che ci riportino più su delle *Mille e una Notte* quali noi le abbiamo ora. Ciò vien fatto specialmente di presumere per le scene dei vituperosi amori della regina. Il nano che rimprovera e percuote la donna perchè tarda a venire, ha da essere primitivo. Me ne persuade un riscontro indiano, datomi da una narrazione analoga cui ebbi già ad accennare nel mio vecchio studio [1]. Re Devadatta (l'esser egli per il momento spogliato de' suoi dominii non m'indurrà a privarlo del titolo che di diritto gli compete) vede ancor egli la moglie sua venirsene segretamente fuor della casa ad un cotale, che la respinge con calci, dicendole: Perchè sei stata tanto a venire? Ed essa pure si adopera con dimostrazioni di vivo affetto a placare l'amante sdegnato [2]. Questo riscontro dirà anche in modo ben chiaro, perchè nel luogo corrispondente della ricostruzione io mi sia attenuto al Sercambi.

« Il quale dunque rende davvero agli studî servigi ben grandi; tali, che dovrebbero, credo, indurre perfino un grammatico, se i grammatici avessero viscere, a perdonargli quei tanti gerundi, coi quali egli viene infilando l'una sopra l'altra proposizioni, che bene spesso non riescono proprio, colla miglior buona volontà del mondo, a congegnarsi in periodi [3] ».

[1] P. 386, n. 2.

[2] Somadeva, *Katha sarit sagara*, cap. 21 (l. V): t. II, p. 75 nella versione del Brockhaus, ed. del 1843.

[3] La novella di cui mi son venuto occupando (è il prof. Alessandro d'Ancona, mio ottimo e riverito maestro, che me ne avverte), occorre oggidì in forma di racconto popolare in territorio ungherese; e ha trovato posto nella raccolta di L. Arany e P. Giulay. Questo racconto dette già occasione a una Nota, ungherese pur essa, dello Schuchardt; ed ora è stato assai opportunamente tradotto nella *Revue des traditions populaires*, t. IV (1889), p. 44-46. Si tratta di una versione, nonostante i suoi travisamenti, assai notevole davvero, come quella che ancor essa guarda ad un tempo in più direzioni. Per segnalar solo i punti più significativi, ha comune col racconto ariosteo il motivo della bellezza e il carattere religioso dell'oggetto che il parallelo di Giocondo ritorna indietro a cercare;

Statistica. — *Indici principali della misura del progresso economico e sociale in Italia.* Nota del Corrispondente L. Bodio.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Filologia. — *Sul dialetto di Siuwah.* Nota dell'ing. Luigi Bricchetti-Robecchi presentata dal Socio Guidi.

« Presento alcune note ed un sunto di vocabolario dell'idioma parlato dagli abitanti dell'oasi di Siuwah (سيوه) antica oasi di Giove Ammone, dalle tribù dei Rharbaiin (غربيين) detti Tahsib (تحسيب), e dalle tribù dei Lifaiah (لفايه) o Sciarqin (شرقيين); e dagli abitanti del villaggio d'Aghermi e di Ghara (oasi d'omm-el-Suaier) che ho potuto mettere insieme nel breve soggiorno che feci all'oasi di Siuwah, durante la recente mia rapida escursione attraverso il deserto libico (Luglio-Ottobre 1886).

« Ho scritto addirittura tutte le parole coll'alfabeto arabo, come mi venivano dettate sul luogo invece di servirmi dell'uso seguito dalla maggior parte dei viaggiatori; quello cioè di raccogliere le parole in un'altra scrittura qualunque e trascriverle in seguito in arabo, metodo che non può a meno di trascinar seco inevitabili alterazioni, pur troppo incorreggibili, mancando la pronuncia e l'accento per stabilire ed appurare le vere consonanti arabe. Alterazioni a mio avviso tanto più grandi ed erronee, inquantochè si arriva solo ad avere, ed anche in modo approssimativo, l'equivalente suono della parola, senza mai dare però la tonalità precisa, che possa per così dire, estrinsecare l'esatta espressione grafica e fonetica della stessa parola parlata.

« Avverto, che tutti gli idiotismi, le parole, le frasi e le canzoni qui

---

coll'introduzione nostra delle *Mille e una notte*, il negro amante della regina, il luogo dove accade la scena dell'infedeltà del pari che quello donde ci si assiste, e la cassa dell'episodio finale. Una spiegazione ovvia sarebbe che s'avesse qui un incrociamento moderno, ma, ohimè, che a spiegazioni così semplici i fatti non s'accomodano troppo spesso di buon grado! Ciò che intralcia, è qui soprattutto una certa speciale affinità, che pare aversi altresì colla versione sercambiana. La cassa cui dianzi alludevo, è qui pure portata con grande fatica, camminando, da colui che colla sua condizione ancor più compassionevole rasserena i due minori sventurati; che se dentro, con una variante quanto mai assurda, non vi si contiene più la donna, ma un suo drudo, ciò non distrugge l'affinità. Eccoci dunque un laberinto, dal quale io non voglio sforzarmi di uscire, dacchè, se mi si para davanti più che una strada, e qualcuna anche seducente, il pericolo di sbagliar nella scelta non è poco davvero. Il fatto si è che documenti di cotal natura, finchè non si trova un qualche appiglio ben saldo, riescono pericolosi, e più che a sciogliere questioni servono a suscitarne. Speriamo che con altri raffronti venga ad illuminarci il Köhler, nelle illustrazioni di cui ha promesso di corredare il Sercambi.

esposte sono state a furia di pazienza e di perseveranza, in diverse riprese ad una ad una raccolte personalmente dalla viva voce degli stessi indigeni, indi sono state tutte controllate e verificate da diversi sceik anziani del luogo, e finalmente rivedute per la parte grafica e diacritica da certo Muḥammed Alî-bin-Mubarak di Siuwah mio carissimo amico, che ho conosciuto laggiù agli ordini del Mamur, e seppi aveva studiato alla zauia del Senusi alla giamoh (جامع).

« Avvertirò subito che gli odierni abitanti dell'oasi di Giove Ammone, intendono ed usano l'arabo per la loro communicazione cogli stranieri, però l'idioma di cui si servono fra di loro è sostanzialmente diverso.

« Esso appartiene, come è noto, al gruppo libico delle lingue chamitiche e ne è il dialetto più orientale; a me sembra che questo dialetto di Siuwah presenti un arruffio filologico del più alto interesse storico; esso quindi meriterebbe uno studio speciale ed esteso non ancora tentato, ch' io sappia, essendosene fin ora riferite appena dai viaggiatori, parole e frasi staccate.

« È un idioma pieno di vibrazioni e di bèlamenti, e con vocaboli nei quali la diversa accentuazione costituisce spesso la differenza di genere ecc. laddove forse il preponderante elemento arabo, (e l'influenza del Senûsî), ha introdotto la scrittura arabica.

« Io ho raccolto questo materiale, che a mio avviso è il risultato più interessante della mia escursione, nella fiducia ch'esso abbia qualche rilevanza; essendo fin ad ora assai scarsi i materiali che si hanno per lo studio del dialetto di Siuwa. I dotti che coltivano questo ramo della filologia orientale potranno meglio ordinare e correggere quanto io ho raccolto.

« Ad ogni modo, a me basta d'esser stato il primo a presentare delle coscienziose note, le quali, torneranno certo gradite agli studiosi; ben contento se, viste le eccezionali e difficili condizioni di tempo e luogo, in mezzo a tribù gelose, superstiziose e fanatiche, mi si vorrà tener conto degli sforzi, e scusare la tenuità del lavoro per la difficoltà sua, e in grazia del buon volere.

« L'alfabeto in uso presso le tribù Lifaia e Rharbajin, per la loro lingua parlata nell'oasi di Siuwa, e presso gli abitanti di Aghermi e di Ghara, è l'alfabeto arabo. La pronuncia è la stessa, eccettuate le lettere ش, ق che hanno un diverso suono secondo le varie parole. Vale a dire che ش equivale talvolta allo *sci* italiano in *scivolare*, e talvolta al *ci* in *acciaio*; mentre il ق (al Cairo tanto dolcemente pronunciato) ha sempre un suono molto forte fra il *g* gutturale e il *k*.

« L'articolo arabo, è in uso anche nel dialetto di Siuwa. Non esiste articolo indefinito. Quanto al genere, i sostantivi sono mascolini o femminini per loro natura e significato o per l'uso, ovvero per la terminazione. Vi sono due numeri, singolare e plurale. La formazione del plurale è molto irregolare. Esempi: اقرزن aqurzini (cane), لقرزن lequrazin (cani); طار thar (piede), تشك tisciak (piedi); الفنجال elfingial (tazza), لفنجيل llfangil (tazze).

« Per esprimere il duale si prepone al plurale il سن (sin) cioè *due*. Es. سن لقرزن sinlequrzin (due cani), ســن تبندقين sintebendaqen (due fucili).

« Il genitivo prepone una *n*. Es.: اقبن نبا aqben neba (la casa di mio padre; اظيط نتدم azett nitadem (l'asino del villano); اكبر نما akebir nama (la camicia di mio fratello). Al vocativo si prepone *ya*. L'aggettivo si pone dopo il sostantivo. L'aggettivo mascolino si cambia in femminino irregolarmente; talvolta cambiansi alcune sillabe, prima o dopo. Es.: ازعيم azahim (buono), تزعمت tazamιt (buona). Ugualmente il plurale è molto irregolare. Es.: ازعمن zahimen (buoni), تزعمين tezahimen (buone).

« Vi sono tre gradi di comparazione, positivo, comparativo e superlativo, sui quali basti notare in generale che sono tolti dall'arabo. Si dice ugualmente كوم koma (molto), طم thom (più); ازور azuar (grande), ازور azuer (più grande); احكيك hahhakik (piccolo), احكك ahkik (più piccolo).

« Per il superlativo si ha p. es.: مليح miléh (buono), خير kher (migliore), خرهم kerhoum (il migliore, ar. خَيْرُهُمْ); اطويل athuil (lungo), اطول athuel (più lungo), اطولهم athuhelum (il più lungo).

« Il *di* dopo il comparativo si rende aggiungendo i relativi pronomi personali isolati. Es.: اشبع انك scheba inik (è più ricco di te).

« Il superlativo assoluto non esiste. Per esprimere « uno dei più... », « dei meno... »; si dice p. es.: محمد ازورهم قتدم Mohamed azuerhum qetadem (Maometto era il più grande degli uomini).

« I numerali sono quelli arabi eccettuati i due primi اجن eggin (uno), سن sin (due).

« I pronomi personali sono isolati o suffissi. Pronomi isolati, sono i seg.:

نيش nisc (io, me)	انشن enscini (noi)
شك scik (tu, te)	انكنم enkinum (voi)
نتا nitta (egli, ella)	انتنن entinnen (eglino, elleno)

« I pronomi suffissi al nome, o pronomi possessivi sono:

انو ennau (il mio)	اننشن enancini (il nostro)
انك innik (il tuo)	انون ennuan (il vostro)
انس innes (il suo)	انسن ennessen (il loro)

« Esempio: ابنو abanau (mio padre), ابنك abanik (tuo padre), ابنــس abaniss (suo padre); ابنـاغ abanach (nostro padre), ابنسن abanissen (vostro padre), ابنون abanuen (loro padre).

« I pronomi dimostrativi sono:

وا ua (questo)		ويوك uijok (questi)
ويه ui (quello)	ووك wouk (quella)	ودين uidin (quelli).

« Come nell'arabo volgare di Egitto, quando questi pronomi accompagnano un sostantivo si pongono dopo di esso; il sostantivo è preceduto da un determinativo. Es.: اقيددو aqiddaua (quest'uomo), اتــدم دويــوك etadem daujok (queste persone).

« I pronomi relativi sono:

وين uin (che)   تين tenn (il quale)   وين uijen (la quale)

« I pronomi interrogativi sono:

بتينو bittinua (chi? singolare)
تنتا خسم tanta hassim (chi? plurale)
تنتخسيط tantahssith (che cosa? sing. e plur.)

Esempi di pronomi relativi e interrogativi: اقيد وين اساول aqid uin issaual (parlò chi l'uomo? = chi uomo ha parlato?), بتينو قلباب bittinua qalbab (chi batte alla porta?).

« La coniugazione dei verbi nel dialetto di Siuwa, presenta grandi difficoltà che il mio breve soggiorno in quest'oasi non mi permise di esaminare in particolare. Darò qui appresso la coniugazione di alcuni verbi più in uso.

« Il presente del verbo *essere* si esprime, come in arabo, col pronome personale. Es.: نيش صحيه nisch sahhijeh (io sono buono); شك احسنيك scik ihassinik (tu sei amabile); نت تلاط nitta talatz (egli è mentitore).

« Per il presente del verbo *avere* si usa la parola غر rhor (*presso*, come in ar. عند), unita ai suffissi personali ى, ك, س. Es.: غرى rhorj (a par. è *presso me* = io ho), غرك rhorak (tu hai), غرس rhorass (egli ha).

« Per il verbo *essere* si hanno altresì le forme seguenti:

Indicativo Presente

قبناط qabanath (io sono)	قنبان qanban (noi siamo)
قبان qeban (tu sei)	قبانم qabanem (voi siete)
بناط banata (egli è)	قبانن qabanenn (essi sono)

لقبناط laqabanath (io non sono) ecc.

Imperfetto

بناغ banach (io era)	انبان aneban (noi eravamo)
بناط banath (tu eri)	بانم banum (voi eravate)
ابان eban (egli era)	ابانن abbanunn (essi erano)

لبناغ labanach (io non era) ecc.

Passato

عمراغ hamrach (io sono stato)	عمرم hamrum (voi siete stati)
عمراط hamrath (tu sei stato)	اعمرن heamran (essi sono stati)
يعمار jahmar (egli è stato)	
نعمار nahamar (noi siamo stati)	لقعمراغ laqahmrach (io non sono stato)

ecc.

Futuro

امرقصار amraqetsar (io sarò)	لاامرقصار lamraqetsar (io non sarò)

Gerundio نهاردلاقد nahrdillaqada (essendo)

Verbo Avere — Indicativo Presente

غورى rhori (io ho)	غناغ rhunach (noi abbiamo)
غرك rhorak (tu hai)	غرون rharuen (voi avete)
غرس rhorass (egli ha)	غرسن rhorssen (essi hanno)

Imperfetto اول غرى aual rhori (io aveva) ecc.

Verbò Mangiare — الشو acciù (il mangiare)

Indicativo Presente

قشاغ qaciah (io mangiò)	قنشى qanicc (noi mangiamo)
قشاط qaciath (tu mangi)	قشم qaccim (voi mangiate)
قيشى qaice (egli mangia)	قشن qaccin (essi mangiano)

Passato

اشيغ eccihh (io ho mangiato)	نشا niccia (noi abbiamo mangiato)
اشيط eccith (tu hai mangiato)	اشم eccim (voi avete mangiato
يشا iccià (egli ha mangiato)	يشن iccin (essi hanno mangiato)

Futuro

امر قشاغ amra qaciah (io mangerò)

Condizionale

كان قشاغ kan qaciah (io mangerei)

Imperativo

اش ecc (Mangia tu)

اج قيس eggia qaiccia (mangi egli)

قنشوت qanecciuat (mangiamo noi)

اشوت انكنم eccinet enkenum (mangiate voi)

« Come vedesi, il futuro si forma preponendo all' indicativo presente la sillaba امر amra, e il condizionale preponendo كان.

« Per la forma negativa si prepone لا.

Verbo Bere — تسوى tessui (il bere)

Indicativo Presente

قسوغ qassuahh (io bevo)	قانسو qansun (noi beviamo)
قسوط qassuath (tu bevi)	قسوم qassum (voi bevete)
قسو qessu (egli beve)	قسون qessuen (essi bevono)

Imperfetto

اتسواغ ديدك ettesuah didik (io beveva con te)

اتسواط ديدى ettesuath didii (tu bevevi con me)

اتسو ديدس ettesù didis (egli beveva con lui)

انتسو ددون ettessu didden (noi bevevamo con voi)

اتسوم ددناغ ettesuam dinah (voi bevevate con noi)

اتشون ددسن ettesuen didsin (essi bevevano con loro)

Passato

اسويغ assuerh (io bevvi)	نسوا nessuà (noi bevemmo)
اسويط assueth (tu bevesti)	اسوم essuem (voi beveste)
يسوا issuà (egli bevve)	يسون issuen (essi bevvero)

Futuro

قحاغ قسوغ qahhah qassuah (io beverò)

قحاط قسوط qahath qassuath (tu beverai)

قراح قسو qerah qessu (egli beverà)

Imperativo

سو su (bevi tu) — قسون qessun (beviamo noi)
قسو qessu (beva egli) — سوت suet (bevete voi)

Verbo Dire — Indicativo Presente

قميغ qamirh (io dico) — قنمل qanamel (noi diciamo)
قميط qamith (tu dici) — قميم qamim (voi dite)
قمل qemil (egli dice) — قمان qaman (essi dicono)

Passato

اميغا omérha (io ho detto) — يميلا jumella (egli ha detto)

Verbo Dare — Indicativo Presente

اوش usc (io do) قشاط qesciath (tu dai) قيوش qajusc (egli dà)

Passato

اوشيغ ousceh (io ho dato) — يشى juscia (egli ha dato)

Verbo Domandare — Indicativo presente

اخسيغ aksirh (io domando) — نخس naksa (noi domandiamo)
اخسيط aksith (tu domandi) — اخسم iksim (voi domandate)
يخس jakssa (egli domanda) — يخسن jahssin (essi domandano)

Passato (dall' arab. طلب)

طلبخت thalbacht (io ho domandato) — اطلبا ethalba (egli ha domandato)
طلبمت thalbemt (tu hai domandato) — انطلبا enthaliba (noi abbiamo domand.)

Futuro

قطلبخت qathelbaktt (tu domanderai)

Imperativo

اطلب athlib (domanda tu)

Verbo Dormire — اندم anadum (il dormire)

Indicativo presente

قندماغ ganidumak (io dormo) — قنندم qaninidum (noi dormiamo)
قندماط ganidumath (tu dormi) — قيندمن qeiniduman (voi dormite)
قيندم geinidum (egli dorme)

Vocabolario [1]

Abbaiare اهمهم ahumhum.
Abbandono اجخث agiath.
Abbandonare نغرص naghras.
Abituare افشيط aksceitt.
Accendere خطخط katkatt (cf. zolfo).
Acqua امان aman.
Amare اخسخت ahsaht.
Amaro اظى atzai.
Amico احبيبانو habiba(enu).
Amicizia لمحبت lemhabet.

[1] Accanto a parole di origine chamitica, come اسو (bere), اطس (dormire), امان (acqua), اول (cuore), ecc. havvi un grandissimo numero di parole arabe più o meno storpiate coll'aggiunta del *t* (fem.) in principio, o in altra guisa che le rende appena riconoscibili; p. es.: لغر (illeggibile) da لا e قرا ecc. I verbi spesso sono registrati nella 3ª persona dell' aoristo o in altra forma.

Ancòra اخر okra.
Anello المحبس elmahabess.
Aperto يفتيك iftika.
Appassito يقورا jaqora.
Ascia الفس elfass.
Ascoltare استنت esstanett.
Asino اظيط etzeth.
Astuto اشمال aschmal.
Avaro يقور jaqura.
Azzurro اظطاف atzúthaf.
Baciare تحبت tihobbett.
Bagaglio ادباش dabasc.
Banano المس emmoss.
Barba اتمرت tamart.
Barella احول ahuil.
Bianco اميلل amillall.
Bocca امبو ammbu.
Bollito يماى jumaia.
Bove فناس funass.
Braccialetto الدبليج adabaligg.
Bruno لسمار lassmar.
Bugia (lume) تشمعت tiscmatt.
Calamaio تدوت tidduat.
Calvo لسلخ lesslak.
Camello الغم elrhum.
Camera تغرفت tarharfett.
Cammino المصرب elmassrub.
Campana انين anina.
Campanello انينا anena.
Cane اقرزن aqurzini.
Capello تشعرت tesciaratt.
Capra تغت trhatt.
  mangiatoia per le capre تقعت انتغدا tiqahat entrhedat.
Carne اكسوم aksum.
Carta تيرطوين tiarthauen.
Caso منحاق minhaq.
Cattivo يظوط jatzouth.
Cavallo اقمار akmar.
Caverna تمغرت tamrhart.
Cercare فتش fettisc.
Cervello اخفى akfi.
Chiaro, limpido اراق iraka.
Chiave تنست tanaest.
Chi va là? بتين قراح السيه bittin qerà assih.
Ciascuno انوباجن nubaggin..
Cieco لعمى lahamy.
Ciliegia لكُربيس lekarabiss.
Cimitero اجبنت eggebbanet.
Cipolla افلان ifflan.
Circoncidere يطهار jathahara.
Cisterna انو anù.
Cocomero تمكس tamakssa.
Coda امعبوصر amahabuts.
Colica اغنّ arhenà.
Colla الدرى eldariah.
Collegio امزدق ammezdiq (cf. moschea).
Collirio اصطب assuthubb.
Collo تمج tamigiah.
Colonna-pilastro الكبش elkubsc.
Coltello اتّخصت takotssat.
Come ممك mammek.
Come ti chiami? تنت اسميت انك tanta ismijtt innik.
Cominciare يبدو jebdau.
Compatriota انشلنو ensciali(nau).
Completare عال hala.
Comprendere يسن jessin (cf. conoscere).
  avete capito? اقوراسناط aqursinath.
Condurre اغدو arhdua.
  conducetemi سكنى seknj.
Congiungere يمراق imraq.
Confettura يمّم jemomm.
Coniglio تيرظظت tjartzazt.

Conoscere اسنط assan(at).
io non vi conosco لسنخشك lass-naksci k.
Contento يخظ iuhazah.
Contratto اقن akan.
Convegno يفنت jfinta.
Copertura اموز amur.
Copertura di cotone جدل giudeli.
Copertura di cavallo تخساس tachsass.
Corda تسمّت tassmat.
Corpetto [gilet] اكركرانو akkerkar(nu).
Corpo اقليم aqlim.
Correre ازل azel.
Corvo تغربت taghrabbt.
Cotone تبدخت tabdohtt.
Credito افزدات afezdatt.
vi Credo يوبه منخاق juba minakk.
Crema تلسى talassy.
Crivello تغربلت tagurbalt.
Cucchiaio تمعلقت timahlaqt.
Cuoco وانصم uanitsuma.
Cuore اول aulj.
di buon cuore اول صحيه auli sahiye.
Curioso يخساى iksaja.
Cuscino تسنتى tassanti.
Dattero تن tenj.
Debole ازداد azadad.
Decorazione لهديف lahdiff.
Dente اسين assen.
Dentro اكيم ekjma.
Digiuno تظومى titzoumj.
Dimenticanza يتوى jutuja.
Di più طم thom.
Disgrazia لمصبت lumssibett.
Dito طاد thadd.
Dolce احلو halu.
Domani تفى tafy.
dopo Domani بغد barhdà.
Domestico تى tajà.
Donna تلت talty.
Dormire اطص atthass.
Dosso اهرو ahrau.
Elemosina الصدقت assadaqatt.
Erba لعلف lahlef.
Esperienza اجربخت giarbaktu.
Fame, aver fame يلوظ jalutza.
che ha fame يلوظ jalutza.
Famiglia العيلت lahelett.
Fanciullo اكبّى akuby.
Farina ارن aran.
Fava اوون euauen.
Fazzoletto تمحرمت timeharamt.
Fico امشان emmuscian.
Figlia تلشى telescia.
Filo da cucire تسلكت tisilkit.
Finestra اللون allun.
Fiume تط that.
Fontana انو anu.
Forbici تمططظ timithatz.
Foro اتشقت atasciaqat.
Fratello اما amma (da egma?).
Freddo [sost.] اسقى assaqi.
Freddo [agget.] اطماط athusmath.
in Fretta ينزعيل enzahaela.
Fronte انيرالنو enirrenau.
Fucile اتبدقت tabendaqtt.
Fumare تسوى تبغ tissui tabbrh.
Fuoco تمسى tamisih.
Fuori يلبر jalbar.
Fuori تفاغ tufarha.
Gallina اتيظطين attiatzithen.
Gallo يظيط jatzeth.
Gamella تظا tatza.
Gazzella ازم ezim.
Gelosia لحمّل lehamel.

Genero اطقال atheqal.
Gengiva اكسوم نسنن aksum nissnenn (pr. carne dei denti).
Giallo لصفار latsfar.
Giardiniere الحرس elhariss.
Giardino اطيل athil.
Ginocchio فود fudd.
Ghiotto بجار buggiar.
Giorno الطو athau.
Giorno, spazio di tempo اسف asfa.
Giuoco اصحار atsakar.
Gola انبو anbu
Gola اتحنكت tahankett.
Grano يردن jarden.
Granturco تمززوا tamzizuá.
Grasso احكى ahhaky.
Grillo بجحرا bugiahora.
Guancia لشدوغ liscdurh.
Guerra امقبط amakabth.
Ieri اطلين etthalin.
Illeggibile لغر lerhar.
Imberbe بلاتمرت balattmertt.
Imitare اسباه assubah.
Implorare ايدعو eidahu.
In دى dj.
Incendio تشتمس tesciatemsi.
Incredulo لاقسدق laqessadaq.
Infermo امطرور amathrur.
Ingrato لحنو lihanu.
Insieme واحد واحد uahed uahed.
Intiero يكميل jekmela.
Inverno امزر amzar.
Invisibile لظر letzar.
Io, sono io نيش nisch.
Lagrima امطون emuthauen.
Lampada انير innir.
Lana الدفت eldaff.
Laringe تقرجمت taqargiumt.
Latte اخى ahhy.
Lavatura يعرك jahrik.
Leggere اغر aghra.
Legno تقرقا tiqurqa.
Lenticchie تنفين tiniffen.
Letto اللن ellalen.
Levatrice تقطمت taqathamt.
Libro اسقز assuqazz.
Lingua السى elliss.
Lite اجلنكوم agilankum.
Locale انكان ankan.
Lotta ابطاح abuthah.
Luna تزرى tazirj.
Lupo ازد azidj.
Maïs اقبن aqeben.
Malato يوطين juthina.
Malattia اطان athan.
Malcontento لينحظ leinhatzi.
Malizia ارغيف argrhef.
Mammella افف affiff.
Mangiare (io mangio) قشاغ qaciahh.
Manica انفوس anafuss.
Mano فوس fuss.
colpo di mano اتوس atauis.
Marito جوز gioz.
Martello تمترقت timitrqatt.
Mariuolo يكّر juker.
Matrimonio اشمل ascemel, انجاف angiaff.
Mattino السر essera.
Mele لعسل lahssil.
Mento اتمرت atamart.
Menzogna تلظ talatz.
Mezzanotte ازقن اندقياط azqan andeqath (il mezzo della notte).
Mezzo ازقن azzqin.
Mezzogiorno لول lulj.
dopo Mezzogiorno لعصار lahssar.

Minaccia اهدد aheddid.
Modestia اطاب ethaba.
Molto كوم koma.
Montagna ادرار adrar.
Morbido القاق alaqaq.
Mordere الداد addad.
Morte اموتى amuty.
Mosca ازى ezzi.
Moschea امزدق amezdiq (cf. collegio).
Mugnaio اضغاغ نطهـون addrharh nessathuan.
Mulo لبغل lebrhl.
Muro جدير gedir.
Muto لبكم lebkam.
Narratore يسوى issuaia.
Nascere يرونت jaruent.
Nascita ترو taruà.
Naso تنزرت tanzart.
Negare اجحد agiahd.
voi negate? اجحدط giahadath.
io nego قجحداغ qagiadahh.
Nipote جيرنم gernuma.
Nero اظطاف atzethaf.
Netto انطف anthiff.
Nodo اكرّوس akaruss.
Notte دقياط deqiath.
Nudo اظليط atzeletha.
Nuotare يسف jessiff.
Nuovo اترار attrar.
Obbedire اطاب etthab.
Occhi الطوين athauen.
Occhio تط tath.
Oggi اسّفُ assfa.
Olio الدهان eldahn.
Oliva ازمور azumur.
Olivo تزمرت tazamurt.
Olivo لخدم likadam.
Ombrello امزار amzar.

Onestà, onore الحرمت elharmitt.
Opera الخدمت elkaddmitt.
Oracolo امرسال amersel.
Orecchio تمظخت tamtzaht.
Orina اشرشين escerscen.
Orzo تمظين tamtzein.
Oscurità تسلست tassalasst.
Osso اغص hirhas.
Ostacolo يقيس jaqissa.
Ostinato اقحرى aqahrj.
Pace الصلاح assalah.
Paglia لوم lum.
Palma تستت tasutett.
Palpitazione اولى ادقو ulj idoqo.
Pane ارغيف ararhiff.
Paniere تعدلت tahadellt.
Parlare سول siuil.
Partenza اسفر assfar.
Pasta اركتى arktii.
Pauroso ادلال adelall.
Pazzo يخريفا jakrefa.
Pelle الم elam.
Pelo del corpo اشعـار نقليـم asciar naqlim.
Perduto يوظار judhara.
Pettine تمشت tamscitt.
Pezzo تلخست tilaksitt.
Piaga اعوير ahuer.
Piangere يقلس jeqliss.
Piccione ابدير abdir.
Pietra اضغاغ attrharh.
Pipa العود alahhud.
Piselli القرشو elaqarsciuà.
Poco حيب haib.
Poco a poco حيب حيب haib haib.
Pozzo انو anu; pozzi انون anuen.
Pranzare لفطور lefthur.
Prato الرعى elrahy.

Pregare يطرر jatharrer.
Presso (me) غورى rhorj.
Prezzo الحق elhaq.
Profondo نزل nazel.
Pruno تبرقوقين tiberquqen.
Pugnale البنيار elbaniar.
Quanto امنيت aminjtt.
Quasi يقيما iqema.
Questi وين uini.
Questo ون uin.
Questo, questi وى uaja.
Questo qui واين uijen.
Questi qui اتدم دوى etadem dauijà.
Quì افد ikda.
Raffreddato ينزكيم jenzekimu.
Ranocchia اجرو aggerau (v. rospo).
Rasoio المس lemouss.
Reumatismo انبا anneba.
Ricevuto يمراق jemeraq.
io ho ricevuto امرقى emerqé.
Ricordo افكرخت affikarakta.
Ridere تضط tathsath.
Ritardo تقيى teqiji.
Rondinella انخكبى ennakeby.
Rospo اجرو agieraú (cf. ranocchia).
Rosso اظقاغ atzaqarh.
Rosto يكنيف jaknifa.
Rottami اردام ardam.
Rovina لخربت lakribett.
Rumore لغوش larhuasc.
Russare اشنخار asciunkar.
Sacco تخرت takratt.
Sale تسنت tissent.
Salsa امراق amerak.
Sangue ادمن addaman.
Sanguisuga تكشى takcci.
Sanguisughe تشوين tikciauen.
Sboccare افتك iftik.

Scala اجريج aggiarigg.
Scalpello المقباس elmaqbass.
Schiavo اجميج agiamegg.
Sciabola اوس auis.
Scoperto يكشيف jeksciffa.
Scorpione تقردمت taqardamtt.
Scossa امخاط amkath.
Scrivere تختمت tiktemtt.
Scuderia تقعت teqahtt.
Scusa لعدر lahader.
in Secreto سفّار safar.
Sedere اعنعن ahhanahan.
Sego تدمت taddemt.
Selle d'asino لكاف lukaf.
Seminare الزرعت azarehatt.
Sepolcro اكشا akccià.
Serpente الفع ellefah.
Sguardo يظرا jtzra.
Signora تلت talti.
io non So لسناغ lassnahh.
Sogno (triviale) لمنام limnam.
Sogno (distinto) ارج argiah.
Sole اتفكت tfokt.
Sonno اندم anadum.
Sopracciglio تموين tamauen.
Sorcio افردى aqardj.
Sorella ولتم ultama (da ولد e ما figlia della madre?).
Sopra انيج anigg.
Sotto الدى adday.
Spada اوس auss.
Spalla تغردت tarhardett.
Spartire اطان etzan.
Specchio تست tisett.
Spina تدرى taddry.
Sponga النفيش enneffesc.
Sposa تعرصت taharusstt.
Sposo اعروص ahrouss.

Sputare تسكاف tissukaf.
Stancare اظوط atzuath.
Stella ارى ery.
Strappare اقطم aqthum.
Stretto اتياق attyaq.
Tagliare اقطام aqtham.
Temere يرف irfa.
Terreno تمرت tamart.
Testa اخفى akfy.
Teste اخفون akfauen.
Toro فناس fonass.
Tortorella تمل tamaly.
Tossire تكحكحت takahakaht.
Treccia di capelli تكرت tikrrt.
Tronco d'albero اقزال aqzal.
Troppo كوم kom.
Turacciolo امور amúr.
Turbante الفاف alfaff.
Ubbriachezza لخمر lakmar.
Ubbriaco يناس junassa.
Ubbriacone اخمّار akmar.
Uccello اشطيط asctheth
Uccidere انغا anarha.
Umile عقل aqel.
Unghia الشير ascirr.
Uomo اقيد akid.
(Uomo, donna اغزى arhazi).
Uovo تبطوت tabthut.
Urlare اغوش rhuisc.
Usignolo جمجمك gimgimkú.
Utile انفو ennaffu.
Uva تظرين thazrin.
Uva secca اجمسن eggiumussin.
Vacca اتفنست atfunest (cf. bove).
Vecchio شرف sciaraf.
Ventaglio تمروحت tamaruatt.
Ventre جار giar.
Verde اوراغ aurarh.
Verità منحاق menhaq.
è Vero وى ouaja.
non è Vero قش kacci.
Vestirsi السا allessà.
Viso الصباح atsubaha.
Vita الدار addar.
Vitello اغى arhy.
Vivere يدر iidir.
Volontà اخسا akssà.
Volpe تزدت taziditt.
Voto يحمار jahomarr.
egli non Vuole ليحس lajkssa.
Zampa طار thar.
Zeffiro الهيف elheff.
Zia اخّه akah.
Zolfo خطخط kathkath (cf. accendere).

Parole senza corrispondente esatto in italiano.

القبى laqbi (bevanda fermentata del luogo).
يكنيف ikniffe (piccoli pezzi di carne arrostiti allo spiedo conditi con pepe ecc. il كباب degli arabi).
الحنى elhany (pasta composta di foglie seccate dell' albero *henna* colla quale le donne tingono di colore rossastro la palma delle mani, le unghie, e i piedi).
تظلت tatzalt (specie di polvere di antimonio colla quale le donne annerano le palpebre e i sopraccigli).
تمكلت tamkelt (piccola bottiglia che contiene il tatzalt).

اتشَشِتّ etsciascitt (calotta rossa con una ghianda in seta azzurra uguale al tarbusc dei beduini).

اظربين tzarabin (pantofole gialle, che gli arabi chiamano مركوب).

اظغروت atzaruheth (rivolgimento precipitato della lingua che le donne fanno sentire in segno di lutto o di allegrezza; in arabo Zagruta).

اشباب ascbab (suonatore di flauto; ar. شبّاب).

ارقاس arqas (danza famigliare del paese).

تقدمت taqdamatt (tamburo per le feste).

تمظطبت tamatzthubt (banco di muro all'ingresso d'una casa; ar. مصطبة).

المريح elmurah (corte della casa).

الون alun (fori rettangolari che servono da finestre).

ايديد ajedid (otre o *ghirbe* per l'acqua).

امجير amgir (istrumento in generale per tagliare gli alberi).

تمطلت tamthsalett (stuoia per tappeti ecc.).

تسقفت tessqaftt (soffitto con travi di palma ecc.).

تظوويين tazuwawijen (pane a sfoglie, speciale del paese).

Scelta di frasi comuni per la conversazione famigliare.

امني قحاط immani qahath (dove andate?).

سقماني اتسيط siqimani ettasith (di dove venite?).

قراح دغرى qarah doghri (andiamo dritto!).

غرك اتغرفت سلهق rhorik etrharfitt selahq (vi sono camere da affittare?).

تسيفا tesséffa (mobiliata). — ها ذى ha . dj (sì, ve ne sono).

مليح سكنتت milek siknitett (benissimo, mostratemele).

سزمان لظرخشك siziman latzrakscik (è molto tempo che non vi ho veduto).

اصحيين انكبيسن يفسن انك issahjina enkubajasin jefessin innik (benissimo, vi bacio le mani).

شكراغ كوم سقدك scikarah kom siqdik (obbligatissimo per la vostra bontà).

لخسيغ قفلغ افقبنك خنـــى قميغاك تصبحاط laksirh qaflarh afaqbenik kheni qamirhek tatsubhath (non voleva passare avanti la vostra casa senza entrare per darvi il buon giorno!).

افلغ كوم افقبنون غير لظراغ حد قدون iflrh kom afaqbenuen rher latzarah hed qiduen (sono stato da voi molte volte, ma non vi ho mai trovato a casa).

تنت الحال انك tanta elhal innik (come state?).

اقماني انو aqmani anu (ove è la fontana?)

ابعيد فلّ حيب abahida filla haib (poco lontano da me).

اغد اشر قشاغ arhed iscrà qaccia (portatemi qualche cosa da mangiare).

لدى غرو نشو ladj haruà necciu (non vi è più nulla da mangiare?)

Per dire addio.

ربى قحدر ديدك rabj qehdar didik (Dio vi accompagni, sia con voi).

ربى قجيك rabj qegiek (Dio vi guardi).

لتتيناغ latetujanah (conservate memoria di noi).
ربى قبرك اقدك rabj qabarak eqedik (Dio vi benedica).
قِمُوت سلغفيت qamut salahfit (addio).

Canzoni popolari.

كان شك خسط نيش — اخسخشك طم انك كان — لخسطى امولنك امولنو
kanscik kasthi nisc — aksakscik thom inik kan — lakasthy amulenik amulinau.

(Se tu m' ami veramente, io t'amo ancor più, e se tu non mi ami, guarda il mio cuore col tuo (?)).

هيو قجريج انس — كان لديل — اقيد انس
haju ghegiarigg aniss — kan ladila— aghid enniss.

(Andiamo, mio caro, fuggiamo per le scale...).

ارزين انوب — اتهربى اتنزى — سق كالى يدى
arzena anuba — etherbaj etnezii — siq kali jadaj.

(Io guardo commossa dalla finestra, se lo vedo...).

نيش الرزوغ سنتين لنفوغ — تسنو اتراح ادغدوغ — والله تميى امى
nisc elrezourh sanatin lanforh — tassanau attrah aderhdurh — uallaj tumaja ammy.

(Io non credo più all'amore, poichè per due anni ho amato per nulla..... il mio cuore è divenuto come il lif dei datteri; ora tutto è finito).

امامى تقبصرمى — ارزومى اطيغ — افدمى
ummami taqabathsarmi — erzumi uthih affedmj.

(Dimmi che cosa hai nella testa, poichè se m' amassi, perchè mi hai lasciata?).

قور ايمند قور ببنك يخس — شالى تندرب انشالى سلموت — افلغالى
qor aimandi qor babenik jiksa — sciali naniderbj ensciali salamuet — afelrhali.

(Quando avrò finito il grano, tornerò alla casa per vederla).

ويه ادواى افرنين — امزمن اهملين
ui iduaja iqarnina — amizamen aehemlina.

(Io amo due che camminano sempre insieme come le gazzelle. Che fare? chi scegliere?).

بدل سبعيد اشلو امزم — يغز سقلعلو
bidal sebahida iscilu amizem — jeghitz siqlahalu.

(Io lo vedo splendido da lungi.....).

سنهار نخلق لنظر انواى — سحكيك نت يصواى
sinnhhar naklaq lanatzra anuaja — sahakika nitta issauaja.

(Dopo che sono nato non ho mai provato questo amore).

كان انو اشميت اديم — احكيك اديتعليم
kan inau ascemet idima — ahakika eddietthalima.

(Se è piccolo, datemelo tutto, ed io l'amerò sempre).

سنهار نخلق لنظر انواى — لقتخسيب لقلفاى
sinnhar naklaq lanatzra anuaja — laqitaksibb laqilifaja.

(Dopo che son nato, io non credea possibile un tale amore).

بالله قميطى — تقلنك رفطسن — يرنك نم ابابنك
bellai qamithii — taqulinik rafthasin jaranik nema ibbabunk.

(Ciò che è il cuore?...).

بدل ادق يوشم — يبطل لحيا دحشم
bidala eddiq juuiscem — jubathal lahaja dahascem.

(Tutto passa, tutto stanca... che cos'è la vita?).

بدل ينزى سقلعقب — اجريج نولى — ينعطب
bidala jenzii seqelahaqabb — agiariha nuli — janahathubb.

(Io vorrei sollevare il mio cuore affranto).

بدل القالب نصبون — قنموت فلس انغبون
bidala elqalebb netsabun — qanumut felass enrhabun.

(L'uomo è una bolla di sapone).

Matematica. — *Delle variabili complesse negli iperspazî.* Nota del Corrispondente VITO VOLTERRA.

« 1. Alla fine di una Nota, che ebbi l'onore di presentare nella seduta precedente, ho accennato che nel cercare le condizioni necessarie pel collegamento di isogeneità resulta la differenza che passa fra il modo di comportarsi delle funzioni di linee nello spazio ordinario e quello delle funzioni generali negli iperspazî.

« Abbiansi infatti due funzioni $F\,|[S_r]|$, $\Phi\,|[S_r|]$ isogene; posto

$$\frac{dF}{d(x_{i_1}\dots x_{i_{r+1}})}=p_{i_1\dots i_{r+1}}\,,\quad \frac{d\Phi}{d(x_{i_1}\dots x_{i_{r+1}})}=\varpi_{i_1\dots i_{r+1}}\,,\tag{1}$$

dovremo avere

$$\frac{\varpi_{i_1\dots i_{r+1}}}{p_{i_1\dots i_{r+1}}}=f\,,\tag{2}$$

ove f è una funzione dei punti dell'iperspazio totale indipendente dagli indici $i_1 \dots i_{r+1}$. Ne segue che

$$\varpi_{i_1\dots i_{r+1}}=f p_{i_1\dots i_{r+1}}\,,\tag{3}$$

onde

$$\sum_{1}^{r+2}{}_s\,(-1)^s p_{i_1\dots i_{s-1}\,i_{s+1}\dots i_{r+2}}\frac{\partial f}{\partial x_{i_s}}=0\,.\tag{4}$$

« Se ne conclude che affinchè F sia collegabile in modo isogeno ad altre funzioni, è necessario e sufficiente che esista un integrale comune al sistema di equazioni differenziali lineari simultanee (4).

« 2. Denotiamo con $H_{i_1 i_2 \dots i_{r+2}}$ i primi membri delle equazioni (4). È facile dimostrare il teorema:

« Se oltre alle condizioni di integrabilità

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1) \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_s}} = 0,$$

le p soddisfano alle altre condizioni

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1)^s p_{i_s h_1 \dots h_r} p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}} = 0, \tag{5}$$

il sistema di equazioni differenziali

$$H_{i_1 i_2 \dots i_{r+2}} = 0, \tag{6}$$

è un sistema completo.

« La dimostrazione si fa osservando 1°) che se $p_{i_1 i_2 \dots i_{r+1}}$ è diversa da zero, tutte le equazioni (6) sono una conseguenza delle equazioni indipendenti fra loro

$$H_{i_1 \dots i_{r+1} h_1} = 0, \quad H_{i_1 \dots i_{r+1} h_2} = 0, \quad \dots, \quad H_{i_1 \dots i_{r+1} h_{n-r-1}} = 0 \tag{7}$$

in cui le $h_1, h_2, \dots h_{n-r-1}$ sono differenti fra loro e dalle i; 2°) che le funzioni alternate del Poisson

$$(H_{i_1 \dots i_{r+1} h_t}, \ H_{i_1 \dots i_{r+1}, h_v})$$

sono identicamente eguali a zero, cioè che il sistema (7) è Jacobiano.

« Quando sono soddisfatte le (5), la funzione $F|[S_r]|$ si chiamerà *elementare*.

« Il sistema (6), ovvero il sistema (7), dovrà ammettere $r+1$ integrali indipendenti

$$\varphi, \varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_r .$$

« Ne segue che il rapporto

$$\theta = \frac{p_{i_1 \dots i_{r+1}}}{\left[\dfrac{d(\varphi, \varphi_1 \dots \varphi_r)}{d(x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{r+1}})}\right]}$$

dovrà essere indipendente dagli indici $i_1 i_2 \dots i_{r+1}$. Ora, applicando la (4), dalla equazione precedente segue che

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1)^s \frac{\partial \theta}{\partial x_{i_s}} \frac{d(\varphi, \varphi_1 \dots \varphi_r)}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{s-1}} x_{i_{s+1}} \dots x_{i_{r+1}})} = 0 .$$

θ dovrà dunque essere una funzione di $\varphi, \varphi_1 \dots \varphi_r$, e posto $\dfrac{\partial \varphi_0}{\partial \varphi} = \theta$, avremo

$$p_{i_1 \dots i_{r+1}} = \frac{d(\varphi_0, \varphi_1 \dots \varphi_r)}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} .$$

« Si ottengono quindi i teoremi:

1.° Se $F|[S_r]|$ è una funzione elementare, si avrà

$$\frac{\partial F}{\partial (x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} = \frac{d(\varphi_0, \varphi_1, \dots \varphi_r)}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} = p_{i_1 \dots i_{r+1}}$$

ove $\varphi_0, \varphi_1 \dots \varphi_r$ sono $r+1$ integrali indipendenti comuni al sistema di equazioni differenziali

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1)^s p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}} \frac{\partial \varphi}{\partial x_{i_s}} = 0 .$$

« Reciprocamente:

2.° Prese $r+1$ funzioni indipendenti $\varphi_0, \varphi_1 \dots \varphi_r$ e posto

$$\frac{d(\varphi_0, \varphi_1 \dots \varphi_r)}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} = p_{i_1 \dots i_{r+1}} ,$$

avremo che le $p_{i_1 \dots i_{r+1}}$ saranno derivate di una funzione elementare $F|[S_r]|$.

3.° Tutte le funzioni isogene ad una funzione elementare, sono funzioni elementari.

« Applicando alle funzioni elementari il teorema che abbiamo dato come estensione di quello di Stokes (vedi Nota prec. art. 6), otterremo per esse l'espressione analitica

$$F|[S_r]| = \int_{S_r} \varphi \frac{d(\varphi_1, \dots \varphi_r)}{d(\omega_1 \, \omega_2 \dots \omega_r)} d\omega_1 \, d\omega_2 \dots d\omega_r ,$$

essendo

$$x_i = x_i(\omega_1, \omega_2, \dots \omega_r) \qquad (i = 1, 2 \dots n)$$

le equazioni dell' iperspazio S_r.

« Le funzioni $\varphi_0, \varphi_1 \dots \varphi_r$ si diranno *coniugate* alla F. Le funzioni elementari godono quindi della notevole proprietà di essere le sole funzioni coniugate ad un sistema di funzioni di punti, proprietà che nello spazio ordinario si verifica per tutte le funzioni di linee di primo grado.

« 3. Alle funzioni di primo grado negli iperspazî è applicabile una speciale operazione di *composizione* di cui daremo ora un cenno.

« Si abbiano le due funzioni $F|[S_r]|$, e $\Phi|[S_{t-r}]|$ di primo grado e si ponga

$$\frac{dF}{d(x_{h_1} \dots x_{h_{r+1}})} = p_{h_1 \dots h_{r+1}} , \quad \frac{d\Phi}{d(x_{h_{r+2}} \dots x_{h_{t+2}})} = q_{h_{r+2} \dots h_{t+2}}$$

$$m_{i_1 \dots i_{t+2}} = \sum_h p_{h_1 \dots h_{r+1}} q_{h_{r+2} \dots h_{t+2}} \tag{8}$$

in cui $h_1 \dots h_{t+2}$ è una permutazione sempre pari, di $i_1 \dots i_{t+2}$ e Σ_h è una somma estesa a tutte le combinazioni dei $t+2$ indici $i_1 \dots i_{t+2}$ $r+1$ a $r+1$. Ciò premesso si può dimostrare il teorema:

« Esiste una funzione di primo grado $\Psi|[S_{t+1}]|$ tale che

$$\frac{\partial \Psi}{\partial(x_{i_1} \dots x_{i_{t+2}})} = m_{i_1 \dots i_{t+2}} .$$

« Per denotare che fra le derivate delle tre funzioni F, Φ, Ψ. passa la relazione (8), scriveremo

$$\Psi \equiv (F, \Phi) ,$$

« In generale, se le $F^{(t)}|[S_{r_t}]|$ sono funzioni di primo grado, intenderemo per

$$P \equiv (F^{(1)}, F^{(2)}, \dots F^{(K)})$$

una funzione di iperspazii $S_R \left(R = \sum_1^K r_t + K - 1 \right)$ ottenuta mediante le seguenti operazioni

$$\Phi_2 \equiv (F^{(1)}, F^{(2)}) \,, \; \Phi_3 \equiv (\Phi_2, F^{(3)}), \dots P \equiv (\Phi_{K-1}, F^{(K)}) \,.$$

« Diremo che P è *composta* delle $F^{(1)}, F^{(2)}, \dots F^{(K)}$. La operazione della composizione gode evidentemente della proprietà *associativa*. La inversione degli elementi $F^{(s)}$ non potrà produrre che delle mutazioni di segno. Le $F^{(s)}$ si potranno chiamare i divisori di P, per modo che, se una funzione di iperspazî non ammette altro divisore che sè stessa, potrà dirsi *prima*. È facile riconoscere che ogni funzione di primo grado che non è prima, può decomporsi in divisori primi e questa decomposizione può effettuarsi anche in più modi. Se una funzione dividerà uno dei divisori di una funzione, dividerà la funzione stessa.

« Due funzioni F e Φ saranno isogene quando si abbia

$$F \equiv (\Psi, f) \,, \quad \Phi \equiv (\Psi, \varphi)$$

con f e φ funzioni di punti ed f funzione di φ. Se F e Φ sono isogene lo saranno pure (F, Θ) e (Φ, Θ). Una funzione elementare si potrà sempre decomporre in divisori funzioni di punti.

« 4. Siano F e Φ due funzioni elementari isogene. Posto

$$\frac{\partial F}{\partial (x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} = a_{i_1 \dots i_{r+1}} \,, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial (x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} = b_{i_1 \dots i_{r+1}} \,,$$

avremo

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1)^s a_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}} \, b_{i_s h_1 \dots h_r} = 0 \,. \tag{9}$$

« Reciprocamente è facile riconoscere che, se le a e le b soddisfano alle equazioni precedenti, le due funzioni F e Φ debbono resultare elementari ed isogene. Le equazioni di condizione (9) stabiliscono dunque per le due funzioni, qualche cosa di più che il solo legame di isogeneità fra loro. Ora le equazioni di condizione (9) possono estendersi al caso di due funzioni di iperspazî di un numero diverso di dimensioni. Si abbiano infatti le due funzioni di primo grado $F|[S_r]|$, $\Phi|[S_t]|$ con $r > t$. Poniamo

$$\frac{\partial F}{\partial (x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} = a_{i_1 \dots i_{r+1}} \,, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial (x_{i_1} \dots x_{i_{t+1}})} = b_{i_1 \dots i_{t+1}}$$

e stabiliamo che

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1)^s a_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}} \, b_{i_s h_1 \dots h_t} = 0 \,. \tag{10}$$

« Nel caso che consideriamo di $r > t$, non è sempre necessaria la condizione che le due funzioni siano elementari, affinchè siano soddisfatte le

precedenti equazioni. Nel caso di $r > t$, diremo che le (10) ci stabiliscono le condizioni affinchè F e Φ siano *isogene*.

« Si può dimostrare facilmente il seguente teorema:

« Ogni funzione che ammette per divisore F è isogena a Φ.

« 5. Si abbiano due funzioni di primo grado $F|[S_r]|$, $\Phi|[S_r]|$ isogene. Avremo che

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dS_{r+1}} : \frac{dF}{dS_{r+1}}$$

dipenderà soltanto dal punto dello spazio in cui si sono prese le derivate. Sarà dunque φ una funzione dei punti dello spazio totale ad n dimensioni. Si denoterà φ col simbolo $\frac{d\Phi}{dF}$ e col nome di *derivata* di Φ rispetto ad F. Come teorema fondamentale si può dimostrare che la derivata di Φ rispetto ad F è isogena alle due funzioni Φ ed F.

« Questa proposizione resulta immediatamente dalla formula (4) dell'Art. 1, tenendo conto della definizione data nell'Art. precedente.

« 6. Sia ora f, funzione dei punti dello spazio totale, isogena alla $F|[S_r]|$. Fissata la direzione dell' iperspazio S_{r+1} sarà definito $\frac{dF}{dS_{r+1}}$, quindi sarà pure definito $\int_{S_{r+1}} f \frac{dF}{\partial S_{r+1}} dS_{r+1}$. Questo integrale lo rappresenteremo col simbolo

$$\int_{S_{r+1}} f dF .$$

« Col cambiare la direzione dell' iperspazio S_{r+1} cambierà evidentemente il segno dell' integrale.

« Si supponga che l' iperspazio S_{r+1} sia chiuso e tale che formi da solo il contorno di un iperspazio S_{r+1} immerso nell' iperspazio totale ed entro il quale nè la f, nè la F abbiano alcuna singolarità. Avremo

$$\int_{S_{r+1}} f dF = \int_{S_{r+1}} f \sum \frac{\partial F}{\partial(x_{i_1} \dots x_{i_{r+1}})} \alpha_{i_1 \dots i_{r+1}} dS_{r+1} = \int_{S_{r+1}} f \sum p_{i_1 \dots i_{r+1}} \alpha_{i_1 \dots i_{r+1}} d S_{r+1}$$

ove le α sono i coseni di direzione dell' iperspazio S_{r+1}. Scegliendo convenientemente la direzione dell' iperspazio S_{r+2}, i cui coseni denoteremo con $\beta_{i_1 \dots i_{r+2}}$, ed applicando il teorema che abbiamo dato come estensione di quello di Stokes (vedi Nota prec. art. 6), si otterrà

$$\int_{S_{r+1}} f dF = \int_{S_{r+2}} \sum_i \beta_{i_1 \dots i_{r+2}} \sum_{1}^{r+2}{}_s (-1)^{s-1} \frac{\partial(f p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}})}{\partial x_{i_s}} dS_{r+2} =$$

$$= \int_{S_{r+2}} \sum_i \beta_{i_1 \dots i_{r+2}} \left\{ \sum_{1}^{r+2}{}_s (-1)^s p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}} \frac{\partial f}{\partial x_{i_s}} + f \sum_{1}^{r+2}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_s}} \right\} dS_{r+2} .$$

E per conseguenza

$$(11) \qquad \int_{S_{r+1}} f\,dF = 0 .$$

« Se invece di un solo iperspazio S_{r+1} si avranno gli iperspazî $S_{r+1}^{(i)}$ $(i = 1, 2 \dots m)$ che limitano lo spazio S_{r+2}, entro il quale non sussistono singolarità per f e F, si avrà la formula

$$(12) \qquad \sum_1^m {}_i \int_{S_{r+1}^{(i)}} f\,dF = 0 ,$$

scegliendo convenientemente le direzioni degli iperspazî $S_{r+1}^{(i)}$. Il teorema contenuto nelle due formule (11) e (12) non è altro che una estensione del teorema di Cauchy.

« 7. Mediante dei contorni convenienti si tolgano dall'iperspazio totale tutte le porzioni dell'iperspazio stesso in cui f e F hanno delle singolarità. Quindi si eseguiscano delle sezioni in modo che ogni iperspazio chiuso S_{r+1} possa esser preso come contorno completo di un iperspazio S_{r+2}. Si prendano due iperspazî S_r^0, S_r^1, tali che si possa condurre un iperspazio S_{r+1} avente i suddetti iperspazî per contorno.

« Per il teorema ottenuto come estensione di quello di Stokes, avremo che certi integrali estesi all'iperspazio S_{r+1} potranno trasformarsi in integrali estesi ad S_r^0 e S_r^1. Gli integrali dovranno essere estesi in modo che, stabilita la direzione di S_{r+1}, restano determinate quelle di S_r^0 e S_r^1, e reciprocamente stabilite le direzioni di questi iperspazî, resta fissata quella di S_{r+1}.

« Noi supporremo che le direzioni dei tre iperspazî S_r^0, S_r^1, S_{r+1} siano fra loro nella relazione voluta affinchè sia ad essi applicabile la trasformazione di cui ora si è fatto parola. Ciò premesso resulta immediatamente dal teorema dimostrato nell'art. precedente che

$$\int_{S_{r+1}} f\,dF$$

non muta cambiando l'iperspazio S_{r+1}, purchè si conservino inalterati gli iperspazî S_r^0, S_r^1 e le loro direzioni. È perciò che l'integrale precedente si scriverà

$$(13) \qquad \int_{S_r^2}^{S_r^1} f\,dF ,$$

denotando con S_r^2 un iperspazio coincidente con S_r^0, ma avente opposta direzione. Si ha immediatamente la formula

$$\int_{S_r^2}^{S_r^1} f\,dF = -\int_{S_r^1}^{S_r^2} f\,dF .$$

« Se tenendo fisso l'iperspazio S_r^2 si muta l'iperspazio S_r^1, l'integrale (13)

potrà ritenersi come una funzione di primo grado di S_r^1, e quindi potremo porre

$$\int_{S_r^2}^{S_r^1} f d\mathrm{F} = \Phi\,|[S_r^1]|\,.$$

« Oltre a ciò Φ ed F saranno isogene e avremo

$$\frac{d\Phi}{d\mathrm{F}} = f$$

vale a dire le due operazioni di derivazione e di integrazione nel senso considerato sono reciproche l'una all'altra.

« 8. Una funzione elementare di iperspazî S_r ad r dimensioni si dirà *d'ordine* r; e diremo poi che un sistema di funzioni elementari è un *sistema isogeno d'ordine* p, quando tutte le funzioni di ordine eguale o superiore a p che si ottengono dalle funzioni del sistema mediante l'operazione della composizione (vedi art. 3) sono nulle, mentre ve ne ha di quelle d'ordine $p-1$ diverse da zero. Tutte le funzioni $\Phi\,|[S_t]|$ del sistema dovranno dipendere da certe funzioni $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_k \dots$ dei punti dell' iperspazio totale in modo che (vedi art. 2)

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\left(x_{i_1}\dots x_{i_{t+1}}\right)} = \frac{d\left(\varphi_{l_1}, \varphi_{l_2}\dots\varphi_{l_{t+1}}\right)}{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_{t+1}}\right)},$$

cioè

$$\Phi \equiv \left(\varphi_{l_1}, \varphi_{l_2}\dots\varphi_{l_{t+1}}\right).$$

« Si hanno con facilità i teoremi seguenti:

1.° La condizione necessaria e sufficiente affinchè il sistema isogeno sia d'ordine r, è che si abbia

$$\frac{d\left(\varphi_{l_1}\dots\varphi_{l_{r+1}}\right)}{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_{r+1}}\right)} = 0 \tag{14}$$

per ogni possibile combinazione degli indici $l_1 \dots l_{r+1}, i_1 \dots i_{r+1}$.

2.° Una funzione del sistema d'ordine $r-1$ è sempre isogena ad un'altra funzione qualunque del sistema.

3.° Ogni funzione del sistema d'ordine $r-1$ ammette come divisore un'altra funzione qualunque del sistema d'ordine inferiore.

« Consideriamo in particolare le funzioni di punti $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_k \dots$; esse potranno considerarsi come funzioni appartenenti al sistema e di ordine zero.

« A cagione delle relazioni (14) può dedursi:

« Fra le funzioni del sistema d'ordine zero debbono esisterne r, $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_r$, indipendenti di cui tutte le altre sono funzioni, e reciprocamente, ogni funzione d'ordine zero ottenuta prendendo una funzione arbitraria di quelle r indipendenti, apparterrà al sistema.

« Le $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_r$ potranno chiamarsi le *variabili indipendenti del sistema isogeno.*

« Se dunque teniamo conto dei teoremi sopra dimostrati e di quello dell'art. 5 potremo dedurre che, se $\Phi\,|[S_{r-1}]|$, $F\,|[S_{r-1}]|$ appartengono al sistema, si ha

$$\frac{d\Phi}{dF} = \varphi\,(\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_r)\,,$$

ove φ è una certa funzione delle r funzioni indipendenti d'ordine zero del sistema $\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_r$.

« Se f è una funzione arbitraria di $\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_r$ avremo

$$\int_{S_r} f dF = 0\,, \tag{15}$$

ove S_r è uno spazio chiuso che forma il contorno completo di uno spazio S_{r+1} entro il quale f e F non hanno alcuna singolarità. Se

$$F \equiv (\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_r)$$

la equazione precedente (15) potrà scriversi

$$\int_{S_r} f \frac{d\,(\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_r)}{d\,(\omega_1\,,\,\omega_2 \ldots \omega_r)}\, d\omega_1\, d\omega_2 \ldots d\omega_r = 0\,, \tag{16}$$

supponendo di porre le equazioni dell' iperspazio S_r sotto la forma

$$x_i = x_i\,(\omega_1\,,\,\omega_2 \ldots \omega_r)\,.$$

« Posto

$$\frac{\partial \varphi_t}{\partial \omega_s}\, d\omega_s = d_s\, \varphi_t\,,$$

la (16) potrà porsi sotto la forma

$$\int_{S_r} F\,(\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_r) \begin{vmatrix} d_1\,\varphi_1\,,\, d_2\,\varphi_1 \ldots d_r\,\varphi_1 \\ d_1\,\varphi_2\,,\, d_2\,\varphi_2 \ldots d_r\,\varphi_2 \\ \cdots\cdots\cdots \\ d_1\,\varphi_r\,,\, d_2\,\varphi_r \ldots d_r\,\varphi_r \end{vmatrix} = 0\,. \tag{17}$$

« Il teorema contenuto in questa formula corrisponde al teorema che abbiamo dato come estensione di quello di Cauchy nel caso in cui si tratti di funzioni elementari.

« Se S_r non è chiuso, ma è limitato da due iperspazî S^0_{r-1} e S^1_{r-1}, dopo che si siano tolti dall' iperspazio totale i luoghi di singolarità e si siano eseguiti i tagli convenienti, di cui si è fatto cenno nell'art. 7, avremo che l' integrale che comparisce nel primo membro delle (17) non sarà più in generale nullo. Una volta stabilite le direzioni degli iperspazî S^0_{r-1}, S^1_{r-1}, S_r nel modo indicato nell'art. 7, avremo che l' integrale stesso non dipenderà da S_r ma solo da S^0_{r-1} e S^1_{r-1}; onde denotando, come nell'art. citato, S^2_{r-1} un iperspazio coincidente con S^0_{r-1} ma preso in direzione contraria, potremo scrivere l' integrale precedente

$$\Phi = \int_{S^2_{r-1}}^{S^1_{r-1}} f\,(\varphi_1\,,\,\varphi_2 \ldots \varphi_n) \begin{vmatrix} d_1\,\varphi_1\,,\, d_2\,\varphi_1 \ldots d_r\,\varphi_1 \\ d_1\,\varphi_2\,,\, d_2\,\varphi_2 \ldots d_r\,\varphi_2 \\ \cdots\cdots\cdots \\ d_1\,\varphi_r\,,\, d_2\,\varphi_r \ldots d_r\,\varphi_r \end{vmatrix}\,.$$

« Mantenendo fisso S^2_{r-1} e mutando S^1_{r-1}, avremo che Φ sarà una funzione elementare di ordine r appartenente ad un sistema isogeno d'ordine r di cui $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_r$ sono le variabili indipendenti.

« Potremo dunque, tenendo conto dei precedenti teoremi, enunciare la proposizione:

Sia $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_m$ un sistema di variabili indipendenti funzioni di $x_1, x_2 \dots x_n$ $(n > m > r)$. Posto

$$\Phi\,|[S_{r-1}]| = \int_{S^2_{r-1}}^{S^1_{r-1}} f(\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_r) \begin{vmatrix} d_1\varphi_1, d_2\varphi_1, \dots d_r\varphi_1 \\ d_1\varphi_2, d_2\varphi_2, \dots d_r\varphi_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ d_1\varphi_r, d_2\varphi_r, \dots d_r\varphi_r \end{vmatrix} =$$

$$= \int_{S^2_{r-1}}^{S^1_{r-1}} f(\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_r)\, d\varphi_1\, d\varphi_2 \dots d\varphi_r,$$

avremo che Φ apparterrà al sistema isogeno di cui $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_m$ sono le variabili indipendenti, e reciprocamente, ogni funzione appartenente al sistema isogeno di cui $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_m$ sono le variabili indipendenti potrà ottenersi dalle variabili indipendenti mediante una integrazione multipla, come è indicato nella formula precedente.

« Questa proposizione rivela il legame esistente fra le funzioni di iperspazii e le funzioni di più variabili complesse indipendenti. Essa prova infatti che la integrazione multipla delle funzioni di m variabili indipendenti dà luogo ad un sistema isogeno d'ordine m tale che quelle m variabili indipendenti sono appunto le *variabili indipendenti del sistema* ».

Chimica. — *Sull'azione del joduro di metile sopra il metilpirrolo terziario (n-metilpirrolo).* Nota del Corrispondente G. CIAMICIAN e di F. ANDERLINI.

« Nelle nostre ricerche sull'azione del joduro di metile sopra alcuni derivati del pirrolo, pubblicate l'anno scorso [1], abbiamo dimostrato, che in queste reazioni si formano i derivati metilati di una piridina biidrogenata secondaria ed abbiamo espresso la supposizione, che queste sostanze fossero i prodotti di ulteriore trasformazione di pirroli metilati, provenienti dalla diretta azione del joduro metilico sul composto impiegato nella reazione.

« Noi abbiamo ottenuto dall'acido carbopirrolico, che in questo caso si comporta come pirrolo libero, una tetrametil-diidropiridina e dal n-metilpirrolo una base, che abbiamo creduto essere la pentametildiidropiridina corrispondente.

[1] Rendiconti IV (2° semestre) pag. 165 e 198.

In questa ultima reazione abbiamo però potuto notare, che, oltre alla base piridica biidrogenata, si formano pure i derivati pirrolici, che secondo le nostre vedute, dànno poi origine ai prodotti alcalini. Fu perciò colla speranza di potere ottenere il pentametilpirrolo, che noi abbiamo ripreso le ricerche indicate nel titolo di questa Nota e sebbene esse non ci abbiano dato il resultato desiderato, pure, come si vedrà da quanto segue, servono a dimostrare che il concetto fondamentale, che ci eravamo formati sull'andamento di queste reazioni, è perfettamente esatto.

« Prima di tutto vogliamo fare osservare, che la supposizione che il pirrolo potesse dare coi joduri alcoolici direttamente i pirroli superiori, venne confermata ultimamente dai resultati delle esperienze di Ciamician e Zanetti [1], i quali ottennero per azione del joduro etilico sul composto potassico del pirrolo, oltre all'etilpirrolo terziario, un'etilpirrolo secondario (c-etilpirrolo) ed un dietilpirrolo terziario (n-c-dietilpirrolo). Questi fatti stanno in perfetta armonia con i resultati dei nostri studi.

« Passando alla descrizione di questi, diremo subito che contrariamente a quello che ci era sembrato l'anno scorso, in seguito ad alcune esperienze preliminari, fatte su piccole quantità di prodotto, il rapporto fra le quantità di pirroli superiori e di sostanze alcaline, che si formano nell'azione del joduro metilico sull'n-metilpirrolo, non varia notevolmente colla temperatura; si può dire che scaldando a 140° si ottiene un rendimento complessivo, di basi e di pirroli superiori, migliore di quello che si ha a 120° e da ciò si comprende facilmente l'apprezzamento parzialmente erroneo dell'anno scorso.

« Si riscaldano dunque 3 gr. di metilpirrolo per volta sciolti in 5 gr. d'alcool metilico, con 7 gr. di joduro di metile in presenza di 3 gr. di carbonato potassico secco, in tubi chiusi a 140° per circa 10 ore. Nella reazione si forma anidride carbonica, che sfugge nell'aprire i tubi ed il contenuto di questi è formato da un liquido nerastro, in cui restano indisciolti i cristalli di joduro potassico formatosi col riscaldamento. Tutto il prodotto, reso lievemente acido con acido cloridrico, venne distillato frazionatamente con vapore acqueo. Separato l'alcool metilico ed il joduro di metile rimasto in eccesso, si raccolgono separatamente i prodotti non alcalini, che passano assieme al vapore acqueo. Questi, estratti con etere e seccati sulla soda fusa di recente, bollono fra 130 e 180°. Essi hanno le proprietà dei pirroli superiori e contengono gli *omologhi dell'n-metilpirrolo.*

« La quantità di prodotto ottenuta non era però sufficiente per separare i singoli individui chimici, contenuti in questo miscuglio certamente molto complesso; del resto crediamo, che non valga la pena in questo caso di sacrificare notevoli quantità di metilpirrolo per studiare dettagliatamente una reazione, di cui già si conosce l'andamento generale.

[1] Ibid. V (1° semestre), pag. 14.

« Noi ci siamo limitati perciò ad analizzare la frazione 150°-165°, che ci è sembrata relativamente la più abbondante, ed abbiamo ottenuto numeri, che coincidono soddisfacentemente con quelli richiesti dalla formola:

$$C_7 H_{11} N ,$$

che è quella d'un *trimetilpirrolo*.

0,1288 gr. di materia dettero 0,3628 gr. di CO_2 e 0,1198 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_7 H_{11} N$
C	76,82	77,06
H	10,33	10,10

« In questa frazione saranno perciò contenuti uno o più isomeri della formola sopraindicata, i quali per la loro origine sono da considerarsi come *n-metil-c-dimetilpirroli*.

« Dalla parte non alcalina del prodotto non abbiamo ottenuto, come si vede, che pirroli trimetilati e la ragione per cui gli omologhi più elevati non si riscontrano in questa parte del prodotto della reazione, dipende probabilmente dal fatto, che i pirroli terziari superiori vengono trattenuti dagli acidi e si trovano perciò, purtroppo, assieme alle basi fra le sostanze, che si ottengono distillando con potassa il liquido rimasto in dietro nella operazione descritta più sopra.

« Trattando il residuo della distillazione con vapore acqueo già menzionata, con un eccesso di potassa caustica e distillando nuovamente in una corrente di vapore acqueo, il liquido oleoso, che si separa dalla soluzione resa alcalina, passa facilmente assieme al vapore acqueo e si condensa in un liquido poco solubile nell'acqua e più leggero di questa. Il distillato venne saturato con acido cloridrico e svaporato a secchezza ed il residuo riscaldato con acido cloridrico concentrato, in tubi chiusi a 130°, per resinificare possibilmente i pirroli contenuti nel prodotto. Distillando con potassa si ottenne un olio, che venne estratto con etere, seccato sulla potassa fusa ed infine bollito con barite anidra. Passa fra 185°-205° e solamente piccole porzioni del liquido distillano a temperature ancora più elevate.

« Il prodotto così ottenuto è molto alterabile all'aria, assorbe ossigeno e si trasforma lentamente in una materia bruna e resinosa. Questo processo di ossidazione avviene ancora più facilmente a caldo, per cui, distillando la base a pressione ordinaria nei soliti apparecchi, rimane indietro nel palloncino sempre un notevole residuo di materia resinificata. Per evitare questo inconveniente abbiamo distillato la frazione principale a pressione ridotta. A circa 24 mm. di pressione distilla a 90°-95° un olio giallo, poco solubile nell'acqua, solubilissimo negli acidi, che all'aria diventa facilmente bruno per assorbimento d'ossigeno.

« L'analisi della base libera non ci ha dato buoni resultati e ciò in parte in causa della facilità con cui assorbe ossigeno ed in parte anche perchè non ci è stato possibile di ottenere, per mezzo della distillazione frazionata, perfettamente puro l'alcaloide, che abbiamo analizzato.

« Migliori risultati ci diede invece il cloroaurato. La soluzione cloridrica della base distillata nel vuoto, non precipita col cloruro di platino, col cloruro d'oro si ottiene invece subito un precipitato, che alle volte si separa allo stato oleoso, ma che si solidifica immediatamente. Il precipitato venne filtrato e fatto cristallizzare dall'acido cloridrico diluitissimo, in cui non è molto solubile; fonde da principio e poi va lentamente sciogliendosi nel liquido acquoso bollente; per raffreddamento, la soluzione si intorbida e dopo qualche tempo si separano aghetti ramificati o pagliette, di colore giallo, che al microscopio hanno un aspetto simile a quello del cloroaurato della diidroparvolina da noi descritta l'anno scorso. Non ci è stato possibile però d'ottenere questo sale in cristalli misurabili. Il cloroaurato così ottenuto fonde a 100-101° e seccato nel vuoto, dette all'analisi numeri corrispondenti alla formola:

$$C_{10}H_{18}NAuCl_4.$$

I 0,2461 gr. di materia dettero 0,2218 gr. di CO_2 e 0,0858 gr. di H_2O.
II 0,1970 gr. " " 0,0790 gr. di oro.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_{10}H_{18}NAuCl_4$
C	24,27	—	24,48
H	3,87	—	3,67
Au	—	40,10	40,02

« Questo cloroaurato è identico a quello da noi ottenuto l'anno scorso nel nostro saggio preliminare sull'azione del joduro di metile sull'n-metilpirrolo, e corrispondente ad una base della formola:

$$C_{10}H_{17}N,$$

che noi crediamo costituisca in gran parte la frazione del prodotto, che bolle a 90-95° a pressione ridotta.

« Le acque madri, da cui si ottenne il cloroaurato ora descritto, danno per ulteriore trattamento con cloruro d'oro un precipitato in parte oleoso, che non abbiamo studiato più oltre.

« La base $C_{10}H_{17}N$ si distingue, come si vede, da quella ottenuta per azione del joduro di metile sul carbopirrolato sodico

$$C_9H_{15}N,$$

per un metile di più. Noi crediamo perciò di non andare errati ammettendo, che l'alcaloide proveniente dall'n-metilpirrolo sia una *n-metil-diidroparvolina* ossia una *pentametildiidropiridina*.

« Il risultato felice da noi ottenuto l'anno scorso nella riduzione della diidroparvolina col metodo di Ladenburg ci indusse a tentare la riduzione della base metilata con sodio ed alcool, ma abbiamo dovuto persuaderci, che questa resiste assai all'azione dell'idrogeno nascente massime impiegando l'alcool ordinario. Coll'alcool amilico e sodio abbiamo avuto un resultato migliore senza però potere ridurre completamente l'alcaloide. Il prodotto di riduzione contiene ancora, in notevole quantità, la base primitiva, si colora perciò all'aria e non ha un punto d'ebollizione bene definito. Distilla fra 160°-175° in modo da non permettere nessun apprezzamento intorno al punto di ebollizione del nuovo alcaloide piperidinico. Noi abbiamo tuttavia analizzato la parte che distilla in principio, ottenendo, come era da aspettarsi, numeri, che stanno fra quelli richiesti dalle due formole:

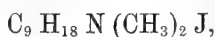
$$C_{10}H_{17}N \quad e' \quad C_{10}H_{21}N.$$

0,0928 gr. di sostanza dettero 0,2670 gr. di CO_2 e 0,1074 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{17}N$	e $C_{10}H_{21}N$
C	78,47	79,47	77,42
H	12,86	11,26	13,55

« Trasformando la base ridotta nel derivato ammonico per mezzo del joduro di metile, abbiamo ottenuto un prodotto che fonde a 260°, che conteneva perciò senza dubbio il composto, descritto l'anno scorso, della formola:

$$C_9H_{18}N(CH_3)_2J,$$

ma che non ci fu possibile di purificare completamente ».

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Piccone. *Manipolo di alghe del Mar Rosso.* Presentata dal Socio Passerini.

E. Stassano. *Esplorazioni scientifiche intorno alla pesca ed alla fauna marina delle spiaggie atlantiche del Sahara e alla scoperta della Lolita hesperides, nuova forma di Ctenoforo.* Presentata dal Segretario.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Fiorelli annuncia con rammarico alla Classe la morte del Socio straniero Francesco von Holtzendorff, il quale apparteneva all'Accademia come Corrispondente straniero dal 17 aprile 1880, e come Socio straniero dal 26 luglio 1883.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Ferri presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Soci e da estranei:

G. F. Gamurrini. *Discorso inaugurale ai lavori dell'Accademia « La Nuova Fenice » letto il 25 novembre in Orvieto.*

C. De Simoni. *Le prime monete d'argento della zecca di Genova ed il loro valore (1139-1493) — Ai Regesti delle lettere pontificie riguardanti la Liguria, nuove giunte e correzioni. — Le carte nautiche italiane del Medio Evo, a proposito di un libro del prof. Fischer.*

G. Carducci. *Discorsi letterari e storici.*

E. Pais. *Della Storiografia e della Filosofia della storia presso i Greci. — Alcune osservazioni sulla storia e sull' amministrazione della Sicilia durante il dominio romano.*

A. De Gubernatis. *Peregrinazioni indiane* - Vol. I-III.

Lo stesso Segretario Ferri presenta anche una raccolta di scritti del Socio straniero F. von Miklosich; e poscia, a nome del Corrispondente Bodio, l'*Annuario statistico Italiano 1887-1888,* e a nome del Socio Betocchi la pubblicazione: *Pensées et Maximes diverses* del conte De Charencey.

Fa inoltre rilevare l'importanza di un dono del Corrispondente Bodio, che consiste in una raccolta degli *Annali universali di Statistica,* comprendente 140 volumi che vanno dal 1824 al 1860.

Il Socio Lanciani fa omaggio, a nome dell'autore sig. Eben Norton Horsford, dell'opera: *Discovery of America by Northmen,* e ne discorre.

Il Socio Geffroy presenta le seguenti sue pubblicazioni: *Madame de Maintenon d'après sa correspondance authentique. — Tablettes inédites de la Biccherna et de la Gabella de Sienne. — Recueil des instructions données aux ambassadeurs et ministres de France, depuis les traités de Westphalie jusqu'à la Révolution Française: - Suède. — L'epigraphie Doliaire chez les Romains. — Oenomaüs, Pélops et Hippodamie. — Vase peint inédit. — L'Archéologie du lac Fucin.* Lo stesso Socio offre anche le pubblicazioni del Socio L. Delisle intitolate: *Catalogue des manuscrits des fonds Libri et Barrois. — Fabri de Peiresc.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Ferri dà comunicazione del concorso, bandito dalla Società di esecutori di Pie disposizioni in Siena, ad un posto di fondazione Gori Feroni per giovani italiani che vogliano perfezionarsi nello studio delle lingue orientali.

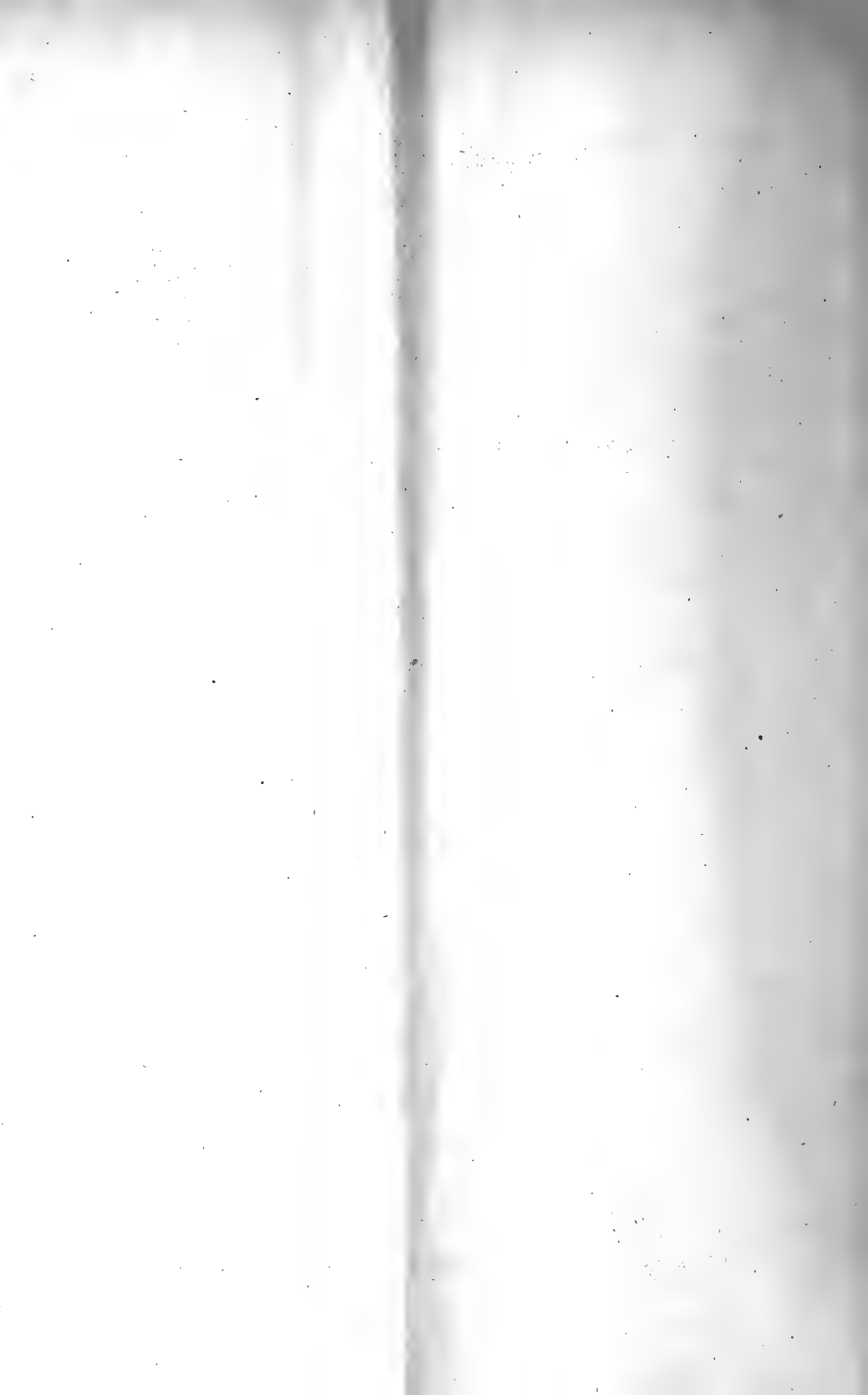
Lo stesso Segretario dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli; l'Accademia delle scienze di Nuova York; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geologica di Manchester; la Società di storia naturale di Emden; la Società filosofica di Cambridge; il Comitato geologico di Pietroburgo; le Università di Cambridge, di Upsala e di Würzburg; l'Istituto meteorologico rumeno di Bucarest.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Accademia di scienze e lettere di Montpellier; l'Istituto geodetico di Berlino.

L. F.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 marzo 1889.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Dei punti corrispondenti sui piani centrale e centrico, nel caso di due mezzi rifrangenti diversi separati da una sola superficie sferica. Significato di una costruzione proposta dal Newton per trovare i fochi delle lenti.* Nota del Socio Govi.

« Nelle due Note anteriormente pubblicate intorno all'uso dei *punti* e dei *piani centrali* e *centrici*, *polari* e *polici* per la risoluzione dei problemi relativi al luogo, alla situazione e alla grandezza delle imagini date dai sistemi ottici, non è stato trattato il caso dei *punti corrispondenti* sui *piani centrale* e *centrico*, quando quest'ultimo è l'imagine del primo veduto attraverso ad una sola superficie sferica di raggio r, che separa due mezzi diversamente rifrangenti, I e II, pei quali l'indice di rifrazione della luce nel passar dal I al II è n.

« Siccome però la considerazione di tali *punti corrispondenti* conduce a una facile costruzione dei fôchi coniugati nei sistemi ottici, stimo utile il trattarne brevemente.

« Quando una superficie sferica divide due mezzi diversamente rifrangenti,

l'imagine del centro di curvatura di codesta superficie si sovrappone al centro medesimo.

« Sia AL la faccia curva che separa due mezzi (I e II) diversamente rifrangenti. Sia C il centro di curvatura della faccia AL e AC il suo raggio di curvatura. Sia n l'indice di rifrazione della luce omogenea che passa dal I mezzo nel II.

« I raggi che entrano per la faccia AL, venendo dal primo mezzo, e che convergono al punto C, essendo normali alla superficie AL, non subiranno deviazione e convergeranno al punto C anche nel II mezzo; il che vuol dire che il punto C, situato virtualmente nel I mezzo, e la sua imagine C, posta nel II mezzo, si sovrapporranno.

« Lo stesso accadrebbe pei raggi che emanassero da C, posto nel II mezzo, per passare nel primo. Essi uscirebbero dalla faccia AL come se divergessero da un punto C collocato nel I mezzo, il quale punto C sarà perciò nel I mezzo l'imagine virtuale di C posto nel II.

« Finchè dunque si tratta dei *punti centrale* e *centrico* per due soli mezzi contigui, non vi è modo per distinguere il primo dal secondo, se non per ciò che si deve ritener ciascuno di essi situato in un mezzo diverso.

« Se però, invece dei *punti centrale* e *centrico*, si considerino i *piani centrale* e *centrico* che passano per quei punti, allora (quantunque i due piani si sovrappongano) bisogna distinguere i punti di ciascun piano dalle loro imagini sull'altro piano, ossia dai loro *punti conjugati*, i quali non si sovrappongono ad essi, se non quando si tratti del centro di curvatura della superficie rifrangente.

« Sia infatti AL la superficie curva col centro in C, che divide i due mezzi I e II. Passi per C il *piano centrale* CK situato nel II mezzo; il *piano centrico corrispondente*, vale a dire l'imagine del *piano centrale*, coinciderà col piano CK, me se il *piano centrale* è nel II mezzo, il *centrico* sarà nel I e viceversa, se il *centrale* fosse nel I, il suo *centrico* sarebbe nel II.

« Posto dunque che il *piano centrico* CK sia virtualmente nel I mezzo, fra i raggi luminosi che passando per esso primo mezzo si dirigono verso il

punto $U_{,}$ del piano CK, se ne troverà pure uno parallelo all'asse, il quale incontrerà in $M_{,}$ la superficie rifrangente. E siccome trattasi di un raggio parallelo all'asse, che dal I mezzo passa nel II, si avrà la sua direzione nel II mezzo conducendo una retta da $M_{,}$ al punto P, *Foco principale* del sistema ottico rispetto alla superficie AL, determinato dalla relazione

$$AP = AC \frac{n}{n-1} \text{ (I).}$$

« Il raggio $M_{,}P$ incontrerà il *piano centrale* CK, situato nel II mezzo, in un punto U, che sarà, su codesto piano, il *corrispondente* ossia l'imagine del punto $U_{,}$ situato sul *piano centrico*.

« La relazione che lega fra loro i punti U ed $U_{,}$ che si corrispondono sui due *piani centrale* e *centrico* sovrapposti, si trova facilmente, considerando che si ha:

$$(CU_{,} = AM_{,}) : CU :: AP : CP :: AP : AP - AC,$$

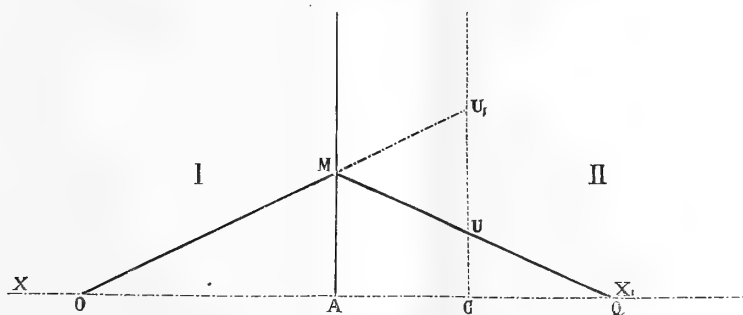
ma si ha dalla relazione precedente (I) che

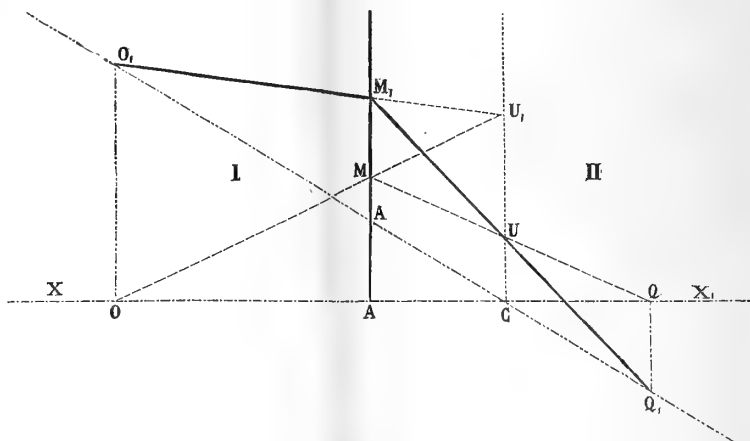
$$\frac{AP}{AP - AC} = n,$$

sarà quindi:

$$\frac{CU_{,}}{CU} = n,$$

e siccome ciò si verifica per qualunque punto, sia del *piano centrale*, sia del *piano centrico*, così quando sia dato un punto U sul *piano centrale*, si troverà il suo *corrispondente* sul *centrico* prendendo su di esso $CU_{,} = n\,CU$; e viceversa, essendo dato sul *piano centrico* un punto $U_{,}$ si si avrà il suo *corrispondente* U sul *piano centrale*, facendo $CU = \frac{CU_{,}}{n}$.

« Trovata per tal modo codesta relazione fra la posizione dei *punti corrispondenti* nel caso dei due *piani centrico* e *centrale* sovrapposti, cioè nel caso di una sola superficie sferica rifrangente che separa due mezzi, se ne trae una elegante costruzione dei fôchi coniugati pei punti situati sull'asse o fuori di esso.

« Sia infatti O un punto luminoso situato sull'asse. Dal punto O si conduca un raggio $OU_{,}$ al *piano centrico* $CU_{,}$, questa retta taglierà in M la superficie rifrangente. Siccome poi il punto $U_{,}$, a cui si dirige il raggio $O_{,}U_{,}$ ha la sua immagine sul *piano centrale* in U, così dal punto M il raggio incidente andrà in U nel II mezzo, e la MU, prolungata, segnerà sull'asse in Q il fôco coniugato, o la imagine di O.

« Se poi il punto luminoso fosse nel II mezzo, anzichè nel I, allora da esso si condurrebbe il raggio incidente al punto U, e pel punto dove esso taglierebbe la superficie curva, e pel punto $U_{,}$ si farebbe passare il raggio rifratto, il quale determinerebbe nel suo incontro coll'asse l'imagine del punto dato.

« Quando poi il punto luminoso $O_{,}$, sia posto fuori dell'asse, s'incomincierà dal condurre da esso un raggio pel centro di curvatura C, il quale passerà, non deviato; poi unito $O_{,}$ con $U_{,}$ se la luce va dal I mezzo nel II, si otterrà il punto $M_{,}$, nel quale la $O_{,}U_{,}$, taglia la superficie sferica; unendo quindi $M_{,}$ con U e prolungando, se occorre, la $M_{,}$ U, il punto $Q_{,}$ nel quale essa incontrerà la $O_{,}C$, sarà il luogo della imagine del punto $O_{,}$.

« La ragione di questa costruzione si ha nella identità di relazione che corre fra le distanze dalla superficie rifrangente, dei punti luminosi e dei loro fôchi coniugati, sian essi situati sull'asse principale, o su qualunque asse secondario, purchè l'angolo compreso fra l'asse principale ed il secondario sia piccolissimo, e quindi le distanze OA ed $O_{,}A_{,}$ si possano ritenere uguali.

« L'una e l'altra delle due costruzioni esposte può applicarsi a più di due mezzi successivi separati da superficie curve centrate, e dà modo di risolvere molto facilmente qualsiasi caso proposto d'imagini date da sistemi ottici complessi.

« Di queste due costruzioni, quella relativa ai punti situati sull'asse principale venne suggerita, senza dimostrazione, nel 1674 dal Newton nelle

Lectiones Opticae (¹) del Barrow suo maestro. Egli la riprodusse poi, dandone una dimostrazione, nelle sue *Lectiones Opticae* professate a Cambridge negli anni 1669, 1670 e 1671 (²). Però la dimostrazione datane dal Newton non permette di scorgere da quali considerazioni egli sia stato mosso a imaginarla, e lascia supporre tutto al più che vi sia stato condotto da sole relazioni analitiche, non apparendo da' suoi scritti che egli abbia mai considerato l'utilità che si può trarre dall'uso dei *punti* e dei *piani centrali* e *centrici* per la costruzione delle imagini date dai sistemi ottici.

« Il Newton poi non ha avvertito che la stessa costruzione può applicarsi anche al caso di punti non situati sull'asse principale del sistema ottico proposto ».

Cristallografia. — *Sulla forma cristallina dell'ossido cromico.* Memoria del Socio G. STRUVER.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

(¹) *Lectiones Opticae et Geometricae* in quibus Phaenomenωn Opticorum genuinae Rationes investigatur, ac exponuntur: et Generalia Curvarum Linearum Symptomata declarantur. Auctore ISAACO BARROW, Collegii SS. Trinitatis in Academia Cantab. Praefecto, et Societatis Regiae sodale. Londini, 1674 1 vol. in 4°.

Il volume ha una paginatura separata per le *Lezioni Geometriche* e per le *Lezioni Ottiche*. Alla pagina 103 di queste ultime si legge il passo seguente:

« ..... Hisce demum in cumulum adjiciatur ab amico communicatus *Modus elegans ac expeditus cuiuscunque casûs imaginem Geometricè designandi; ut et lentem describendi, quae imaginem in datum punctum projiciet* ».

E lì segue, anche per un tratto della pagina successiva (104), l'esposizione della costruzione Newtoniana.

Che poi tale costruzione sia veramente del Newton si ha dalla *Epistola ad Lectorem*, posta in fronte al libro, dove il Barrow dice ..... « D. Isaacus Newtonus, *collega noster (peregregiae vir indolis ac insignis peritiae) exemplar revisit, aliqua corrigenda monens, sed et de suo nonnulla penu suggerens, quae nostris alicubi cum laude innexa cernes.*

E codesta notizia è confermata dal Newton stesso, il quale nelle:

(²) ISAACI NEWTONI, *Eq. Aur.* in Academiâ Cantabrigiensi Matheseos olim Professoris Lucasiani LECTIONES OPTICAE. Annis MDCLXIX, MDCLXX et MDCLXXI, in Scholis publicis habitae: Et nunc primum ex MSS. in lucem editae. — Londini, MDCCXXIX. 1 vol. in 4°. riproduce come sua la costruzione già pubblicata dal Barrow [pag. 126-130 Par. I, Sect. IV Prop. XXIX: *Si radii seu paralleli, sau ad punctum eliquod conteraini, se sphaerac objiciant refrigendos, refractorum axi quam proximorum concurvium sive focum determinare*]; e alla pag. 127 cita in nota: *Vid.* Barrow *Lect. Opt.* L. XIV, *ad finem.*

Botanica. — *Contribuzione alla flora dei Galapagos.* Nota del Socio T. Caruel.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Filosofia. — *Conseguenze e inconseguenze di alcune moderne dottrine.* Nota del Socio F. Bonatelli.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sui sistemi di equazioni lineari ai differenziali totali.* Nota del Corrispondente Luigi Bianchi.

« 1. Indichiamo con $z_1, z_2, \dots z_m$ altrettante funzioni delle n variabili indipendenti $x_1, x_2 \dots x_n$ e supponiamo che le m funzioni incognite z debbano essere determinate in guisa da soddisfare le m equazioni ai differenziali totali

$$(\mathrm{I}) \qquad dz_i - \sum_{r=1}^{r=n} \left[b_i^{(r)} + \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{i\lambda}^{(r)} z_\lambda \right] dx_r = 0$$

$$i = 1, 2, \dots m,$$

lineari rispetto alle z, i cui coefficienti

$$a_{i\lambda}^{(r)}, \ b_i^{(r)} \ \begin{cases} i, \lambda = 1, 2 \dots m \\ r \ = 1, 2 \dots n \end{cases}$$

sono assegnate funzioni delle x.

« Dovendosi avere

$$\frac{\partial z_i}{\partial x_r} = b_i^{(r)} + \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{i\lambda}^{(r)} z_\lambda$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial x_s} = b_i^{(s)} + \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{i\lambda}^{(s)} z_\lambda,$$

la condizione d' integrabilità

$$\frac{\partial}{\partial x_r} \frac{\partial z_i}{\partial x_s} - \frac{\partial}{\partial x_s} \frac{\partial z_i}{\partial x_r} = 0,$$

avendo riguardo alle (I) stesse, diventa:

$$(1) \qquad \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} \left[\frac{\partial a_{i\lambda}^{(s)}}{\partial x_r} - \frac{\partial a_{i\lambda}^{(r)}}{\partial x_s} + \sum_{k=1}^{k=m} \left(a_{ik}^{(s)} a_{k\lambda}^{(r)} - a_{ik}^{(r)} a_{k\lambda}^{(s)} \right) \right] z_\lambda +$$

$$+ \frac{\partial b_i^{(s)}}{\partial x_r} - \frac{\partial b_i^{(r)}}{\partial x_s} + \sum_{k=1}^{k=m} \left(a_{is}^{(k)} b_k^{(r)} - a_{ik}^{(r)} b_k^{(s)} \right) = 0.$$

« Se si danno in queste equazioni (1) ad i, r, s tutti i possibili valori, quando esse non risultino tutte identicamente soddisfatte, stabiliranno un certo numero di relazioni linearmente indipendenti fra $z_1, z_2 \dots z_m$, mediante le quali o si riconoscerà l' impossibilità della integrazione del sistema (I) o si perverrà ad un nuovo sistema della medesima forma con un numero minore di funzioni incognite. Così continuando è chiaro che, ove non risulti l' incompatibilità delle equazioni differenziali (I), si arriverà a sostituire al sistema (I) un sistema della medesima forma, pel quale le condizioni d' integrabilità saranno tutte identicamente soddisfatte.

« Supponiamo che questo sia già il caso pel sistema (I) cioè le a e le b soddisfino le condizioni

$$
\begin{aligned}
&(A) \qquad \frac{\partial a_{i\lambda}^{(s)}}{\partial x_r} - \frac{\partial a_{i\lambda}^{(r)}}{\partial x_s} + \sum_{k=1}^{k=m} \left(a_{ik}^{(s)} a_{k\lambda}^{(r)} - a_{ik}^{(r)} a_{k\lambda}^{(s)} \right) = 0 \qquad i, \lambda = 1, 2 \dots m \\
&(B) \qquad \frac{\partial b_i^{(s)}}{\partial x_r} - \frac{\partial b_i^{(r)}}{\partial x_s} + \sum_{k=1}^{k=m} \left(a_{ik}^{(s)} b_k^{(r)} - a_{ik}^{(r)} b_k^{(s)} \right) = 0 \qquad r, s = 1, 2 \dots n .
\end{aligned}
$$

« Allora, come è ben noto [1], il sistema (I) è *illimitatamente* integrabile, cioè si possono determinare $z_1, z_2 \dots z_m$, come soluzioni delle (I), in guisa che per un sistema iniziale di valori $(x_1^{(0)}\, x_2^{(0)} \dots x_n^{(0)})$ delle variabili indipendenti assumano valori arbitrariamente fissati $z_1^{(0)}\, z_2^{(0)} \dots z_m^{(0)}$.

« 2. Per la effettiva integrazione del sistema (I), cerchiamo se è possibile determinare m tali *moltiplicatori*

$$\mu_1, \mu_2 \dots \mu_m ,$$

funzioni soltanto di $x_1, x_2 \dots x_n$, che moltiplicando il 1° membro della (I) per μ_i e sommando da $i = 1$ a $i = m$ il risultato

$$\sigma = \sum_{i=1}^{i=m} \mu_i \left\{ dz_i - \sum_{r=1}^{r=n} \left[b_i^{(r)} + \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{i\lambda}^{(r)} z_\lambda \right] dx_r \right\}$$

sia un differenziale esatto rispetto a tutte le $n + m$ variabili

$$x_1, x_2 \dots x_n, z_1, z_2 \dots z_m .$$

« Indicando con φ la funzione di cui l'espressione σ deve essere il differenziale esatto, si avrà:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z_i} = \mu_i , \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_r} = - \sum_{k=1}^{k=m} \mu_k \left[b_k^{(r)} + \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{k\lambda}^{(r)} z_\lambda \right] .$$

« Scrivendo le condizioni d' integrabilità

$$\frac{\partial}{\partial x_r} \frac{\partial \varphi}{\partial z_i} - \frac{\partial}{\partial z_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_r} = 0 ,$$

(1) Mayer, *Mathematische Annalen*. Bd. 5.

troviamo che μ_i deve soddisfare le equazioni

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial x_r} + \sum_{k=1}^{k=m} a_{ki}^{(r)} \mu_k = 0 \Big\{ \; r = 1, 2 \dots n ,$$

cioè $\mu_1, \mu_2 \dots \mu_m$ debbono essere integrali del seguente sistema di equazioni a differenziali totali

$$\text{(II)} \qquad d\mu_i + \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{\lambda i}^{(r)} \mu_\lambda \right) dx_r = 0 .$$

$$i = 1, 2, \dots m .$$

« Viceversa, se le μ soddisfano questo sistema (II), l'espressione σ è un differenziale esatto. E infatti risulta

$$\sigma = \sum_{i=1}^{i=m} \mu_i \, dz_i - \sum_{r=1}^{r=n} \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{i\lambda}^{(r)} \mu_i z_\lambda \, dx_r - \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{i=1}^{i=m} \mu_i b_i^{(r)} \right) dx_r ,$$

ovvero permutando nella somma tripla gli indici di sommazione i, λ ed osservando le (II):

$$\sigma = d \, . \sum_{i=1}^{i=m} \mu_i z_i - \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_i \mu_i b_i^{(r)} \right) dx_r .$$

« Ora la seconda somma, che dipende solo dalle x, è un differenziale esatto, poichè dalle (B) e dalle (II) risulta

$$\frac{\partial}{\partial x_r} \sum_{i=1}^{i=m} \mu_i b_i^{(s)} - \frac{\partial}{\partial x_s} \sum_{i=1}^{i=m} \mu_i b_i^{(r)} = \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{k=1}^{k=m} \mu_i \left(a_{ik}^{(r)} b_k^{(s)} - a_{ik}^{(s)} b_k^{(r)} \right) -$$

$$- \sum_{j=1}^{i=m} \sum_{k=1}^{k=m} \mu_k \left(a_{ki}^{(r)} b_i^{(s)} - a_{ki}^{(s)} b_i^{(r)} \right)$$

e il secondo membro è nullo, come si vede scambiando in una delle due somme gli indici i, k. La funzione φ, di cui σ è il differenziale esatto, è adunque data da:

$$\text{(3)} \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{i=m} \mu_i z_i - \int \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{i=1}^{i=m} \mu_i b_i^{(r)} \right) dx_r .$$

« È chiaro che se nella (3) si pone per le z un sistema integrale delle (I), la φ si riduce ad una costante, poichè si ha allora identicamente $d\varphi = 0$.

« Il sistema (II) è illimitatamente integrabile, come il sistema (I) da cui siamo partiti, perchè le equazioni (A) non mutano se, cangiando il segno a tutti i coefficienti $a_{i\lambda}^{(r)}$, si scambiano contemporaneamente gl' indici i, λ.

Questo sistema (II), che è omogeneo nelle μ, ammette quindi m sistemi di soluzioni:

$$(\mathrm{C}) \quad \left\{ \begin{matrix} \mu_1^{(1)} & \mu_2^{(1)} & \dots & \mu_m^{(1)} \\ \mu_1^{(2)} & \mu_2^{(2)} & \dots & \mu_m^{(2)} \\ \mu_1^{(m)} & \mu_2^{(m)} & \dots & \mu_m^{(m)} \end{matrix} \right\}$$

linearmente indipendenti. Determinato un tale sistema fondamentale (C) di moltiplicatori, i valori più generali delle μ saranno dati dalle formole:

$$\mu_i = \sum_{k=1}^{k=m} \mathrm{C}_k \mu_i^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots m,$$

essendo $\mathrm{C}_1, \mathrm{C}_2 \dots \mathrm{C}_m$ m costanti arbitrarie. Contemporaneamente si avranno le espressioni più generali delle z, integrali del sistema (I), dalle m equazioni lineari nelle z:

$$\sum_{i=1}^{i=m} \mu_i^{(k)} z_i - \int \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{i=1}^{i=m} \mu_i b_i^{(r)} \right) dx_r = \mathrm{A}_k,$$

$$k = 1, 2, \dots m,$$

dove $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2 \dots \mathrm{A}_m$ sono m costanti arbitrarie.

« 3. Particolarmente interessanti sono le relazioni fra i sistemi (I), (II), quando anche il sistema (I) sia omogeneo nelle z, cioè tutti i coefficienti $b_i^{(r)}$ siano nulli [1]. In tal caso i due sistemi:

$$\left.\begin{aligned} &(\mathrm{I}^*) \qquad dz_i - \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{i\lambda}^{(r)} z_\lambda \right) dx_r = 0 \\ &(\mathrm{II}^*) \qquad d\mu_i + \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} a_{\lambda i}^{(r)} \mu_\lambda \right) dx_r = 0 \end{aligned}\right\} \quad i = 1, 2, \dots m$$

si diranno *coniugati* e la loro relazione sarà evidentemente reciproca. Da quanto precede risulta che, se $z_1, z_2 \dots z_m$ formano una soluzione qualunque del sistema (I*), e $\mu_1, \mu_2 \dots \mu_m$ una soluzione del sistema coniugato, si avrà sempre:

$$\sum_{i=1}^{i=m} \mu_i z_i = \mathrm{cost}^{\mathrm{te}}.$$

[1] Il mio amico prof. Volterra mi ha fatto notare che le relazioni del presente numero fra i due sistemi coniugati (I*) (II*) sono già contenute, sotto forma simbolica, nella sua Memoria: *Sui fondamenti della teoria delle equazioni differenziali lineari* (Memoria della Società italiana delle Scienze. T. VI, n. 8).

« Sia ora

$$(a)\quad \begin{Bmatrix} z_1^{(1)} & z_2^{(1)} & \dots & z_m^{(1)} \\ z_1^{(2)} & z_2^{(2)} & \dots & z_m^{(2)} \\ z_1^{(m)} & z_2^{(m)} & \dots & z_m^{(m)} \end{Bmatrix}$$

un sistema fondamentale d'integrali delle (I*) e

$$(a')\quad \begin{Bmatrix} \mu_1^{(1)} & \mu_2^{(1)} & \dots & \mu_m^{(1)} \\ \mu_1^{(2)} & \mu_2^{(2)} & \dots & \mu_m^{(2)} \\ \mu_1^{(m)} & \mu_2^{(m)} & \dots & \mu_m^{(m)} \end{Bmatrix}$$

un sistema fondamentale d' integrali pel sistema coniugato (II*); avremo

$$\sum_{i=1}^{i=m} \mu_i^{(r)} z_i^{(s)} = c_{rs}\,,$$

essendo le c_{rs} costanti. Scegliendo convenientemente i valori iniziali delle $\mu_i^{(k)}$, potremo fare:

$$c_{rs} = \text{per } r \gtrless s$$
$$c_{rs} = \text{per } r = s\,.$$

« Se poniamo dunque

$$D = \begin{vmatrix} z_1^{(1)} & z_2^{(1)} & \dots & z_m^{(1)} \\ z_1^{(2)} & z_2^{(2)} & \dots & z_m^{(2)} \\ z_1^{(m)} & z_2^{(m)} & \dots & z_m^{(m)} \end{vmatrix}\,,$$

e riguardiamo il determinante D come funzione dei suoi elementi, considerati come indipendenti, dal sistema fondamentale (a) di integrali delle (I*) si dedurrà un sistema fondamentale coniugato di integrali delle (II*) colle formole:

$$(5)\qquad \mu_1^{(r)} = \frac{1}{D}\frac{\partial D}{\partial z_1{}^{(r)}}\,,\quad \mu_2^{(r)} = \frac{1}{D}\frac{\partial D}{\partial z_2{}^{(r)}} \dots \mu_m^{(r)} = \frac{1}{D}\frac{\partial D}{\partial z_m{}^{(r)}}\,.$$
$$r = 1, 2 \dots, m\,,$$

« 4. Allorquando siano noti k sistemi di soluzioni, linearmente indipendenti, delle (I*), i risultati del numero precedente danno facilmente il modo di ridurre la integrazione del sistema (I*) a quella di un sistema analogo con sole $m-k$ funzioni incognite. In particolare se sono noti $m-1$ sistemi di soluzioni, l'm^{mo} si trova con quadrature.

« Osserviamo poi come dalle formole (4) e dalle (5) risulti subito che

integrate le equazioni omogenee (I*) si avranno per quadrature gli integrali $z_1, z_2 \dots z_m$ del sistema più generale (I) colle formole

$$(4') \qquad z_i = \sum_{k=1}^{k=m} z_i^{(k)} \left\{ A_k + \int \sum_{r=1}^{r=n} \left(\sum_{i=1}^{i=m} \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial z_i^{(k)}} b_i^{(r)} \right) dx_r \right\}$$

$$i = 1, 2, \dots m,$$

dove $A_1, A_2 \dots A_m$ sono m costanti arbitrarie.

« Il valore del determinante D si può calcolare per quadrature, a meno d'un fattore costante, senza previa integrazione del sistema (I*). Formando infatti la derivata di D rapporto a x_r, osservando le (I*), si trova subito:

$$\frac{\partial D}{\partial x_r} = D \sum_{i=1}^{i=m} a_{ii}^{(r)}$$

e perciò

$$D = e^{\int \sum\limits_{r=1}^{r=n} \left(\sum\limits_{i=1}^{i=m} a_{ii}^{(r)} \right) dx_r}.$$

« È poi facile verificare, per mezzo delle (A), che l'espressione

$$\sum_{r=1}^{r=n} \sum_{i=1}^{i=m} a_{ii}^{(r)} dx_r$$

è effettivamente un differenziale esatto.

« Da ultimo notiamo il caso, che ben spesso si presenta nelle applicazioni, in cui i due sistemi coniugati (I*), (II*) coincidono. Ciò ha luogo se i coefficienti $a_{ik}^{(r)}$ verificano le condizioni

$$a_{ik}^{(r)} + a_{ki}^{(r)} = 0 \qquad a_{ii}^{(r)} = 0.$$

« Allora fra due sistemi qualunque di soluzioni

$$z_1^{(r)} \quad z_2^{(r)} \quad \dots \quad z_m^{(r)}$$

$$z_1^{(s)} \quad z_2^{(s)} \quad \dots \quad z_m^{(s)}$$

del sistema (I*) sussiste la relazione

$$\sum_{i=1}^{i=m} z_i^{(r)} z_i^{(s)} = \text{cost}^{\text{te}},$$

e, scegliendo convenientemente i valori iniziali, si può fare in modo che i coefficienti $z_i^{(k)}$ del sistema fondamentale (a) formino, per tutti i valori delle x, una sostituzione ortogonale.

« 5. Applichiamo i risultati ottenuti al caso seguente. Sia z una funzione incognita di n variabili indipendenti $x_1, x_2 \dots x_n$, determinata dal sistema di equazioni a derivate parziali:

$$\text{(III)} \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_k} = \sum_{r=1}^{r=n} c_{ik}^{(r)} \frac{\partial z}{\partial x_r} + b_{ik} z; \; i, k = 1, 2, \dots n,$$

che esprimono tutte le derivate seconde di z per funzioni lineari ed omogenee delle derivate prime e della funzione stessa, i coefficienti $c_{ik}^{(r)}$, b_{ik} essendo funzioni assegnate delle x; supponiamo inoltre che il sistema (III) sia illimitatamente integrabile, cioè ammetta $n+1$ soluzioni z linearmente indipendenti. Se poniamo

$$z=z_1\,,\quad \frac{\partial z}{\partial x_1}=z_2\,,\quad \frac{\partial z}{\partial x_2}=z_3\,,\ldots \frac{\partial z}{\partial x_n}=z_{n+1}\,,$$
$$m=n+1\,,$$

il sistema (III) è un caso particolare del sistema (I*), ove ai coefficienti $a_{ik}^{(r)}$ si attribuiscano i valori seguenti:

$$\text{(6)}\qquad \begin{cases} a_{1,s}^{(r)}=0 \quad \text{per} \quad s \gtrless r+1\,, & a_{1,r+1}^{(r)}=1 \\ a_{i+1,1}^{(k)}=b_{ik}\,, \quad a_{i+1,s+1}^{(k)}=c_{ik}^{(s)}\,; & i,k=1,2,\ldots n\,. \end{cases}$$

« Le condizioni (A) d'illimitata integrabilità assumono quindi la forma seguente:

$$\text{(7)}\qquad \frac{\partial b_{ir}}{\partial x_s}-\frac{\partial b_{is}}{\partial x_r}+\sum_{\lambda=1}^{\lambda=n}\left(c_{i,r}^{(\lambda)}\,b_{\lambda,s}-c_{i,s}^{(\lambda)}\,b_{\lambda,r}\right)=0$$

$$\text{(8)}\qquad \frac{\partial c_{i,s}^{(\lambda)}}{\partial x_r}-\frac{\partial c_{i,r}^{(\lambda)}}{\partial x_s}+\sum_{k=1}^{k=n}\left(c_{i,s}^{(k)}\,c_{k,r}^{(\lambda)}-c_{i,r}^{(k)}\,c_{k,s}^{(\lambda)}\right)\begin{cases}=0 & \text{per} \quad \lambda \gtrless r,s \\ =-b_{is} & \quad\text{»} \quad \lambda=r \\ =\ b_{ir} & \quad\text{»} \quad \lambda=s\,. \end{cases}$$

« Di questo sistema (I*), dove le $a_{ik}^{(r)}$ hanno i valori (6), costruiamo il sistema coniugato (II*), di cui

$$\mu_1\,.\,\mu_2\,\ldots\,\mu_{n+1}$$

sia un sistema di soluzioni. Dalle (II*) e dalle (6) risultano le formole

$$\text{(9)}\qquad \frac{\partial \mu_1}{\partial x_r}=-\sum_{i=1}^{i=n} b_{ir}\,\mu_{i+1}$$

$$\text{(10)}\qquad \frac{\partial \mu_{i+1}}{\partial x_s}=-\sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} c_{\lambda,s}^{(i)}\mu_{\lambda+1} \qquad \text{per } i \gtrless s$$

$$\text{(10')}\qquad \frac{\partial \mu_{s+1}}{\partial x_s}=-\sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} c_{\lambda,s}^{(s)}\mu_{\lambda+1}-\mu_1 \quad \text{per } i=s.$$

« Risolviamo le (9) rapporto a

$$\mu_2\,,\,\mu_3\,\ldots\,\mu_{n+1}\,;$$

perciò, ponendo

$$B=\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \ldots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \ldots & b_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{n1} & b_{n2} & \ldots & b_{nn} \end{vmatrix}$$

e indicando con $B_{i,k}$ il minore reciproco di $b_{i,k}$ nel determinante B, che supponiamo *diverso da zero*, avremo

$$(11)\qquad \mu_{i+1} = -\sum_{k=1}^{k=n} \frac{B_{ik}}{B} \frac{\partial \mu_1}{\partial x_k} .$$

« Deriviamo ora la (9) rapporto a x_s coll'osservare le (10), (10′) e (11) e otterremo:

$$\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial x_r \partial x_s} = b_{r's}\mu_1 + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\partial \mu_1}{\partial x_k} \left\{ \sum_{i=1}^{i=n} \frac{B_{ik}}{B} \left(\frac{\partial b_{ir}}{\partial x_s} - \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} b_{\lambda r} c_{is}^{(\lambda)} \right) \right\} .$$

« Se si pone adunque

$$(12)\qquad \gamma_{rs}^{(k)} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{B_{ik}}{B} \left(\frac{\partial b_{ir}}{\partial x_s} - \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} c_{is}^{(\lambda)} b_{\lambda r} \right) ,$$

si vede che μ_1 è un integrale del sistema di equazioni a derivate parziali:

$$(\mathrm{IV})\qquad \frac{\partial^2 \mu}{\partial x_r \partial x_s} = \sum_{k=1}^{k=n} \gamma_{rs}^{(k)} \frac{\partial \mu}{\partial x_k} + b_{r's}\mu , \quad r, s = 1, 2 \ldots n .$$

« Questo sistema è illimitatamente integrabile come il sistema iniziale (III). E infatti se si prendono $n+1$ soluzioni linearmente indipendenti

$$z_1^{(1)} \; z_1^{(2)} \; \ldots \; z_1^{(n+1)}$$

del sistema (III) e colle formole (5) del n. 3 si determinano i corrispondenti valori

$$\mu_1^{(1)} \; \mu_1^{(2)} \; \ldots \; \mu_1^{(n+1)}$$

di μ_1, queste saranno altrettante soluzioni del sistema (IV) e saranno certo linearmente indipendenti, poichè altrimenti, in forza delle (11), la stessa relazione lineare sussisterebbe fra

$$\mu_{i+1}^{(1)} \mu_{i+1}^{(2)} \ldots \mu_{i+1}^{(n+1)} \quad \text{per } i = 1, 2 \ldots n ,$$

il che è assurdo (n. 3).

« I due sistemi (III), (IV) si diranno *coniugati*.

« 6. La relazione fra i coefficienti $c_{rs}^{(k)}$ delle derivate prime nel sistema (III) e quelli omologhi $\gamma_{rs}^{(k)}$ nel sistema coniugato (IV) si può esprimere assai semplicemente per mezzo dei simboli, che il sig. Christoffel ha introdotto nella teoria delle forme differenziali quadratiche [1]. Se osserviamo infatti che si ha identicamente

$$c_{rs}^{(k)} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} c_{rs}^{(\lambda)} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{B_{ik}}{B} b_{i\lambda} ,$$

[1] Crelle's Journal Bd. 70.

e sommiàmo questa formola colla (11), che dà il valore di $\gamma_{rs}^{(k)}$, otteniamo:

$$\gamma_{rs}^{(k)}+c_{rs}^{(k)}=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\mathrm{B}_{ik}}{\mathrm{B}}\left[\frac{\partial b_{ir}}{\partial x_s}+\sum_{\lambda=1}^{\lambda=n}\left(c_{rs}^{(\lambda)}\,b_{\lambda i}-c_{is}^{(\lambda)}\,b_{\lambda r}\right)\right].$$

« Ora si ha, per le condizioni (7) d'integrabilità:

$$\sum_{\lambda=1}^{\lambda=n}\left(c_{rs}^{(\lambda)}\,b_{\lambda i}-c_{is}^{(\lambda)}\,b_{\lambda r}\right)=\frac{\partial b_{is}}{\partial x_r}-\frac{\partial b_{rs}}{\partial x_i}$$

e quindi

$$\frac{1}{2}\left(\gamma_{rs}^{(k)}+c_{rs}^{(k)}\right)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\mathrm{B}_{ik}}{\mathrm{B}}\left(\frac{\partial b_{ir}}{\partial x_s}+\frac{\partial b_{is}}{\partial x_r}-\frac{\partial b_{rs}}{\partial x_i}\right),$$

ovvero, adoperando per la forma differenziale quadratica

$$\sum\sum b_{rs}\,dx_r\,dx_s$$

i simboli di Christoffel:

$$\frac{1}{2}\left(\gamma_{rs}^{(k)}+c_{rs}^{(k)}\right)=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\mathrm{B}_{ik}}{\mathrm{B}}\begin{bmatrix} rs \\ i \end{bmatrix}=\begin{Bmatrix} rs \\ k \end{Bmatrix}.$$

« Abbiamo dunque il teorema (¹):

« Se il sistema di equazioni a derivate parziali

$$\text{(III)}\qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x_r\,\partial x_s}=\sum_{k=1}^{k=n}c_{rs}^{(k)}\frac{\partial z}{\partial x_k}+b_{rs}\,z$$

è illimitatamente integrabile, è pure illimitatamente integrabile il sistema coniugato

$$\text{(IV)}\qquad \frac{\partial^2 \mu}{\partial x_r\,\partial x_s}=\sum_{k=1}^{k=n}\gamma_{rs}^{(k)}\frac{\partial \mu}{\partial x_k}+b_{rs}\,\mu,$$

i cui coefficienti $\gamma_{rs}^{(k)}$ sono legati a quelli del sistema (III) dalle relazioni

$$\text{(V)}\qquad \frac{1}{2}\left(c_{rs}^{(k)}+\gamma_{rs}^{(k)}\right)=\begin{Bmatrix} rs \\ k \end{Bmatrix}_b,$$

l'indice b apposto al simbolo di Christoffel $\begin{Bmatrix} rs \\ k \end{Bmatrix}$ indicando che esso è costruito per la forma differenziale

$$\text{(13)}\qquad \sum_r\sum_s b_{rs}\,dx_r\,dx_s\,.$$

« La formola (V) dimostra come la relazione fra i due sistemi coniugati (III) (IV) sia reciproca.

(¹) Pel caso di due sole variabili indipendenti, questo teorema era già da lungo tempo conosciuto dal sig. Weingarten.

« Dai teoremi del n. 3 segue inoltre che, determinate $n+1$ soluzioni linearmente indipendenti

$$z_1\,,\, z_2 \dots z_{n+1}$$

del sistema (III), i minori reciproci degli elementi della 1ª colonna nel determinante

$$D = \begin{vmatrix} z_1\,, & \frac{\partial z_1}{\partial x_1}\,, & \frac{\partial z_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial z_1}{\partial x_n} \\ z_2\,, & \frac{\partial z_2}{\partial x_1}\,, & \frac{\partial z_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial z_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{n+1}\,, & \frac{\partial z_{n+1}}{\partial x_1}\,, & \frac{\partial z_{n+1}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial z_{n+1}}{\partial x_n} \end{vmatrix},$$

divisi pel determinante stesso, costituiranno $n+1$ soluzioni linearmente indipendenti del sistema coniugato (IV).

« Per le relazioni fra i due sistemi coniugati (I*), (II*), si ha sempre:

$$z_1\,\mu_1 + \sum_{i=1}^{i=n} z_{i+1}\,\mu_{i+1} = \text{cost.}^{\text{te}}\,.$$

« Osservando le posizioni

$$z_1 = z\,,\quad z_2 = \frac{\partial z}{\partial x_1} \dots z_{n+1} = \frac{\partial z}{\partial x_n}$$

e la formola (11), risulta subito

$$\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{k=1}^{k=n} \frac{B_{ik}}{B}\,\frac{\partial z}{\partial x_i}\,\frac{\partial \mu}{\partial x_k} = z\mu + \text{cost.}^{\text{te}}\,.$$

« L'espressione del 1° membro, secondo le denominazioni del prof. Beltrami, è il parametro differenziale misto

$$\Delta_b\,(z\,,\,\mu)$$

delle due funzioni z, μ, costruito rispetto alla forma differenziale (13). Sussiste dunque l'ulteriore teorema:

« *Due soluzioni qualunque* z, μ, *l'una del sistema* (III), *l'altra del sistema coniugato* (IV), *sono sempre legate fra loro dalla relazione*

$$(14)\qquad \Delta_b\,(z\,,\,\mu) = z\mu + \text{cost.}^{\text{te}}\,.$$

« 7. Ricerchiamo da ultimo se il sistema (III) può coincidere col proprio coniugato (IV). In tal caso dovremo avere per la (V):

$$c_{rs}^{(k)} = \gamma_{rs}^{(k)} = \begin{Bmatrix} rs \\ k \end{Bmatrix}_b$$

e la forma (13) dovrà esser tale che le condizioni d'integrabilità (7) (8) ne risultino soddisfatte. Le (7) si mutano in altrettante identità, come risulta

dalla definizione del simbolo $\left\{ {rs \atop k} \right\}$, mentre le (8), ponendo:

$$\left\} i\lambda sr \right\{ = \frac{\partial \left\{ {is \atop \lambda} \right\}}{\partial x_r} - \frac{\partial \left\{ {ir \atop \lambda} \right\}}{\partial x_s} + \sum_{\rho=1}^{\rho=n} \left[\left\{ {is \atop \rho} \right\} \left\{ {r\rho \atop \lambda} \right\} - \left\{ {ir \atop \rho} \right\} \left\{ {s\rho \atop \lambda} \right\} \right],$$

diventano

$$(15) \qquad \left\} i\lambda sr \right\{ \begin{cases} = 0 & \text{per } \lambda \gtrless r\,, s \\ = -b_{is} & \quad \text{»} \quad \lambda = r \\ = b_{ir} & \quad \text{»} \quad \lambda = s\,. \end{cases}$$

« Ora ponendo con Christoffel

$$(i\mu sr) = \frac{\partial \left[{is \atop \mu} \right]}{\partial x_r} - \frac{\partial \left[{ir \atop \mu} \right]}{\partial x_s} + \sum_{\rho=1}^{\rho=n} \sum_{\sigma=1}^{\sigma=n} \frac{B_{\rho\sigma}}{B} \left[\left[{ir \atop \sigma} \right] \left[{s\mu \atop \rho} \right] - \left[{is \atop \sigma} \right] \left[{r\mu \atop \rho} \right] \right],$$

si ha:

$$(i\mu sr) = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} b_{\lambda\mu} \left\} i\lambda sr \right\{ ,$$

da cui inversamente:

$$\left\} i\lambda sr \right\{ = \sum_{\mu=1}^{\mu=n} \frac{B_{\lambda\mu}}{B} (i\mu sr)\,.$$

« Con queste formole si vede che le condizioni d'integrabilità (15) equivalgono perfettamente alle altre

$$(i\mu sr) = b_{ir}\, b_{\mu s} - b_{is}\, b_{\mu r}\,;$$

queste, come il sig. Lipschitz ha dimostrato (¹), esprimono le condizioni necessarie e sufficienti affinchè la forma differenziale (13) sia a curvatura costante $K = -1$. Dunque:

« Affinchè il sistema (III) coincida col proprio coniugato è necessario e sufficiente che la forma differenziale (13) sia a curvatura costante $K = -1$ e si prenda $c_{rs}^{(k)} = \gamma_{rs}^{(k)} = \left\{ {rs \atop k} \right\}_b$.

« Questo teorema è già stato notato dal sig. Weingarten (²) ed anzi sotto la forma più generale, che deriva subito dalla superiore: Se la forma differenziale

$$\sum_{r=1}^{r=n} \sum_{s=1}^{s=n} b_{rs}\, dx_r\, dx_s$$

(¹) Crelle's Journal Bd. 72.

(²) Crelle's Journal Bd. 94, p. 197, nota.

è a curvatura costante K, le equazioni

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x_r \partial x_s} = \sum_{k=1}^{k=n} \begin{Bmatrix} rs \\ k \end{Bmatrix} \frac{\partial z}{\partial x_k} - \mathrm{K}\, b_{rs}\, z$$

costituiscono un sistema illimitatamente integrabile.

« Osserveremo ancora che dalla (14) applicata a due soluzioni coincidenti del sistema segue la formola

$$\Delta z = -\mathrm{K} z^2 + \text{cost.}^{\text{te}},$$

dove Δz è il parametro differenziale primo, la quale esprime che nello spazio a curvatura costante, il quadrato del cui elemento lineare è dato da $ds^2 = \sum_r \sum_s b_{rs}\, dx_r\, dx_s$, le superficie $z = \text{cost.}^{\text{te}}$ sono geodeticamente parallele ».

Matematica. — *Nuove osservazioni sui sistemi ricorrenti di prim'ordine e di secondo grado.* Nota del Corrispondente S. Pincherle.

« Nella Nota precedente (1) si è trovato che se $p_n(x)$ rappresenta un sistema di polinomî definiti da

(1) $$p_0(x) = 1, \quad p_n(x) = (x - \alpha_n)(x - \beta_n) p_n(x), \\ \lim \alpha_n = 1, \quad \lim \beta_n = -1:$$

1° i campi di convergenza delle serie

(2) $$\Sigma c_n p_n(x)$$

sono cassinoidi aventi per fuochi i punti ± 1;

2° qualunque funzione analitica $f(x)$ data regolare entro una di queste cassinoidi connesse, o entro un'ovale di cassinoide non connessa, è sviluppabile in serie della forma

(3) $$f(x) = \Sigma (c_n + x c'_n) p_n(x);$$

3° esistono infiniti sviluppi dello zero della forma (3).

« Rimane ora da rispondere ad una questione interessante, e cioè: una funzione data regolare in una delle sudette cassinoidi ammetterà, oltre allo sviluppo della forma (3) od in sua vece, anche uno sviluppo della forma (2)? E se non lo ammette in generale, quali saranno le condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di un tale sviluppo?

« A questa questione si risponde nella presente Nota.

« 1. Se una serie (2) converge entro tutta una cassinoide connessa c (entro cui si può, senza restrizione, supporre che cadano tutti i punti α_n e β_n), essa

(1) V. seduta del 6 gennaio.

serie rappresenta in c una funzione analitica regolare $f(x)$ che soddisfa alle relazioni:

$$(4)\quad \begin{cases} f(\alpha_0)=f(\beta_0), \\ \dfrac{f(\alpha_1)-c_0}{p_1(\alpha_1)}=\dfrac{f(\beta_1)-c_0}{p_1(\beta_1)}, \\ \dfrac{f(\alpha_2)-c_0-c_1\,p_1(\alpha_2)}{p_2(\alpha_2)}=\dfrac{f(\beta_2)-c_0-c_1\,p_1(\beta_2)}{p_2(\beta_2)}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

e poichè la funzione analitica $f(x)$ è già completamente determinata dai valori $f(\alpha_0)$, $f(\alpha_1), \dots f(\alpha_n), \dots$ risulta dalle relazioni precedenti che $f(x)$ non si può prendere arbitrariamente.

« Reciprocamente, data una funzione $f(x)$ regolare in una cassinoide connessa c, in cui si può supporre che cadano tutti i punti α_n e β_n, essa potrà essere rappresentata da una serie della forma (2) convergente in c qualora soddisfi alle (4). Infatti, si è visto che la $f(x)$ è sviluppabile entro c in una serie

$$f(x)=\Sigma\,(c_n+xc'_n)\,p_n(x);$$

ora facendo successivamente in questa $x=\alpha_0,\ \beta_0;\ \alpha_1,\ \beta_1;\dots\ \alpha_n,\ \beta_n;\dots$ e tenendo conto delle (4), viene

$$c'_0=c'_1=\dots=c'_n=0.$$

Dunque:

« Le relazioni (4) esprimono la condizione necessaria e sufficiente affinchè una funzione data regolare in una cassinoide connessa sia esprimibile in questa mediante una serie (2).

« 2. Se una serie (2) converge in un' ovale O di cassinoide non connessa, essa converge ancora nell'ovale complementare O′, in cui però essa non rappresenta in generale la medesima funzione $f(x)$ rappresentata in O, ma una funzione analitica diversa, che dirò $f_1(x)$. Puossi supporre senza restrizione che tutti i punti α_n cadano in O, tutti i punti β_n in O′. Fra i valori della funzione $f(x)$ nei punti α_n e quelli della funzione $f_1(x)$ nei punti β_n passano allora le relazioni analoghe alle (4)

$$(5)\quad \begin{cases} f(\alpha_0)=f_1(\beta_0), \\ \dfrac{f(\alpha_1)-c_0}{p_1(\alpha_1)}=\dfrac{f_1(\beta_1)-c_0}{p_1(\beta_1)}, \\ \dfrac{f(\alpha_2)-c_0-c_1\,p_1(\alpha_2)}{p_2(\alpha_2)}=\dfrac{f_1(\beta_2)-c_0-c_1\,p_1(\beta_2)}{p_2(\beta_2)}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

talchè dall'esistenza della serie convergente (2) in una ovale O, segue l'esistenza di due funzioni analitiche $f(x)$, $f_1(x)$, rappresentate ambedue dalla serie, la prima nell'ovale O e la seconda nell'ovale O′, e queste funzioni sono legate dalle relazioni (5).

« 3. Sia ora data una funzione analitica $f(x)$ regolare entro tutta l'ovale O, in cui si suppone sempre che cadano tutti i punti α_n, mentre tutti i punti β_n cadono nell'ovale complementare O'. Integrando lungo il contorno di O, si ha (Nota I, § 3)

$$S(x) = \int_{(0)} \frac{f(y)\,dy}{y-x} = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n + A'_n\, x)\, p_n(x),$$

e questo sviluppo è convergente tanto in O che in O' e rappresenta la funzione $f(x)$ nel campo O, e lo zero nel campo O'. Le $f(\alpha_0)$, $f(\alpha_1)$.... avendo valori determinati, si potrà dalle equazioni (5) ricavare valori determinati per $f_1(\beta_0)$, $f_1(\beta_1)$,... $f_1(\beta_n)$,...; ed un teorema del Bendixson [1] permetterà di riconoscere se esiste una funzione analitica regolare in O', che assume rispettivamente questi valori in β_0, β_1,... β_n,... Supposto che essa esista ed indicandola con $f_1(x)$, si avrà, integrando lungo il contorno di O':

$$S_1(x) = \int_{(0')} \frac{f_1(y)\,dy}{y-x} = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n + B'\, x)\, p_n(x),$$

e questo sviluppo convergente in O ed O', rappresenterà la funzione $f(x)$ nel campo O', e lo zero nel campo O.

« Formiamo ora lo sviluppo

$$S(x) + S_1(x) = \Sigma\,(A_n + B_n + x\,(A'_n + B'_n))\, p_n(x);$$

questo rappresenterà la funzione $f(x)$ in O, la funzione $f_1(x)$ in O': ora facendovi $x = \alpha_0$, poi $x = \beta_0$, e tenendo conto della prima delle (5), si ha

$$A'_0 + B'_0 = 0;$$

poi facendo $x = \alpha_1$, $x = \beta_1$ e per la seconda delle (5), viene

$$A'_1 + B'_1 = 0,$$

e così in generale si conclude dalle (5) che

$$A'_n + B'_n = 0.$$

Onde

$$S(x) + S_1(x) = \Sigma\,(A_n + B_n)\, p_n(x) = \begin{cases} f(x) & \text{nell'ovale O} \\ f_1(x) & \text{"} \quad \text{" O'.} \end{cases}$$

Si giunge così alla seguente conclusione:

«La condizione necessaria e sufficiente affinchè una funzione $f(x)$ data regolare in un intorno del punto 1 sia sviluppabile in serie della forma (2), è che si possa determinare una seconda funzione $f_1(x)$ che sia legata con $f(x)$ dalle relazioni (5). Questa seconda funzione si determina sempre *formalmente* mediante la formola di interpolazione di Gauss estesa all'infinito, e per un teorema del Bendixson, la convergenza della serie d'interpolazione dà la

[1] Acta Math. T. IX (teorema a pag. 11).

condizione necessaria e sufficiente della sua esistenza effettiva.

« Questo teorema vale in ogni caso; si tralasciano le modificazioni affatto ovvie da fare alla dimostrazione quando non tutte le α_n o β_n cadono in O od O'.

« 4. Come applicazione, dimostriamo che per ogni funzione data in un intorno di $x=1$ è possibile lo sviluppo in serie (2) quando $\beta_n = -\alpha_n$. Infatti in tal caso le relazioni (5) si riducono ad

$$f(\alpha_m) = f_1(-\alpha_m);$$

ora se esiste in un intorno di 1 la $f(x)$, esiste evidentemente, per la stessa formola d'interpolazione, la funzione $f_1(x)$. Perciò ogni funzione data regolare in un intorno di $x=1$ è sviluppabile in serie

$$f(x) = \Sigma\, c_n (x^2 - \alpha_0^2)(x^2 - \alpha_1^2) \dots (x^2 - \alpha^2_{n-1});$$

e questo sviluppo convergerà in generale in un ovale di cassinoide non connessa. Soltanto se la $f(x)$ è pari lo sviluppo potrà convergere in una cassinoide connessa.

« Questo caso speciale si può anche trattare direttamente colle posizioni

$$x^2 - 1 = t \quad , \quad \alpha_n^2 - 1 = \gamma_n$$

che riconducono così il sistema ad essere ricorrente di primo grado. Le due ovali di una cassinoide corrispondono a due cerchi eguali e sovrapposti nel luogo della variabile t, che è una Riemanniana a due fogli.

« 5. Abbiamo dimostrato già l'esistenza di infiniti sviluppi dello zero in serie della forma (3): ora conviene considerare alcuni speciali fra questi, e sono quelli ottenuti formando

$$\int_{(\beta_m)} \frac{dy}{y-x} = 0,$$

dove l'integrazione è estesa ad una circonferenza di centro β_m e di raggio piccolissimo, ed applicata allo sviluppo di $\frac{1}{y-x}$ in serie della forma (3). Si ottengono così sviluppi dello zero della forma

$$\sigma_m = 0 = (h_{m.m} + xh'_{m.m})\, p_m + (h_{m.m+1} + xh'_{m.m+1})\, p_{m+1} + \cdots,$$

convergenti entro ovali O_m, O'_m tanto più piccole quanto più grande è m.

« Dato ora lo sviluppo di una funzione $f(x)$ in serie

$$f(x) = \Sigma\, (c_n + xc'_n)\, p_n,$$

si possono determinare le costanti λ in modo che sia

$$\begin{cases} c'_0 - \lambda_0\, h'_{0.0}\, 0, \\ c'_1 - \lambda_0\, h'_{0.1} - \lambda_1\, h'_{1.1} = 0 \\ \dots\dots\dots\dots \\ c'_m = \lambda_0\, h'_{0.m} - \lambda_1\, h'_{1.m} - \cdots - \lambda_m\, h'_{m.m}. \end{cases}$$

Ad $f(x)$ si potrà quindi sostituire l'espressione equivalente

$$f(x) - \lambda_0 \sigma_0 - \lambda_1 \sigma_1 - \cdots - \lambda_m \sigma_m ,$$

e questa ammetterà lo sviluppo

$$(6) \qquad f(x) = c_0 p_0 + c_1 p_1 + \cdots + c_m p_m + \sum_{r=1}^{\infty} (\mathrm{K}_{m.m+\nu} + x'_{m.m+\nu}) p_{m+\nu} .$$

Possiamo dunque dire che:

« Ad ogni funzione $f(x)$ data regolare nell'intorno di 1 o di —1 corrisponde un sistema perfettamente determinato di coefficienti

$$c_0 , \; c , \; \ldots . \; c_m , \ldots .$$

coi quali si possono costruire sviluppi di $f(x)$ della forma (6), dove m è grande quanto si vuole. Ma, a meno che non siano soddisfatte le condizioni dei §§ 1 e 3, questi sviluppi, al tendere di m all'∞, convergeranno in campi sempre più ristretti e tendenti ad un punto.

« Il passaggio dai sistemi considerati in questa Nota e nella precedente ai sistemi di grado n^{mo} di polinomî ricorrenti, quando i punti limiti delle radici dei polinomî stessi sono n tutti a distanza finita, non ci rivelerebbe fatti sostanzialmente diversi da quelli osservati nei sistemi di secondo grado. Le curve di convergenza sono cassinoidi ad n fuochi, e sotto condizioni analoghe a quelle dei §§ 1 e 3, qualunque funzione analitica data regolare nello intorno di uno di questi fuochi, è sviluppabile in serie di tali polinomî. Necessiterebbe una discussione il caso in cui la funzione è data in un campo contenente più di uno, ma non tutti gli n fuochi: ma di ciò nella Memoria, che spero di presentare fra non molto all'Accademia, sui sistemi ricorrenti in generale ».

Fisica terrestre. — *Sulle attuali eruzioni di Vulcano e Stromboli.* Nota del Corrispondente P. Tacchini.

« Un incendio grandioso con emissione di lava ebbe luogo a Vulcano nel 1771, e da quell'epoca in poi l'attività rimase limitata e non si ebbero ad osservare che abbondanti emanazioni gazose e vaporose di fumajoli, che, come scrisse il prof. Silvestri, hanno caratterizzato per lunghi anni lo stato di *solfatara* di quel cratere, reso accessibile nel suo interno, come quello della solfatara di Pozzuoli. Eruzioni di ceneri e pietre ebbero luogo nel 1796, 1810 e 1832; poi manifestazioni eruttive si notarono nell'aprile del 1873 e dal 7 settembre al 10 ottobre di quell'anno ebbero luogo frequenti esplosioni di ceneri e pietre. Dopo questa eruzione il cratere non ritornò alla calma e brevi eruzioni si manifestarono nel luglio 1876; settembre 1827 ed Agosto 1878. In gennaio poi del 1879 Vulcano fu di nuovo in eruzione e tale da fare abbandonare l'industria, che vi si esercitava all'interno; l'e-

ruzione durò fino al 14 gennaio medesimo. Nel giugno dello stesso anno si notò qualche altra manifestazione e d'allora fino all'agosto del 1888 Vulcano si mantenne tranquillo. Fu nella notte dal 2 al 3 agosto del passato anno, che incominciarono i nuovi fenomeni eruttivi, e che ancora continuano ingranditi, oltre alla recentissima eruzione del vicino Stromboli, come si rileva dalle notizie che qui appresso registriamo. Intanto dirò che il 20 agosto 1888 il prof. Silvestri visitò arditamente i crateri di Vulcano, e di queste esplorazioni mandò al Governo una estesa relazione, che verrà pubblicata negli Annali dell'ufficio centrale meteorologico. In settembre Vulcano fu visitato anche dai signori prof. Mercalli e ing. Cortese. Dai fenomeni osservati il prof. Silvestri prevedeva, che le eruzioni di Vulcano avrebbero continuato per parecchio tempo, per più mesi, come in fatto è avvenuto. Il continuarsi e lo aumentarsi dei fenomeni eruttivi di Vulcano, determinò il governo ad inviare sul posto una commissione coll'incarico di studiare i fenomeni anzidetti, e la commissione fu composta del prof. Silvestri presidente, del signor ing. V. Clerici, capo del Genio civile di Messina, del prof. Grablovitz direttore dell'Osservatorio geodinamico d'Ischia e del prof. E. Mercalli di Milano. La detta commissione arrivò a Lipari l'11 febbraio u. s., e si recò tosto a Vulcano per organizzare una serie di osservazioni e studj, che formeranno l'oggetto di ampia relazione. Dello studio geologico dell'isola, e delle ricerche storiche sui passati fenomeni sismo-vulcanici delle Eolie, fu dato specialmente incarico al prof. Mercalli, coadiuvato dall'ing. Clerici e dal sig. Picone; il prof. Silvestri si pose allo studio principalmente delle emissioni gazose alle fumajole e provvide mediante due assistenti ad una completa collezione di materiale, e il prof. Grablovitz assunse il compito di studiare i moti del suolo in relazione colle esplosioni vulcaniche. Dopo il 19 rimasero a Lipari i soli Mercalli e Grablovitz per continuare le ricerche stabilite dalla Commissione. Riservandomi di informare l'Accademia sui risultati degli studi suddetti, mi limito ora a presentare i telegrammi più importanti trasmessici dai diversi commissari, che serviranno abbastanza per dare un'idea dell'importanza delle attuali eruzioni nelle Eolie.

« Lipari 15 febbraio. Ieri osservate 112 eruzioni in otto ore. Anche ai piedi del cratere confermata grande tranquillità del suolo, turbato appena da leggerissimi tremiti, solo sensibili alla superficie del mercurio, precedenti ciascuna manifestazione eruttiva (Silvestri).

« Lipari 18. Ieri tornati a Vulcano, furono osservate 76 eruzioni in 6 ore; continuate le esperienze geodinamiche, con risultati conformi ai precedenti (Silvestri).

« Lipari 20. Ieri mattina furono esplorati i dintorni dell'isola Vulcano. Manca attualmente qualunque indizio di eruzione sottomarina. Furono stupiate presso il cratere alcune esplosioni fortissime dopo intervalli di prolungato riposo. È stata dimostrata la temperatura di 850 e 1000 gradi nei grandi proietti appena caduti (Silvestri).

« Lipari 22. Ieri in 3 ore furono osservate 35 eruzioni, generalmente mediocri (Grablovitz).

« Catania 24. I due commissari rimasti a Lipari telegrafano avere ieri osservato 40 eruzioni in 3 ore, tra mediocri e deboli (Silvestri).

« Catania 25. Ieri sera 9 eruzioni straordinarie, e 2 nella notte con proiezione di enormi massi, di cui uno almeno di 20 tonnellate (Silvestri).

« Catania 28. Eruzione Vulcano continua al solito. Segnalasi da Stromboli eruzione lava fluente fino al mare. A Catania caligine generale con caduta pulviscolo meteorico (Silvestri).

« Stromboli 28. Ieri sera arrivammo Stromboli, esaminato ritmo esplosioni nuove bocche apertesi eruzione ottobre (Grablovitz).

« Stromboli 1 marzo. Ieri salito cratere Stromboli, osservate 3 bocche con relativi coni eruttivi formatisi conseguenza eruzione 24 ottobre 1888, una da esplosioni quasi continuate, le altre lunghi intervalli (Mercalli).

« In questo periodo si sono manifestati terremoti in Sicilia, mentre nelle Eolie si accertò finora soltanto il tremito del suolo, in vicinanza delle bocche eruttive ».

Fisica terrestre. — *Temperatura ed evaporazione a Massaua.* Nota del Corrispondente P. Tacchini.

« Avendo in questi ultimi giorni intrapreso il lavoro per una terza relazione sulle Osservazioni meteorologiche eseguite alla Capitaneria di Porto di Massaua, presento all'Accademia i risultati finali per i medii valori mensili della temperatura e dell'evaporazione, ricavati dalla serie delle osservazioni 1885-1888.

Mesi	Temperatura media	Evaporazione media per giorno in millim.
	o	m
Gennaio . .	25,2	3,9
Febbraio . .	25,3	3,7
Marzo . . .	26,4	4,0
Aprile. . . .	28,5	5,1
Maggio . . .	30,7	6,4
Giugno . . .	32,9	9,4
Luglio . . .	34,5	9,5
Agosto . . .	34,5	8,4
Settembre .	32,9	7,0
Ottobre. . .	31,6	6,9
Novembre .	28,8	5,8
Dicembre .	26,7	5,1

« Anche per la serie delle osservazioni del 1888 si è trovata assai piccola la differenza fra la temperatura delle 9^h del mattino e quella delle

9^h della sera, cioè da 1 a 4 gradi soltanto, e fra 5 e 8 gradi l'escursione termometrica diurna, fra 8 e 11 quella decadica, e fra 11 e 14 quella mensile.

« In ragione della elevata temperatura in ciascun mese, anche l'evaporazione è rilevante in quella stazione, e segue pressapoco l'andamento della temperatura stessa; l'evaporazione a Massaua risulta quasi il doppio di quella indicata dagli stessi apparecchi nelle nostre stazioni meridionali, per le quali la media temperatura annua è circa la metà di quella trovata per Massaua. Così ad esempio la media temperatura annua a Bari è di 15°,7, la media evaporazione $3^{mm},1$ mentre a Massaua abbiamo 29°,8 e $7^{mm},3$; così a Reggio di Calabria si ha temperatura media annua 17°,6 evaporazione $3^{mm},6$ ».

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine delle protuberanze idrogeniche solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 3° e 4° trimestre del 1888.* Nota del Corrispondente P. Tacchini.

« Dalle latitudini eliografiche calcolate per ciascuna protuberanza ne ricavai i seguenti valori della loro frequenza relativa in ciascuna zona di 10 gradi nei due emisferi del sole.

Latitudini	Frequenza nel 3° trimestre		Frequenza nel 4° trimestre	
90° + 80°	0,004		0,003	
80 + 70	0,012		0,003	
70 + 60	0,017		0,010	
60 + 50	0,023		0,003	
50 + 40	0,065	0,358	0,066	0,279
40 + 30	0,085		0,090	
30 + 20	0,048		0,030	
20 + 10	00,56		0,057	
10 . 0	0,048		0,017	
0 — 10	0,067		0,033	
10 — 20	0,060		0,080	
20 — 30	0,092		0,166	
30 — 40	0,127		0,170	
40 — 50	0,217	0,642	0,159	0,721
50 — 60	0,067		0,103	
60 — 70	0,002		0,007	
70 — 80	0,008		0,003	
80 — 90	0,002		0,000	

« Anche nel 3° trimestre, come nel precedente, vedi R. Accad. 4 novembre 1888, le protuberanze furono sempre assai più frequenti nell'emisfero australe del sole, cioè quasi il doppio di quelle osservate nell'emisfero boreale. Il massimo di frequenza cade nella zona (—40°—50°) come nel primo trimestre dell'anno, presso alla zona (—50—60°) del massimo del 2° trimestre. Le protuberanze figurano in tutte le zone, benchè scarse intorno ai poli, mentre si mantennero abbastanza frequenti dall'equatore a ± 60°, come nel primo semestre.

« Nell'ultimo trimestre dell'annata, continuò la maggior frequenza del fenomeno nell'emisfero australe, fatto questo che si è così mantenuto durante tutto il 1888. In questo ultimo trimestre si ha il massimo di frequenza in una zona più estesa, cioè fra — 30° e — 60°, che segnano i limiti della zona australe, in cui durante l'annata si ebbe sempre una maggior frequenza di protuberanze. Scarso al solito il fenomeno intorno ai poli, e abbastanza frequente dall'equatore a + 50° e — 60° ».

Fisica. — *Sulle cariche elettriche generate dalle radiazioni.* Nota del Corrispondente AUGUSTO RIGHI.

« Dopo la pubblicazione delle sei Note precedenti sui fenomeni elettrici provocati dalle radazioni, ho continuato le mie ricerche, allo scopo di studiare meglio le modalità e le leggi dei fenomeni prima constatati. Le esperienze di quelle sei Note fuono poi esposte dettagliatamente ed in modo completo in una apposita Memoria (1), alla quale una seconda ha fatto seguito di recente (2). Le esperienze di questa seconda Memoria servono particolarmente a mettere nella massima evidenza ciò che enunciai nella Nota IV, e cioè che le cariche negative dei corpi che ricevono radiazioni ultraviolette sono trasportate, sensibilmente secondo le linee di forza, da particelle materiali, come pure a determinare approssimativamente il valore della velocità colla quale si muovono le particelle stesse.

« *a*) Le ricerche attuali sono rivolte specialmente allo studio del fenomeno singolare da me scoperto, della carica positiva che si forma su un corpo inizialmente scarico, quando è investito da radiazioni ultraviolette, e segnatamente da quelle intensissime che sono emesse dall'arco voltaico prodotto fra lo zinco ed il carbone. La lampada speciale descritta nella succitata II Memoria serve molto bene anche in queste esperienze.

« Colle esperienze esposte nella Nota V dimostrai che la carica positiva

(1) Mem. della R. Acc. di Bologna, serie IV, t. IX. pag. 369-N. Cimento 1888, t. 24, pag. 256.

(2) Atti del R. Istituto, t. VII, serie.

si forma anche se si opera in guisa tale da essere certi che inizialmente il metallo illuminato sia privo di carica, collocandolo per esempio in un ambiente le cui pareti siano formate con metallo della stessa natura. Una volta constatata la realtà del fenomeno, ripetei l'esperienza su diversi corpi, conduttori od isolanti, esponendoli senz'altro alle radiazioni, e trovai così che le cariche più deboli erano ottenute coi metalli più elettro-positivi.

« È verosimile che i risultati relativi sarebbero quantitativamente diversi sottraendo il corpo illuminato all'influenza dei conduttori circostanti (muri, sostegni ecc.). Ho voluto quindi studiare i diversi conduttori onde stabilire appunto l'intensità diversa dell'effetto che su di essi producono le radiazioni. Siccome poi risulta da altre esperienze (vedi Nota V), che il fenomeno è soggetto alla legge seguente (che ho avuto campo di verificare ripetutamente), e cioè: « *la carica positiva massima che raggiunge il corpo illuminato è tale che la forza elettrostatica alla sua superficie (e quindi anche la densità elettrica superficiale) ha un valore costante per ogni corpo* » ; così dovevo solo determinare il valore della densità elettrica massima sui vari conduttori illuminati. Il metodo seguito consiste nel misurare i diversi potenziali che assume un disco metallico, che riceve le radiazioni che passano attraverso ai minutissimi forellini praticati in una grande lastra metallica ad esso parallela, per diverse distanze fra disco e lastra. Trovai già che il valore finale del potenziale del disco è tanto maggiore quanto maggiore è quella distanza, come appunto deve essere onde resti sul disco nei vari casi una carica positiva di densità sempre eguale. Basta misurare il potenziale del disco per due distanze diverse fra esso e la lastra, onde poter calcolare la densità elettrica che esiste su di esso allorchè le radiazioni hanno compiuto il loro effetto vale a dire allorchè la deviazione dell'elettrometro comunicante col disco ha cessato di variare.

« Infatti, se la lastra fissa è traforata per una regione circolare di diametro un po' minore del diametro del disco, onde si illuminino solo le parti di questo che non sono troppo vicine agli orli; se la lastra stessa è verniciata e tenuta ad un potenziale costante, per esempio in comunicazione col suolo: e se infine le distanze fra disco e lastra sono sempre non troppo piccole perchè si possa considerare la lastra traforata come elettricamente continua; la densità elettrica sul disco è data da:

$$\delta = \frac{V_2 - V_1}{4\pi(d_2 - d_1)}$$

In questa formola V_1 è il potenziale, dato dall'elettrometro, quando il disco è alla distanza d_1 dalla lastra traforata, e che le radiazioni hanno agito tanto a lungo da aversi una deviazione elettrometrica costante, V_2 è l'analoga quantità per la distanza d_2.

« I potenziali V_1 e V_2 dati dall'elettrometro si riducono facilmente in Volta con una pila campione, e quindi in unità assolute elettrostatiche, e

se $d_2 - d_1$ si esprime in centimetri, si avrà δ espressa pure in unità assolute elettrostatiche.

« Lo spostamento $d_2 - d_1$, che subisce il disco dall'una all'altra esperienza, viene con esattezza misurato da una vite micrometrica, poichè non occorre conoscere partitamente d_2 e d_1, che più difficilmente si potrebbero determinare con cura.

« Come si vede, i risultati non dipendono dal potenziale costante, e quindi dalla natura della lastra traforata, ciò che ho verificato dapprima con apposite esperienze.

« Variando d_1 e d_2 in modo che $d_2 - d_1$ sia costante, si ottengono per δ valori sensibilmente costanti, il che conferma la legge fondamentale del fenomeno, richiamata più sopra.

« Senza insistere per ora sulle minuziose precauzioni necessarie pel buon successo delle misure, accennerò ad alcuni risultati ottenuti.

« Colla sorgente di radiazioni da me adoperata, si ha pel carbone di storta: $\delta = 0{,}00146$ (C G S) e per l'alluminio: $\delta = 0{,}00303$. Per gli altri metalli si hanno valori compresi fra questi due, ed ordinandoli secondo i valori crescenti di δ, si ottiene una serie che rassomiglia a quella del contatto. Vi sono però fra le due delle differenze notevoli. Per esempio, il ferro viene subito dopo al carbone ed al nerofumo, in quanto alla carica massima che acquista colle radiazioni, precedendo così dei metalli più elettronegativi di esso, come il rame. Quest'ordine nel quale risultano messi i diversi conduttori, sembra coincidere con quello relativo alla diversa rapidità con cui una carica negativa ad essi comunicata, si disperde sotto l'azione dei raggi ultravioletti (vedi la II Mem. citata).

« *b*) In una recente Nota [1] ho descritto delle esperienze dalle quali risulta, che una lastra metallica levigatissima che abbia servito da elettrodo negativo per la scarica di una macchina elettrica, di fronte ad un elettrodo positivo in forma di punta acuta, resta così modificata alla sua superficie e presenta tali fenomeni, da essere condotti a supporre che essa sia stata privata in tutto od in parte della sua atmosfera gassosa. Le esperienze seguenti mostrano analoghi fenomeni che si producono sotto l'azione dei raggi ultravioletti.

« Una lastra di zinco brunita e recentemente pulita con rosso inglese, viene esposta a ricevere le radiazioni ultraviolette della mia lampada elettrica a zinco, per 8 o 10 minuti, mentre fra essa e la sorgente delle radiazioni è posto un diaframma con aperture o frastagli qualunque. Alitando dopo contro lo zinco, si vede apparire su di esso un'immagine, simile alle immagini di Moser, poichè il vapore acqueo si condensa assai meno nelle parti che furono illuminate, che nel resto. Il fenomeno ha luogo tanto se lo

[1] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 2 dicembre 1888.

zinco è isolato o no, elettrizzato o scarico. Con altri metalli l'esperienza non mi è ancor riuscita, perchè forse richiede una illuminazione di molto maggior durata.

« Con lastre d'oro, d'alluminio o meglio d'argento o rame, si ha un fenomeno simile, se si ha cura di far servire in antecedenza la lastra da elettrodo negativo di fronte ad una punta. In tal caso le radiazioni ultraviolette aggiungono il proprio effetto a quello delle precedenti scariche. Coll'alitare sulla lastra apparisce l'immagine; e siccome in generale la lastra rimane quasi completamente priva di gas aderente solo nel centro, e soltanto impoverita di gas verso il suo contorno, così la parte centrale della lastra resta lucida tutta sotto l'alito e l'immagine non vi si vede, mentre questa apparisce benissimo un poco più verso gli orli della lastra.

« In generale le scariche fra lastra e punta destinate a privare la lastra della sua atmosfera gassosa, furono fatte entro una campana contenente anidride carbonica, oppure idrogeno secco. Operando invece nell'aria e protraendo l'azione della scarica, si forma sulla lastra un velo, presumibilmente di ossidazione. Una tal lastra esposta alle radiazioni ultraviolette, dà una immagine, direttamente visibile senza alitazione, e che resiste anche ad un forte sfregamento. Questa esperienza riesce particolarmente bene col rame.

« Non intendo commentare queste ultime esperienze perchè ciò sarebbe prematuro; esse sembrano però di tal natura da avviare ad una spiegazione dei fenomeni elettrici che producono le radiazioni ultraviolette ».

Biologia. — *Annotazioni intorno all'Istologia dei reni dell'uomo e di altri mammiferi e sull'Istogenesi dei canalicoli oriniferi.* Nota riassuntiva del Corrispondente C. Golgi.

I.

« Alle osservazioni che, intorno all'Istologia dei reni, intendo esporre in questa Nota, attribuisco soltanto il valore di correzioni alla descrizione generalmente data dell'origine, decorso, rapporti e struttura dei canalicoli oriniferi. I risultati che su questi vari punti io ho ottenuto, li devo a speciale metodo di macerazione-indurimento da me impiegato (immersione prolungata in una soluzione all' 1 per 100 di acido arsenicico alla quale siasi aggiunto circa un quarto del suo volume di alcool), metodo che, sia per ottenere un'esteso disgregamento dei canalicoli oriniferi, sia per la conservazione degli elementi epiteliari, non esito a dichiarare di gran lunga migliore di tutti quelli sin qui impiegati: basti il dire che con quel procedimento si possono facilissimamente ottenere isolati interi sistemi di canalicoli, dalla loro origine all'immissione nei retti canalicoli collettori.

« Nei preparati per disgregamento di qualsiasi rene trattato col detto metodo (semplice scuotimento in una provetta di frammenti della sostanza corticale dopo 4, 6, 8, 10 giorni di immersione nell'accennato liquido), si può osservare che alle capsule d'origine dei canalicoli, in corrispondenza del punto opposto a quello dal quale da esse i canalicoli medesimi emanano (precisamente in corrispondenza dell'angolo che il *vaso afferente* forma coll'*efferente*), con regola costante aderisce un tratto più o meno lungo di canalicolo il quale, per diametro e aspetto dell'epitelio, nettamente si differenzia da quelli che, entro il laberinto, secondo la classica descrizione, dovrebbersi riscontrare.

« Tale fatto (già da molti anni da me verificato nei preparati eseguiti per dimostrazione scolastica), per averne io voluto rintracciare il significato, fu il punto di partenza delle più precise osservazioni seguenti:

Origine e rapporti primitivi dei canalicoli oriniferi.

« Come appare dalle figure comunemente date, circa il primitivo andamento e rapporti dei canalicoli oriniferi non vi sarebbero leggi costanti; generalmente, anzi, quel primo tratto dei canalicoli è descritto come situato al disotto (verso il centro del rene) della rispettiva capsula d'origine. Io ho potuto constatare che, invece, qualunque sia il punto di emanazione dalla capsula, subito dopo il colletto il canicolo portasi verso la periferia del rene ed è in tal situazione periferica, rispetto alla capsula, che svolgonsi le tortuosità caratteristiche di quel primo tratto dei canalicoli (v. porzione tortuosa del canicolo nella fig. 1).

« La conoscenza di codesti rapporti fornisce ora una facile spiegazione del modo con cui formasi la così detta *cortex corticis.*

Decorso dei canalicoli.

« Coll'appoggio dell'autorità di Ludwig, si asserisce da tutti gli istologi che la branca ascendente dell'ansa di Henle, nel portarsi verso l'alto « evita il labirinto » facendo a ciò eccezione soltanto il così detto tratto *intercalare.* Con preparati che fanno vedere l'andamento dei canalicoli dalla loro origine all'immissione nei canalicoli collettori, io posso invece dimostrare che la branca ascendente dell'ansa di Henle, risalendo nella sostanza corticale, con legge invariabile ritorna verso la rispettiva capsula d'origine, alla quale si applica (aderendovi mediante un po' di tessuto connettico) in corrispondenza del punto opposto a quello di emergenza, e precisamente ove entra il vaso afferente e ne esce l'efferente (v. fig. 1).

« Credo non inutile rilevare qui come il tratto di canalicolo (accennato in principio) che, molti anni fa, aveva richiamata la mia attenzione non altro rappresenti che un frammento della branca ascendente, che rimane attaccato alla capsula per l'adesione contratta fin dalla prima sua origine.

Rapporto tra le due branche dell'ansa di Henle e la rispettiva capsula d'origine — Differenze di diametro.

« Unico il Told fa su questo punto un'osservazione asserendo ohe la branca ascendente è esterna ed interna la discendente.

« Tale asserzione è opposta al vero: è invece fatto costante che la branca ascendente, quella destinata a rimettersi in rapporto colla capsula d'origine, è interna rispetto a quest'ultima.

« È pure contrario a ciò che nei preparati può essere verificato, che il diametro della branca ascendente sia sempre maggiore di quello della discendente. (È noto come alcuni usino la denominazione di branca *larga* quale sinonimo di branca ascendente e di *sottile* per la discendente). In proposito non esistono leggi costanti: alcune volte non si hanno apprezzabili differenze; talora è più grossa la discendente; talvolta è difatti più larga la branca ascendente.

Fig. 1. — Decorso di un canalicolo orinifero dalla sua origine dalla capsula alla immissione in un ramo appartenente al sistema di canali collettori. — In questa figura la branca ascendente dell'ansa, giunta in corrispondenza del glomerolo, passa al disopra del tratto iniziale del canalicolo contorto.

Struttura dei canalicoli.

« Sulla struttura di canalicoli, intendo fare una sola osservazione, e questa riguarda il carattere dell'epitelio dei diversi tratti de' canalicoli.

« Schweiger-Seidel e Ludwig, ed al loro seguito altri istologi, con molta precisione asseverano che l'epitelio del tratto intercalare dei canalicoli, non soltanto diventa torbido e granuloso, come quello dei canalicoli contorti propriamente detti, ma assume forma spiccatamente cilindrica, con disposizione obliqua.

« Avendo io potuto avere a disposizione preparati nei

quali, come dissi, la storia dei canalicoli può essere veduta in tutta l'estensione, ho potuto accertare che in nessun punto del decorso del tratto di canalicolo compreso tra l'ansa di Henle e lo sbocco nei canali collettori, l'epitelio assume l'aspetto granuloso e la forma cilindrica che gli viene attribuita.

« È però vero che nel tratto compreso tra il punto di adesione alla capsula e lo sbocco in un ramo collettore, tratto che potrebbesi chiamare *seconda porzione dei canalicoli contorti*, questo, pel carattere dell'epitelio e per l'aspetto d'insieme, assume fisionomia così caratteristica, per cui, anche de' semplici frammenti impigliati nell'intreccio dei canalicoli contorti si possono con sicurezza differenziare e riferire alla continuazione della branca ascendente di Henle. In codesti tratti l'epitelio ha forma poligonare o cubica, offre contorni ben distinti, nucleo relativamente grande a contorno ben spiccato, sostanza cellulare dotata di speciale omogeneità e rifrangenza, così che lo si distingue a colpo d'occhio da quello dei canalicoli contorti.

« La significazione e la ragione d'essere della massima parte delle particolarità qui esposte, trovasi nelle leggi di sviluppo dei canalicoli oriniferi di cui devo occuparmi nella seconda parte di questa Nota.

II.

« Come è noto, mentre Remak, affermando una perfetta analogia di sviluppo tra i reni e le ghiandole in generale, faceva derivare tutto il sistema dei canalicoli oriniferi, retti e contorti, unicamente da propaggini direttamente emananti dal primitivo rudimento cavo dei reni, Kupffer, per primo, pose in campo la dottrina che i canalicoli contorti abbiano una origine diversa ed indipendente dai canalicoli retti. Questi ultimi riconobbe derivanti dal canal renale, per mezzo di propaggini del suo epitelio. I canalicoli contorti, invece, Kupffer li faceva derivare dal tessuto o blastema connettivo embrionale, che limita la estremità periferica del rudimento renale.

« Può dirsi adunque essere fin da Kupffer che la questione della embriogenesi dei canalicoli oriniferi venne posta presso a poco nella forma colla quale, in base a nuovi argomenti, venne sostenuta dagli embriologi moderni.

« Dopo Kupffer gli embriologi si presentano divisi in due schiere: da una parte quelli, i quali ammettono che tutto il sistema dei canalicoli oriniferi si formi per propaggini successive del diverticolo primitivamente derivato dal canale di Wolff, dall'altra quelli, che, conformemente alla descrizione di Kupffer, ritengono che le propaggini dell'uretere non formino che i tubi collettori, e che i canalicoli contorti si sviluppino *in situ* dal tessuto mesoblastico. Tra i primi figurano Koelliker, Waldeyer, Toldt ecc. tra i secondi Bornhaut, Colberg, Rosenberg, Götte, Thaysen, Braun, Sedfiwick, Balfour, Riedel, Emery, O. Hertwig.

« Ed è da rilevarsi come in questi ultimi tempi il problema siasi andato allargando, così da includere non soltanto una controversia puramente anatomica, ma da abbracciare una complessa questione filogenetica.

« Tra l'altro, da questi studi si trasse argomento in favore dell'asserita generale analogia tra reni persistenti e reni primitivi e tra i reni primitivi e gli organi segmentali degli anellidi. Infatti, se si ammette che il blastema dal quale si formano i reni definitivi è una parte del blastema da cui traggono origine i reni primitivi, l'omologia apparirebbe stabilita con una catena non interrotta dai tubi segmentali dei vermi ai reni dei mammiferi.

« Non credo di poter ora addentrarmi con fondamento in siffatta controversia; però, basandomi sulle osservazioni di cui m'accingo a dar conto, non posso a meno di rilevare come l'argomento che, in favore di quella dottrina, si vuol trarre dall'asserita dimostrazione di uno sviluppo dei canalicoli contorti in modo indipendente dall'uretere (quindi dal canale di Wolff), non può essere ammesso: a me pare, anzi, essere questo uno dei casi in cui i preconcetti dottrinali hanno influito in senso sfavorevole sul riconoscimento dei fatti.

« Con queste ricerche, ho particolarmente rivolta la mia attenzione sui seguenti punti:

« 1° Sull'origine dei canalicoli contorni e sui loro rapporti coi canalicoli retti.

« 2° Sul modo di formazione dei glomeroli.

« Sia per l'uno che per l'altra ordine di osservazioni, non è necessario risalire alle prime fasi dello sviluppo dei reni, giacchè nell'uomo e nei diversi altri mammiferi di cui mi sono occupato (cane, gatto, coniglio, cavia), dalla primitiva formazione del rene fino a parecchi giorni dopo la nascita vi ha un continuato sviluppo di canalicoli e glomeroli. Come è stato particolarmente rilevato da Toldt, alla superficie del rene, nei reni semplici, e anche profondamente, ma sempre in corrispondenza della periferia dei singoli lobuli, nei reni multilobulari, si trova una zona di formazione continuata; quindi se certamente è utile risalire alle prime fasi, però si può sempre trovare adatto materiale di studio anche nei reni fetali, in un periodo di avanzato sviluppo.

« Applicando lo stesso metodo di macerazione-indurimento che ho precedentemente accennato, si possono ottenere isolati e istologicamente ben conservati interi sistemi di canalicoli; ed è affatto ovvio ottenere preparati nei quali, in diretta connessione collo stesso tronco collettore, si possono scorgere così i primi rudimenti di formazione dei canalicoli, come forme molto avanzate dei sistemi canalicolari (glomerolo, canalicoli contorti, ansa di Henle, continuazione della branca ascendente dell'ansa di Henle fino alla sua immissione nei rami collettori).

« Riguardo alle particolarità di formazione, nei preparati anzidetti, dirigendo l'attenzione sull'estremità periferica dei canalicoli retti, si può rilevare la formazione di iniziali bottoni epiteliari, i quali, sviluppandosi, si incurvano prima in basso e all'interno, poi in senso opposto, formando una S a curve strettamente avvicinate (v. fig. 2ª primo disegno a sinistra). In queste forme rudimentali sono già rappresentate le diverse future parti costitutive di un'intero canalicolo, dal glomerolo al canale collettore. L'ulteriore sviluppo accade essenzialmente per una proliferazione epiteliare del rudimento a forma di S, proliferazione che può riconoscersi dalle abbondanti forme cariocinetiche disseminate nei vari punti del rudimento medesimo, cominciando dal canale retto d'onde i singoli rudimenti traggono origine.

« Riserbandomi di illustrare, in altro lavoro, con una serie di figure tolte dal vero il modo di formazione di ciascun sistema canalicolare, per ora mi limito a rendere più concreta la descrizione col riferirmi alla figura seguente:

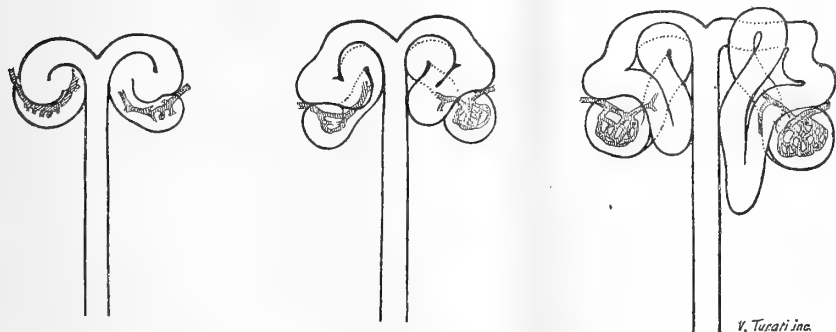



Fig. 2ª. — Disegno semischematico rappresentante alcune delle successive fasi di sviluppo dei sistemi di canalicoli. In questo disegno sono pure riprodoste alcune delle successive fasi di sviluppo dei glomeroli.

« L'estremità inferiore esterna della S è destinata a trasformarsi nella capsula del glomerolo; la curva inferiore interna della S, allungandosi o portandosi in alto, si trasformerà nel canalicolo contorto; la curva media esterna (che è applicata all'estremo inferiore-esterno destinato a trasformarsi in capsula) si allunga in basso, dando origine all'ansa di Henle. L'estremo superiore della S rimane in continuazione colla branca ascendente dell'ansa, costituendo la così detta porzione intercalare, che si immette, mantenendo i primitivi rapporti, nel canale collettore di origine. Lo sviluppo di queste diverse parti si verifica, quasi direbbesi, con legge meccanica e con rapporti invariabili; ciò che spiega la corrispondente invariabilità (dimostrata nella prima parte di questa Nota) dei rapporti che si hanno fra le diverse parti dei canalicoli perfettamente sviluppati (situazione periferica dei canalicoli

contorti, ritorno della branca ascendente di Henle verso il glomerolo rispettivo, formazione della caratteristica curva in corrispondenza dei vasi afferenti ed efferenti, situazione della branca ascendente fra la branca discendente e la capsula di origine ecc.).

« La seguente figura, la quale non è punto schematica, ma è tolta da miei preparati per disgregazione, previa iniezione arteriosa, mentre completa la precedente figura schematica, vale a meglio spiegare la ragione d'essere delle particolarità istologiche precedentemente descritte e dei rapporti qui menzionati.

« La figura ritrae un canalicolo retto con alcuni fra i sistemi canalicolari (a diverso stadio di sviluppo) che da esso traggono origine. Le diverse parti che compongono ciascun sistema, non escluso il più rudimentale (quello che sta alla sommità del canalicolo retto), trovansi già ben costituite; sono poi riprodotti secondo il vero, non soltanto i rapporti dei varii tratti dei singoli sistemi canalicolari, ma anche quelli dei corrispondenti vasi sanguigni (vaso afferente, glomerolo, vaso efferente e sue ramificazioni.

« Onde spiegare la formazione della uniforme zona di tessuto, costituita da canalicoli avvicinati e convergenti, propria della sostanza midollare, si è voluto ammettere un'atrofia dei canalicoli contorti della prima generazione. Per mio conto non credo che in alcuna delle fasi dello sviluppo embrionale dei reni abbia luogo un processo di atrofia dei canalicoli.

« In base a questi risultati, che, trattandosi di mammiferi, credo di dovere particolarmente contrapporre alla descrizione antica di Kupffer ed a quella recente di Emery, io non esito a sostenere che anche i canalicoli contorti siano da riferirsi ad una non interrotta vegetazione epiteliare derivante dai canalicoli retti. S'accordano con questa conclusione anche i risultati delle iniezioni praticate, per via degli ureteri, nei reni in formazione.

« Riguardo allo sviluppo dei glomeroli di Malpighi, devo ricordare quanto è stato asserito, per es. da Emery, che il glomerulo si forma prima che si stabilisca la comunicazione dei canalicoli contorti coi canalicoli retti; ricordo pure come generalmente asseriscasi che la cavità della capsula di Bowman preesiste alla formazione del glomerolo vascolare e che il rapporto di queste due parti si stabilisce per una specie di incappucciamento di questo in quella.

« Contrariamente a questa descrizione, devo dichiarare che l'organo complesso che rappresenta l'origine di ciascun canalicolo (capsula di Bowman, corrispondente gomitolo e doppio strato epiteliare) si forma per uno sviluppo contemporaneo e strettamente connesso dei vasi sanguigni da una parte e dell'epitelio dall'altra. Nell'accennata zona periferica della sostanza corticale, in preparati ottenuti combinando il metodo di disgregamento con quello delle iniezioni arteriose di materiali colorati, è facile sorprendere le prime fasi dello sviluppo dei glomeruli. Ed ecco i fatti che si possono verificare:

« I rami arteriosi terminali della superficie, suddividendosi nella ridetta zona, formano una irregolare rete; ora accade che dei ramuscoli derivanti da

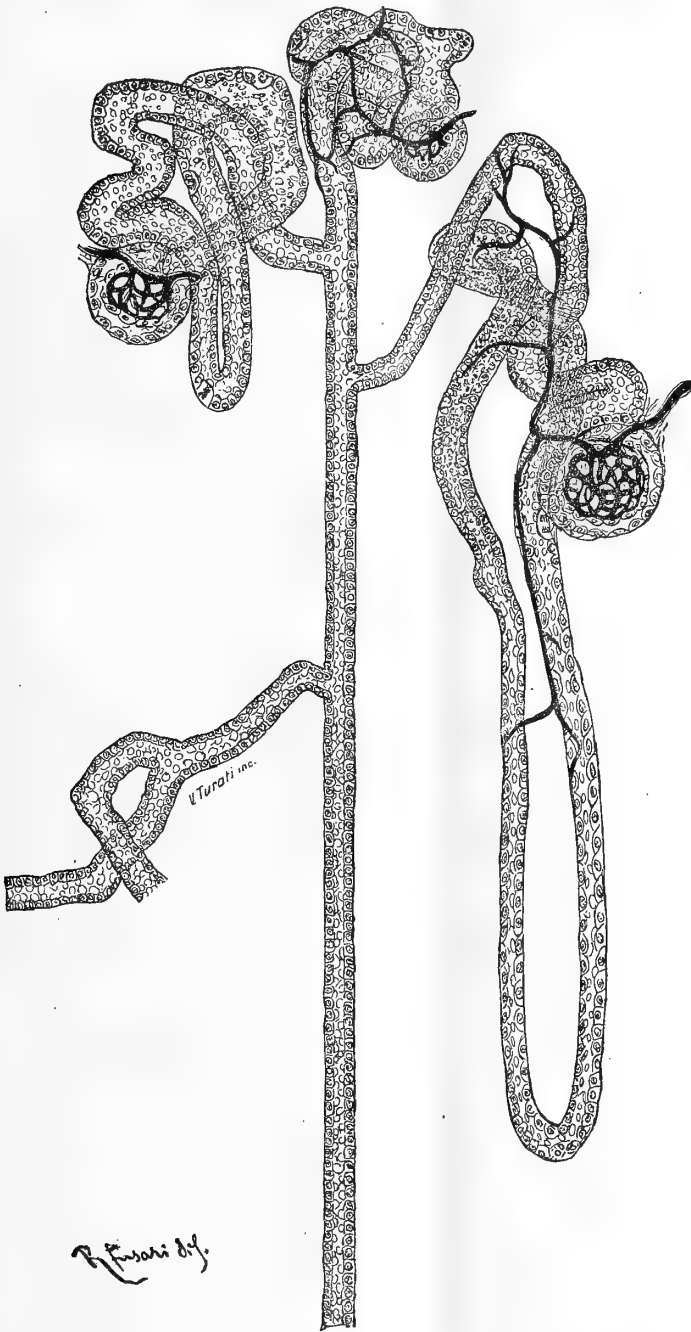



Fig. 3. — Un canalicolo retto con alcuni fra i sistemi canalicolari che da esso traggono origine (rene di gatto a tre giorni dalla nascita).

codesti rami terminali periferici vengano fissati dal tenue strato di tessuto connettivo che trovasi in corrispondenza della estremità della curva inferiore esterna della S e precisamente di quel tratto del rudimento di un sistema canalicolare che indicai come destinato a trasformarsi in capsula.

« A questo punto, ne' preparati per iniezione si osserva che la parte del vaso da cui avrà origine il glomerolo si presenta in forma di una semplice ansa adattantesi alla curva della accennata porzione della S, la quale ansa da una parte si continua coll'arteriola periferica, dall'altra invece passa nella rete corticale (v. fig. 2ª; sviluppo progressivo da sinistra a destra).

« In una fase successiva, mentre nel punto che forma l'abbozzo della capsula, ha luogo una proliferazione degli elementi epiteliari (risultandone ben presto un'ingrossamento) da parte del vaso, in corrispondenza dell'ansa, incomincia la formazione di piccoli bottoni (fig. 2) o accenni di anse secondarie, che possono già dare l'idea di un'inizio di glomerolo.

« L'ulteriore sviluppo non è da altro rappresentato che dal rendersi sempre più pronunciate le anse, da una parte e dalla continuata proliferazione epiteliare, dall'altra. Quest'ultima proliferazione accade in modo che il gomitolo viene avvolto dal neoformantesi epitelio, risultandone in pari tempo una applicazione delle cellule epiteliari alle anse vascolari ed una frapposizione negli interstizi di esse.

« Concepito in questa maniera, il glomerolo vascolare potrebbe quasi considerarsi come un episodio nell'andamento di un ramuscolo terminale arterioso. Le modificazioni successive (considerevole sviluppo del vaso afferente in confronto dell'efferente, scomparsa dei rapporti di evidente continuità fra quello e questo ecc.) si possono facilmente comprendere.

« In base a questa serie di dati, credo di poter concludere:

« 1° Che i canalicoli contorti si formano dai canalicoli retti per una continuata vegetazione dell' epitelio di essi.

« 2° Che i glomeroli vascolari si formano contemporaneamente alle rispettive capsule di origine epiteliare, entro le quali restano inclusi per lo sviluppo parallelo di elementi epiteliari e di anse vasali ».

Matematica. — *Funzioni di linee.* Nota del prof. Cesare Arzelà, presentata dal Corrispondente V. Volterra.

« 1. Il prof. Volterra in alcune Note molto interessanti pubblicate nei Rendiconti di codesta insigne Accademia (anno 1887) ha considerato *funzioni dipendenti dalle linee* che si possono pensare entro un campo dato e ne ha dedotto una estensione della teorica di Riemann per le funzioni di variabili complesse.

« Egli definisce la continuità di tali funzioni, ma non si occupa di ricercare, se per esse sussista la proprietà fondamentale *delle funzioni continue*

di punti, quella, cioè, di assumere il valore massimo, il valore minimo ed ogni valore compreso tra questi.

« Tale è la questione che forma oggetto della presente Nota.

« Limitando alquanto il concetto di funzioni di linee posto dal prof. Volterra, io dimostro che la proprietà anzidetta continua a sussistere.

« La cosa non pare priva di interesse, giacchè, come spero di mostrare in altro lavoro, essa, opportunamente estesa, si collega strettamente colla ben nota questione della validità del *Principio di Riemann-Dirichlet*.

« 2. In un campo C in un piano si consideri ogni ente, linea continua o punto, in esso pensabile. Ognuno di tali enti può sempre riguardarsi come una linea chiusa quando si ammetta di considerare un punto come un cerchio di raggio nullo e una linea aperta come formata di due linee uguali coincidenti in ogni punto.

« Non vi siano punti multipli.

« 3. Per *intorno* di uno di tali enti, punto o linea, s'intende una porzione del campo che racchiude quell'ente ed è limitata da una o due linee contenute per intero nel campo medesimo e non *intersecate* dall'ente medesimo.

« 4. La distanza di un punto fisso (ξ, η) a un punto (t, x, y) di una curva continua $x = \varphi(t), y = \psi(t)$ è una funzione continua di t e se il punto $(\xi \eta)$ non è sulla curva, questa funzione ammetterà un *minimo*, che si chiamerà *distanza* del punto $(\xi \eta)$ alla curva. Se (t, x, y) e (u, ξ, η) sono due punti presi sopra due curve $x = \varphi(t), y = \psi(t)$ e $\xi = \mathrm{F}(u), \eta = \Phi(u)$, la loro distanza è una funzione continua di t e di u. Se le curve non si incontrano, questa funzione non si annullerà: essa raggiungerà dunque, per un certo sistema di valori di t e di u, un valore minimo differente da zero, che sarà la *più breve distanza* tra le due curve, e che noi, senz'altro, chiameremo *distanza* di esse.

« 5. Richiamati, a scopo di maggiore precisione, questi concetti di distanza, noi diremo *ente-limite* di un gruppo di enti, punti o linee, un ente tale che in ogni suo intorno limitato da linee la cui distanza dell'ente medesimo è maggiore di un numero assegnabile, sono contenuti *per intero* infiniti enti appartenenti al gruppo, da ognuno dei quali *tutti* i punti dell'ente limite distano per meno di una quantità δ che può scegliersi piccola ad arbitrio.

« E qui nasce subito la domanda: per un gruppo infinito di enti presi comunque tra quelli che abbiamo detto di considerare, esisterà sempre un *ente-limite?*

« Se a far parte del gruppo entrano infiniti punti, la cosa è ben nota: vi sarà almeno un punto-limite: ma se infiniti punti non vi sono, bisognerà porre delle condizioni per le linee componenti il gruppo.

« 6. Stabiliamo anzitutto con precisione il concetto degli enti, che intendiamo considerare nel campo C.

« Intenderemo di considerare enti, ognuno dei quali è rappresentabile mediante due equazioni

$$x = \varphi(t) \; , \; y = \psi(t)$$

$\varphi(t)$ e $\psi(t)$ essendo funzioni reali e continue di t in un intervallo determinato che deve *sempre*, per tutti gli enti del campo, rimanere inferiore a un numero finito A e però impiccolire sino a ridursi anche ad un punto solo.

« La curva essendo chiusa, queste funzioni avranno un periodo comune ω. Se diviso il periodo ω in due parti uguali da t_0 a $t_0 + \frac{\omega}{2}$ e da $t_0 + \frac{\omega}{2}$ a $t_0 + \omega$ (t_0 valore iniziale di t per la curva che si considera) nei punti $t_0 + \frac{\omega}{2} + \delta$ e $t_0 + \frac{\omega}{2} - \delta \left(\delta \leq \frac{\omega}{2}\right)$, le due $\varphi(t)$ e $\psi(t)$ hanno valori uguali, la curva risulterà di due linee coincidenti in ogni punto.

« Sia fissato un numero positivo piccolo ad arbitrio σ. Per una curva continua, cioè per le $\varphi(t)$ e $\psi(t)$ relative ad essa, esisteranno infiniti numeri ζ diversi da zero tali che in ogni tratto di valori di t di ampiezza eguale o minore di ζ, l'oscillazione di ciascuna delle due $\varphi(t)$ e $\varphi(t)$ sia minore di σ.

« Sia η il limite superiore delle ζ.

« Se si considera un gruppo di infinite curve e si tien fisso il σ, il numero η varierà, in generale, da curva a curva. Se il limite inferiore dei valori, che esso ha, corrispondenti a tutte le curve del gruppo, è un numero λ maggiore di zero, si dirà che le curve del gruppo sono egualmente continue.

« Il numero λ, per un dato gruppo, sarà funzione di σ e il modo di comportarsi di essa o piuttosto il modo di comportarsi del rapporto $\frac{\lambda}{\sigma}$ al va-

al variare di σ, potrà servire a caratterizzare la *eguale continuità* delle curve del gruppo.

« Mostreremo che questa eguale continuità è condizione sufficiente affinchè un gruppo qualunque infinito di enti, presi comunque tra quelli dell'insieme pensato, abbia un ente-limite.

« 7. Si abbia dunque un gruppo di curve

$$1) \qquad \begin{cases} x = \varphi_1(t) & x = \varphi_2(t) \; \ldots\ldots \\ y = \psi_1(t) & y = \psi_2(t) \; \ldots\ldots \end{cases}$$

« Il limite inferiore delle proiezioni di esse sopra uno degli assi ad es. l'asse x sia $l > 0$.

« Ve ne saranno infinite che hanno, sull'asse medesimo, una proiezione superiore ad l per meno di un numero ϵ piccolo ad arbitrio: ovvero, solamente un numero finito che ne hanno una eguale ad l e tutte le altre, una superiore per più di un numero assegnabile γ.

« In questo secondo caso, o ve ne saranno infinite aventi una proiezione superiore ad $l+\gamma$ per meno di ε: ovvero, solamente un numero finito che ne hanno una eguale e tutte le altre, una superiore ad $l+\gamma$ per più di un numero assegnabile γ_1 .. Così continuando o si trova uno dei numeri l, $l+\lambda$, $l+\gamma+\gamma_1$, ... tale che esistono infinite curve del gruppo aventi proiezione, su uno degli assi, prossima ad esso quanto vuolsi, o altrimenti vi sarà pei numeri precedenti, un limite h determinato e finito, ed è manifesto che esisteranno infinite curve con proiezione prossima quanto vuolsi a questo h.

« Si consideri dunque il gruppo formato delle infinite linee aventi proiezioni prossime quanto vuolsi ad uno dei numeri l, $l+\gamma$, $l+\gamma+\gamma_1$, ... h.

« Si indichi con α un tal numero.

« Per non moltiplicare le notazioni si può senz'altro intendere che un tal gruppo sia il gruppo 1).

« Le funzioni

$$x=\varphi_1(t),\quad x=\varphi_2(t),\ldots.$$

« Quando si assuma t per ascissa e x per ordinata ci rappresentano un gruppo di curve tali, che il limite inferiore delle proiezioni di essa sull'asse delle t sarà pure una quantità determinata maggiore di zero perchè l'oscillazione di una qualunque delle $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, ... nel tratto di valori di t nel quale si considera, è almeno eguale ad l; e allora, per quanto dianzi s'è detto sulla eguale continuità, essendo per dato $l>0$, il tratto di valori di t nel quale una qualsiasi delle $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, ... è considerata, deve essere eguale o superiore ad un numero determinato $\delta>0$, e un tale tratto di valori t è appunto la proiezione sull'asse t di una delle $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, ... Ma ogni punto di una qualsiasi delle curve del gruppo 1) è, come fu detto, individuato da una coppia di valori x e y corrispondenti a uno stesso valore di t variabile entro un intervallo *determinato per ciascuna* delle curve medesime.

« Per conseguenza, se assumendo t per ascissa, y per ordinata, si considerano le curve

$$y=\psi_1(t),\quad y=\psi_2(t),\ \ldots.$$

il limite inferiore di tutti i tratti di valore di t nei quali queste $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, ... sono date, sarà anch'esso almeno eguale a δ.

« Ora, il prof. G. Ascoli nella sua pregevole Memoria, *Sulle curve limiti di una varietà data di curve* pubblicata nei volumi di cotesta Accademia (anno 1884) ha dimostrato che per un gruppo di linee come le

$$x=\varphi_1(t),\quad x=\varphi_2(t),\ldots. \tag{2}$$

aventi tutte sull'asse t una proiezione maggiore di un determinato numero $\delta>0$, e inferiore a un numero finito assegnabile, la eguale continuità è appunto la condizione necessaria e sufficiente affinchè vi sia una linea limite che è egualmente continua colle curve del gruppo e ha sull'asse t una proiezione non inferiore a δ.

« Il gruppo delle 2) ammetterà dunque una linea limite che indicheremo con l'equazione

$$x = \varphi_\infty(t)$$

e altrettanto accadrà del gruppo

3) $$y = \psi_1(t), \quad y = \psi_2(t), \ldots.$$

le cui linea-limite indicheremo con

$$y = \psi_\infty(t).$$

« 8. Mostriamo che la curva avente per equazioni

$$x = \varphi_\infty(t), \quad y_\infty = \psi(t)$$

è un *ente-limite* per le curve del gruppo dato 1).

« Invero, un punto di essa di coordinate $\left(\varphi_\infty(t_0), \; \psi_\infty(t_0)\right)$ è la posizione limite del punto $\left(\varphi_n(t_0), \; \psi_n(t_0)\right)$ al variare di n per un certo gruppo di valori $n_1, n_2, n_3 \ldots.$ indefinitamente crescenti e assegnato a piacere un numero positivo σ, da un certo valore di i in poi, le quantità $\varphi_{n_i}(t)$, $\psi_{n_i}(t)$ per ogni valore di t, nell'intervallo in cui esistono $\varphi_\infty(t)$ e $\psi_\infty(t)$ saranno prossimi a questi per meno di σ: dimodocchè, se si immagina un quadrato di lato 2σ moventesi col centro sulla linea

$$x = \varphi_\infty(t), \quad y = \psi_\infty(t)$$

esso determinerà per questa un intorno tale che i punti $\left(_{n_i}(t), \; \psi_{n_i}(t)\right)$, da un i in poi, dovranno tutti cadere entro di esso, ed oltre a ciò, entro ognuno di tali quadrati dovranno pur cadere dei punti delle linee $\varphi_{n_i}(t)$, $\psi_{n_i}(t)$, il che prova l'asserzione.

« 9. Passiamo ora al caso in cui è $l = 0$. Curve del gruppo 1) aventi sull'asse, cui si riferisce l una proiezione maggiore di η, essendo η un numero determinato positivo, ve ne siano solo un numero finito. Se ve ne fossero un numero infinito, si potrebbe considerare il gruppo formato da queste e per la dimostrazione precedente rimarrebbe senz'altro provata la esistenza di una curva-limite.

« Si vede subito intanto che saranno pure in numero finito le curve fisse del gruppo che anche sull'altro asse hanno una proiezione maggiore di η: perchè, se fossero in numero infinito, ci si potrebbe limitare a considerare il gruppo formato da esse e allora per un tale gruppo l'esistenza di un ente-limite sarebbe già provata.

« Poniamoci dunque nel caso che tra le curve del gruppo ve ne sia solo un numero finito, le cui proiezioni sui due assi x e y siano maggiori di un numero determinato $\eta > 0$.

« Si consideri una successione di quantità positive indefinitivamente decrescenti

$$\eta_1, \; \eta_2, \; \eta_3 \ldots.$$

« Quella curva del gruppo, le cui proiezioni sugli assi sono comprese tra η_1 e η_2 si rinchiudano in quadrati di lato η_1: quelle le cui proiezioni sono comprese tra η_2 e η_3, in quadrati di lato η_2 e così via di seguito.

« Il gruppo di punti costituito dai centri di questi infiniti quadrati ammette un punto-limite ed è manifesto che esso è ente-limite pel nostro gruppo di curve.

« In ogni caso rimane dunque provato che la *eguale continuità* è condizione *sufficiente* per la esistenza di un ente-limite (¹).

« 10. Penseremo ricoperto il campo C di una varietà di *curve* che sodisfi alle seguenti condizioni:

« 1° La varietà sia *perfetta*, cioè, secondo il significato attribuito da Cantor a questa denominazione: ogni ente della varietà, sia per essa un ente-limite e ogni ente-limite sia ente della varietà medesima.

« 2° Se λ_1 e λ_2 indicano due enti qualunque, esista sempre nella varietà data, *almeno un* insieme di enti tali che, considerato a sè, formi un insieme perfetto e mediante punti presi uno sopra ognuno di tali enti, si possa ottenere una linea continua (le cui equazioni, cioè, siano $X = \Phi(t)$, $Y = \Psi(t)$ Φ e Ψ funzioni continue), la quale unisce λ_1 a λ_2 e ogni ente dell'insieme che si considera sia ente-limite per ogni successione di enti le cui *distanze* dall'ente medesimo vanno indefinitamente impiccolendo.

« 11. Ciò premesso, chiameremo funzione degli enti che costituiscono la varietà egualmente continua, che noi pensiamo nel campo C, una quantità che ha un valore determinato per ciascuno di tali enti: e con ragionamento identico a quello usato per le funzioni dipendenti dai punti di un campo, si dimostra subito, anche per le nostre funzioni, il noto teorema di Wejerstrass: vi è, nella varietà, almeno un ente in ogni cui intorno il limite superiore dei valori della funzione è quello che si ha per l'intera varietà.

« Sia

$$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \ldots.$$

una successione di numeri positivi indefinitamente e costantemente decrescenti.

« La L è il limite superiore della funzione per la varietà che indicheremo con s, esiste almeno un valore L_1 compreso tra L e $L_{-\eta_1}$, che la funzione certo assume in qualche ente della varietà.

« Si indichi tale ente con l_1.

(¹) Nella Nota *Un'osservazione intorno alla serie di funzioni*, pubblicata nei Rendiconti dell'Accademia della scienze di Bologna (1883), io avevo già mostrato che, presupposto un limite determinato, per ogni x fisso al crescere di n, in una serie di funzioni $u_1(x)$, $u_2(x)$ date in un intervallo, la eguale continuità di esse è la condizione necessaria e sufficiente affinchè la funzione limite abbia la continuità assoluta rispetto alle due variabili n e x in ogni coppia di valori (∞, x): il che porta precisamente che la $u_\infty(x)$ sia ente-limite secondo il concetto qui posto.

« Parimente esiste un valore L_2 compreso tra L e $L_{-\eta_2}$ che la funzione assume pure in qualche ente: sia questo l'ente l_2 e così si continui.

« Il gruppo degli enti l_1, l_2, ... ammette un ente-limite che appartiene alla varietà: e questo, come subito si vede è l'ente, del quale si tratta.

« 12. La funzione si dirà continua in un certo ente, se il valore che ha in esso è il limite dei valori che essa ha negli enti di qualsiasi gruppo, avente per unico ente-limite l'ente considerato.

« Si dimostrano subito anche qui i teoremi ben noti sulle funzioni continue di punti.

« 1° Vi è almeno un ente, nel quale la funzione ha per valore il suo limite superiore.

« Si consideri l'ente del quale si tratta nella proposizione che precede. Essendo esso ente-limite pel gruppo l_1, l_2, ... determinato come sopra si è detto, il valore ivi deve essere, a cagione della continuità, il limite dei valori corrispondenti agli l_1, l_2....: deve dunque essere L.

« 2° In altro ente raggiunge il limite inferiore.

« 3° La funzione prende ogni valore compreso tra il suo massimo e il suo minimo.

« Indichi λ_1 l'ente in cui la funzione raggiunge il suo massimo, λ_2 quello in cui raggiunge il minimo. In virtù della seconda condizione cui si è supposta soggetta la varietà di enti che si considera, si può, alla considerazione dell'insieme T di enti che allaccia con continuità λ_1 e λ_2, sostituire quella della linea continua resultante dai punti presi, come ivi è detto.

« La nostra funzione diviene allora funzione dei punti di una tale linea continua e si vede subito che essa è funzione continua.

« Si consideri sulla linea un punto qualsiasi m e insieme una successione arbitraria di punti m_1, m_2, m_3, ... avente per unico punto-limite il punto m.

« Gli enti corrispondenti a questi punti siano rispettivamente l_1, l_2, l_3, ..., l_0, e l_0 sarà, per la seconda condizione cui è soggetta la varietà di enti s, ente-limite per gli enti l_1, l_2, l_3, ...

« Il valore in l_0, cioè in m, è dunque il limite dei valori che la funzione ha negli enti l_1, l_2, l_3.... cioè, nei punti m_1, m_2, m_3.... il che dimostra l'asserto.

« Segue da ciò, che in qualche punto della linea cioè in qualche ente della insieme T la funzione prende un valore qualsiasi compreso tra il massimo e il minimo ».

Matematica. — *Su una proprietà delle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque.* Nota di G. B. Guccia, presentata dal Socio Cremona.

« 1. Siano $[\Phi]=0$, $[\Psi]=0$, $[X]=0$ tre sistemi lineari *qualunque* di superficie algebriche. Supporremo che ciascuna delle tre superficie generiche Φ, Ψ, X passi *in modo qualunque*, ma dato, per dei punti $P_1, P_2, \ldots$ e delle curve (piane o gobbe, dotate di singolarità qualsiasi) $C_1, C_2, \ldots$, dati, comunque, nello spazio; intendendo con ciò che ove due o più curve C passino (in modo qualunque) per un medesimo punto, questo sia uno dei punti P. Cosicchè nei punti P e nelle curve C si riassumono, in vario modo, le singolarità basi dei tre sistemi. In particolare si può supporre che una o due, al più, delle superficie generiche Φ, Ψ, X non passino per un punto P ovvero per una curva C. E però, nell'indicare con (B) la base complessiva dei tre sistemi, cioè l'insieme dei punti P e delle curve C, non intendiamo escludere il caso che alcuni di questi punti e curve fondamentali intervengano soltanto nelle singole basi di due ovvero di uno dei sistemi medesimi.

« Nelle più generali ipotesi che posson farsi sulle singolarità basi di tre sistemi lineari (bensì sui mutui rapporti di contatto di due superficie generiche in un punto, ovvero lungo una curva, comune; etc.) consideriamo ora, rispetto ad uno dei sistemi proposti, $[\Phi]=0$, la totalità delle superficie F_1, $F_2, \ldots$, ognuna delle quali sia *di ordine qualsivoglia*, e tale che:

« 1° nelle vicinanze di qualsiasi punto o curva base P_i, C_j sostituisca identicamente la superficie generica Φ: *a)* nelle singolarità che questa superficie possiede in P_i e in C_j, *b)* nel modo come, in P_i e in C_j, la detta superficie si comporta rispetto a ciascuna delle altre due superficie generiche Ψ e X;

« 2° possegga, ulteriormente e comunque, punti e curve singolari, tali però, che i nuovi punti siano a distanza finita dai punti P e dalle curve C, e le nuove curve non passino pei punti P e non incontrino le curve C.

« Ciò premesso, in vista della proprietà che ci proponiamo di dimostrare supporremo fin da ora e formalmente: *che il sistema lineare* $[\Phi]=0$ *sia tale, che fra le superficie* F_1, $F_2, \ldots$, *di ordini qualsivogliano e definite come sopra, ne esista una* (*almeno*), F, *di genere zero* (*omaloide*).

« 2. Siano $\lambda_1, \lambda_2, \ldots; \mu_1, \mu_2, \ldots; \nu_1, \nu_2, \ldots$, rispettivamente, i parametri arbitrarî dei sistemi lineari $[\Phi]=0$, $[\Psi]=0$, $[X]=0$, le cui superficie generiche Φ, Ψ, X supporremo degli ordini l, m, n. Assumendo ad arbitrio due sistemi di valori dei parametri (μ) e due sistemi di valori dei parametri (ν), determiniamo, rispettivamente nei sistemi $[\Psi]=0$ e $[X]=0$, due coppie di superficie:

$$\Psi_r=0,\ \Psi_s=0;\quad X_t=0,\ X_u=0,$$

con le quali costruiamo ad arbitrio la superficie d'ordine $m+n$:

$$\Xi \equiv \Psi_r X_t + a \Psi_s X_u = 0,$$

dove a indica una costante arbitraria.

« Siano:

$p_{\Phi\Psi}$ il genere della curva mobile $M_{\Phi\Psi}$, variabile coi parametri (λ) e (μ), residua intersezione delle superficie generiche Φ e Ψ, dei sistemi $[\Phi]=0$ e $[\Psi]=0$;

$p_{\Phi X}$ il genere della curva mobile $M_{\Phi X}$, variabile coi parametri (λ) e (ν), residua intersezione delle superficie generiche Φ e X, dei sistemi $[\Phi]=0$ e $[X]=0$;

$p_{\Phi\Xi}$ il genere della curva mobile $M_{\Phi\Xi}$, variabile coi parametri (λ), residua intersezione della superficie generica Φ, del sistema $[\Phi]=0$, con la superficie Ξ;

« Q il numero dei punti mobili, variabili coi parametri (λ), (μ) e (ν), residua intersezione delle superficie generiche Φ, Ψ e X, dei sistemi $[\Phi]=0$, $[\Psi]=0$ e $[X]=0$: con che sono esclusi quelli, fra i punti mobili d'intersezione di superficie dei tre sistemi, i quali descrivono una curva fondamentale che appartiene alle basi di *due*, ovvero di *uno* soltanto, dei sistemi, tale cioè che per essa non passano tutte le superficie dell'altro ovvero dei due altri sistemi.

« Indicando con $A_{\Phi\Psi}$, $A_{\Phi X}$, $A_{\Phi\Xi}$, rispettivamente, gli abbassamenti del genere, dovuti alla base complessiva (B), per le curve

$$\Phi=0,\ \Psi=0;\quad \Phi=0,\ X=0;\quad \Phi=0,\ \Xi=0,$$

e con I il numero totale delle intersezioni delle superficie generiche Φ, Ψ e X assorbite dai punti P e dalle curve C, si avrà

$$(1)\quad \begin{cases} p_{\Phi\Psi}=\frac{1}{2}\, lm\,(l+m-4)+1-A_{\Phi\Psi}, \\ p_{\Phi X}=\frac{1}{2}\, ln\,(l+n-4)+1-A_{\Phi X}, \\ p_{\Phi\Xi}=\frac{1}{2}\, l(m+n)\,(l+m+n-4)+1-A_{\Phi\Xi}, \\ Q=lmn-I. \end{cases}$$

« 3. In conformità alla restrizione del n. 1, considèriamo ora la superficie omaloide F, relativa al sistema $[\Phi]=0$. Sia δ il suo ordine. Le sue curve singolari, oltre le curve basi del sistema $[\Phi]=0$, siano Γ_1, $\Gamma_2\ldots$, rispettivamente degli ordini d_1, $d_2\ldots$; ognuna di queste curve, per ipotesi, non passa per alcun punto base P e non incontra alcuna curva base C del sistema. Segando la superficie F con un superficie arbitraria S, egli è evidente che, in ciascuno dei punti in cui S incontra la curva Γ_k, la curva d'intersezione delle due superficie sarà dotata di una singolarità, ben determinata, $[\sigma_k]$,

la cui natura dipende unicamente dalla singolarità che la superficie F possiede lungo la curva Γ_k. Sia e_k l'abbassamento del genere di una curva gobba, dovuto alla singolarità $[\sigma_k]$.

« Indichiamo con $M_{F\Psi}$, M_{FX}, $M_{F\Xi}$, ordinatamente, le curve analoghe a $M_{\Phi\Psi}$, $M_{\Phi X}$, $M_{\Phi\Xi}$, tali che risultano dal sostituire, nella definizione di quest'ultime, la superficie F alla superficie generica Φ del sistema $[\Phi]=0$. Sulla superficie F le curve $M_{F\Psi}$, e M_{FX} variano, rispettivamente, coi parametri (μ) e (ν) dei sistemi $[\Psi]=0$ e $[X]=0$, e formano due sistemi lineari $[M_{F\Psi}]$ e $[M_{FX}]$; la curva $M_{F\Xi}$, invece, è unica e ben determinata, risultando essa dalla residua intersezione, oltre la base (B), della superficie F con la superficie d'ordine $m+n$ $\Xi \equiv \Psi_r X_t + a \Psi_s X_u = 0$. Ciò posto, indicando con $p_{F\Psi}$, p_{FX} e $p_{F\Xi}$, rispettivamente, i generi delle curve generiche $M_{F\Psi}$, M_{FX} (dei sistemi $[M_{F\Psi}]$, $[M_{FX}]$) e della curva $M_{F\Xi}$, e con Q' il numero delle intersezioni mobili, variabili coi parametri (μ) e (ν), di una curva $M_{F\Psi}$ con una curva M_{FX}, si ha:

$$p_{F\Psi}=\tfrac{1}{2}\delta m(\delta+m-4)+1-A_{\Phi\Psi}-m\sum_k d_k e_k,$$

$$p_{FX}=\tfrac{1}{2}\delta n(\delta+n-4)+1-A_{\Phi X}-n\sum_k d_k e_k,$$

$$p_{F\Xi}=\tfrac{1}{2}\delta(m+n)(\delta+m+n-4)+1-A_{\Phi\Xi}-(m+n)\sum_k d_k e_k,$$

$$Q'=\delta m n-I$$

(dove il segno sommatorio s'intende esteso a tutte le curve $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots$); e in virtù delle (1):

$$(2)\quad\begin{cases} p_{F\Psi}=p_{\Phi\Psi}+\tfrac{1}{2}m(\delta-l)(m+\delta+l-4)-m\sum_k d_k e_k, \\ p_{FX}=p_{\Phi X}+\tfrac{1}{2}n(\delta-l)(n+\delta+l-4)-n\sum_k d_k e_k, \\ p_{F\Xi}=p_{\Phi\Xi}+\tfrac{1}{2}(m+n)(\delta-l)(m+n+\delta+l-4)-(m+n)\sum_k d_k e_k, \\ Q'=Q+mn(\delta-l). \end{cases}$$

« Facciamo ora corrispondere la superficie omaloide F, punto per punto, ad un piano Π. Per la nota teoria della rappresentazione piana delle superficie, segue immediatamente che il piano Π conterrà:

« 1° due sistemi lineari di curve $[\psi]=0$ e $[\chi]=0$, immagini dei sistemi $[M_{F\Psi}]$ e $[M_{FX}]$, pei quali $p_{F\Psi}$ e p_{FX} sono i generi delle curve generiche ψ e χ, e Q' è il numero delle intersezioni mobili, variabili coi parametri (μ) e (ν), delle curve d'un sistema con quelle dell'altro;

« 2° una curva del genere $p_{F\Xi}$, immagine della curva $M_{F\Xi}$, rappresentata dall'equazione

$$\psi_r \chi_t + a \psi_s \chi_u = 0 ,$$

in cui $\psi_r = 0$, $\psi_s = 0$, $\chi_t = 0$, $\chi_u = 0$ sono, rispettivamente, le immagini delle curve gobbe determinate sulla superficie $F = 0$ dalle superficie

$$\Psi_r = 0 , \ \Psi_s = 0 , \ X_t = 0 , \ X_u = 0 .$$

« Or per un nostro teorema relativo ai sistemi lineari di curve piane (1) si ha, che i numeri $p_{F\psi}$, p_{FX}, $p_{F\Xi}$, Q', relativi ai sistemi $[\psi] = 0$ e $[\chi] = 0$, soddisfano alla relazione:

$$Q' + p_{F\psi} + p_{FX} - p_{F\Xi} = 1 .$$

« Ne segue quindi, per sostituzione dei valori (2):

$$Q + p_{\Phi\Psi} + p_{\Phi X} - p_{\Phi\Xi} = 1 .$$

« Possiamo dunque enunciare la seguente proposizione:

« Lemma. — Siano $[\Phi] = 0$, $[\Psi] = 0$, $[X] = 0$ le equazioni irreduttibili di tre superficie algebriche, i cui primi membri contengano, linearmente, dei parametri arbitrarî, rispettivamente $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$; $\mu_1, \mu_2, \ldots$; $\nu_1, \nu_2, \ldots$. Siano inoltre:

$p_{\Phi\Psi}$ il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ) e (μ), residua intersezione delle superficie generiche $\Phi = 0$, $\Psi = 0$;

$p_{\Phi X}$ il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ) e (ν), residua intersezione delle superficie generiche $\Phi = 0$, $X = 0$;

$p_{\Phi\Xi}$ il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ), residua intersezione della superficie generica $\Phi = 0$ con la superficie

$$\Xi = \Psi_r X_t + a \Psi_s X_u = 0 ,$$

in cui a è una costante arbitraria, e Ψ_r, Ψ_s; X_t, X_u sono due coppie di polinomi $[\Psi]$, $[X]$, determinate, rispettivamente, da sistemi di valori qualunque dei parametri (μ), (ν);

Q il numero dei punti mobili, variabili coi parametri (λ), (μ) e (ν), residua intersezione delle superficie generiche $\Phi = 0$, $\Psi = 0$, $X = 0$.

« Se il sistema $[\Phi] = 0$ soddisfa alla restrizione di cui al n. 1, fra i numeri interi Q, $p_{\Phi\Psi}$, $p_{\Phi X}$, $p_{\Phi\Xi}$, invarianti per

(1) *Sulla classe e sul numero dei flessi di una curva algebrica dotata di singolarità qualunque.* Questi Rendiconti, vol. V, 1° sem., fasc. 1 (seduta del 6 gennaio 1889), pag. 18, formola (2).

qualsiasi trasformazione birazionale dello spazio, esiste la relazione: $Q + p_{\Phi\Psi} + p_{\Phi X} - p_{\Phi\Xi} = 1$.

« 4. Se il sistema $[\Phi] = 0$ è supposto essere di genere zero, egli è evidente che in tal caso l'ipotesi si confonde con la restrizione stabilita nel n. 1. In particolare, assumendo pel sistema lineare $[\Phi] = 0$, il sistema ∞^3 dei piani dello spazio, dal Lemma precedente si ricava immediatamente la seguente proposizione, scevra da qualsiasi restrizione:

« Teorema. — Siano $[\Psi] = 0$, $[X] = 0$ le equazioni irreduttibili di due superficie algebriche, i cui primi membri contengano, linearmente, dei parametri arbitrarî, risp. $\mu_1, \mu_2, \ldots$; $\nu_1, \nu_2, \ldots$. Siano inoltre:

π_Ψ e π_X, rispettivamente, i generi delle sezioni piane arbitrarie delle superficie generiche $\Psi = 0$ e $X = 0$;

π_Ξ il genere della sezione piana arbitraria della superficie $\Xi \equiv \Psi_r X_t + a \Psi_s X_u = 0$,

in cui a è una costante arbitraria e Ψ_r, Ψ_s; X_t, X_u sono due coppie di polinomi $[\Psi]$, $[X]$, determinate, rispettivamente, da sistemi di valori qualunque dei parametri (μ) e (ν);

« N l'ordine della curva mobile, variabile coi parametri (μ) e (ν), residua intersezione delle superficie generiche $\Psi = 0$, $X = 0$.

« Fra i numeri interi N, π_Ψ, π_X, π_Ξ esiste la relazione:

$$N + \pi_\Psi + \pi_X - \pi_\Xi = 1.$$

« 5. Il Lemma più sopra dimostrato e la proposizione del n°. precedente, che ne è un corollario, ci pongono in grado di pervenire alla soluzione di varî importanti e difficili problemi di eliminazione, quali son quelli che offre la teoria delle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque.

« È ciò che mostreremo in prossime pubblicazioni ».

Astronomia. — *Sulla frequenza dei giorni con sole privo di macchie e fori durante l'attuale minimo dell'attività solare*. Nota del prof. A. Riccò, presentata dal Corrispondente P. Tacchini.

« Per questo studio ho riempiuto i pochi vuoti delle osservazioni fatte a Palermo con quelle fatte a Roma ed ancora (fino al 1887) coi quadri statistici compilati con tanta cura dal prof. Wolf sulle osservazioni solari fatte in parecchie stazioni europee [1]. Però fra i giorni dati nei nominati quadri come di sole senza macchia, per maggior rigore, ho ritenuto soltanto quelli in cui effettivamente, nè a Roma, nè a Palermo fu osservato alcuno di quei fenomeni sul disco solare.

[1] Per il 1888 i professori Tacchini e Wolf mi hanno cortesemente date informazioni in iscritto.

« Il risultato di questa indagine è dato nella seguente tabella I per gli anni 1885-6-7-8; nel 1884 non vi fu alcun giorno di sole senza macchie e fori: nel 1883 ve ne fu uno al 5 marzo ed un altro al 27 maggio.

Tabella I.

	1885			**1886**		
	Sole senza macchie e fori	Durate dei periodi	Totale	Sole senza macchie e fori	Durate dei periodi	Totale
Genn. . .	—	0	0	23—28	6	6
Febbr. . .	—	0	0	—	0	0
Marzo . .	23	1	1	—	0	0
Aprile . .	—	0	0	—	0	0
Maggio. .	—	0	0	17	1	1
Giugno .	—	0	0	14—15	2	2
Luglio . .	—	0	0	10—13	4	4
Agosto .	—	0	0	21	1	1
Settembr.	—	0	0	24, 27, 29	1+1+1	3
Ottobre .	14	1	1	11—13, 23,	3+1	4
Novemb.	30	1	1	31—11, 18—22, 24—25, 27—33	**12**+5+2+7	26
Dicembre	1, 6—7	1+**2**	3	6—7, 9 20	2+1+1	4
Anno . .			6			51

	1887			**1888**		
Genn. . .	9—18	10	10	26—29	4	4
Febbr. . .	7—16	10	10	4, 6—17	1+12	13
Marzo . .	3—9, 13—16, 29—30	7+4+2	13	2—8, 27—30	7+4	11
Aprile . .	5—12, 14+17	8+4	12	6—15, 20	10+1	11
Maggio .	24—25, 27	2+1	3	30—4, 7—10, 24—30	5+4+7	16
Giugno .	0	0	0	1—8, 21—23 ?	8+3	11
Luglio . .	19—21	3	3	30—5, 9, 18—27, 29	6+1+10+1	18
Agosto. .	11—12 24—25, 29—30	2+2+2	6	4—5, 7, 11, 18—20, 24	2+1+1+3+1	8
Settemb.	2, 6, 8—9, 26, 28—30	1+1+2+1+3	8	18—20, 30	3+1	4
Ottobre .	6—17, 28, 30	**12**+1+1	14	2—3, 5—21, 23	2+**17**+1	20
Novemb.	1—4, 21=32	4+**12**	16	29—5, 23—26	8+4	12
Dicembre	27—28, 30	2+1	3	10—14, 23, 25—29, 31	5+1+5+1	12
Anno . .			98			140

« Il numero annuo dei giorni con sole privo di macchie e fori andò crescendo rapidamente, talchè nel 1888 ve ne furono 140, cioè per quasi $^2/_5$ dell'anno.

« Il massimo periodo nell'anno di giorni consecutivi con sole senza macchie e fori nel 1888 giunse a 17; e siccome noi ad ogni osservazione vediamo tutto un emisfero solare (meno una zona di 16′), ne viene che nel tempo di una semi-rotazione sinodica (13 a 14 giorni) noi vediamo passare l'intera superficie dell'astro: pertanto nei detti 17 giorni del 1888 si è vista passare tutta la sfera solare, e se ne è riveduto anche $^1/_7$, senza notarvi alcuna macchia o foro.

« Confrontando gli esposti risultati di questi anni cogli analoghi del passato periodo undecennale dell'attività solare, si potrà stabilire la posizione di questi ultimi anni medesimi rispetto al minimo precedente, e quindi anche si avrà un criterio per assegnare la probabile data di esso per l'attuale ciclo.

« Anche per questa ricerca mi sono valso delle osservazioni nostre e di quelle di Roma, come anche dei quadri del prof. Wolf, nel modo già detto, ed il risultato è dato dalla tabella II, ove la prima linea, sotto gli anni, indica il numero totale annuo di giorni con sole senza macchie e fori, e la seconda linea dà il numero massimo di tali giorni consecutivi.

Tabella II.

1872	1873	1874	1875	1876	1877	1878		1879	1880	1881	1882
0	3	1	77	118	123	**248**	minimo	179	25	1	0
0	3	1	11	13	19	28		**39**	6	1	0
1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889		1890	—	—	—
1	0	6	51	98	140	—	minimo ?	—	—	—	—
2	0	2	12	12	17	—		—	—	—	—

« Si vede che i numeri i quali nella serie precedente più si accostano a quelli del 1888, sono i numeri del 1887; e che corrispondentemente anche il 1876 si accorda abbastanza bene col 1887, ed il 1875 col 1886: e ciò specialmente riguardo alla grandezza dei periodi massimi di giorni consecutivi con sole senza macchie e fori.

« Oltre ciò si noterà che *le date corrispondenti nelle due serie differiscono di 11 anni, che appunto è la durata media* (*in numero intero*) *del periodo dell'attività solare.*

« Questo risultato ha qualche importanza, perchè fa vedere che con questa sorta di confronto viene in evidenza la durata del periodo, anche mal-

grado le singolari anomalie di quello in corso: il quale ebbe un massimo incompleto e ritardato di quasi 3 anni, ebbe due giorni di sole senza macchie e fori durante l'anno stesso del massimo, ed ebbe un fortissimo minimo secondario a solo tre anni di distanza, dopo il massimo medesimo.

« Il minimo precedente essendo accaduto alla fine dell'anno 1878 (il quale diede il massimo numero totale di giorni con sole privo di macchie e fori), e quindi poco prima dell'anno 1879 (il quale diede il più lungo periodo di tali giorni consecutivi), *il minimo attuale dovrebbe cadere tra la fine del 1889 ed il principio del 1890*; d'accordo con quanto annunziai, dietro altre considerazioni, al principio del 1887, nelle *Memorie degli Spettroscopisti Italiani*. Naturalmente la data che così risulta per il minimo non può accettarsi che con molta riserva, atteso l'andamento della frequenza delle macchie, il quale si rivela tanto meno regolare quanto più se ne estende e se ne approfondisce lo studio ad una più lunga serie di periodi.

« D'altra parte la notevole diminuzione della frequenza media diurna delle macchie, la quale dietro le nostre osservazioni nel 1887 fu 2.1, mentre nel 1888 si ridusse ad 1. 2, cioè circa alla metà, tende pure a dimostrare che non siamo ancora giunti al minimo.

« Ed ancora la considerevole diminuzione della variazione della declinazione magnetica, osservata a Milano nel 1888, conduce alla stessa conclusione, per l'intima relazione che è noto esistere fra la frequenza delle macchie solari e la variazione del magnetismo terrestre, relazione che è stata dimostrata fin anche nei particolari dell'andamento dei due fenomeni dal prof. P. M. Garibaldi » [1].

Astronomia. — *Sulla cometa scoperta dall' astronomo Barnard il 2 settembre 1888.* Nota III di E. Millosevich presentata dal socio P. Tacchini.

« Ho comunicato all' Accademia le osservazioni da me fatte su questa cometa fino al 4 gennaio 1889; do qui le posteriori fino al 17 febbraio. Con questa data si chiude il primo periodo di visibilità avanti la congiunzione col sole, ed è probabile che la mia osservazione del 17 febbraio sia l'ultima o una delle ultime di detto periodo. L'astro ora resta immerso negli splendori solari e crepuscolari fino a maggio, dopo del qual tempo le osservazioni ridiventano possibili, se la intensità luminosa reale obbedirà alla intensità teoretica, la qual cosa è sempre incerta per le comete; in ogni modo l'astro sarà di debolissima luce, nè per lungo tempo potrà essere osservato coi cannocchiali di media apertura.

[1] Rendiconti del 6 dicembre 1885.

« Le coordinate equatoriali della cometa sono per le seguenti date (AN 2862):

			α	δ
1889	Aprile 2	12^h Berlino	353°.33′	— 0°.25′
	Maggio 4	»	350 .47	+ 1 .41
	Giugno 5	»	341 .46	+ 2 .51
	Luglio 7	»	320 .15	+ 0 .35

« Coi quali valori si ha per Roma:

		Sorgere della cometa		Tramontare della cometa		Sorgere del sole
1889	Aprile 3	$4^h 49^m$ am	Aprile 2	$4^h 48^m$ pm	Aprile 3	$5^h 40^m$ am
»	Maggio 5	2 25 am	Maggio 4	2 39 pm	Maggio 5	4 53 »
»	Giugno 5	11 39 pm	Giugno 5	0 1 pm	Giugno 5	4 27 »
»	Luglio 7	8 15 pm	Luglio 8	8 17 am	Luglio 7	4 33 »

« Dai numeri ora scritti si impara che le osservazioni diventeranno possibili soltanto dopo i primi di maggio e continueranno fino all' invisibilità dell'astro senza alcun ostacolo.

« Le osservazioni da me fatte fino al 17 febbraio sono le seguenti:

		t. m Roma	α apparente cometa	δ apparente cometa
		h m s	h m s	° ′ ″
1889 Gennaio	9	6 16 48	0 5 7.99 (9.226)	— 6 49 7.1 (0.817)
La cometa fu riferita a due stelle.	21	6 10 32	23 52 32.70 (9.412)	— 5 58 8.1 (0.806)
	21	6 10 32	23 52 32.68 (9.412)	— 5 58 10.9 (0.806)
	26	7 39 17	23 48 57.37 (9.598)	— 5 35 10.1 (0.788)
	28	6 29 54	23 47 46.86 (9.521)	— 5 26 11.0 (0.797)
	31	6 28 44	23 46 9.59 (9.540)	— 5 12 6.0 (0.794)
Febbraio	4	6 37 14	23 44 19.93 (9.575)	— 4 53 2.5 (0.789)
	6	6 42 31	23 43 32.46 (9.590)	— 4 43 39.1 (0.786)
	17	6 55 8	23 40 18.94 (9.632)	— 3 51 2.8 (0.776)

Astronomia. — *Dell'influenza che la rifrazione astronomico-geodetica esercitata sulla formazione dell'immagine del sole nascente riflesso sul mare.* Nota del prof. A. VENTURI, presentata dal Corrispondente TACCHINI.

« Le interessantissime osservazioni del prof. Riccò sulla immagine deformata del Sole riflesso sul mare, fecero nascere la questione se, e sino a qual punto da tali deformazioni si potesse dedurre un'altra prova della sfericità della Terra. Se si potesse osservare l'immagine del Sole quando l'astro ha una certa altezza, ed anche in tal caso si vedesse una immagine deformata, la risposta non potrebbe essere che affermativa, giacchè se il mare agisse da

specchio piano non potrebbe dare un'immagine disforme dall'oggetto. Ma le osservazioni di questo genere non riuscirono finora se non quando il Sole era solo in parte o appena in totalità uscito dal mare; e allora se pure questo agisse da specchio piano limitato all'orizonte e non passante per l'occhio dell'osservatore, le immagini apparirebbero ancora deformate, nel senso che di esse l'occhio non vedrebbe se non una parte. Quindi la deformazione, intesa in questo senso più generale, non proverebbe gran cosa circa alla curvatura o pianità di quella porzione di mare che ci serve da specchio. Per decidere dunque la questione, non v'ha, a mio credere, mezzo più acconcio che quello di studiare il fenomeno nelle due ipotesi, piana e sferica, per vedere a quale di queste l'osservazione meglio si accosti: il che cercai di fare, tenendo conto degli effetti che sul fenomeno esercitano le due rifrazioni astronomica e geodetica.

« Qui espongo in succinto i metodi adoperati e i risultati a cui son pervenuto, riservandomi di presentarne in seguito la completa dimostrazione.

« L'equazione polare della trajettoria luminosa fra due punti non eccessivamente distanti dell'atmosfera, riferita al centro della Terra, è

$$\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^m \operatorname{sen}[z_0 - m\varphi] = \operatorname{sen} z_0 \qquad (1)$$

essendo ϱ, φ le coordinate correnti, ϱ_0 la distanza polare del punto-origine: z_0 è la distanza zenitale apparente in questo punto, di tutti i punti della trajettoria; m una costante $= 0{,}86$. Con questo valore di m che è quello usato per le livellazioni geodetiche, si rappresenta bene anche la rifrazione orizontale.

« L'angolo i che la trajettoria fa col suo raggio vettore determinato da φ, angolo contato nel senso delle φ positive, si sa che è

$$i = z_0 - m\varphi \qquad (2)$$

« Infine, per una trajettoria indefinita, cioè da un punto dell'atmosfera ad un altro fuori di essa a distanza infinita, la quantità δz di rifrazione è data da

$$l^k \operatorname{sen}[z_0 - k\delta z] = \operatorname{sen} z_0 \qquad (3)$$

ove $k = \dfrac{m}{1-m} = 6{,}14$, ed $l = 1 + \alpha$, essendo $\alpha = 0{,}00029$.

« La distanza zenitale apparente relativa al punto-origine ove si trova l'osservatore, della linea d'orizonte marino e la distanza φ_0 in arco da questa a quella si hanno subito dalle (1) (2) facendovi $i = 90°$ e $\varrho =$ raggio terrestre nel punto considerato. La depressione dell'orizonte apparente sarà allora $m\varphi_0$. Nel caso di Palermo, il cui Osservatorio è alto m. 72 sul livello del mare, il raggio terrestre del primo verticale è 6385520^m, $\varrho_0 = 6385592^m$ e per $m = 0{,}86$ si trova $\varphi_0 = 17',4$, la distanza zenitale dell'orizonte $= 90°.15'$ e la depressione di esso $= 15'$.

« Faremo dipendere tutte le circostanze geometriche del fenomeno dal tempo in cui se ne fa l'osservazione. Col valore osservato del tempo si avrà

subito la distanza zenitale vera z, del Sole, la quale trattandosi di Sole nascente sarà $> 90°$: anzi per essere questo Osservatorio elevato di $15'$ sull'orizonte, è chiaro che nel principio del fenomeno sarà $> 90°$ anche la distanza zenitale apparente del Sole. Per confrontare i calcoli colle osservazioni e colle fotografie, si dovrà poter calcolare l'altezza apparente del Sole per ogni valore di z il che esige la conoscenza della rispettiva quantità di rifrazione. Ora le tavole non oltrepassando 90°, cioè quando $z = 90°.34'$ circa, ho dovuto trovare un modo di aver la rifrazione quando $z > 90°.34'$. Ho trovato che dicendo δz_0, la quantità di rifrazione relativa a $z > 90°.34'$, si ha

$$\delta z_0 = \tfrac{1}{4}(z - 90° + 3\delta z)$$

ove δz è dato, in minuti, dall'altra equazione

$$\delta z = \alpha \cot g\left[\tfrac{3}{4}(z - 90°) + 2{,}32\,\delta z\right] \qquad \text{ove } \log \alpha = 0.00314$$

« Se, invece $z < 90°.34'$ si ha δz_0 dalla formula ordinaria

$$\delta z_0 = \alpha\,\mathrm{tg}\left[z - 4{,}07\,\delta z_0\right]$$

Così per ogni valore di z, posso avere l'altezza apparente del punto più alto del Sole sull'orizonte apparente. Dicendola A, si ha:

$$A = 90° - z + \delta z_0 + 15'. \tag{4}$$

« *Ipotesi sferica.* — Supponendo il mare sferico col raggio dato sopra, si dica φ_1 la distanza in arco fra il piede dell'Osservatorio e il punto ove avviene la riflessione del punto più alto del Sole: z_0 la dist. zen. apparente comune delle due trajettorie, incidente e riflessa, nel punto ove avviene la detta riflessione; $\delta\zeta$ la quantità di rifrazione della trajettoria incidente nel detto punto. Fra le incognite φ_1, z_0, $\delta\zeta$ trovo le tre equazioni:

$$\left(\frac{\varrho_0}{a}\right)^m \mathrm{sen}[z_0 - m\varphi_1] = \mathrm{sen}\, z_0; \quad l^k\,\mathrm{sen}[z_0 - k\delta\zeta] = \mathrm{sen}\, z_0 \quad z_0 = z - \varphi_1 - \delta\zeta \tag{5}$$

in cui a è il raggio assunto pel mare. Le due prime possono porsi sotto la forma più adatta al calcolo:

$$\varphi_1 = \frac{\varrho_0 - a}{a}\,\mathrm{tg}\left[z_0 - \frac{m}{2}\varphi_1\right] \qquad \delta\zeta = \alpha\,\mathrm{tg}\left[z_0 - \frac{k}{2}\delta\zeta\right]$$

e sostituendovi per z_0 la 3ª della (5) e i valori di m, k, ϱ_0 ed a, si trova, in minuti:

$$\varphi_1 = \beta\,\mathrm{tg}[z - \delta\zeta - 1{,}43\,\varphi_1] \qquad \delta\zeta = \alpha\,\mathrm{tg}[z - \varphi_1 - 4{,}07\,\delta\zeta]$$

ove $\log \alpha = 0.00314$, $\log \beta = \bar{2}.58841$

« Queste equazioni si risolvono con successive approssimazioni e così si hanno φ_1 e $\delta\zeta$. Combinando allora la z_0 di (5) colla (2) e sottraendo da 180°, si avrà la distanza zenitale apparente all'Osservatorio della immagine del punto più alto del Sole, la quale sarà:

$$180° - z + \delta\zeta + 1{,}86\,\varphi_1$$

Sottraendo da questa l'angolo 90°.15', distanza zenitale apparente dell'orizonte apparente, si avrà l'altezza apparente ω dell'immagine, al di sotto dell'orizonte apparente. Avremo perciò:

$$\omega = 89°.45' - z + \delta\zeta + 1,86\, \varphi_1$$

Quando il Sole non è sorto completamente o è tangente all'orizonte la ω ci darà la larghezza apparente dell'immagine della parte visibile del disco solare.

« Passando ai valori numerici, ho formato la seguente tavola per valori equidistanti dell'argomento z:

z	A	φ_1	$\delta\zeta$	ω	ω:A
90°.50'	1',1	17',0	33',4	0',0	0,00
45	5,0	14,7	33,1	0,3	0,06
40	9,4	12,5	32,6	0,8	0,09
35	13,6	10,7	32,2	2,0	0,15
30	18,0	9,1	31,8	3,7	0,20
25	22,3	7,7	31,2	5,5	0,25
20	26,6	6,6	30,7	8,0	0,30

Siccome A è l'angolo sotto il quale si vede il disco solare ed ω l'angolo sotto cui è veduta la sua immagine, emerge da questo specchietto che nell'ipotesi sferica vi è sensibile deformazione relativa dell'immagine; deformazione misurata dal rapporto $\frac{\omega}{A}$.

« *Ipotesi piana.* — Supponiamo che il tratto di mare fra il piede dell'Osservatorio e il limite dell'orizonte apparente voglia considerarsi piano: allora esso funzionerà come un grande specchio piano limitato e posto con leggiera inclinazione al disotto dell'Osservatore. In questo caso, dicendo ancora φ_1 e $\delta\zeta$ le quantità analoghe a quelle denominate con questi simboli nella ipotesi sferica, trovo, per le circostanze della riflessione, le formule:

$$\delta\zeta = \alpha \operatorname{tg}[z - \varphi_1 - 4,07\, \delta\zeta] \qquad \varphi_1 = \beta \operatorname{tg}[z - 17',4 - \delta\zeta + 0,57\, \varphi_1] \quad (6)$$

nelle quali, α è la stessa di prima, ma β varia, al variar di φ_1 fra stretti limiti, con questa legge:

per $\varphi = 0',0$ 3',0 5',0 8',7 12',4 14',4 17',4

è $\lg \beta = \bar{2}.58841, \bar{2}.65024, \bar{2}.68046, \bar{2}.700055, \bar{2}.68046, \bar{2}.65024\ \bar{2}.58841$

Per risolvere le (6) prima si prende per β un valore approssimato e le si risolvono con successive approssimazioni: avuto così un valore provvisorio per φ_1, si adopera la β corrispondente a questo e si ricomincia il calcolo. Così si hanno i valori di φ_1 e di $\delta\zeta$.

« Con questi valori, trovo che la distanza zenitale apparente dell'Osservatorio visto dal luogo ove avviene la riflessione, è

$$z'_0 = z + \varphi_1 - \delta\zeta - 17',4$$

e quindi la distanza zenitale reciproca sarà:

$$180^{\circ}.17',4 - z + \delta\zeta - 0,14\, \varphi_1$$

Togliendo di qui 90°.15', avremo l'altezza ω del punto anteriore dell'immagine sotto il lembo estremo dello specchio piano; e sarà:

$$\omega = 90^{\circ}.2',4 - z + \delta\zeta - 0,14\, \varphi_1$$

Si dimostra poi che l'immagine non può cominciare a formarsi sul mare piano, se non quando sia $z = 90^{\circ},30',8$, cioè quando l'altezza apparente del punto più alto del Sole sia di circa 17'.

« Passando ai valori numerici nell'ipotesi piana, si trova:

z	A	φ_1	$\delta\zeta$	ω	ω:A
90°,50'	1',1	—	—	—	—
45	5,0	—	—	—	—
40	9,4	—	—	—	—
35	13,6	—	—	—	—
30,8	17,1	16',9	30',9	0',1	0,01
30	18,0	15,2	31,0	1,3	0,07
25	22,3	9,6	31,1	7,1	0,32
20	26,6	6,9	30,8	12,3	0,46

Nell'ipotesi piana dunque non vi sarebbe immagine al primo sorgere del sole ma solo quando l'astro è più che per metà sorto dal mare. D'altronde quando il Sole è tangente all'orizonte si hanno questi due schiacciamenti:

Ipotesi sferica	Ipotesi piana
0,30	0,46

Ora le osservazioni del prof. Riccò escludono che in questo caso lo schiacciamento possa essere circa $\frac{1}{2}$, come sarebbe nell'ipotesi piana; ma tendono ad indicare uno schiacciamento maggiore, cioè un valore più piccolo di $\frac{\omega}{A}$. Dunque queste osservazioni si avvicinano di più all'ipotesi sferica e le servono quindi di conferma ».

Matematica. — *Sugli oricicli delle superficie pseudosferiche.* Nota del dott. VINCENZO REINA, presentata dal Socio CREMONA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Verificazione sperimentale della variazione di tensione al variare dell'area nei liquidi.* Nota del prof. C. MARANGONI presentata dal Socio BLASERNA.

« 1. Nella precedente memoria ([1]) ho data la formola:

$$[1] \qquad \frac{t''}{t'} = \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2}\,\omega$$

che misura il rapporto fra le tensioni superficiali delle superfici interna ed esterna delle bolle liquide in funzione dell'angolo di raccordamento ω (fig. 1 e 2) di una bolla colla superfice orizzontale.

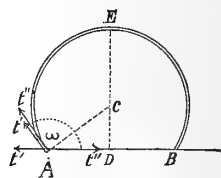
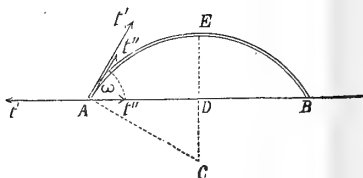
« Ma in luogo di misurare ω, la cui determinazione è molto incerta, ho sostituito le misure del raggio $r = \text{AD}$ del cerchio base e della freccia $f = \text{DE}$. Dalle figure (1 e 2) infatti si ha che l'angolo ω ha per misura la metà dell'arco AEB, ma, congiungendo A con E, l'angolo EAD è misurato dalla metà dell'arco AE; dunque:

$$\text{EAD} = \frac{1}{2}\,\omega$$

per lo che:

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2}\,\omega = \frac{\text{DE}}{\text{DA}} = \frac{f}{r}$$

quindi la [1] diventa:

$$[2] \qquad \frac{t''}{t'} = \left(\frac{f}{r}\right)^2$$

f ed r venivano misurate con un traguardo, poi corrette per l'errore di parallasse e per la distanza della scala.

« 2. Per misurare le tensioni mi sono servito di volumetri capillari ([2]) le cui aste *calibrate* avevano il diametro di mm. 2,37. Per conoscere l'effetto dovuto alla capillarità ho sospeso al piatto di una bilancia, sensibile al milligrammo, uno di questi volumetri capovolto all'ingiù e l'ho equilibrato con

([1]) Rendiconti R. Accad. dei Lincei, 6 gennaio 1889.

([2]) Questi sono formati da un semplice tubo capillare, chiuso alle due estremità, che galleggia per mezzo di un piccolissimo sughero paraffinato. Questi volumetri, essendo piccolissimi, sono insensibili alle piccole variazioni di densità del liquido; mentre, pel loro piccolo diametro, sono sensibilissimi alla tensione.

zavorra. Ho collocato sotto a questo un vaso contenente acqua distillata nella quale galleggiava l'altro volumetro gemello, ma nella positura normale. Alzando il vaso con dei piccoli movimenti si osservava che, quando il volumetro sospeso toccava l'acqua, era tirato in giù; ma seguitando ad alzare, la spinta del liquido superava l'azione capillare, e la bilancia traboccava dall'altra parte. Dunque si poteva trovare tale un'altezza del liquido da far stare la bilancia in equilibrio; da avere cioè:

$$2\pi \varrho t \cos \alpha = \pi \varrho^2 h$$

da cui:

$$h = \frac{2 t \cos \alpha}{\varrho} \qquad [3]$$

dove h è l'altezza dell'asticina capovolta immersa nel liquido, t la costante di capillarità, α l'angolo di raccordamento del menisco e ϱ il raggio dell'asticina del volumetro.

« Ho riportata l'altezza h al disotto del punto di affioramento del volumetro nella positura normale, e questo punto l'ho chiamato *il punto ridotto*, perchè ci da il volume immerso corretto dall'errore di capillarità.

« Dalla formola [3] si vede che l'errore prodotto dalla capillarità è in ragione diretta della tensione, e del coseno dell'angolo di raccordamento del menisco; e in ragione inversa del raggio dell'asticina.

« Chiamando H l'altezza del punto ridotto a cominciare dall'estremità superiore (dove è lo zero della scala), il valore t', per un affioramento qualunque h' sarebbe, considerando la [3]:

$$t' = \frac{\varrho (\mathrm{H} - h')}{2 \cos \alpha}$$

nella quale, supponendo che α vari poco dallo zero, cos α si può ritenere a fortiori costante; per lo che, per due valori t', t'', si avrebbe la relazione:

$$\frac{t'}{t''} = \frac{\mathrm{H} - h'}{\mathrm{H} - h''}$$

cioè: le tensioni alla superfice di un medesimo liquido sono proporzionali alle distanze tra il punto ridotto e il punto di affioramento. (1)

« 3. Per applicare i volumetri capillari alla misura della tensione fuori e dentro alle bolle ne collocai due, di uguale raggio e scala, nel mio apparato a tubo immergibile; uno nel centro e l'altro distante circa 3 cent. Ho

(1) Van der Mensbrugghe determinò l'effetto capillare immergendo nell'acqua un densimetro, prima col cannello pulito, poi col cannello coperto d'un sottile velo di cera bianca, nel qual caso l'effetto capillare si riduceva press'a poco a zero. — Vedi: *Sur les moyens d'évaluer et de combattre l'influence de la capillarité* etc. Bull. Acad. R. de Belgique, 3e sér., t. XVI, § 8 e 9, 1888.

imbrattata la superfice dell'acqua con saponina, poi ho deposto nel mezzo una bolla di saponina, in modo che comprendesse nel centro il volumetro.

« Alzando il tubo, la bolla diventava *a sesto scemo* e il volumetro esterno si immergeva di varî millimetri; abbassando il tubo, la bolla diventava *alla moresca* e il volumetro esterno emergeva di molti millimetri. Il volumetro entro la bolla variava pochissimo. Per questo fatto è preferibile prendere il rapporto $\frac{t'}{t''}$ anzichè $\frac{t''}{t'}$; quindi, invertendo la formola [2], si ha:

$$\frac{t'}{t''}=\left(\frac{r}{f}\right)^2.$$

« Ecco lo specchio dei dati sperimentali e dei calcoli secondo quest'ultima formola:

Bolle di saponina a $\frac{1}{100}$	H-h'	H-h''	r	f	$\frac{t'}{t''}$	$\left(\frac{r}{f}\right)^2$	Diff.
			mm.	mm.			
appena posate . . .	6,5 [1]	5,9	18,8	21,1	1,10	0,79	0,31
	6,4	5,7	17,0	18,9	1,12	0,81	0,31
a sesto scemo . . .	7,4	5,4	18,9	19,0	1,37	0,99	0,38
	7,4	5,3	17,0	19,2	1,40	0,79	0,61
alla moresca. . . .	4,3	5,0	12,5	26,1	0,86	0,23	0,63
	4,4	5,2	12,9	21,5	0,85	0,36	0,49
quasi piatte, ottenute col succhiamento.	6,5	4,2	17,0	14,5	1,55	1,38	0,17
	6,4	4,0	20,0	12,3	1,60	2,64	— 1,04

« Le letture dei volumetri erano fatte collimando il contorno del menisco in contatto coll'asta; imperocchè è dalla superfice del menisco che si deve contare il volume della parte immersa.

« 4. Resta a vedere la causa del sensibile disaccordo fra il rapporto delle tensioni misurate coi volumetri, e il rapporto delle tensioni dedotte dalla forma della bolla. Le molte misure prese in queste difficili osservazioni mi persuasero che le divergenze non derivavano tanto dai possibili errori di misura, quanto dal fatto che la tensione della soluzione di saponina non è uguale in tutti i punti, come è supposto nel calcolo.

(1) La scala dei volumetri corrisponde a mm. 2 per ogni divisione.

« Quando si abbassa il tubo, la tensione del liquido diminuisce più verso il contorno che nel centro della superfice liquida; infatti il volumetro laterale emerge assai più di quello centrale. Anzi il primo è tirato obliquamente verso il centro; per lo che ho dovuto inguidare i due volumetri, ciascuno entro due anellini. Se poi c'è sul liquido una bolla, la lamina di questa subisce delle variazioni di tensione più grandi che non la superfice del liquido.

« Se così è producendo delle bolle piatte per succhiamento, nelle quali la tensione della callotta si riduce piccolissima, la differenza:

$$\frac{t'}{t''} - \left(\frac{r}{f}\right)^2$$

deve essere minore che per le bolle più gonfie, e questa differenza potrà anche cambiare di segno, come appunto mostrano le due ultime bolle piatte.

« Concludo che la tensione della superfice libera dell'acqua imbrattata di saponina può variare, per semplice variazione di area, nel rapporto:

$$\frac{1,60}{0,85}, \text{ ossia come } \frac{1,88}{1}$$

Meteorologia. — *Determinazione dei coefficienti temporaleschi delle regioni.* Nota del dott. E. Ferrari, presentata dal Corrispondente Tacchini.

« Incaricato dal signor direttore comm. Pietro Tacchini di determinare mediante le osservazioni temporalesche del sessennio 1880-85 i *coefficienti temporaleschi* delle regioni, ecco come procedetti per avere, a mio avviso, risultati il più che fosse possibile attendibili e concreti.

« Invece di basarmi sulle singole osservazioni le quali, sia per la varia diligenza degli osservatori, sia per il diverso loro apprezzamento, vengono ad avere un valore alquanto relativo e non rispondente in tutto alla realtà del fatto, presi per base dei miei calcoli il temporale quale esso si presenta in natura, e cioè riprodussi in certo modo con segni sopra una carta geografica ciascun temporale avvenuto, meno naturalmente i molti che trovai già descritti in ufficio; cosicchè considerando le osservazioni non più singolarmente, ma tutte insieme quelle riferentisi alla stessa meteora, potei rendere un po' meno dipendenti dalle cause d'errore le osservazioni stesse, perchè rettificandosi

e completandosi a vicenda venivano ad acquistare un valore più vicino al vero. In questa guisa era tolta anche la causa d'errore relativa alla varia densità degli osservatori.

« Per dare poi ai risultati un valore concreto introdussi un'unità di misura: l'*unità-temporale* colla quale misurava ogni singolo temporale quotandolo per una o più unità ciascuna nella Regione che colpiva. Per unità temporalesca assunsi: « Un temporale di media intensità e durata il quale si estenda ad un'area di dieci miriametri quadrati ». Per media intensità presi naturalmente il valore medio degli elementi costitutivi di un temporale cioè elettricità, grandine, pioggia, forza del vento ecc.; per media durata considerai quella di un'ora e mezza a due ore circa per ciascuna stazione. La durata media, che ricavai da un grande numero di temporali scelti a caso nel sessennio, fu più precisamente di $1^h 38^m$, ma, potendo essere alquanto modificata da ulteriori ricerche, amo meglio lasciarla alcun po' indeterminata.

« Io distinsi anche i temporali con e senza grandine, pensando a buon diritto che la grandine è un elemento importantissimo dei temporali o, per meglio dire, praticamente il più interessante; però nel classificare con grandine mi riferii solo a quei casi in cui questa cadde in tale quantità da arrecare in circostanze determinate un danno probabile di qualche momento, perchè il caso in cui un temporale non sia assolutamente accompagnato da grandine è raro, qualche chicco è ben difficile che non cada, ma il fatto è di così lieve importanza, che non val proprio la pena di tenerne conto.

« In questo modo ho potuto compilare le tavole che dànno l'entità temporalesca con e senza grandine per regione e per mese dei sei anni; l'entità temporalesca totale, e la media sessennale di esse, e di seguito la tavola che dà il rapporto percentuale dei temporali con grandine alla loro totalità per regione e per anno, non esclusa la media sessennale.

« Restava di ottenere dall'entità temporalesca i coefficienti temporaleschi, scopo principale del lavoro. A quest'uopo divisi l'entità temporalesca di ciascuna regione, espressa in unità-temporale, per il decimo dell'area della regione stessa, espressa in miriametri quadrati; cosicchè, avendo assunto come unità temporalesca un temporale di media intensità e durata il quale si estenda a dieci miriametri quadrati, i coefficienti temporaleschi vengono a rappresentare la parte della regione che verrebbe colpita, se l'entità temporalesca si sviluppasse come temporale di media intensità e durata. Quindi il coefficiente 1, ad esempio, indica che l'entità temporalesca fu equivalente ad un temporale medio che avesse colpita tutta la regione, e proporzionatamente gli altri. Così i coefficienti hanno un significato perfettamente definito e, parmi, abbastanza appropriato.

« Ho costruito coi coefficienti le tavole analoghe a quelle che costrussi per l'entità temporalesca e qui riporto la tavola finale.

Media sessennale dei coefficienti temporaleschi annuali delle Regioni.

	senza grandine	con grandine	Totali
Liguria	3,98	3,49	7,47
Piemonte	3,64	5.63	9,27
Lombardia	5,68	9,07	14,75
Veneto	5,99	10,30	16,29
Emilia . , ...	3,61	5,09	8,70
Marche ed Umbria	2,36	3,14	5,50
Toscana	1,81	2,73	4,54
Lazio	3,72	5,40	9,12
R. M. Adriatica	1,72	2,32	4,04
R. M. Mediterranea . . .	1,27	2,67	3,94
Sicilia	1,84	2,26	4,10
Sardegna	0,20 ?	0,78 ?	0,98 ?

« Infine ho creduto non del tutto superfluo di applicare la formola di Bessel ai medi coefficienti totali per regione e per mese, pur ammettendo alquanto discutibile la sua applicabilità a tal natura di dati, non tanto per calcolare curve periodiche che rendessero soddisfacentemente l'andamento del fenomeno temporalesco, quanto per investigare se una serie pur sì breve rivelasse qualche anologia tra le varie regioni o qualche carattere speciale. Dall'ispezione delle epoche in cui si verificano i massimi delle curve per ciascuna regione appresi che il fenomeno si presenta sotto due tipi distinti. Nelle quattro regioni, Piemonte, Lombardia, Veneto ed Emilia esso ha il massimo principale intorno al solstizio d'estate; nelle altre regioni della penisola, meno poche eccezioni, ha invece due massimi principali intorno agli equinozi, sicchè io divisi i due tipi in *padano* e *peninsulare*. Lo studio sopra i dati degli anni venturi rivelerà se tale divisione fu fatta a proposito, come credo, o no ».

Fisica terrestre. — *Valori assoluti degli elementi del magnetismo terrestre determinati in dodici punti d'Italia nei mesi di luglio ed agosto 1888.* Nota di Ciro Chistoni, presentata dal Corrispondente Tacchini.

« Nell'anno 1888, benchè non facessi più parte del personale dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, su proposta del Direttore di questo Ufficio, accettata dal Consiglio Direttivo della Meteorologia, ebbi l'incarico dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio di continuare i miei studî riguardanti

la carta magnetica d'Italia. Cominciai da solo il lavoro sugli ultimi del luglio 1888 e ai primi di agosto mi raggiunse il dott. Luigi Palazzo (nominato allora Assistente fisico dell'Ufficio di Meteorologia) per apprendere il modo col quale in viaggio si conducono le misure di magnetismo terrestre. Da Teramo in poi il dott. Palazzo fece in tutte le stazioni qualche misura di declinazione e di deviazioni.

« I dati di osservazione e la discussione dei risultati delle misure saranno per esteso pubblicati negli Annali della Meteorologia.

« Qui mi limito a riunire in una tabella i risultati delle misure:

LUOGO	Latitudine	Longitudine E da Greenwich	Declinazione occidentale	Inclinazione	Componente orizzontale (C. G. S.)	Intensità totale (C. G. S.)	Epoca
	° ′	° ′	° ′	° ′			
Siena (Convitto nazionale)	43. 18,3	11. 19,7	11. 26,5	59. 41,9	0,22471	0,44536	1888,6
Cortona (ai Zoccolanti)	43. 15,4	11. 59,9	11. 8,5	59. 32,8	0,22521	0,44435	
Perugia (Giardino botanico)	43. 7,9	12. 22,9	10. 55,8	59. 21,7	0,22639	0,44424	
Camerino (Giardino botanico)	43. 8,8	13. 4,0	10. 35,3	59. 16,4	0,22665	0,44359	
Grottammare (Giard. Fenili)	42. 59,4	13. 52,2	10. 14,5	59. 7,4	0,22767	0,44568	
Teramo (casa Mezzuccelli)	42. 39,6	13. 41,4	10. 42,5	58. 45,3	0,22920	0,44188	
Ortona a mare (Orto S. Maria)	42. 21,3	14. 23,7	10. 7,2	58. 27,6	0,23122	0,44202	
Termoli (casa Campolietti)	42. 0,2	15. 0,2	10. 2,8	58. 1,7	0,23316	0,44034	
Campobasso (VillaPistilli)	41. 33,9	14. 40,0	9. 54,9	57. 32,4	0,23595	0,43962	
Aquila (Orto del Comizio agr.)	42. 20,7	13. 23,5	10. 29,0	58. 27,8	0,23038	0,44046	
Solmona (al Crocefisso)	42. 2,5	13. 55,3	10. 8,9	58. 7,0	0,23302	0,44117	
Subiaco (S. Scolastica)	41. 55,0	13. 6,6	10. 43,7	58. 10,0	0,23236	0,44054	

Fisico-Chimica. — *Sul comportamento del pirrolo e dei suoi derivati rispetto alla legge di Raoult.* Nota di Gaetano Magnanini [1] presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« In questa nuova serie di determinazioni [2] io ho fatto uso del termometro di Beckmann [3]; questo termometro diviso in centesimi di grado è stato costruito dal meccanico dell'Istituto fisico-chimico della Università di Leipzig; la sua scala è stata rigorosamente confrontata con quella dei due termometri Baudin da me adoperati antecedentemente. I solventi impiegati sono gli stessi; per il jodolo, che è assai poco solubile nell'acido acetico e

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Chimico dell'Università di Padova.

(2) Vedi Rendiconti V, (1° semestre) pag. 214.

(3) Vedi Zeitschrift für physik. Chemie II, 644.

meno ancora nel benzolo, io ho adoperato come solvente il bromuro di etilene, nel quale la sostanza si discioglie sufficientemente. Il bromuro di etilene è stato seccato e distillato poco tempo prima di adoperarlo; bolliva a 130° a 752 m. m. e si congelava a 8°.35.

α-β'-Dimetilpirrolo.

« È stato preparato distillando l'acido *α-β'*-dimetilpirroldicarbonico, ottenuto dall'etere acetoacetico, con un peso maggiore del suo di carbonato potassico anidro, a piccole porzioni, in stortine di vetro ed in un bagno di lega metallica. Il prodotto ottenuto venne distillato in corrente di vapore, estratto con etere, seccato e distillato direttamente. Per questa sostanza, bollita a ricadere sull'ossido di bario per un giorno, io ho trovato il punto di ebullizione 165,7 (corr.) a 765,0 m. m. di pressione.

a) soluzione benzolica:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.4692	0°.255	0.5434	90
II.	1.0361	0.55	0.5308	92
III.	1.6840	0.875	0.5195	94
IV.	2.3823	1.21	0.5079	96
V.	3.9615	1.915	0.4834	101
VI.	7.1960	3.215	0.4467	109
VII.	14.4077	5.56	0.3858	127

b) soluzione acetica:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.3662	0°.145	0.3959	98
II.	2.0046	0.75	0.3741	104
III.	6.7770	2.38	0.3511	111
IV.	12.6901	4.15	0.3270	119

Peso molecolare calcolato per $C_6H_9N = 95$.

α-Acetilpirrolo.

« Preparato dal pirrolo con anidride acetica. La sostanza è stata purificata cristallizzandola prima dall'acqua e poi dall'etere, scolorando la soluzione eterea con nero animale. Fonde a 90°.5 (corr.).

« Nell'acqua a freddo l'*α*-acetilpirrolo è pochissimo solubile. Da una esperienza che ho fatto in soluzione molto diluita risulta che si comporta in modo normale.

a) soluzione benzolica:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.2282	0°.10	0.4382	111
II.	1.4652	0.51	0.3480	140
III.	3.8508	1.165	0.3025	161
IV.	7.3677	2.04	0.2768	176

Per la poca solubilità della sostanza non vennero sperimentate ulteriori concentrazioni.

b) soluzione in acido acetico:

I.	0.3317	0°.115	0.3466	112
II.	1.3510	0.47	0.3478	112
III.	2.9754	1.00	0.3360	116
IV.	6.6934	2.215	0.3309	117
V.	8.4678	2.79	0.3294	118
VI.	13.0212	4.20	0.3225	120
VII.	15.0550	4.84	0.3214	121

Peso molecolare calcolato per $C_6H_7NO = 109$.

Acido α-carbopirrolico.

« Proveniente dalla fabbrica di Kalle e Co. in Biebrich sul Reno. La purificazione ulteriore dell'acido, è stata fatta cristallizzandolo prima dall'acqua bollente, poi sciogliendolo in etere acetico, scolorando la soluzione con nero animale è precipitando con ligroina. Dopo due operazioni ho ottenuto un acido quasi bianco il quale ha dato all'analisi [1] il seguente risultato:
gr. 0,2620 di sost. dettero gr. 0,5212 di CO_2 e gr. 0,1106 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_5NO_2$
C	54.21	54.05
H	4.69	4.50

« L'acido α-carbopirrolico è troppo poco solubile nel benzolo per potere venire sperimentato in soluzione di questo solvente. Mi sono dovuto limitare all'acido acetico nel quale l'acido α-carbopirrolico è mediocremente solubile. Però devo dire che i risultati ottenuti non sono molto soddisfacenti ed hanno un andamento irregolare. La ragione di questo si trova nella proprietà che hanno le soluzioni acetiche dell' acido α-carbopirrolico di sopraraffreddarsi ordinariamente di molto prima di congelarsi. Anche mantenendo qualche cristallino di acido acetico nella soluzione ed agitando energicamente, io non sono riuscito, nelle diverse prove fatte, ad evitare un raffreddamento di 2-4 gradi al disotto del punto di congelamento della soluzione. L'effetto di questo fenomeno è un aumento irregolare nell'abbassamento termometrico, e per conseguenza una irregolare diminuzione nel peso della molecola. Le cifre che seguono, se non hanno per conseguenza un significato fisico, dimostrano però che l'acido α-carbopirrolico segue la legge di Raoult.

[1] L'analisi dell'acido α-carbopirrolico è l'unico criterio per decidere della sua purezza, giacchè il punto di decomposizione non è costante.

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.3811	0°.15	0.3935	92
II.	0.6045	0.22	0.3639	107
III.	0.6540	0.275	0.4200	92
IV.	1.6303	0.60	0.3680	105
V.	1.6811	0.635	0.3777	104
VI.	2.5773	0.95	0.3686	105
VII.	2.6174	0.985	0.3762	103
VIII.	2.7025	1.04	0.3848	101
IX.	3.2588	1.19	0.3651	107
X.	3.6188	1.375	0.3799	102

Peso molecolare calcolato per $C_5 H_5 NO_2 = 111$.

Etere metilico dell'acido α-carbopirrolico.

« Ottenuto dal sale sodico dell'acido α-carbopirrolico con joduro di metile. La sostanza venne purificata cristallizzandola prima dall'acqua bollente, poi scolorandola in soluzione di etere acetico con carbone animale e cristallizzandola per ultimo da una mescolanza di etere acetico e ligroina. Fonde esattamente a 73°.2.

a) soluzione in benzolo:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.2850	0°.12	0.4210	116
II.	1.0408	0.405	0.3891	126
III.	2.0857	0.735	0.3524	139
IV.	3.4777	1.145	0.3292	148
V.	5.6238	1.725	0.3067	159
VI.	9.8585	2.735	0.2774	176

b) soluzione acetica:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass.	peso molecolare
I.	0.3668	0.115	0.3135	124
II.	1.5233	0.465	0.3052	127
III.	3.3792	1.01	0.2988	130
IV.	9.7474	2.77	0.2841	137
V.	14.9042	4.07	0.2730	142

Peso molecolare calcolato per $C_6 H_7 NO_2 = 125$.

Tetrajodopirrolo (*Jodolo*).

« Proveniente dalla fabbrica di Kalle e Co. Le determinazioni sono state fatte sopra due preparati dei quali uno è stato purificato dall'alcool, l'altro dall'etere, precipitando, in soluzione molto concentrata, con ligroina. I due preparati, purificati con cura, hanno dato gli stessi numeri. Le determinazioni

sono state fatte in soluzione di bromuro di etilene e sono state estese fino a concentrazioni vicine alla saturazione; i pesi molecolari sono stati calcolati assumendo per abbassamento molecolare delle soluzioni nel bromuro di etilene il valore 117.9.

« Nell'acido acetico il jodolo è assai poco solubile. Da una determinazione fatta in soluzione molto diluita risulta che il suo comportamento è normale. In soluzione diluitissima di bromuro di etilene ho ottenuto valori normali, i quali però crescono assai rapidamente; alla concentrazione dell'uno per cento si ottiene già un peso molecolare superiore di $^1/_4$ a quello richiesto dalla formola $C_4\ J_4\ NH$.

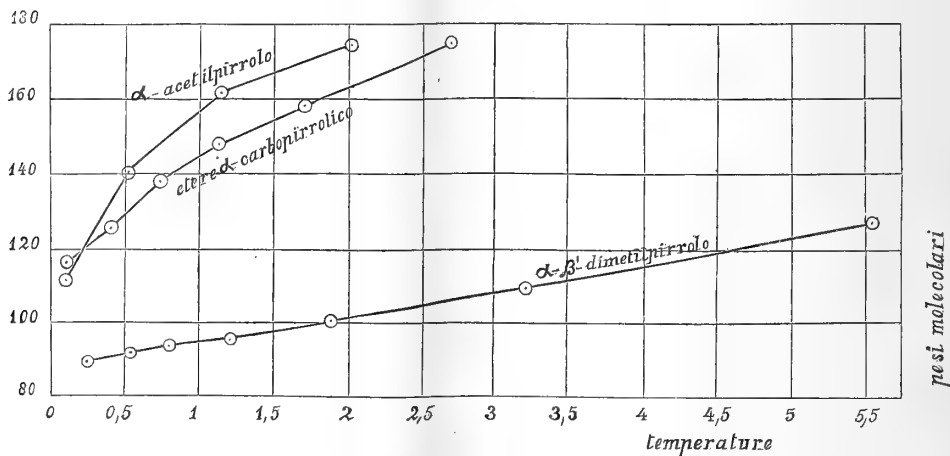
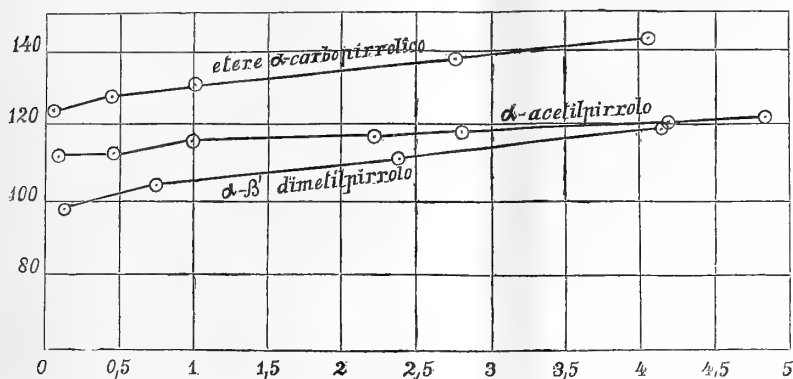
a) soluzione acetica:

	concentraz.	abbass. term.	coeff. di abbass	peso molecolare
I.	0.4024	0°.03	0.0745	523

b) soluzione in bromuro di etilene:

I.	0.0694	0.015	0.2161	545
II.	0.2550	0.05	0.1960	600
III.	0.3269	0.06	0.1835	643
IV.	1.0111	0.17	0.1681	701
V.	1.8000	0.30	0.1666	707
VI.	1.9225	0.315	0.1638	719
VII.	2.3079	0.385	0.1667	707
VIII.	2.3715	0.39	0.1653	713

Peso molecolare calcolato per $C_4 J_4 NH = 571$.

« Se si portano sopra un sistema di assi, come ascisse, gli abbassamenti termometrici e, come ordinate, i pesi molecolari trovati per una stessa sostanza, si ottengono delle curve, l'andamento delle quali per soluzioni benzoliche, è indicato dal seguente disegno:

« In soluzioni acetiche quelle curve si modificano nel modo seguente:

Calcolo secondo Arrhenius.

« Le concentrazioni notate nei quadri precedenti si riferiscono ad un peso di solvente eguale a 100. Come ho fatto nella mia Nota precedente, dò nei quadri seguenti, i valori delle concentrazioni (in peso) riferite ad un volume di soluzione eguale a 100, ed i nuovi coefficienti di abbassamento che ne risultano. Nella prima colonna si trovano le densità delle diverse soluzioni, calcolate come feci allora; e nella quarta colonna si trovano i nuovi pesi molecolari calcolati assumendo per nuovi abbassamenti molecolari i valori precedenti divisi ciascuno per la densità dei solventi rispettivi. Le densità del benzolo, del bromuro di etilene e delle soluzioni fatte in questi due solventi sono state determinate alla temperatura di 12°, quelle dell'acido acetico e delle soluzioni acetiche alla temperatura di 20°; in ogni caso le densità sono riferite a quella dell'acqua presa alla medesima temperatura. In queste condizioni le densità dei solventi sono state trovate:

per il benzolo d = 0.8875
per l'acido acetico d = 1.0520
per il bromuro di etilene d = 2.1896

α-β'-Dimetilpirrolo.

a) soluzione benzolica:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.8877	0.414	0.616	89
II.	0.8879	0.910	0.604	91
III.	0.8881	1.470	0.595	92
IV.	0.8883	2.066	0.585	94
V.	0.8889	3.386	0.565	97
VI.	0.8900	5.974	0.538	102
VII.	0.8926	11.238	0.494	111

b) soluzione acetica:

I.	1.0516	0.383	0.378	97
II.	1.0496	2.063	0.363	101
III.	1.0438	6.624	0.359	103
IV.	1.0366	11.672	0.355	104

α-Acetilpirrolo.

a) soluzione benzolica:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.8879	0.202	0.495	111
II.	0.8895	1.284	0.397	139
III.	0.8936	3.312	0.351	157
IV.	0.8991	6.169	0.330	166

b) soluzione in acido acetico:

I.	1.0522	0.347	0.331	111
II.	1.0527	1.403	0.334	111
III.	1.0534	3.043	0.328	112
IV.	1.0553	6.620	0.334	111
V.	1.0561	8.244	0.336	110
VI.	1.0583	12.200	0.344	107
VII.	1.0595	13.861	0.349	106

Etere metilico dell'acido α-carbopirrolico.

a) soluzione benzolica:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.8881	0.°251	0.478	115
II.	0.8895	0.916	0.442	124
III.	0.8916	1.821	0.403	136
IV.	0.8941	3.005	0.381	144
V.	0.8986	4.781	0.360	153
VI.	0.9072	8.140	0.335	164

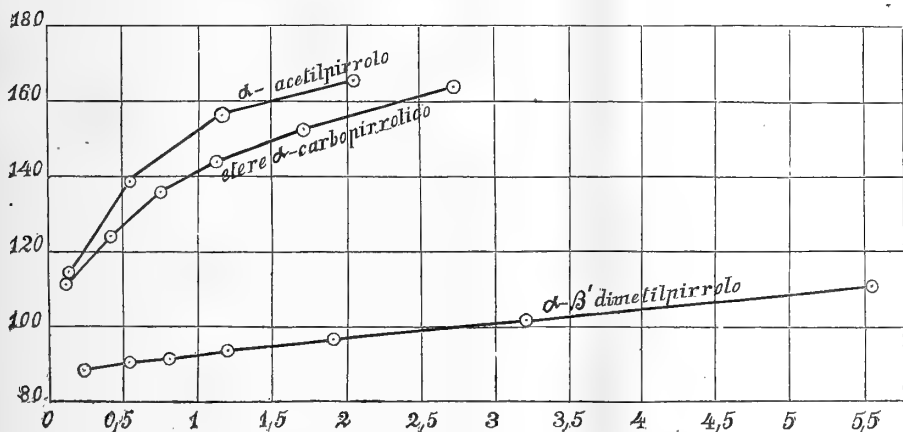
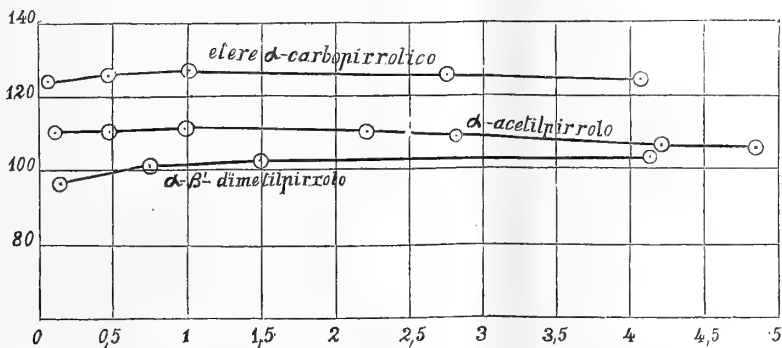
b) soluzione in acido acetico:

I.	1.0523	0.385	0.298	124
II.	1.0535	1.590	0.292	126
III.	1.0553	3.449	0.289	127
IV.	1.0616	9.428	0.293	126
V.	1.0666	13.834	0.294	125

Jodolo.

soluzione in bromuro di etilene:

	densità	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	2.1902	0.151	0.993	541
II.	2.1918	0.557	0.897	599
III.	2.1924	0.714	0.840	640
IV.	2.1983	2.200	0.772	696
V.	2.2051	3.898	0.769	699
VI.	2.2059	4.159	0.756	714
VII.	2.2094	4.986	0.772	696
VIII.	2.2095	5.113	0.762	706

« Il seguente disegno dimostra come si modifichi l'andamento delle curve dell' $\alpha\, \beta'$-dimetilpirrolo, dell'α-acetilpirrolo e dell'etere α-carbopirrolico, in soluzione di benzolo, quando le concentrazioni vengono riferite ad un volume di soluzione eguale a 100:

« Per l'α-acetilpirrolo e per l'etere α-carbopirrolico la variazione è ancor più evidente in soluzione acetica, dove ad una curva ascendente se ne sostituisce una discendente:

« Dalle esperienze descritte in questa e nella mia precedente comunicazione risulta che solamente il pirrolo, in soluzione benzolica, non segue la legge di Raoult. Tutti i suoi derivati fin qui studiati hanno un comportamento normale. Va notato inoltre, che i pirroli terziarii e l'α-β'-dimetilpirrolo, non fanno eccezione alla legge di Raoult, come non lo fanno gli analoghi derivati dal fenolo studiati dal prof. Paternò ».

Chimica. — *Sui derivati nitrici degl'indoli.* Nota di Carlo Zatti [1], presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« I derivati nitrici degli indoli non sono stati ancora ottenuti, perchè fino a questi ultimi tempi la preparazione di queste sostanze era congiunta con grandi difficoltà. Ora per le brillanti sintesi del Fischer gli omologhi dell'indolo sono divenuti corpi accessibilissimi, sebbene quest'ultimo sia ancora un preparato piuttosto raro.

« Io ho intrapreso, in seguito alle mie ricerche pubblicate recentemente in questi Rendiconti [2], lo studio dei derivati nitrici degli indoli e do in questa Nota la descrizione dei composti che ho ottenuto finora per

l'Azione dell'acido nitrico sul metilchetolo.

« Mentre il pirrolo ed i suoi omologhi vengono distrutti dall'acido nitrico, il metilchetolo può venire trasformato direttamente nei suoi derivati nitrici. Il metodo da me seguito in questa ricerca è stato il seguente. In 10 parti di acido nitrico concentrato (d = 1,50), raffreddato con una miscela di neve e sale, introdussi una parte di metilchetolo a piccole porzioni per volta. La reazione, se l'acido è mantenuto freddo e se la miscela viene continuamente agitata, non è molto energica. Il metilchetolo si scioglie nell'acido nitrico a poco a poco, colorando il liquido dal rosso al bruno assai carico. A reazione terminata la massa diventa quasi solida e d'un colore rosso bruno. Il prodotto della reazione, separato dall'eccesso di acido nitrico mediante filtrazione, viene disteso sopra una piastra porosa. Si ottiene in tal modo una materia, che varia nel suo colore, a seconda che la reazione del metilchetolo sull'acido fu più o meno energica, dal giallo rossastro al rosso bruno. Il metodo migliore per la purificazione di questo prodotto è di scioglierlo nell'alcool a caldo, ove è discretamente solubile, trattarlo con nero animale, ed alla soluzione concentrata, aggiungere poca acqua. Si separa in tal modo dopo lungo riposo, una sostanza cristallizzata in aghetti colorati in giallo ranciato, che per successive cristallizzazioni e trattamento con nero animale, acquista un colore più chiaro. Il

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Chimico dell'Università di Padova.

(2) Rendiconti della R. Acc. Lincei IV (2° sem.) 184, e V (1° sem.) 221.

nuovo composto non fonde, ma si decompone col riscaldamento in una massa nera, e scaldato bruscamente sulla lamina di platino deflagra. La sua soluzione alcoolica ed acquosa ha reazione debolmente acida.

« Le analisi diedero numeri, che corrispondono a quelli richiesti da un

Dinitrometilchetolo ($C_9 H_7 N_3 O_4$).

I. 0,1558 gr. di sostanza diedero 0,2802 gr. di CO_2 e 0,0478 gr. di H_2O.
II. 0,1090 gr. di sostanza diedero 17 c. c. di azoto misurati a 766,6^{mm} ed alla temperatura di 7°.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_9 H_7 N_3 O_4$
	I.	II.	
C	49,04	—	48,86
H	3,40	—	3,16
N	—	19,02	19,00

« Il dinitrometilchetolo è pochissimo solubile nell'acqua anche bollente, solubile nell'alcool, nell'etere acetico, nell'acido acetico, a caldo, poco solubile nel benzolo e nel cloroformio. Come dissi ha reazione acida, si scioglie negli idrati e nei carbonati alcalini, e dà un sale baritico, sia che lo si sciolga nell'acqua di barite o lo si faccia bollire con carbonato baritico. Dà anche un sale argentico, sciogliendolo nella quantità necessaria di ammoniaca, diluendo con acqua, e precipitando la soluzione con nitrato di argento, dopo aver scacciato l'eccesso di ammoniaca. Il sale argentico in tal modo ottenuto, è d'un aspetto gelatinoso, giallognolo e si rapprende per raffreddamento e lungo riposo in una massa molle e gialla.

« Il composto ora descritto è dunque un dinitrometilchetolo, in cui almeno un residuo nitrico deve necessariamente trovarsi nel nucleo aromatico dell'indolo; mi è sembrato perciò interessante di vedere se, variando la concentrazione dell'acido nitrico, fosse possibile di ottenere un mononitrometilchetolo, in cui il residuo nitrico rimpiazzasse l'idrogeno metinico tetrolico del metilchetolo. La densità dell'acido adoperato era di 1,47. La reazione questa volta è assai lenta e non avviene se non si riscalda leggermente il liquido, dopo aggiunto il metilchetolo. Il prodotto della reazione venne diluito con acqua; in questo modo si separa una sostanza rosso-bruna che, filtrata, lavata e seccata sopra una piastra porosa, fu fatta cristallizzare ripetutamente dall'alcool diluito, impiegando nero animale.

« Il composto così ottenuto mantiene anche dopo ripetute cristallizzazioni dall'alcool un colore giallo marcato, ma si arriva ad ottenerlo quasi perfettamente bianco sciogliendolo nell'acido acetico e precipitandolo dalla soluzione con acqua.

« L'analisi diede numeri che si avvicinano a quelli richiesti dalla formola di un dinitrometilchetolo.

I. 0,1450 di sostanza diedero 22 c. c. di azoto, misurati a 760,^{mm} 7 e alla temperatura di 5°,6.

II. 0,1252 di sostanza diedero 19,2 c. c. di azoto, misurati a 756,^{mm}8 ed alla tempera tura di 6°,5.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per le formole	
	I.	II.	$C_9 H_8 N_2 O_2$	$C_9 H_7 N_3 O_4$
N	18,50	18,53	15,90	19,00

« Il composto ottenuto in tal modo non fonde ma si decompone col riscaldamento. È quasi insolubile nell'acqua ed è più solubile del dinitrometilchetolo già descritto tanto nell'alcool che nell'etere acetico. È poco solubile nel benzolo, si scioglie nell'acido acetico, da cui viene precipitato dall'acqua. Non sembra cristallino, ma si presenta sotto forma di una polvere leggerissima.

« Si scioglie nei carbonati alcalini e dà un sale sodico ed un sale argentico come il precedente composto. Questo secondo nitrocomposto che si forma per azione di un acido nitrico più diluito sul metilchetolo sembra dunque essere un isomero di quello descritto più avanti, sebbene io non sia riuscito fin ora ad averlo allo stato di perfetta purezza. In ogni modo dalle mie esperienze risulta, che per azione dell'acido nitrico sul metilchetolo si formano di preferenza derivati nitrici bisostituiti.

« In quanto alla posizione dei residui nitrici nei composti descritti, nulla posso dire per ora e la determinazione di questa sarà oggetto di ulteriori ricerche.

« Mi riservo inoltre di pubblicare in una prossima Nota lo studio dei prodotti di ossidazione e di riduzione delle sostanze qui descritte. Contemporaneamente estenderò le mie ricerche all'acido α-indolcarbonico ed alla sua anidride per completare lo studio dei derivati nitrici degli indoli ».

Cristallografia. — *Sull' α-benzolbisolfato potassico.* Nota di Menotti Zenoni [1], presentata dal Socio Struever.

« L'*α-benzolbisolfato potassico* = $C_6(SO_3K)H(SO_3K)H_3 + H_2O$ è un derivato dell'acido α-benzolbisolforico (corrispondente all' acido isoftalico) il quale (secondo gli studii dei professori Körner e Monselice, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di scienze lettere ed arti, anno 1875) è insolubile nell'alcool assoluto, molto solubile, invece, nell'acqua, della quale 100 parti a 100° disciolgono 105,772 di sale anidro. Quest'ultimo sopporta, senza scomporsi, una temperatura di 228°. Il sale contiene una molecola d'acqua di cristallizzazione, come risulta dalla formola superiore, e precisamente

5. 41 $^0/_0$ (quantità calcolata) 5. 55 $^0/_0$ (quantità trovata).

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Mineralogia della R. Università di Pavia. Il materiale, per lo studio, mi fu dato dal prof. Guglielmo Körner.

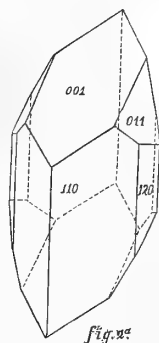
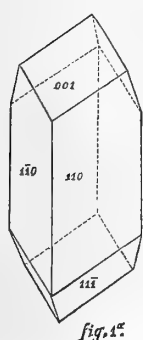
« *Sistema cristallino.* Monosimmetrico:

$$a : b : c = 1,5659 : 1 : 1,8740$$
$$\beta = 55^\circ$$

« Forme osservate:

$$\{110\} \; \{001\} \; \{120\} \; \{011\} \; \{\bar{1}11\}$$

Cristalli limpidi, trasparenti, di varia mole. Sono predominanti le faccie della forma $\{110\}$ che presentansi assai piane e riflettono immagini semplici.

fig. 1ª fig. 2ª

« Il pinacoide $\{001\}$ suole avere faccie nitide e piane nei piccoli individui, mentre presenta faccie curve e semiopache nei cristalli più voluminosi. Le rimanenti forme hanno faccette assai poco sviluppate, però assai nette. Una circostanza degna di nota è determinata dal fatto, che la maggior parte dei cristalli avuti a disposizione presentava la combinazione fig. 1ª, dove manca ogni indizio delle forme $\{011\}$ $\{120\}$; sovente la piramide $\{\bar{1}11\}$ si presenta, in questi, con una sola faccetta. Solo in 3 cristalli assai grossi notasi la combinazione fig. 2ª con le forme $\{011\}$ $\{120\}$. In questi manca, invece, la piramide $\{\bar{1}11\}$. È per questa ragione che non si poterono eseguire misure goniometriche fra le facce della piramide e quelle delle due forme $\{011\}$ $\{120\}$.

« Furono misurati 6 cristalli.

Valori angolari.

Angoli	Media	Limiti	Val. calc.	N
(001) . ($\bar{1}$11)	80.14	80.7 — 80.20	*	3
(110) . ($\bar{1}$11)	63.24	63.23 — 63.25	*	4
(001) . (110)	69.21	69.19 — 69.23	*	3
($\bar{1}$11) . ($\bar{1}\bar{1}$1)	112.12	112.5 — 112.17	112.19	4
(1$\bar{1}$0) . (110)	103.49	103.41 — 103.57	104.7	4
($\bar{1}$10) . ($\bar{1}$11)	30.33	30.27 — 30.38	30.25	3
(110) . (011)	31.23	31.15 — 31.31	31.26	2
(120) . (011)	26.42	26.35 — 26.49	26.36	3
($\bar{1}$20) . (011)	48.12	48.12	48.10	1
($\bar{1}$10) . (011)	62.3	62.3	62.5	1
(120) . (001)	77.48	77.48	77.58	1
($\bar{1}$20) . (001)	102.8	102.7 — 102.10	102.2	2
(011) . (001)	56.39	56.30 — 56.50	56.55	3
(110) . (120)	16.29	16.12 — 16.50	16.39	4
(120) . ($\bar{1}$20)	42.50	42.50	42.35	1

Sfaldatura perfetta secondo }001{. Sulla faccia }110{ una direzione di estinzione fa un angolo di circa 8°-9° all'indietro con [(110) : (1$\bar{1}$0)]. Il piano degli assi ottici è normale a }010{ e forma un angolo di circa 23° all'indietro con }100{. La bisettrice acuta è normale al piano di simmetria. Dispersione degli assi poco energica. 2 E a = circa 96° (luce bianca) ».

Farmacologia. — *Sull'influenza della polimeria nell'azione fisiologica dei corpi. — Ricerche sull'azione di alcuni derivati della carbimide.* Nota di F. Coppola [1], presentata dal Socio Tommasi-Crudeli.

« In due Note precedenti sulla funzione fisiologica della polimeria mi sono occupato dell'azione del triossimetilene, dell'aldeide etilica e dei suoi polimeri [2]. Ed avendo osservato nel triossimetilene del Butlerow un comportamento fisiologico simile a quello della paraldeide, di cui secondo l'Hoffmann esso sarebbe il composto analogo [3] mi riserbavo di studiare anche l'azione del triossimetilene del Pratesi, che per la sua densità di vapore corrisponde a una vera triformaldeide [4]. Però i tentativi fatti per ottenere questo corpo riuscirono infruttuosi; ed avendo pregato lo stesso prof. Pratesi di inviarmene alcuni grammi, mi rispose di non potermi contentare avendolo tutto impiegato nelle sue ricerche.

« Passo quindi ad esporre i risultati ottenuti dallo studio di un altro gruppo di polimeri, appartenenti alla serie isocianica e derivati precisamente dalla carbimide.

« Dell'acido isocianico o carbimide, $CO = NH$, si conoscono due polimeri: l'acido cianurico o tricarbimide $C_3O_3N_3H_3$, che risulta dalla condensazione di tre molecole di acido isocianico, e la ciamelide $(CONH)_x$ di cui s'ignora il grado di condensazione; sicchè abbiamo complessivamente tre composti che si fanno esatto riscontro coll'aldeide etilica, la paraldeide e la metaldeide, poichè anche di questa non è stato possibile determinare il grado di condensazione. Senonchè l'acido isocianico è un composto poco stabile; a una temperatura superiore a 0° si trasforma rapidamente in ciamelide e al contatto dell'acqua si trasforma in carbonato ammonico; e così i suoi sali si trasformano rapidamente in ammoniaca, e nei carbonati corrispondenti. Il Kabuteau e il Massul non considerando abbastanza questa proprietà si provarono

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto farmacologico della R. Università di Messina.

(2) Atti della Soc. di Sc. nat. ed econ. di Palermo 1886. Ann. di chim. e farmacologia serie 4ª, vol. IV, p. 325 e vol. V, pag. 140.

(3) Ber. d. deut. ch. Ges. 1869, p. 152.

(4) Gazz. chim. it., t. XIV, p. 139.

a determinare l'azione fisiologica dell'isocianato potassico; ma naturalmente non ottennero che gli effetti del carbonato potassico che ne risultò [1].

« Non essendo per conseguenza possibile d'istituire direttamente un paragone tra l'azione fisiologica della carbimide e quella della tricarbimide, pensai di studiarne i corrispondenti eteri etilici e paragonare infine l'azione dell'acido cianurico a quella della ciamelide.

« Esporrò sommariamente i risultati ottenuti, rimandando quanto ai metodi seguiti alle Memorie sopracitate.

Azione fisiologica dell'isocianato e dell'isocianurato di etile.

« L'isocianato e l'isocianurato di etile, sui quali ho fatto le mie esperienze furono preparati col metodo del Würtz nell'Istituto chimico della R. Università di Palermo e a me gentilmente offerti dal prof. Paternò a cui son lieto di esprimere i miei ringraziamenti.

« L'isocianato di etile o etilcarbimide $C_2H_5—N=CO$ è un liquido bollente a 60°, della densità 0,8981 quasi insolubile nell'acqua, ma molto volatile. I suoi vapori anche in istato di grande diluizione irritano fortemente la congiuntiva e per via riflessa provocano lacrimazione; agendo sulla mucosa respiratoria portano senso di soffocazione e tosse. L'etilcarbimide si assorbe rapidamente sia per la via dello stomaco, sia per iniezione ipodermica che per la superficie pulmonale.

« Nelle rane iniettandone qualche goccia sotto la pelle, si osserva subito una grande eccitazione con aumento della secrezione cutanea. Dopo qualche minuto l'animale si presenta tranquillo; la pupilla ristretta; più rari i movimenti dell'apparecchio ioideo; più deboli i riflessi, e difficili i movimenti degli arti. Ben presto la respirazione si sospende, la pupilla si fa piccolissima, i riflessi molto deboli, e secondo la dose dopo 10-15 minuti la rana è del tutto paralizzata. Mettendo allora il cuore allo scoperto lo si vede battere ancora con discreta frequenza, ma è incompleta la diastole ventricolare.

« Anche eccitando direttamente con una forte corrente indotta il nervo sciatico si ottiene una debolissima o nessuna reazione degli apparecchi muscolari corrispondenti; la contrazione poi si ottiene più difficilmente per correnti di eguale intensità eccitando direttamente i muscoli, massime quelli più vicini al sito dell'iniezione.

« Volendo determinare quanta parte alla paralisi generale prendano i centri nervosi e quanta gli apparecchi periferici, ho con apposita legatura intercettato il corso del sangue nel treno posteriore e iniettato il farmaco sotto la pelle nel treno anteriore. Ed ho osservato che primi a mancare sono i movimenti respiratori e che la paralisi prima di moto e poi di senso avviene più presto nel treno anteriore anzichè nel treno posteriore, dove anche

[1] Comptes rendus. LXXIV, 57.

dopo la paralisi persiste a lungo la contrattilità muscolare sia diretta che indiretta. La morte del muscolo avviene principalmente per azione di contatto dovuta alla diffusione del liquido indipendentemente dal trasporto di esso per mezzo del sangue; infatti si verifica egualmente negli arti in cui si sia intercettato il corso del sangue, se si tiene la rana per qualche minuto in un ambiente carico dei vapori dell'etilcarbimide. Al contrario se si pratica l'iniezione non sotto la pelle ma dentro la cavità addominale si ha la paralisi generale, quando ancora i muscoli degli arti sono sia direttamente che indirettamente eccitabili.

« Sugli animali a sangue caldo gli effetti dell'etilcarbimide sono più violenti. I conigli per dosi di 0,30 — 0,50 c.c. iniettate sotto la pelle, dopo brevi momenti di eccitazione con acceleramento del respiro, cadono al suolo in preda a forte dispnea; la pupilla ristretta; le mucose diventano rapidamente cianotiche e in pochi secondi l'animale muore fra convulsioni cloniche e tossiche. Per dosi più piccole (0,10 — 0,20 c.c.) il periodo di eccitazione è più prolungato; la pupilla si restringe, i movimenti respiratori, per qualche minuto più frequenti, diventano man mano più rari. L'animale distende le zampe, abbandona il capo da un lato; la dispnea diventa sempre più accentuata, si pronunzia la cianosi delle mucose ma l'impulso cardiaco si conserva ancora abbastanza forte e vivaci i riflessi. Dalle narici si vede spesso colare muco più o meno sanguinolento, e infine la paralisi del respiro determina la morte non sempre preceduta dalle convulsioni asfittiche. Aperto subito dopo il torace si vede il cuore ancora pulsare e pieno di sangue cianotico. I polmoni edematosi; nella trachea e nei bronchi del siero sanguinolento e la mucosa iperemica. Iperemia ed ecchimosi negli organi addominali.

« Quanto all'apparecchio cardiovascolare si ha nei mammiferi prima aumento e quindi diminuzione della pressione sanguigna. Nelle rane tanto nel cuore in sito che nel cuore isolato si osserva una graduale diminuzione nel numero di battiti, abbassamento della pressione e rimpicciolimento della diastole ventricolare fino all'arresto del cuore in sistole.

« Queste modificazioni sono dovute alla paralisi della fibra miocardica, che cade in uno stato di rigidità simile a quella a cui soggiacciono gli altri muscoli; sicchè il cuore fermatosi si dimostra insensibile a tutti gli eccitamenti fisici e chimici.

« Miograficamente, col metodo ampiamente descritto nelle Memorie sopracitate, ho determinato con maggior precisione l'influenza dell'etilcarbimide sulla contrattilità muscolare sia diretta che indiretta. E nelle rane ho osservato costantemente, ma in grado vario secondo la dose iniettata, diminuzione nell'ampiezza della curva, modificazione nella sua forma rendendosi più lento il rilasciamento muscolare e finalmente più rapido l'esaurimento del muscolo; le quali modificazioni corrispondono a quelle osservate nel cuore isolato.

« L'isocianurato di etile o trietilcarbimide $C_3 O_3 N_3 (C_2 H_5)_3$ si presenta in prismi romboidali, fusibili a 95°, solubili nell'acqua calda, nell'alcool e nell'etere, ma pochissimo solubili nell'acqua fredda.

« Le dosi mortali della trietilcarbimide sono circa il triplo di quelle della etilcarbimide; però la sua azione decorre molto più lentamente. Mettendo sotto la pelle in una rana gr. 0,05 di cianurato di etile in polvere l'animale prima eccitato cade a poco a poco in istato di narcosi; e così dopo un' ora circa si veggono mancare i movimenti volontari, più rari quelli dell'apparecchio ioideo, e anche i riflessi lentamente diventano più deboli. Dopo 2-3 ore i movimenti respiratori sono sospesi, i riflessi annullati salvo nella cornea dove persistono più a lungo, la pupilla ristretta. Anche in tale stato di completa paralisi eccitando con una corrente indotta i muscoli o i nervi corrispondenti si ottiene una reazione molto vivace; e miograficamente non ho osservato modificazione sensibile nella contrattilità muscolare sia diretta che indiretta. Il cuore batte sempre con energia e frequenza quasi normali.

« Anche nei mammiferi l'azione si svolge molto lentamente. Essendo la trietilcarbimide poco solubile nell'acqua fredda, per iniettarla sotto la pelle ho profittato della sua grande solubilità nell'etere, la quale permette d'introdurre nel tessuto sottocutaneo quantità relativamente grandi del farmaco, impiegando un volume così piccolo di etere che questo viene rapidamente eliminato per la superficie pulmonale senza determinare effetti sensibili. Le dosi di 0,20-0,30 gr. in tal modo iniettate sotto la pelle di conigli di 1 kgr. portano prima una certa eccitazione, dopo 2-3 ore un certo grado di narcosi per cui l'animale se ne sta adagiato sul ventre e il respiro è più caro. Per dosi di 0,40-0,50 gr. si riproduce in principio questo stato di narcosi ma dopo 2-3 ore l'animale non è più buono a reggersi sugli arti, si abbandona sul ventre, lasciando pendere il capo da un lato, i riflessi normali, e se è spinto si muove barcollando e si rimette nella stessa posizione. Il numero degli atti respiratori è notevolmente diminuito, riducendosi di $^1/_3$-$^1/_2$ dell'iniziale. In seguito si osservano delle vive contrazioni dei muscoli del volto, che si possono provocare anche pizzicando l'animale. I movimenti respiratori si fanno sempre più rari, mentre l'impulso cardiaco si mantiene ancora forte; persistono gli spasmi del volto, si pronunzia di più la cianosi e dopo 4-5 ore avviene la morte per arresto del respiro. Aperto il torace si trova il cuore ancora pulsante; i pulmoni edematosi; negli organi addominali iperemie ed ecchimosi puntiformi.

Azione fisiologica dell'acido cianurico e della ciamelide.

« L'acido cianurico si presenta in piccoli prismi trimetrici contenenti 2 molecole di acqua di cristallizzazione; molto solubile nell'acqua bollente si scioglie in 40 parti di acqua fredda. La ciamelide $(CONH)_x$ è una polvere bianca, amorfa, affatto insolubile nell'acqua. I preparati sui quali ho

fatto le mie esperienze erano purissimi e provenivano dalla fabbrica Trommsderff di Erfurt.

« Tanto l'acido cianurico che la ciamelide sono due sostanze dotate di una debole azione fisiologica. A cavie del peso medio di gr. 500 senza effetti sensibili ho iniettato sotto la pelle fino a gr. 0,30 di acido cianurico e fino a gr. 0,50 a conigli di 1 kgr., nei quali anche le dosi di 1 gr. iniettate nello stomaco riuscirono inattive; e la poca solubilità dell'acido cianurico non permette la iniezione venosa nè la iniezione ipodermica di dosi elevate. Della ciamelide in sospensione nell'acqua ho somministrato per la via dello stomaco fino a 4 gr. a cani del peso di kgr. 3-5 senza alcun risultato.

« Nelle rane dosi di 10-15 centigr. sia di acido cianurico sia di ciamelide in polvere iniettate sotto la pelle non furono avvertite.

« Conchiudendo: L'isocianato e l'isocianurato di etile agiscono essenzialmente sulla funzione respiratoria, in grado diverso prima eccitandone e poi paralizzandone il centro. Se si fa astrazione del potere tossico a me pare che nella natura della loro azione presentino analogie sufficienti coll'acido cianidrico per essere compresi nello stesso gruppo, il che riesce più evidente se si paragonano col cianogeno, nel quale già mancano alcune proprietà fisiologiche dell'acido cianidrico (1).

« Rapporti più stretti in riguardo al comportamento fisiologico esistono tra questi eteri e il ditiocianato di etile studiato dell'Högyes (2) e l'isosolfocianuro di allile studiato dal Mitscherlich e dal Köhler (3).

« Ciò porta a conchiudere che l'isomeria di struttura nei derivati del cianogeno non cambia la natura della loro azione, se pure non si voglia ammettere che nell'organismo animale i composti isocianici passino nei corrispondenti cianici, il che, ch'io sappia, non è avvalorato da alcuna esperienza. E poichè l'etilcarbomide è più attiva dell'isosolfocianato di allile malgrado la differenza del radicale alcoolico, dobbiamo ammettere che nella serie cianica i composti ossigenati siano più velenosi dei composti solforati.

« È degno di nota che l'acido cianurico e la ciamelide siano sostanze quasi del tutto innocue per l'organismo animale; il che acquista maggiore importanza se si considera che lo stesso fatto è stato osservato in composti solforati e appartenenti alla serie cianica normale. Infatti mentre il ditiocianato di etile è dotato di notevole potere tossico, il ditiocianato potassico è inattivo o al più agisce per il potassio che contiene (4); e lo stesso solfocianuro potassico, almeno per gli animali a sangue caldo si dimostra dotato di debole potere tossico: a un porcellino d'India di gr. 600 iniettai sotto la pelle in tre volte nel corso di un'ora 1 gr. di solfocianuro potassico

(1) B. Bunge, Arch. f. exp. Path. u. Pharm. XII, 43.
(2) Högyes, Arch. f. exp. Path. u. Pharm. IX, 127.
(3) Citati nel trattato di Mat. med. di Nothnagel e Kelsbach. Trad. it. 1887, p. p. 585.
(4) Högyes, l. c.

e non ottenendo ancora l'avvelenamento ne iniettai in unica volta altri 50 centigr., e si ebbe la morte soltanto dopo mezz'ora dall'ultima iniezione; mentre una cavia dello stesso peso morì in pochi minuti per iniezione ipodermica di un solo centigr. di cianuro potassico.

« Se finalmente paragoniamo l'azione dell'etilcarbimide con quella della trietilcarbimide noi vediamo confermati i risultati già ottenuti del confronto dell'azione dell'aldeide e della paraldeide. Anche l'etilcarbimide polimerizzandosi conserva il suo tipo di azione; però da liquido eminentemente volatile esso si trasforma in una sostanza solida poco solubile; diminuisce la sua diffusibilità e per conseguenza la sua azione fisiologica diventa più lenta e meno profonda; le alterazioni anatomiche pur conservando la stessa natura e la stessa sede diventano meno gravi; vien meno l'azione irritante locale, si perde l'azione paralizzante sulla fibra muscolare, il che abbiamo anche osservato passando dall'aldeide alla paraldeide. Tanto per l'isocianato che per l'isocianurato il cuore è l'*ultimum moriens;* però l'arresto del cuore nel primo caso avviene più presto ed è dovuto alla paralisi della fibra muscolare; avviene più tardi nel secondo caso e per paralisi dei gangli nervosi.

« Queste conchiusioni in riguardo all'influenza della polimeria ci vengono indirettamente confermate dal confronto dell'azione del cianogeno $(CN)_2$ e dell'acido cianidrico CNH. Infatti secondo le esperienze del Bunge (l. c.) mentre la dose minima mortale di acido cianidrico per un gatto è di gr. 0,004 quella del cianogeno è di gr. 0,02, e in ogni caso l'azione si svolge meno tumultuariamente e più lentamente ».

Biologia. — *Sui Fenomeni della scissione nucleare indiretta negli epiteli di rivestimento.* Nota del dott. Ottone Barbacci, presentata dal Socio Bizzozero.

« Il fenomeno della scissione nucleare indiretta negli epiteli di rivestimento non è stato ancora sottoposto ad uno studio metodico completo, e nella letteratura si trova solo qualche lavoro che concerne l'uno o l'altro de'numerosi epiteli di questa categoria: così Bockendahl ha studiato sotto questo punto di vista l'epitelio tracheale, Flemming gli epiteli cutaneo, orale, intestinale e quello che riveste la tromba falloppiana: Eberth l'epitelio esofageo. Per consiglio del prof. Bizzozero ho preso a studiare metodicamente il fenomeno della scissione nucleare indiretta negli epiteli di rivestimento in diverse specie animali e in individui giunti al loro completo sviluppo: ho condotto lo studio con un doppio obbiettivo, di verificare cioè se, una volta giunto l'animale a completo sviluppo, persiste negli elementi cellulari che costituiscono gli epitelii in discorso un lavorio qualsiasi di rigenerazione, e di stabilire inoltre in qual misura ne'diversi epiteli, nelle diverse specie

animali si esplica questo lavoro. A tale scopo ho istituite ricerche su tre specie animali, la cavia, il coniglio e il cane; nell' insieme ho esaminato gli epiteli di 8 animali: 2 cavie, 3 conigli e 3 cani; tutti avevano oltrepassato quel limite rispettivo di età, al quale, per comune consenso, si suol ritenere l'animale giunto al suo completo sviluppo; qualcuno forse declinava già verso la vecchiezza. Di epiteli ho esaminato quelli appartenenti alle 11 parti seguenti: Esofago, Trachea, grossi Bronchi, Coledoco, Cistico, Tromba del Falloppio, Condotto deferente del Testicolo, Uretere, Vescica, Vagina ed Uretra.

« Dei metodi di studio, come dei minuti particolari riflettenti i singoli epiteli dirò ampiamente a lavoro completo; in questa Nota mi limito a far conoscere le conclusioni generali alle quali sono sceso dall'esame accurato de'fatti osservati. Esse sono le seguenti:

« 1° I fenomeni della scissione nucleare indiretta persistono, a completo sviluppo dell' organismo, in tutti gli epiteli di rivestimento delle tre specie animali, cavia, coniglio e cane;

« 2° L'intensità con cui si svolgono i processi rigenerativi negli epitelii di rivestimento varia: 1° col variare dell'organo cui l'epitelio appartiene: 2° col variare della specie animale, da cui l'organo stesso proviene; 3° col variare dell'individuo che l'organo medesimo ha fornito;

« 3° Delle tre specie animali, esaminate la cavia è quella che mostra ne'suoi epiteli di rivestimento più attivi i processi di rigenerazione: seguono, a gran distanza da essa, ma quasi con pari grado di intensità, l'una per rispetto all'altra, le due specie animali cane e coniglio;

« 4° L'intensità con cui si svolgono i processi cariocinetici negli epiteli di rivestimento mostra una completa indipendenza dai caratteri morfologici degli epiteli medesimi.

« 5° Non è dato afferrare un rapporto costante qualsiasi tra l'attività con cui in un epitelio di rivestimento si compiono i fatti rigenerativi ed il grado o la qualità della funzione: ciò senza pregiudizio alcuno della possibile esistenza di questo rapporto.

« 6° Se non assolutamente dimostrato, è fortemente presumibile che il fenomeno della scissione nucleare indiretta negli epiteli di rivestimento non sia un fatto continuo, ma intermittente, ed intermittente non tanto per ragioni di spazio quanto per ragioni di tempo.

« Quest'ultima conclusione merita due parole di commento: ad essa sono stato condotto dall'esame accurato de'fatti seguenti. In quasi tutti gli epiteli studiati ho potuto sempre constatare che le mitosi avevano tendenza a raggrupparsi in certi punti della superficie epiteliale. Inoltre, nell'esame di diverse parti mi è non di rado occorso di non trovare mitosi in un frammento preso da un certo punto dell'organo in istudio, mentre ne ho trovate in altri frammenti dell'organo stesso. Infine, in alcuni pochi casi, per quanto abbia

esaminato numerosissime sezioni, provenienti da punti diversi di un medesimo organo, ho riscontrato mitosi in così scarso numero da non stare in nessuna possibile relazione con quanto pel medesimo organo avevo notato in altri individui della stessa specie. Ricollegando questi diversi fatti fra loro mi è sembrato, che nella proposizione suesposta, ed unicamente in essa, potessero trovare la loro più completa spiegazione.

« Ad illustrazione di quanto ho esposto credo utile aggiungere, raccolti in un quadro, i resultati che riflettono il numero di mitosi contenute in un mm^2 di epitelio pei diversi epiteli e pe' diversi animali studiati ».

Numero di mitosi per mm^2 di epitelio per gli epiteli e gli animali successivamente indicati.

Epitelio	Animale	Mitosi
Esofago	Cavia 1ª	175
	» 2ª	81
	Coniglio 1°	104
	» 2°	75
	» 3°	220
	Cane 1°	86
	» 2°	83
	» 3°	275
Trachea	Cavia 1ª	2.6
	» 2ª	2.5
	Coniglio 1°	1.6
	» 2°	4
	» 3°	5
	Cane 1°	17
	» 2°	11.6
	» 3°	8
	Cavia 1ª	5.3
	» 2ª	3
Bronchi	Coniglio 1°	8.3
	» 2°	1.6
	» 3°	3
	Cane 1°	0.8
	» 2°	0.9
	» 3°	2.5
Coledoco	Cavia 1ª	52.4
	» 2ª	70.7
	Coniglio 1°	2.2
	» 2°	1.7
	» 3°	9.1
	Cane 1°	3.7
	» 3°	3.2
Cistico	Cavia 2ª	77.1
	Coniglio 1°	2.6
	» 3°	4.6
	Cane 1°	3.7
	» 3°	1
Tromba del falloppio	Cavia 1ª	2.9
	Coniglio 1°	6.5
	» 2°	3.5
	Cane 2°	6.4
Condotto def. del testicolo	Cavia 2ª	4.6
	Coniglio 3°	3
	Cane 3°	1.3
Vagina	Cavia 1ª	58.7
	Coniglio 1°	4.7
	» 2°	2.4
	Cane 2°	22.5
Uretere	Cavia 1ª	23.6
	» 2ª	5.5
	Coniglio 1°	4.1
	» 2°	0.6
	» 3°	3.2
	Cane 1°	7.8
	Cane 2°	3.4
	» 3°	5.4
Vescica orinaria	Cavia 1ª	48.9
	» 2ª	33.4
	Coniglio 1°	0.5
	» 2°	0.2
	» 3°	0.7
	Cane 1°	2.9
	» 2°	0.8
	» 3°	1.7
Uretra maschile	Coniglio 3°	10
	Cane 1°	3
	» 3°	3
Uretra femminile	Cavia 1ª	22.3
	Coniglio 1°	2.3
	» 2°	2.4
	Cane 2°	2.7

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

E. Pucci. *Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche.* Presentata dal Socio Cremona.

E. Salvioni. *Di una nuova costruzione dell' ohm legale.* Presentata dal Corrispondente Roiti.

L De Blasi e G. Russo Travali. *Del potere riduttore dei microrganismi sulle sostanze organiche.* Presentata dal Socio Tommasi Crudeli.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio STRUEVER, relatore, a nome anche del Socio CANNIZZARO, legge una Relazione colla quale approvasi l'inserzione negli Atti accademici della Memoria intitolata: *Studio cristallografico di alcune sostanze organiche* del dott. L. BRUGNATELLI.

Lo stesso Socio STRUEVER, a nome anche del Socio COSSA, legge una Relazione sulla Memoria del dott. E. ARTINI, intitolata: *Contribuzioni alla mineralogia dei vulcani Cimini*, concludendo coll' approvarne la pubblicazione negli Atti accademici.

Le conclusioni delle precedenti Commissioni esaminatrici, poste ai voti dal Presidente, sono approvate salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente BRIOSCHI annuncia con rammarico alla Classe la perdita che questa ha fatto nella persona del prof. GIUSEPPE SEGUENZA, che apparteneva all'Accademia come Corrispondente dal 24 novembre 1883, mancato ai vivi il 4 febbraio scorso.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta all'Accademia le pubblicazioni giunte in dono segnalando quelle dei seguenti Socî:

G. G. GEMMELLARO. *La Fauna dei calcari con Fusulina della valle del fiume Sosio nella provincia di Palermo.*

C. GOLGI. *Ueber den Entwickelungskreislauf der Malariaparasiten bei der Febris tertiana. — Ueber den angenblichen Bacillus malariae von Klebs, Tommasi-Crudeli und Schiavuzzi.*

Lo stesso SEGRETARIO presenta inoltre alcune Note del Principe ALBERTO DI MONACO relative alla 4ª campagna scientifica dell' « Hirondelle »; il vol. XXXIX contenente i risultati scientifici ottenuti colla spedizione del « Challenger »; e le seguenti due pubblicazioni donate dal Corrispondente BODIO: *The medical and surgical history of the War of the Rebellion. Medical Volume*, P. III, vol. I. — *Index-Catalogue of the library of the Surgeon General's Office, United States Army* vol. IX.

Il Socio Betocchi fa omaggio delle due pubblicazioni del prof. P. Busin: *La Meteorologia nel Trentino ed i mezzi per promuoverla. — La temperatura nella Lombardia, nell'Emilia e nel Veneto.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà comunicazione di una lettera del prof. E. De Montel, con la quale questi dichiara di ritirare il suo lavoro presentato al concorso ai premi del Ministero della pubblica istruzione pel 1887-88, (Matematiche).

Lo stesso Segretario comunica poscia la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società di Scienze naturali di Basilea; la Società degli antiquari, il Museo britannico e il Museo di Geologia pratica di Londra; il Museo di Bergen.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Scuola superiore normale di Pisa.

P. B.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 17 marzo 1889.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie* per lo scorso mese di febbraio, e lo accompagna con la Nota seguente:

« Dall'Italia superiore si ebbero in questo mese poche epigrafi latine. Una, semplicemente terminale di area di sepolcro, fu rinvenuta nel territorio di Este (Regione X); una pure funebre, si scoprì in Torino (Regione XI); un'altra, votiva a Giove Penino, tornò a luce sul Gran San Bernardo.

« Alcuni oggetti di suppellettile funebre, cioè un candelabro di bronzo e vasi dipinti, scoperti in tombe del periodo etrusco, nel comune di Castel San Pietro presso Bologna (Regione VII), entrarono ad accrescere i tesori delle raccolte pubbliche bolognesi.

« Nuovi scavi furono fatti intraprendere dal sig. principe Torlonia nei suoi possessi di Canino, colà dove estendevasi la necropoli dell'antica Vulci. Furono quivi aperte varie tombe, ma quasi tutte esplorate; e quantunque le vaste indagini colà eseguite in questo secolo, abbiano lasciato assai poco a

sperare, tuttavolta procedendo con buon metodo, si raccolsero elementi utili per lo studio dell'architettura e della topografia della necropoli.

« Proseguirono gli scavi di Veio, dove non poche tombe furono aperte, ma spogliate anch'esse in antico. Vi si scoprì per altro un ricco deposito di stipe votiva, tutto di fittili, nel sito ove attualmente proseguono i lavori.

« In Roma (Regione I) vennero intrapresi alcuni scavi in prossimità del sepolcro degli Scipioni; ma finora vi si raccolsero soltanto pochi frammenti funebri comuni, dei principî dell'impero. Altri frammenti di lapidi scritte furono recuperati nei movimenti di terra presso la già villa Casali sul Celio; altri nei lavori della via Cavour; altri presso il Castro Pretorio; in via dei Falegnami; nella Lungaretta, ed altrove. Di raro pregio pel luogo onde si ebbero, e per le memorie alle quali ci riconducono, sono tre frammenti marmorei, con poche lettere, rimessi in luce nei lavori eseguiti per conto del Comune di Roma, nell'area dell'antico Foro di Augusto. Vi si riconobbe l'elogio di Appio Claudio Cieco, che si potè reintegrare sull'esempio della famosa copia aretina.

« Parecchi sepolcri, parte a cassettoni, parte scavati nella roccia, si scoprirono in un'antica arenaria sulla via Laurentina.

« Assai importanti riuscirono i trovamenti fatti in Ostia. Parecchi marmi scritti, e di non comune importanza, provarono che l'edificio in cui sono in corso gli scavi, fu veramente la *Stazione dei Vigili*, come da principio era stato supposto.

« In prossimità di Ascoli Piceno (Regione V), e propriamente nella stazione ferroviaria di Marino del Tronto, in mezzo a materiali di vecchie fabbriche, si scoprirono iscrizioni latine frammentate, in una delle quali è la menzione di una magistratura municipale.

« In Sulmona (Regione IV) fu riconosciuta una tomba di età imperiale, presso la chiesa dell'Annunziata; ed a Norcia in Sabina venne in luce un pavimento a musaico.

« Nuove informazioni si ebbero dei trovamenti di antichità fatti nella necropoli di Megara Hyblaea in Sicilia, dei quali fu detto sommariamente nei Rendiconti dello scorso mese.

« In Sardegna si scoprirono tombe di età romana a Lunamatrona; ed altre antichità del periodo romano si dissotterrarono nell'area dell'antica Olbia ».

Diplomatica. — Il Socio T. von Sickel presenta una sua pubblicazione dandone il cenno seguente:

« Ho l'onore di presentare alla R. Accademia la nuova edizione da me curata del *Liber diurnus Rom. Pontificum*, cioè di una raccolta di formole usate dalla cancelleria pontificia, poco divulgata, nel medio evo, di modo che due soli codici se ne rinvennero: l'uno scoperto dopo il 1600 fra i

manoscritti del collegio parigino de' Gesuiti detto di Clermont, ma sparito da più di un secolo, dopo aver servito ad una edizione, e l'altro appartenente già alla badia di S[ta] Croce in Gerusalemme ed incorporato sul fine del secolo passato all'Archivio segreto Vaticano.

« Quantunque il Diurnus abbia avuto tre edizioni, il suo testo finora non era ben conosciuto. I due editori del secolo XVII avevano mutato ad arbitrio e l'ordine ed il linguaggio delle formole offerti dall'uno e dall'altro codice. Di gran lunga superiore è l'edizione del de Rozière uscita nel 1869, che rendono molto pregevole la diligente e dotta prefazione e l'aggiunta di tutti gli studi fatti da due secoli intorno a questo formolario. Ma il Rozière non potè vedere il solo codice superstite, gelosamente custodito allora nell'Archivio Vatic., e dovè accontentarsi di una collazione fatta in fretta e senza conoscenza convenevole del carattere e dello stile delle formole.

« Più felice del dotto francese perchè ammesso ad esaminare l'unico codice pervenuto a nostri tempi, ne ho potuto riprodurre rigorosamente il testo, al quale aggiunsi le formole e lezioni particolari del codice scomparso, secondo che sono conosciute dalle edizioni anteriori, si che ho fiducia possa considerarsi come definitiva l'edizione fatta da me.

« Il corredo da aggiungere a questa edizione ho voluto limitare a quello che mi pare strettamente indispensabile per l'uso facile e sicuro del testo. Ho arricchito la nuova edizione di un largo indice delle cose e delle parole contenute nel Diurnus, compilato per modo da poter servire abbondantemente sì alle ricerche storiche e diplomatiche che a quelle linguistiche. D'altra parte ho offerto nella prefazione i risultati di tutti i miei studi sul Diurnus, ma limitandoli per quanto potevo alle sole conclusioni e riservando l'esposizione dei particolari più minuti di queste ricerche ad una serie di articoli che ho cominciato e che continuerò a pubblicare sotto il titolo di *Prolegomena* negli Atti dell'Accademia di Vienna.

« Dei risultati da me raggiunti accennerò qui a quello che mi pare il più importante. Finora si voleva considerare il Diurnus come una compilazione tutta d'un getto, il tempo della quale l'ultimo editore cercò di restringere fra l'anno 685 e l'anno 751. Invece io, appoggiandomi sull'ordinamento in parte eguale ed in parte diverso delle formole in ambedue i codici antichi sono giunto a stabilire, che il nostro Diurnus contiene quattro gruppi di formole compilati in tempi diversi. Le prime 63 formole le quali si trovano nello stesso ordine nei due codici, appartengono al tempo del Pontefice Onorio I; io chiamo questo gruppo « Collectio I ». Un altro gruppo ch'io chiamo « Appendix I » è costituito dalle formole 64-81 del codice Vaticano, aggiunte poco a poco durante il secolo VII alla collezione prima. Indico col nome di « Collectio II » le formole 82-99, cioè le ultime formole del codice Vaticano che debbono attribuirsi al tempo di Adriano I. Ritengo anche il codice Vaticano scritto sotto questo Pontefice e nella curia Romana, mentre il codice ora perduto

non può essere scritto che dopo il ristabilimento dell'impero occidentale, poichè nella formola 82 si conservò la data dell'elezione di Leone III e poichè in un'altra formola è indicato l'anno dell'impero.

« Questi risultati che ho ogni ragione di ritenere come sicuri, crescono più chè non diminuiscano l'importanza del Diurnus come raccolta autentica ed ufficiale di un periodo veramente scarso di autori e documenti. Poichè dimostrato che esso non si riferisce ad avvenimenti e condizioni di un solo periodo di tempo, ma ci conserva documenti appartenenti a quattro diversi periodi storici di eguale importanza, il Diurnus diviene una fonte la quale può guidarci per due o tre secoli nella conoscenza della costituzione dell'autorità pontificia e dello svolgimento del diritto ecclesiastico e pubblico ».

Storia della Fisica. — *Intorno all'origine della parola:* Calamita, *usata in Italia per indicare la pietra Magnete.* Nota del Socio G. Govi.

« Sul finire del secolo XII era nota in Europa la proprietà posseduta dalla Magnetite, o come l'avean chiamata Greci e Latini, della *Pietra di Magnesia* o d' *Eracléa*, d'aver due punti opposti dotati di massima virtù attrattiva pel ferro, e di volgersi con uno di questi punti al Nord e coll'altro al Sud, quando, posta in una specie di navicella, si metteva a galleggiar sull'acqua contenuta in un largo recipiente. Si sapeva ancora, che la *Magnetite* poteva comunicare a un ago di ferro o d'acciaio la stessa virtù, e trasformarlo così in una guida sicura pei naviganti. Come sia stata scoperta una tale proprietà della Magnete non si sà, ma sembra probabile che la sua conoscenza ci sia venuta o direttamente dalla Cina, che già l'aveva da un pezzo, o indirettamente, per gli Arabi che dalla Cina l'avevano ricevuta.

« Gl'Italiani ne furono istruiti fra i primi e ne approfittarono per le loro navigazioni, fatte così più libere e più sicure. Ne approfittarono ancora per costruir Carte nautiche disegnate col sussidio d'una specie di coordinate polari che ebbero il nome di Rombi dei Venti, perchè appunto segnate nella direzione dei diversi venti che davano il nome ai varî punti dell'orizzonte da cui venivano soffiando.

« Les marins de l'Italie (dice il Lelewel) ne pouvaient se passer de cartes « semblables; elles furent dessinées et perfectionèes. Lorsque la boussole était « chez eux en plein usage, au commencement du XIII^{e} siècle, elle engendra « la méthode de fabriquer ces cartes. Mais celles-ci sont détruites, ou, du « moins, n'ont pas été retrouvées ».

« Non si conoscono infatti ancora Carte nautiche del secolo XII, nè carte del XIII; ma dalla sicurezza colla quale vediamo delineate quelle del XIV, che ne rimangono, possiamo arguire con qualche probabilità che l'arte

del disegnar Planisferi, Carte da navigare e Portulani doveva esser già in fiore da assai tempo fra noi, quando l'esercitavano il Vesconte, i Pizzigani e gli altri cartografi conosciuti o anonimi di quel secolo.

« Mentre però nelle altre contrade, parlando della Magnetite, o dell'ago d'acciaio al quale essa avea comunicato la propria virtù, si continuava a chiamarli Magnes, lapis Herculeus, Siderites, Acus magnetica, ecc. in Italia compariva a un tratto un nuovo vocabolo affatto diverso da quelli usati altrove, e senza affinità alcuna con essi, quantunque lo si adoperasse per indicare la medesima cosa, cioè la Magnetite.

« Credo che il più antico documento italiano nel quale figuri un tale vocabolo siano le rime di Pier dalle Vigne, che morì del 1246. In esse è detto:

« Per la virtude della *Calamita* . . . ».

e anche:

« Siccome il ferro fa la *Calamita* ».

« Poco dopo di lui troviamo in Guido delle Colonne verso il 1250:

« La *calamita*, contano i saccenti
« Che trarre non poria
« Lo ferro per maestria,
« Se non che l'aire in mezzo gliel consenti,
« Anche che *Calamita* petra sia. . . »

« E quasi allo stesso tempo, Guido Guinicelli:

« In quella parte sotto tramontana
« Sono gli monti della *Calamita*,
« Che dan vertute all'are
« Di trar lo fero, ma perch'è lontana,
« Vole di simil petra avere aita
« Per farla adoperare,
« Sicche l'ago si drizi ver la stella . . .

« Il Guinicelli morì nel 1276.

« Ristoro d'Arezzo nella sua *Composizione del mondo* scrive, del 1282: « E per questa cagione trouiamo la *Calamita* per li elimenti infreddare e di- « secchare e per la uirtù del cielo ch'è innessa trarre asse lo ferro ».

« E il maestro di Dante, Brunetto Latini, nel suo *Tesoro*, così tradotto da Bono Giamboni (morto nel 1295): « prendete una pietra di *Calamitta*, uoi « trouerete che ella ha due faccie, l'una che giace uerso l'una tramontana, « l'altra uerso l'altra.

« Si potrebbero citar forse ancora nel secolo XIII gli *Ordinamenta super arte Fossarum Rameriae èt Argenteriae civitatis Massae* pubblicati dal Bonaini, dove s'incontrano *Calamita*, *calamitabit* e *calamitari*, se si potesse meglio accertar la data dei varî passi di quegli Ordinamenti, che appaiono scritti e mutati in diversi tempi, fin verso il primo terzo del secolo XIV.

« Come era venuta fuori a un tratto codesta voce: *Calamita?* e perchè in Italia era essa apparsa prima che altrove? È ben vero che in qualche scrittura francese antica la si riscontra e che lo stesso Brunetto Latini il quale scrisse il suo *Tresor....* « *en romans, selonc le langage des François* » la disse: *pierre d'aimant ce est calamite....* ma non pare che tal voce comparisse in Francia prima che da noi, e poco fu usata dai Francesi e presto smessa, mentre in Italia s'è mantenuta viva e prevalente fino ai dì nostri.

« I vecchi Vocabolaristi Italiani non si piccarono troppo d'origini e d'etimologia, bastando loro per ogni vocabolo una dichiarazione alla buona; e però alla voce *Calamita* soggiungono: *Pietra nota, che ha proprietà di tirare a se il ferro, e bilicata di risguardar sempre la tramontana.* Spiegazione che per lingua varrà un Perù, ma che a rigor di scienza non dice nulla, o fà peggio.

« Non pare tuttavia che presso di noi, nè altrove, per lungo tempo la curiosità di saper l'origine del vocabolo *Calamita* avesse ancor punto alcuno, quando nel 1643 un gesuita francese, il padre Giorgio Fournier diede fuori un suo libro intitolato: *Hydrographie contenant la théorie et la practique de toutes les parties de la navigation*, nel quale si trova un primo tentativo etimologico applicato al vocabolo *Calamita*.

« Ecco il discorso del padre Fournier, nel I capitolo del Libro XI, alla pagina 525 dell'opera citata:

« Par ce mot de Boussole, que nous appellons d'ordinaire Quadran, et « sur la Mediterranée Calamite, i'entends vn Instrument duquel les Mariniers « se seruent pour se conduire sur Mer ecc. ».

« Nos anciens François la nommoient Marinette, comme nous voyons dans « les Antiquitéz de Fauchet, lequel au liure de l'Origine de la Langue et Poesie « Françoise, rapporte les vers que Guyot de Prouines composa enuiron l'an 1200. « ou peu deuant, ausquels apres auoir parlé du Pole Arctique, il dit

> Icelle Estoile ne se muet
> Vn art font, qui mentir ne puet,
> Par vertu de la Marinette,
> Vne pierre laide et noirette
> Ou le fer volontiers se ioint.

« Il la nommoient aussi *Calamite*, qui proprement en François signifie vne « *Grenouille verte*, parcequ'auant qu'on eut trouué l'inuention de suspendre, « et balancer sur vn piuot l'aiguille aymantée: nos Ancestres l'enfermoient « dans vne phiole de verre demi remplie d'eau, et la faisoient flotter par le « moyen de deux petits festus sur l'eau comme vne Calamite ou Grenouille. « Hugo Bertius qui viuoit du temps de S. Louis, en mesme temps ou peu « apres Guiot de Prouines, dit que tel estoit l'artifice duquel les Matelots « en ce temps là se seruoient pour connoistre de nuit où estoit le Nord ».

« Era il tempo dei trionfi d'Egidio Menagio (il *Vadius* di Molière) sicchè, per quanto potesse parer strano il far derivare la parola *Calamita* dal nome greco d'una rana, che forse nessuno conosceva sotto quel nome, e non certamente gl'Italiani del secolo XII o XIII; pure la stessa bizzarria della invenzione, il carattere del personaggio che l'avea posta innanzi, il patrocinio della potentissima Compagnia alla quale era ascritto, e la difficoltà grande di trovare qualche altra spiegazione più conveniente, fecero la fortuna di quella imaginata dal P. Fournier.

« Il Furetière, e il celebre *Dictionnaire de Trévoux* la consacrarono e la diffusero senza mutarne sillaba, e dietro a loro tutti gli altri vocabolarî la ripeterono in coro giù giù sino ai nostri giorni. Lo stesso Du Cange l'accolse nel suo *Glossario*, e persino il Diez (Fried.) le accordò l'ospitalità del suo *Etymologisches Wörterbuch!*

« Il Klaproth in quella sua dottissima *Lettre à M. le Baron de Humboldt sur l'invention de la Boussole*, dopo d'aver detto che: « Les Italiens don-« nent à l'aimant le nom de *Calamita*, mot dont il est difficile de déterminer « l'origine.... » soggiunge che: « Plusieurs Savants ont eu la malheureuse idée de « vouloir retrouver ce mot dans l'Hebreu *Khallamêch*, qui signifie caillou, rocher, « pierre dure; ce qui ne convient pas à l'aimant. La seule explication raisonna-« ble du mot *calamita* me paraît avoir été donnée par le P. G. Fournier », e lì segue la storiella della rana e delle cannuccie, poi il Klaproth continua: « Je « suis d'accord avec le savant Jésuite pour le fond, mais le mot *calamite* pour « désigner la petite grenouille verte, appelée de nos jours le *graisset*, la « *raine* ou *rainette*, est grec, comme nous le voyons dans le passage suivant « de Pline: Ea rana quam Graeci Calamitem vocant, quoniam inter arundines, « fruticesque vivat, minima omnium, est viridissima ».

« Il solo scrittore che si sia ribellato al Padre Fournier è stato il d'Avezac, il quale così ne parla ne' suoi *Aperçus historiques sur la Boussole* (pag. 351).

« Il est une autre habitude de langage qui désigne quelquefois l'ai-« guille aimantée par le nom de la pierre qui lui a communiqué sa vertu « directive: cette habitude est moins répandue chez nous que chez les Italiens, « qui appellent fréquemment *calamita*, c'est-à-dire aimant, l'*ago calamitato* « ou aiguille aimantée. La métonymie est si naturelle, si vulgaire, que je « m'étonne presque moi-même de m'y arrêter. Cependant j'en ai quelque motif.

« On sait des longtemps que rien ne se répand et ne s'accrédite si aisé-« ment qu'une grosse absurdité: eh bien, à ce mot de *calamita*, nom « italien de la pierre d'aimant, on a forgé l'étymologie la plus baroque qui « se puisse imaginer; et elle a fait fortune, si bel et si bien que des savants « très sérieux, tels que Klaproth et Humboldt l'ont répétée, sans rire de leurs « lecteurs ni d'eux-mêmes.

« Dans la grande famille des grenouilles (il faut bien que je prononce « à mon tour le mot qu'ont employé mes doctes précurseurs), dans la grande

« famille de grenouilles se trouvent comprises les rainettes; et parmi celles-ci,
« l'espèce la plus petite, parée d'une robe d'un beau vert d'émeraude, avait reçu
« des Grecs, qui la rencontraient d'ordinaire sur les roseaux, le surnom de *cala-*
« *mite*, dénomination gracieuse que Gmelin n'a pas craint de transporter au
« crapaud des joncs.

« Un grave et respectable hydrographe du XVII^e siècle, le père Georges
« Fournier, de Caen, qui avait lu quelque part la mention de cette grenouille
« verte des roseaux, la rainette calamite, s'imagina tout de suite que c'était
« précisément le nom ce cette calamite qui avait dû être appliqué autrefois
« par les marins français à leur aiguille à flotteur, parce qu'elle nageait sur
« l'eau comme une grenouille; et de l'aiguille le nom avait sans doute passé
« à la pierre d'aimant elle-même. Aberration, niaiserie, direz-vous ?. Sans
« doute; mais niaiserie qui se répète par les princes de l'érudition, et qui étouffe
« la voix du bon sens. « La pierre de iamant, ce est calamite » avait dit au
« XIII^e siècle, en langue française, le florentin Brunetto Latini, le maître du
« Dante: il eût été sage de s'en tenir là ».

« Mi è parso che convenisse citar qui tutto intero codesto passo del D'Avezac, quantunque un po' lungo, perchè l'autorità sua in tale materia è grandissima, e perchè in Francia la critica del D'Avezac potrà esser discussa, ma non verrà mai considerata come un' offesa all'amor proprio della Nazione.

« Accanto alla invenzione del Fournier si son fatte innanzi timidamente alcune altre Etimologie, che noterò soltanto per non tacere d'alcuna notizia raccolta a tale riguardo.

« Il Furetière scrisse che: « D'autres dérivent ce mot (*Calamite*) à *cha-lybe amata* », e poi aggiunge: « *Il vient de Kalamiti, stipula, paille, par-*
« *ceque cette pierre altire la paille* » !!!!

« E l'edizione del *Dictionnaire de Trévoux* comparsa nel 1740 riporta le stesse belle cose che avean scritte il Furetière, o il Basnage e il Brutel de la Rivière che lo corressero e lo ampliarono.

« Il Littré fa derivare il vocabolo *Calamite* da *Calamus* roseau, « par-cequ'on mettait la *Calamite* dans un roseau ou sur une paille pour la faire flotter », evitando così accortamente l'intervento della Rana, alla quale non avrebbe saputo come trovar somiglianza alcuna sia con un pezzo di magnetite, sia con un ago d'acciaio messo a galleggiar sull'acqua infilandolo in una cannuccia.

« Il Dizionario del Larousse dopo d'aver citato l'origine *Calamus*, a somiglianza del Littré, et dopo d'aver ricordato, burlandosene, l'etimologia del Padre Fournier, esclama: « Voila une origine tirée de bien loin, et

L'on ne s'attendait guère
à voire *grenouille* en cette affaire.

« Pourquoi ne pas dire tout simplement que l'aiguille aimantée a été
« tout d'abord nommée *calamite*, en souvenir de la pierre (*calamita*) qui

« lui avait communiqué sa vertu directrice? Pourquoi? pourquoi? deman-
« dons-nous; eh! mon Dieu! c'est parcequ'un étymologiste vraiment digne
« de ce nom se croirait déshonoré en souscrivant à une étymologie aussi
« naturelle ».

« Finalmente per citare ancora un curioso saggio di dottrina Etimologica, ricorderò ciò che si legge in un *Vocabolario Universale Italiano* di molto grido, dove, alla voce Calamita, fra due parentesi si nasconde come una perla fra due gusci questa bella trovata: *Calamita dal latino* CELO *io celo e da* HAMUS *amo; quasi voglia dirsi pietra che in sè cela un amo, una qualche cosa che attira.* E tanto basti.

« L'Etimologia dunque di *Calamita*, o l'origine di codesta parola è tuttavia un mistero, non potendosi accogliere come vera neppur la più semplice fra quelle proposte fin qui, quella cioè che fà derivare tal voce da *Calamus*, perchè nei primissimi tempi s'infiggeva in una cannuccia o in una paglia l'ago calamitato che si poneva a galleggiare sull'acqua. Come mai ammettere infatti che si desse allo stromento il nome del suo sostegno? e poi nel XII secolo nessuno probabilmente chiamava più in Italia *calamus* la canna, e, a sostentar l'ago, non le cannuccie soltanto, ma si adopravano paglie, pezzetti di legno, pallottole di sughero, scodelline e navicelle o cassette di legno; e ne abbiamo la prova in molti scrittori di quell'età, o del secolo successivo.

« E ammettendo ancora, per un momento, che all'ago magnetico si fosse dato il nome del pezzetto di canna o di calamo che lo reggeva sull'acqua, come mai un tal nome avrà potuto passare alla pietra Magnete onde era venuta all'ago la virtù direttrice?

« Dai documenti finora scoperti apparisce invece che il nome di *Calamita* l'ebbe la pietra prima dell'ago, quantunque codesta pietra portasse già un nome a tutti noto, quello cioè di *Magnete*, e talvolta quello di *Adamante* (da cui il francese *Aimant*) perchè veniva scambiata col diamante, o contrapposta ad esso, che si riteneva atto a spegnerne la forza attrattiva.

« Si dirà forse che da principio si fece galleggiar sull'acqua non un ago magnetizzato ma un pezzo di pietra Magnete e che allora ebbe la pietra il nome di Calamita dalla cannuccia che la sosteneva; ma se si bada, che alla fine del XII° secolo Alessandro Neckam diceva già che: *Qui .... munitam vult habere navem ..... habet etiam acum jaculo* (baculo?) *superpositam* etc. bisogna pur riconoscere che l'uso della pietra in scambio dell'ago deve aver durato ben poco, troppo poco poi senza alcun dubbio, perchè essa abbia potuto perdere il proprio nome e riceverne un altro dalle cannuccie che la portavano sull'acqua.

« Rimossa dunque con sufficienti ragioni, a quanto parmi, l'etimologia del P. Fournier e quella ancora, meno fantastica ma non meno improbabile del *calamus*, rimane pure bastantemente accertato che prima ebbe il nome la pietra che l'ago, e convien quindi accogliere il consiglio del D'Avezac ricordato

poc' anzi e che è di questo tenore: « *La pierre de iamant, ce est cala-* « *mite* » avait dit au XIII^e siècle, en langue Française, le Florentin Brunetto « Latini, le maître du Dante: il eût été sage de s'en tenir là ». Conviene, dico, accettare questo consiglio come un primo passo verso la soluzione del problema, ma non è possibile di *fermarsi lì*, come ne propone l'erudito scrittore.

« Che infatti l'ago sia stato detto *calamita* perchè, tocco, o, come i naviganti d'allora dicevano, *inebbriato* colla pietra Calamita egli acquistava la virtù di rivolgersi ai poli, stà bene ed è tale notizia che non avrà molti contradditori; ma per qual ragione la pietra Magnete era stata battezzata in quel tempo dagl'Italiani col nome di *Calamita ?*

« Codesto problema ha fatto per anni il mio tormento, e ho dato noia più volte a molti fra i migliori Linguisti (e lo sanno alcuni de' miei illustri Colleghi) per ottenerne la soluzione, ma l'ho fatto inutilmente.

« Nè il Greco, nè l'Arabo, nè altro antico linguaggio ha potuto dar finora la chiave di quel vocabolo, e però ho dovuto appigliarmi al partito di sbrigliare per poco la imaginativa e di cercare da me.

« Avrò forse sognato come il Padre Fournier, ma debbo dire che l'ho fatto in piena buona fede e colla maggiore prudenza che per me si poteva, e però invoco e spero l'assoluzione dei dotti, se, messomi a navigare nel pelago delle induzioni, avrò smarrito la via.

« Ho dunque principiato dall'ammettere che la voce *Calamita*, senza alcun dubbio italiana, fosse apparsa la prima volta nella Toscana, dov'era più attiva la elaborazione del linguaggio volgare, e fra le varie regioni della Toscana, più specialmente nel Pisano, avendo allora Pisa molto naviglio e primeggiando fra le Nazioni marinaresche del tempo.

« Ora nel XII secolo Pisa occupava l'Isola dell'Elba, (l'Ilva o l'Etalia degli antichi) e traeva da quell'Isola gran quantità di ferro che poi fondeva in terraferma e portava da per tutto sulle sue navi. L'Elba però non dà soltanto ferro oligisto in gran copia, ma vi si trova abbondantissima la Magnetite, spesso dotata di energica forza attrattiva. I Pisani possono quindi averne cavato qualche pezzo di Magnetite gagliarda e averla mostrata ai *Saccenti* d'allora, che l'avranno trasmessa ai marinai pei loro aghi. E siccome i massi di Magnetite son più abbondanti che altrove sul Monte che s'alza 413 metri sul livello del mare nella regione sud-est dell'Isola e che era chiamato *Monte della Calamita* (1), quelli che portarono la Magnetite sul

(1) Nel suo *Dizionario geografico-fisico-storico della Toscana* (Firenze 1833) il Repetti « all'articolo *Calamita* (*Monte* e *Capo*) così dice: « Ebbe nome di *Calamita* dalla natura « del minerale (ferro ossidulato) in gran parte magnetico, ... il quale predomina, segnata- « mente fra le rupi scoscese della così detta *Puntanera* del *Monte Calamita*. Fu scoperto « il ferro magnetico dell'Elba nel 1655, visitato poco dopo e descritto dal naturalista Mercati « nella sua *Metallotheca Vaticana* ».

continente, l'avranno detta: *pietra del Monte della Calamita, pietra della Calamita* od anche semplicemente *Calamita*.

« La Magnete era a quei tempi un oggetto di molta rarità e si traeva dalle Indie, dalla Norvegia, dalla Spagna, da Cipro e da altre regioni lontane, sicchè il trovarne in Italia dovette destare dapprima grandissima sorpresa, e forse anche il dubbio che Magnete veramente non fosse, ma una pietra che ne possedeva soltanto alcune virtù. Quindi le sarà stato dato il nome di *Calamita* per indicare il luogo di dove era tratta e non confonderla colla vera Magnete degli antichi, la quale aveva pure preso il nome da Magnesia o da Eraclea, luoghi dov'era stata scoperta. Il nome della pietra può dunque essere stato tratto da quello della miniera, ma di dove sarà venuto a quel Capo dell'Isola e alla montagna che gli stà presso il nome di *Calamita*?

« Si potrebbe pensare che la situazione della punta o del Capo sud-est dell'Elba l'esponesse a frequenti e forti tempeste, e che la navigazione vi corresse gravi pericoli, quindi il nome a quel Capo di *Calamitosus*, o Capo della Calamità senza l'accento, come i Fiorentini dicon Trinita in luogo di Trinità; ma non pare che quel luogo abbia così triste riputazione fra' marinai da essersi meritato un tal nome.

« All'idea che, dai molti canneti vicini abbia potuto il Capo, o il monte esser chiamato *Calamitico* come si è detto Monte Ilicino, Monte Oliveto,

---

Da questo passo potrebbe qualcuno essere tratto in errore, e ritenere che prima del 1655 il Capo sud-est dell'Isola d'Elba non si chiamasse altrimenti *Capo Calamita*. Ora il Repetti s'ingannò citando quella data, o fu ingannato da chi gliela suggerì, o sbagliò nel credere che da quell'anno il monte e il Capo dell'isola pigliassero il nome di *Calamita*.

Basterebbe, senz'altro, a provarlo, il mostrare che già nel 1643 il Padre Fournier diceva (*Hydrographie*. Liv. XI, chap. VII, pag. 532) che la Calamita si rinveniva « en Italie, « en l'Isle d'Elve » e Leandro Alberti nella sua opera: *Isole appartenenti all'Italia* (nel 1576) alla pagina 22 racconta che nell'Isola dell'Ilva o Elba « Vedesi . . . un alto monte, alle cui « radici si cava assai Calamita di colore nero et berctino » e un po' più in là soggiunge: « Hora per tal condittione questo luogo viene addimandato, il monte della Calamita ».

E infatti, consultando le Carte dell'Atlante Geografico del Gastaldo, stampato in Roma nel 1561, vi si trova l'Elba in piccola scala nella carta 46 (che è una carta d'Italia) coll'indicazione *Calamita* scritta presso la sua parte meridionale, e si ritrova poi la stessa Elba isolata, su scala maggiore nella Carta 60, dove il Capo *Calamita* è segnato al suo luogo e col suo nome, nella regione sud, più orientale dell'Isola.

Non è dunque nel 1655 che il minerale magnetico è stato scoperto nell'Isola d'Elba, poichè fin dal 1561 le carte davano il nome di *Calamita* al monte e al Capo e per di più gli scrittori riconoscevano l'esistenza della pietra Magnete nelle miniere dell'Isola. Ma v'ha di peggio nel racconto del Repetti; *Michele Mercati*, che egli asserisce aver visitato e descritto il ferro magnetico dell'Elba « poco dopo la sua scoperta » cioè nel 1655, era già morto fino dal 1593 e avea visitato l'Elba al tempo dell'occupazione Turchescha, quasi mezzo secolo prima.

Il nome di Capo e di monte della *Calamita* rimonta dunque molto al di là dell'anno nel quale, secondo il Repetti, si sarebbero scoperti i dipositi della Magnetite nell'Elba.

Monte Abetone, Colle Mirteto ecc., Capo delle Palme, Capo Verde ecc. non dà conforto la natura del terreno, che male si sarebbe prestato, come male si presterebbe a una rigogliosa vegetazione di canneti.

« Bisogna quindi cercar altrove l'origine della voce Calamita, abbandonando tempeste e canne, come abbiamo abbandonato la piccola rana verde del Padre Fournier.

« Ora, guardando un giorno certa vecchia carta dell'Isola dell'Elba, mi avvenne di leggervi torno torno ripetuta un gran numero di volte l'indicazione *Cala* con un aggiunto diverso nelle diverse località.

« Non conosco alcun'altra carta d'Isola o di continente dove così frequente appaia quel nome, sebbene di piccoli rifugi o Baje o Seni non manchino tutte le coste delle varie regioni d'Italia. Il Repetti nomina attorno all'Elba le cale di Biodola, di Procchio, di Viticcio, di Campo, della Stella, di Acona, di Barbatoja, della Conca, di Elice, del Forno, di Gemini, della Grotta, di Mandriolo, delle Perle, di Pomonte, e ad esse possiamo aggiungere le Cale dell'Alga, di Volbiana, del Telegrafo, di Seregola, dei Sassi neri, la Cala Ginevra, quella dell'Innamorata, dell'Inferno la Cala Cancherelli, la Cala Ramajoli, quella del Fico, del Nisportino e molte altre ancora, ma già tanto, per un litorale di 100 a 115 chilometri al più, par che possa bastare.

« La voce *Cala* può dunque dirsi quasi affatto Elbana o per lo meno delle poche isole del mar Tirreno, che stan presso all'Elba, poichè parecchie *Cale* contano pure la Capraja, la Gorgona, l'Isola del Giglio, l'Isola Montecristo ecc.

« Il Padre Fournier, che, dove non inventa, può essere consultato con profitto ne dice infatti che: « *Cale* est un abry, ou rade qu'on trouve sur la « côte derrière quelque terrain éminent, qui peut mettre de petits bâtiments « à couvert des vents et des flots. Ce mot n'est d'usage que sur la Médi- « terranée ».

« Le *Cale* dell'Elba hanno spesso mutato nome anche in tempi recenti ed è assai probabile che ne mutassero pure in addietro. Non potrebbe dunque anticamente aver avuto nome di *Cala-mitis* o *Cala-mite* la Cala di Ramajolo, quella della Grotta, quella dell'Innamorata o alcuna altra delle molte che smerlano le rive dell'Elba in prossimità del monte detto poi *Monte della Cala-mite*?

« E forse, arrischiando qualche passo più in là, col ricorrere alla voce *Calamitra* usata da Franco Sacchetti e citata dalla Crusca, e rammentando come sui lidi, ma più specialmente sui capi e sulle montuosità prossime ai capi s'innalzassero anticamente Fani o Delubri agli Dei, si potrebbe imaginare non lungi dalle *punte nere*, forse alla *Cala della Grotta*, un Santuario di *Mitra* e quindi una *Cala-Mitra*, e un *Monte della Cala Mitra* sul lembo meridionale dell'Isola d'Elba.

« Bisognerebbe, è vero, confortare questa, o l'altra, congettura con docu-

menti sincroni, o per lo meno con documenti antichi; ma dove trovarli adesso, se Longobardi, Arabi, Pisani, Genovesi, Spagnuoli, Fiorentini e forse altri ancora hanno successivamente posseduto l'Isola d'Elba; e se gli Archivî di così diverse dominazioni sono stati in gran parte o distrutti o dispersi?

« È tempo dunque d'imbrigliare l'Ippogrifo e di chiudere codesto Ragionamento (se pure il mio discorso merita un tal nome) che si è già troppo allungato.

« La conclusione alla quale ho voluto arrivare è la seguente:

« *La voce* Calamita *è Italiana, essa fu applicata verso il XII secolo alla Magnetite o pietra Magnete, proveniente dalle ferraie dell'Elba, e le fu applicata perchè quella pietra si trovò abbondantemente sul Monte della Calamita, monte che era stato chiamato così da una Cala vicina, detta la Cala-mite, o da una Cala di Mitra, luogo di rifugio di chi navigava allora nel mar Tirreno, e che s'apriva a' piedi della montagna che ne ebbe il nome.*

« La ragione precipua che mi ha mosso a far conoscere codesta mia congettura sull'origine della voce *Calamita* non è stata, come ben si può intendere, la certezza che io abbia d'aver colto nel segno, ma soltanto il vivo desidèrio che altri più dotto e più fortunato di me, frugando negli Archivî e nelle Biblioteche, interrogando i luoghi e le tradizioni possa scoprirvi argomenti sicuri per confermarla, o per mandarla a tener compagnia nella palude dell'oblio alla *ranocchia* del Padre Fournier, alle *cannuccie* di certi vocabolaristi e all'*amo celato* del Tramater ».

Filologia. — *Varianti di codici danteschi comunicate dai sigg. N. de' Claricini Dornpacher e dott. Elia Zerbini.* Nota del Socio E. Monaci.

« A tenore di quanto dichiarai in una precedente Nota [1], comunico, riuniti in una sola tabella, gli spogli di altri cinque codici danteschi. Dei primi quattro debbo ringraziare il sig. Nicolò de' Claricini Dornpacher, del quinto il sig. dott. Elia Zerbini.

E. Monaci.

Osservazioni.

1 = codice Claricini, descritto nella *Bibliografia dantesca* del De Batines al n.° 310;

2 = codice della Biblioteca municipale di Treviso, descritto dal De Batines al n.° 283;

3 = codice membranaceo del sec. XIV già appartenuto al conte Domenico

[1] V. in questi Rendiconti, t. V, p. 256.

Levera e spogliato da Giansante Varrini, il quale ne raccolse le varianti in margine a un esemplare della *Divina Commedia* (ed. di Livorno 1807) ora di mia proprietà;

4 = codice della Biblioteca Bartoliniana di Vicenza, scritto da un tal Bivilaqua nel 1395.

N. de' Claricini Dornpacher.

5 = codice già Grumelli, ora della Biblioteca comunale di Bergamo, descritto dal De Batines al n.° 240. A Bergamo avevamo due codici della *Divina Commedia:* uno di casa Albani, segnato nella *Bibl. dant.* del De Batines col n.° 239, e l'altro della Biblioteca Grumelli. Il primo prese il volo anni fa e dal museo Cavalleri di Milano passò in Francia, o forse a Pietroburgo, con altre cose dello stesso museo Cavalleri. Il codice Pedrocca Grumelli per grazioso dono è passato nella nostra civica Biblioteca.

Dott. Elia Zerbini.

			1	**2**	**3**	**4**	**5**
I,	4.	Hai quanto a dir	1	.	3	4	.
		E » » »	.	2	.	.	5
	28.	Poi ch'ebbe riposato	1	.	.	.	5
		» » ei posato	.	2	.	4	.
		» » ebbi »	.	.	3	.	.
	48.	Si ch' el parea che l'aire ne tremesse	1	.	.	.	.
		Si che parea che l'aere ne tranesse	.	2	.	.	.
		» » » » » » temesse	.	.	3	4	5
II,	60.	. . . quanto 'l mondo [a]	1	2	3	4	5
	93.	Nè fiamma	1	2	3	4	5
III,	59.	Vidi e conobbi	1	2	3	4	5
IV,	95.	Di quei signor	1	2	3	4	5
V,	59.	Che succedette	1	2	3	4	5
	83.	Con l'ali alzate	1	2	.	.	5
		» » aperte	.	.	3	4	.
VI,	18.	. . . . encola ed isquatra	1	.	.	.	.
		. . . . ingoia » »	.	2	3	4	5
VIII,	101.	E se 'l passar	1	2	3	4	5
IX,	64.	. . . . torbide onde	1	2	.	.	5
		. . . . succide »	.	.	3	4	.
X,	136.	. . . . spiciare suo lezzo	1	.	.	.	5
		. . . . spiccar » »	.	2	.	.	.
		. . . . spiacer » »	.	.	3	4	.
XI,	90.	La divina vendetta	1	.	3	4	5
		» » iustitia	.	2	.	.	.
	91.	O sol che sani ogni vista	1	2	3	4	5
XII,	125.	Quel sangue sì che cocea	1	2	3	.	5
		» » » » copria			.	4	.

a Il n. 1 riporta la variante *el moto*; il n. 2 veramente ha questa lezione, ma una barbara mano, forse abbastanza recente, la raschiò per sostituirvi *el moto*.

			1	2	3	4	5
XIII,	41.	Da l'un dei capi	1	2	3	4	5
XIV,	70.	Dio in disdegno	1	2	3	4	5
XV,	121.	Poi si rivolse	1	2	3	4	5
XVI,	135.	O scoglio	1	2	3	4	5
XVII,	115.	Ella sen va notando	1	2	3	4	5
XVIII,	104.	. . . . . col viso stuffa	1	.	.	.	.
		. . . . . » muso stuffa	.	2	.	.	.
		. . . . . » » scuffa	.	.	3	.	5
		. . . . . » » sbuffa	.	.	.	4	.
XIX,	12.	E quanto giusto	1	.	3	.	.
		E quanta giusta	.	2	.	4	.
		E quanto giusta	.	.	.	.	5
XXIV,	119.	O potenza	1	2	3	4	5
XXV,	144.	La novità si fior la penna	1	2	3	4	5
XXVI,	57.	A la vendetta vanno	1	2	3	4	5
XXIX,	120.	Dannò Minos a cui fallar	1	2	3	4	5
XXX,	31.	. . . . rimase tremando	1	2	3	4	5
XXXIII,	75.	Poscia più che 'l dolor potè 'l	1	2	3	.	5
		» » del dolor » »	.	.	.	4	.
XXXIV,	82.	. . . . per cotali scale	1	2	3	4	5

Filosofia. — *Conseguenze e inconseguenze d'alcune moderne dottrine.* Nota del Socio Francesco Bonatelli.

« Signori, quando tutti i principî metafisici, su cui istintivamente o riflessamente ha sempre riposato la confidenza del pensiero umano (la confidenza, dico, di poter conoscere la verità) sono messi in discussione essi medesimi, l'unica pietra di paragone d'una dottrina è l'intrinseca contraddizione. Una teorica, le cui conseguenze portano inevitabilmente alla sua propria negazione, è condannata senza appello. Il che poi vuol dire che il principio d'identità o di contraddizione, che torna al medesimo, non può essere in verun modo attaccato e discusso. E infatti in nome di che cosa lo si potrebbe attaccare?

« Ora nella breve Memoria che ho l'onore di presentarvi, illustri Colleghi, io mi sono adoperato a mostrare che quell'indirizzo filosofico che ora è più in voga, quello vo' dire che non riconosce altra sorgente di cognizione tranne le sensazioni, conduce per logica necessità alla negazione del subbietto conoscente da un lato e dell'oggetto della conoscenza dall'altro, in breve si distrugge da sè. Di più la posizione, in cui per esso viene a trovarsi collocato il pensiero, non è mantenibile per modo nessuno; perocchè l'agnosticismo o vogliam dire la dottrina che nega ogni e qualunque possibilità di conoscere (alla quale senza rimedio conduce) non si può affermare senza nel tempo stesso negarla, dacchè se nulla si può conoscere, certamente non si può conoscere nè anche codesto che cioè la conoscenza sia impossibile.

« Non mi do per altro ad intendere d'avere in poche paginette esaurito, come usa dire, l'argomento; sarebbe matta prosunzione; anzi non ne ho più che sfiorato qualche punto particolare. Tuttavia nutro speranza d'aver messo il dito sopra qualcuno dei punti, a dir così, più sensibili e che perciò il mio breve scritto possa non foss'altro contribuire a risvegliare la coscienza filosofica, che parmi in certa guisa narcotizzata dalle incantagioni del positivismo.

I.

« La critica della conoscenza può essere assomigliata al Saturno della mitologia; essa ha divorato i suoi figli. Anzi ha fatto molto più; ha finito con divorare se stessa. Questo le era già accaduto una volta, quando bambina moveva i primi passi colla sofistica greca; rinata dalle sue ceneri ne' tempi moderni, ha rifatto il medesimo gioco ed è soggiaciuta alla medesima sorte.

« Eppure qual pensiero a primo aspetto più giusto e più sensato di questo: tra tante incertezze, tra tanti dubbi, davanti allo spettacolo desolante dei sistemi filosofici, che si combattono e si distruggono gli uni gli altri, qual pensiero, dico, più giusto di questo: vediamo un po' se la nostra smania di conoscere la verità, se la pretesa di spiegare l'enimma dell'universo, abbiano un fondamento proporzionato nelle nostre forze? Che per avventura noi fossimo come i bambini, che agitano le braccia in alto e spiccano salti per acchiappare la luna? Che si debba una volta per sempre desistere da un'impresa vana, impossibile? Esaminiamo dunque prima di tutto le nostre attività conoscitive, saggiamone la portata, il valore, i limiti; esaminiamo soprattutto se il concetto stesso di conoscenza non racchiuda forse una contraddizione, come quello che implica l'essere una cosa in un'altra e insieme esserne fuori, essere identico e diverso, uno e due a un tempo.

« E non si badava che il risultato di codesta investigazione, qualunque avesse a riuscire, non avrebbe avuto nessun maggior valore di quel che s'avesse il risultato di qualsiasi altra ricerca, essendo il prodotto della medesima facoltà conoscitiva. Anzi delle due l'una: o con codesta critica del conoscere si verrà a scoprire che la nostra ragione è atta a cogliere e conoscere il vero e che l'essere i suoi sforzi tante volte riusciti indarno non dipendeva da una radicale e assoluta impotenza; ovvero si scoprirà, tutto al contrario, ch'essa è inetta a tale opera e che ogni speranza di raggiungere il vero vero è vana, illusoria. Nel primo caso che cosa avremmo guadagnato? Forse una maggior confidenza in noi, una maggiore certezza nel possesso di quel sapere che comunque avessimo conseguito? Niente affatto; non un milligrammo di peso si sarà aggiunto alla nostra persuasione di possedere la verità. Perocchè i risultati ottenuti, appunto perchè opera della medesima ragione, non possono (come si disse) aver che quel valore che questa ha per tutti gli altri, quel valore quindi che le conoscenze nostre avevano anche prima che si istituisse una siffatta indagine. Se la ragione e il pensiero umano potessero essere

esaminati e giudicati da un'intelligenza superiore, allora sì che il giudizio di questa, se favorevole, aumenterebbe la nostra fiducia in noi stessi, se sfavorevole, ci farebbe rinunciare a un' impresa disperata; ma così no. Anzi v' è di peggio e dico che pur nel supposto d'un risultato favorevole, l'unico effetto possibile sarebbe una diminuzione della nostra sicurezza. Infatti quella critica muove da un dubbio: non potrebbe darsi che la nostra ragione si illudesse? Non potrebbe darsi che noi fossimo avvolti inestricabilmente in una rete di parvenze, d' errori? Contro un tal dubbio terribile che cosa può fare la critica della conoscenza nel caso supposto che avesse a darci una risposta favorevole? Nulla; perchè il dubbio medesimo aleggia su tutti gli atti della ragione, su tutte le operazioni del pensiero, quindi anche su quelle in cui è consistita la critica.

« Che se poi il resultato ultimo fosse al contrario negativo, cioè riuscisse a dichiarare impotente la nostra ragione, ognuno vede in che miserabile posizione il pensiero umano verrebbe a essere collocato. Egli dovrebbe credere a se stesso di non poter credere a se stesso. L'uomo dovrebbe dire: la mia ragione mi assicura che non può assicurarmi di nulla, quindi nemmeno di questo. Pensiero il quale evidentemente non ha verun contenuto, che si distrugge da sè e si risolve in nulla, come il celebre sofisma greco detto *il bugiardo*. Poichè questa è la strana conseguenza di tutto codesto processo, cioè che si è nel dubbio senza avere neppure una ragione di dubitare; e non si può averla, se il pensiero e la ragione non hanno valore.

« Eppure tutta la filosofia moderna è dominata in fondo da questo indirizzo e non si salva dalle sue conseguenze se non perchè, fortunatamente, l'uomo non è mai del tutto *consequenziario*, e, contraddicendo molte volte a se stesso e a' suoi principî, alle sue affermazioni più esplicite, tira innanzi e o non se ne avvede o non vuole avvedersene. Così zoppicando, inciampando, barcollando, ora cadendo sopra un fianco ora sull'altro, ora arrestandosi davanti a un macigno, ora sprofondando in un fosso, ora retrocedendo, ora deviando a destra e a sinistra, tira innanzi, come può, il vecchio e sdruscito carro della filosofia.

II.

« Ma tra le varie dottrine nate dall'indirizzo critico (e, badisi, non parlo del kantismo soltanto, perchè la critica del conoscere è anteriore di molto alla filosofia kantiana, anzi questa non è che una derivazione di quella, come lo stesso Kant candidamente confessava, scrivendo che Hume lo aveva destato dal suo sonno dommatico) quella che è proceduta più oltre sulla via della distruzione, perchè in fondo è stata più logica, è la dottrina sensistica. A furia di demolire, oggi eliminando le idee innate, domani l'attività intellettiva, un dì l'idea di causa, un altro quella di sostanza, lo spirito finito e l'infinito, sono rimaste in piedi nude e sole le sensazioni.

« Sensazioni provate da chi? Ma! chi lo sa?

« Provocate da che cosa? Ma! chi lo sa?

« Anzi ci si vuol negare fin anco il diritto di muovere queste domande e non deve aver senso nemmeno questa risposta, che consisterebbe nel confessare la nostra ignoranza. Perocchè la prima muove da un presupposto metafisico ingiustificato, a quel che si dice; dal presupposto cioè che per esserci il sentire, ci abbia da essere un senziente. — Chi ve l'ha detto? L'avete voi mai veduto o toccato il senziente? E la stessa vostra coscienza ha ella mai colto in flagranti codesto senziente? O non ha invece colto sempre le sensazioni? Dunque il cercare un subbietto reale delle sensazioni è una fisima scolastica. Via! — La seconda domanda è del pari dichiarata senza senso e frutto d'un'illusione metafisica, per la quale un cangiamento dovrebbe supporre un agente che ne sia causa, cioè un reale attivo, cioè ancora una sostanza operante. — Ma voi non avete — dicono — neppur l'idea di causa e di sostanza; queste sono due altre fantasime metafisiche, ciarpame scolastico. *Vade retro!* —

« Così dunque il solo reale, il solo conoscibile, il solo ammessibile è la sensazione.

« — Ci sarà per altro almeno la coscienza della sensazione —.

« — Vaniloquio! La sensazione è ella stessa la coscienza della sensazione, ossia la coscienza è la medesima sensazione; sentire vuol dire esser coscienti ed esser coscienti vuol dir sentire. Quindi la distinzione tra sensazione e coscienza è una distinzione puramente formale, è un guardare lo stesso fatto sotto due aspetti e nulla più! —

« Siccome per altro questa filosofia, ultima fase della critica della conoscenza, non vuol passare per agnosticismo assoluto, anzi pretende aver tocco il vero e saldo fondamento della scienza, perciò sente il dovere di darci una spiegazione del mondo, di riformare i concetti che no' abbiamo di noi stessi e delle cose, mostrando che co' suoi elementi si ricostruisce dalle basi tutto l'edifizio.

« E anzitutto ella ci dirà che cosa sono i corpi, nei quali il pensiero volgare ha sempre creduto di dover ravvisare delle sostanze estese, materiali, impenetrabili, ecc. I corpi dunque non possono essere altro oramai che de' complessi di qualità sensibili. Un certo colore, una certa forma, una certa durezza, un certo odore, ecc. tuttociò riunito in un fascio, ecco quello che è un corpo. Ma codeste proprietà o qualità sensibili sono forse qualcosa d'obbiettivo, cioè esistente fuori di noi e indipendentemente da noi? Come mai, se il colore non è che una nostra sensazione visiva, la durezza una sensazione tattile o muscolare e così via? Insomma le qualità sensibili non sono che sensazioni (l'*αἰσθητόν* non è nient'altro che un *αἰσθάνεσθαι*) e come tali per necessità non possono essere che nel subbietto senziente, non possono essere che stati o modificazioni di questo.

« Con ciò, gli è chiaro come la luce meridiana, quello che siamo soliti di chiamare il mondo esterno, il quale non è che un gran complesso di corpi, è compiutamente annichilato, come realtà a sè e indipendente, e la sola esistenza che ancora gli compete è quella che ha nella coscienza (= sensibilità) dell'uomo e degli altri animali. Esistenza naturalmente intermittente e variabile secondo le varietà degli organismi e gli atteggiamenti di questi. Data per ipotesi la morte di tutti quanti gli animali, sarebbe annichilato del tutto e sotto ogni rispetto.

« Ma ora che avete risoluto il mondo de' corpi in sensazioni, cioè in modificazioni o *stati* degli esseri forniti di sensi e che pertanto questi soli esistono d'esistenza propria, avete obbligo di dirci che cosa sono i senzienti. Il Berkeley, *ὁ τῆς τοιαύτης ἀρχηγὸς φιλοσοφίας*, non s'impappina nella risposta: i subbietti senzienti sono spiriti. E sta bene; il suo concetto sarà insostenibile per altre ragioni, ma in questo rispetto regge perfettamente. Ma così non la intendono i moderni seguaci del sensismo. E già abbiamo veduto poc'anzi che'essi rigettano come un presupposto ingiustificabile l'esistenza d'un subbietto d'inerenza delle sensazioni.

« Codesta conclusione tuttavia, per strana e paradossale che possa parere, potrebbe ancora mantenersi senza che la logica ne fosse distrutta. Di sostanze, d'un essere, a parlare propriamente, non se ne avrebbe a discorrer più; sopravviverebbe per altro un *divenire* e la sola realtà consisterebbe in certi gruppi o sistemi di sensazioni, succedentisi e alternantisi tra loro nel tempo secondo certe date leggi. Quindi un uomo p. es. sarà il complesso di tutti i suoi stati psichici dal primo istante che ha cominciato a sentire alla sua morte; un cavallo, una rana, un polipo del pari.

« Come possa poi accadere che codesto mondo di stati interni abbia un ordine intrinseco, sopratutto come possano gli stati interni, che costituiscono il gruppo *A*, ossia il senziente *A*, avere dei legami di dipendenza, di concomitanza, di successione, ecc. cogli stati interni che formano i senzienti *B*, *C*, *D*, ecc., sarebbero forse imbrogliati a dircelo. Ma forse una qualche ipotesi da ciò è escogitabile, per minimo che possa essere il suo grado di probabilità.

« Ma la filosofia, che ora tiene il campo, non la intende così; per lei i subbietti senzienti sono gli organismi animali, corpi quindi essi pure. La sensazione e gli altri fenomeni pschici non devono più consistere in un fatto assolutamente interno, che come tale non può inesistere se non in un subbietto semplice, inesteso, immateriale, bensì in vibrazioni o in quali che siano altri processi fisici o chimici dei centri nervosi. E qui è dove il sistema apre la più profonda breccia nella logica, anzi la rovina da capo a fondo.

« Infatti se il subbietto dei fenomeni psichici è l'organismo, vediamo quali conseguenze derivino da codesto principio.. L'organismo è un corpo, i

corpi sono complessi di qualità sensibili; le qualità sensibili sono sensazioni e null'altro; dunque anche l'organismo non è che un complesso di sensazioni. (In quanto al sostituire che molti fanno alle sensazioni le possibilità di queste, è un punto che discuteremo più innanzi; noi del resto riteniamo che una tale sostituzione sia un'inconseguenza del sistema). Se il corpo d'un animale, sia poi d'un uomo o di qualsiasi altro vivente, è un fascio di sensazioni, si domanderà di quali. Forse di quelle e di quelle soltanto che si producono in esso, che gli attribuiamo come sue? No, anzi salve poche eccezioni deve essere il complesso delle sensazioni che hanno sede in altri organismi. Che cosa sono io dunque, o meglio che cos'è il mio corpo? Niente altro che il gruppo o la serie delle sensazioni che si producono in altri uomini e ne' bruti, quando, secondo il comune uso di parlare, mi vedono, mi toccano, odono la mia voce e via di seguito. E quando me ne sto chiuso nella mia stanza? Amenochè non ci siano in questa o mosche o animali invisibili che mi guardino, mi tocchino, ecc., io per necessità avrò cessato d'esistere, almeno come corpo.

« Questa conclusione non sarà accettata, perchè — si dirà — il mio corpo anche se isolato da ogni altro animale, seguita ad essere percepito da me stesso, quindi seguita a essere un fascio e una serie di sensazioni mie —.

« Ma, lasciando stare la trasformazione continua, a cui andrebbe soggetto, perdendo p. e. il colore s'io chiudo gli occhi o distolgo lo sguardo da me stesso, perdendo le varie sue parti a seconda che queste non cadono più sotto la mia percezione, che cosa diverrei nel sonno profondo senza sogni? Zero come corpo e zero come subbietto senziente o vogliamo dir psiche.

« Questi e altri assurdi innumerevoli parranno forse evitati con introdurre il concetto sopra mentovato delle sensazioni possibili in luogo delle attuali e definire bensì il corpo siccome il complesso di tutte le sue qualità sensibili, ma intendendo sotto questo nome la possibilità di tutte le sensazioni che la sua presenza desterebbe in qualsivoglia senziente anzi in tutti i senzienti reali o anche solo possibili.

« Così per altro non si scansa un'altra gravissima difficoltà. Col distinguere nelle sensazioni, onde il corpo risulta, le presenti dalle puramente possibili si mette in evidenza una relazione, che considerando soltanto le attuali poteva rimanere nell'ombra, la relazione, dico, tra il percipiente e il percepito. Le sensazioni possibili diventano attuali solamente date che siano certe condizioni; condizioni che per parte dell'oggetto si riassumono nella presenza. Un corpo sarebbe la somma delle sensazioni che la sua presenza farà nascere in qualsivoglia senziente. Non curiamoci qui di seguire questo concetto ne' suoi minuti particolari, p. e. cercando di determinare quando la presenza voglia significare contatto immediato, quando anche solo mediato, quando una certa collocazione rispettiva e così via. Tuttociò non avrebbe importanza di sorta per la nostra discussione, sebbene l'abbia grandissima

per una compiuta teorica della percezione. Bensì noi domandiamo che cosa sia ciò che deve essere presente e che cosa sia ciò a cui deve esser presente. Un dato corpo, stando alle premesse, sarebbe quel fascio di sensazioni che si produrrebbe in un altro fascio di sensazioni, quando il primo fosse p. e. a una certa distanza del secondo. È questo un pensiero pensabile?

« Al che forse risponderanno: No, la cosa non è così semplice come voi la fate per farla parere ridicola e voi ci affibbiate degli assurdi gratuiti. I corpi si ripartono in due categorie; l'una è di quelli che non sentono e per questi vale rigorosamente la citata definizione del corpo; l'altra è di quelli che sentono. Questi secondi vogliono essere definiti per un doppio carattere, di cui l'uno è l'*esteriorità*, che hanno comune con quelli della prima classe e per cui non sono nulla più che possibilità di sensazioni per altri senzienti; l'altro è l'*interiorità* o vogliamo dir la *esistenza psichica* o *psichicità* e per questo carattere essi sono il complesso delle sensazioni provate da loro e delle possibilità di queste. Quando p. es. due uomini si stringono mutuamente la mano, questo fatto assume un quadruplice aspetto. Per l'uno di tali aspetti esso consiste nella proprietà della mano *A* di eccitare sensazioni tattili nella mano *B*, per l'altro nella proprietà della mano *B* di eccitare analoghe sensazioni nella mano *A*, pel terzo nella proprietà della mano *A* di provare le sensazioni provocate in essa dalla mano *B*, pel quarto nella proprietà della mano *B* di provare le sensazioni eccitate dalla mano *A* ([1]).

« Che se invece di stringere la mano d'un amico, io stringo un sasso, questo fatto avrà due soli aspetti; consisterà cioè nella proprietà del sasso di destare sensazioni nella mia mano e nella proprietà della mia mano di sentirle. C'è poi anche un terzo aspetto o terzo elemento del fatto, che qui per altro rimane allo stato di nuda possibilità e sono quelle sensazioni che la mia mano provocherebbe nel sasso, qualora questo fosse un corpo senziente.

« Tutta codesta spiegazione sembra plausibile, perchè le abitudini del pensiero comune e dicasi pure volgare s'introducono tacitamente e surrettiziamente nel ragionamento, ne colmano le lacune e ne cuoprono le spaccature. Ma non bisogna perdere di vista le premesse; bisogna ricordarsi sempre che la *interiorità* (cioè la esistenza psichica) ha la sua sede nella *esteriorità* e anzi fa una cosa sola con questa. Ora l'*esteriorità* non esiste in se stessa, ma nei percipienti. E chi mai può concepire come un *A* (un corpo organizzato), che in quanto tale non è se non il complesso delle sensazioni provate e provabili da *B*, *C*, *D*, ecc., possa provare esso delle sensazioni? Fra le altre cose che a tal uopo gli sarebbero necessarie e che non ha, gli manca prima di tutto l'unità. Perocchè esso, in forza dell'ipotesi, consiste in sensa-

([1]) Taluno forse osserverà che in cambio della mano si doveva mettere il cervello, come sede delle sensazioni. Ma ciò non fa una differenza essenziale nel nostro ragionamento; quindi abbiamo preferita questa forma come più spiccia. Del resto, se vuolsi, invece di dir mano dicasi corpo od organismo e tutto corre come prima.

zioni divise tra loro per la moltiplicità dei soggetti a cui appartengono, per la varietà dei tempi in cui si avverano, per la distanza spaziale tra i subbietti medesimi. O vorremo dire che consistendo esso, secondo la correzione più volte ricordata, non nelle sensazioni effettive, ma nella sola possibilità di queste, tale possibilità formi un gruppo unitario accentrato e come conglobato in se stesso, al quale pertanto non faccia difetto quell'unità che postuliamo, perchè possa alla sua volta fungere da sede e da subbietto di sensazioni? Ma che una pura possibilità, un sistema di possibilità, possa fare da ente reale, possa essere ricettacolo di sensazioni reali, è una cosa che non so quale stomaco metafisico sarà capace di digerire. Sicchè è forza conchiudere che anche qui s'è introdotto di soppiatto un concetto aborrito, quello di sostanza e che solo così il sistema delle possibilità è diventato un reale. Ma la logica?

« E ora veniamo a considerare un po' più davvicino questo concetto della *possibilità* delle sensazioni. Se ben si bada, cotale possibilità, a voler essere coerenti a se stessi, costì non ci avrebbe a poter stare, come quella che, al pari della sostanza e delle facoltà, è un rimasuglio della vecchia metafisica, anzi come vedemmo, non è ancora che la sostanza mascherata. Se il solo reale sono le sensazioni, le qualità sensibili e quindi i corpi non possono essere che gruppi di sensazioni attuali e fuori di queste affatto nulla. Tutti i ragionamenti infatti coi quali si tenta d'introdurre quella comoda possibilità (comoda, dico, affine di palliare il troppo nudo contrasto in cui la teoria si mette col pensar comune, anzi coi fondamenti stessi del pensiero) in ultima analisi non si reggono se non sull'appoggio di principî disconosciuti o apertamente negati dal sistema e che però lo pongono in contraddizione con se stesso. Si dice p. es.: Io veggo un libro chiuso; le mie sensazioni presenti sono circoscritte alla sua forma e grandezza e al colore della copertina; ma siccome quando avessi ad aprirlo o io o chiunque altro, in qualunque tempo o luogo, ne riceveremmo altre moltissime serie di sensazioni, quelle ad es. di centinaia e centinaia di pagine stampate, d'incisioni, ecc., così convien dire che il libro, nella sua totalità, è il complesso delle possibilità di tutte queste, oltre alle tattili che si avrebbero prendendolo in mano, alle acustiche che produrrebbe cadendo per terra e finalmente a quelle, che se ne avrebbero, visuali, tattili, olfattorie, bruciandolo e così via.

« Il principio qui surrettiziamente e tacitamente supposto è che il libro non è le mie sensazioni visive, tattili, ecc. siano poi reali o solo possibili, ma bensì una cosa che esiste e dura, sia o non sia percepita; ossia che non è le mie sensazioni, ma ciò che le produce e che, come provoca in me quelle che provo di presente, così può produrne innumerevoli altre in me, in altri uomini, in altri animali. Il che vuol dire, in lingua povera, che il libro è concepito come una sostanza fornita di certe proprietà.

« A difendere tuttavia l'introduzione del concetto di possibilità io m'im-

magino che un seguace della nuova scuola sorga e dica: — Noi vi accordiamo della buona voglia che la possibilità non è una sensazione e che però nel nostro sistema è una sconcordanza il farne un uso obbiettivo. Ma voi pure concederete che il linguaggio ha le sue esigenze e che per forza certe cose non si possono dire senza servirsi del comun modo d'esprimersi. Ma se la possibilità non corrisponde, rigorosamente parlando, a una sensazione, corrisponde nullameno a uno stato psichico, cioè all'aspettazione di sensazioni future destata dalle presenti, per esser queste associate con quelle che gli tennero dietro in passato.

« Codesto è vero e io medesimo in altro scritto [1], tentando descrivere la genesi psicologica del concetto di possibilità ho messo in chiaro come il riapparire fantastico d'un'azione passata, alla quale non fa riscontro la percezione presente, sia l'occasione prima che al bambino suggerisce l'idea del possibile; solo che in tal processo io credetti di dover farvi concorrere anche il senso dello sforzo.

« Non ch'io credessi allora o creda adesso che un tale concetto si assolva tutto in quel prodotto meccanico dell'associazione; che anzi mi sforzai di mostrare come la sua cerchia venga man mano allargandosi e col concorso d'una ulteriore e più alta attività del pensiero e di certe condizioni metafisiche finisca da ultimo per immedesimarsi col concetto della pensabilità. Ma ciò poco importa al tema presente e, come dissi, io accordo pienamente al supposto avversario la sua interpretazione del fatto. Ma analizzando ed esaminando accuratamente i fatti troveremo che tali elementi non bastano a fondamentare quella possibilità di sensazioni in cui vorrebbesi che tutta consistesse la essenza de'corpi.

« Ripigliamo l'esempio adoperato dianzi, del libro. Io l'ho davanti a me chiuso e lo vedo. La presente mia sensazione è identica a quella che n'ebbi altre volte; ma allora a una tale sensazione ne tennero dietro delle altre, quelle del libro aperto, delle pagine interne e così via. Queste ultime per essersi associate colla prima, al rinnovarsi di questa ricompariscono. Ricompariscono, ma non possono raggiungere l'energia, la vivezza, la determinatezza d'una sensazione presente; se ciò avvenisse io sarei vittima d'una allucinazione. Le ragioni di questo loro restarsene allo stato di puri fantasmi (riproduzioni o *ripresentazioni*, come taluni ora vorrebbero si dicesse) sono due, la mancanza dello stimolo esterno, che operi su'miei organi, e l'impedimento che incontrano nelle mie sensazioni presenti, colle quali non possono immedesimarsi *per la contraddizion che nol consente.*

« Siffatto impedimento (ciò che il Taine chiama *riduzione*) non le annichila per altro o la scaccia dalla coscienza; nè le riprodotte e le attuali

[1] *Intorno allo svolgimento psicologico delle idee di esistenza e di possibilità ;* due memorie pubblicate negli Atti del R. Istituto Veneto anni 1879, 1886.

si mescolano e scombuiano mutuamente, anzi restano perfettamente distinte. Per che modo? Allogandosi, per così dire, in due spazi psichici differenti; le attuali in quello dell'ambiente presente, le riprodotte in uno spazio vago e fantastico che, dato uno svolgimento psichico maturo apparisce come passato o come futuro. Quest'ultimo e meraviglioso fatto, per cui l'orizzonte della nostra coscienza si allarga smisuratamente, ben meriterebbe che c'intrattenessimo ad analizzarlo, a studiarne il processo e le condizioni; ma sarebbe un digredire non necessario dall'argomento e però ce ne astenghiamo. Nel caso concreto, che stiamo studiando, le rappresentazioni riprodotte appariscono come passate (io ricordo d'avere aperto altre volte quel libro) e insieme come future condizionatamente (se ora o quandochessia avessi a riaprirlo, ridiverrebbero sensazioni presenti). — Ecco dunque, potrà dirsi, come la possibilità delle sensazioni sia data siccome uno stato dell'animo, una modalità della coscienza; ecco come essa risolvasi in un gruppo di sensazioni attuali, in una serie di riprodotte e in una certa speciale attinenza di queste verso di quelle. —

« Fin qui senza fallo arriva il meccanesimo della sensibilità e a questo punto, secondo ogni verosimiglianza, si arresta lo svolgimento psichico del bruto. Anche in esso di fatti si produce l'aspettativa di casi simili. Ma chi perciò vorrebbe, parlando in senso proprio, attribuirgli il concetto della possibilità?

« D'altra parte non è questo che più monta; affinchè un tal concetto serva all'uopo di spiegarci la natura de'corpi (che è il problema, a proposito del quale siamo entrati in tutta questa disquisizione) occorre il concetto d'una possibilità fondamentata in qualche cosa. In effetto per definire il libro come il complesso di tutte le sensazioni attuali o possibili, ch'esso provoca o potrebbe provocare in un qualsiasi senziente, bisogna che le sensazioni future o solamente possibili siano concepite come aventi la ragione della loro futurità o possibilità in questo che mi sta davanti. In questo che cosa? Nel gruppo forse delle mie sensazioni visive presenti? Non già, perchè in tal supposto il libro sarei io; ma bensì nell'oggetto a cui le attribuisco.

« Qui può darsi che altri insista dicendo: — Questo oggetto c'è, è già stato ammesso grazie al fatto psichico della proiezione. Il colore, la forma, la grandezza spaziale del libro appariscono fuori di me e a questo fascio di fenomeni *obbiettivati* è connessa per salda associazione tutta la sequela delle sensazioni possibili; onde l'oggetto *libro* viene ad essere in ultima analisi la proiezione conglobata di tutte. —

« Ma daccapo io domando il fondamento di tutte codeste possibilità; perchè se io le ammettessi come destituite d'un tal fondamento, non sarebbe un libro, sibbene il fantasma d'un libro.

« — Il fondamento che voi cercate — replicheranno — sta per l'appunto in quella salda associazione, per la quale io sono tratto non solamente

a figurarmi un libro, ma a credere che *in rerum natura* esiste una legge, una forza, una disposizione costante o come che voglia denominarsi, una x insomma, in virtù della quale, date le opportune condizioni, così io come un altro senziente qualsivoglia avremo per davvero quella determinata serie di sensazioni. —

« Ottimamente, dico io; gli è così nè più nè meno e quella salda associazione è per noi l'indizio, il *τεκμήριον* per usare il termine aristotelico, dell'esistere in natura quell'x (legge o forza o come che voglia chiamarsi) a cui sarà dovuta, in concorso con un organismo animato e senziente, la regolare apparizione di quelle determinate sensazioni, ogni volta che siano date le circostanze necessarie e sufficienti.

« Ma in nome del cielo che cos'è dunque codesta x, se non per l'appunto la sostanza del libro? O che cosa si figurano i demolitori della vecchia metafisica, che la sostanza p. es. del libro sia un piccolo libriccino nascosto sotto le apparenze del grande? Ecco pertanto che daccapo, benchè sotto altro nome, hanno ammesso la sostanza. Se questa voglia negarsi per davvero, noi ricascheremo per forza negli assurdi sopra mentovati, negli assurdi, dico, d'una cosa che non esiste se non in altre, le quali alla loro volta esistono solamente in altre e queste nelle prime *in infinitum* [1].

« Siccome per altro questi assurdi sono troppo palpabili, così i seguaci della dottrina che impugniamo per lo più preferiscono peccare d'inconseguenza e dopo molto armeggiare finiscono con ammettere una sostanza corporea, restando contenti a negare quella dello spirito. Ragione per la quale, dopo avere dapprima rifiutato il materialismo al pari dello spiritualismo e del dualismo, come concetti metafisici che valgono tanto l'uno quanto l'altro e non hanno niente a che fare con l'esperienza, ricadono poi sempre in un materialismo più o meno aperto o mascherato.

III.

« E ora dal problema de'corpi passando a quello del subbietto ossia della psiche rimane a vedersi se co'principii della scuola sensista si possa costituire una dottrina coerente a se stessa, o se in quella vece essi vadano a dar di cozzo ed infrangersi contro le loro medesime conseguenze (come si è visto accadere nell'argomento de'corpi esterni) e la logica ci sforzi a introdurre anche qui il concetto metafisico di sostanza.

« Per condurre a buon fine una siffatta investigazione fa d'uopo distinguere due posizioni differenti in cui possiamo collocarci. In vero o 1° si parte dal presupposto che ogni e qualunque concetto metafisico debba essere scartato

[1] Sulla percezione dei corpi e sul suo valore cf. Bonatelli, *Discussioni gnoseologiche* etc. Cap. IV.

senza più e che il solo reale siano le sensazioni o, più generalmente, i fenomeni psichici, che era la posizione in cui ci siamo collocati al principio di tutta questa discussione; o 2° si parte dal supposto che la realità sostanziale de'corpi sia già dimostrata o concessa.

« Movendo dalla prima ipotesi è facile accorgersi che i medesimi assurdi, a' quali ci conduceva per rispetto a' corpi, tornano in campo anche pel subbietto, di cui quelli sono pure modificazioni.

« E invero se le sensazioni a, b, c, d, che per il pensiero volgare sono *a parte rei* qualità del corpo esterno (C) e *a parte subiecti* modificazioni d'una sostanza senziente (S), non sono in quella vece appoggiate nè di qua nè di là a verun sostrato reale, ma esistono come a dire in sè stesse, con qual diritto le risguarderemo siccome costituenti piuttosto un subbietto che un obbietto e anche come costituenti piuttosto il subbietto S che non un altro qualsiasi S', S'', S''' etc? Quello che per il pensiero comune distingue l'obbietto dal subbietto è solamente il supposto che le sensazioni, come qualità sensibili, ineriscano al corpo straniero e, come sensazioni, come sentite, ineriscano al senziente. Del pari quello che per il pensar comune distingue un subbietto da un altro, gli è che certe sensazioni inesistono in uno, certe altre in altro, nulla importando se anche fossero tra loro uguali in tutto e per tutto. Ma tolto via questo sostrato d'inerenza, non rimane più altra distinzione possibile che la qualitativa o quantitativa, ossia le sensazioni a, b, c, d, etc. si distingnono soltanto dalle sensazioni h, l, m, n, etc. e tutto il resto sarà sfumato. Ma se io ho la sensazione a e un altr'uomo o animale qualsivoglia ha l'ugual sensazione a, per qual mai ragione l'una sarà mia e l'altra d'altri? Si risponderà forse che per l'ipotesi stessa, le sensazioni a sono numericamente distinte, sono due e non una e che pertanto l'una di per sè costituirà un subbietto S e l'altro un altro subbietto S'? Ma badisi che a questo modo si ricasca nella celebre questione del *principium individuationis*, e che se si perfidia a negare il subbietto sostanziale d'inerenza, non resterà più che ricorrere alla *haecceitas* o a qualche simile concetto metafisico o ipermetafisico, che poi ci ricondurrà bel bello a quel della sostanza.

« D'altra parte, se ogni corpo non è che la somma delle sue qualità sensibili e perciò la somma di certe sensazioni, quell'a, oltre all'essere il subbietto S e il subbietto S', non sarà alla sua volta anche il corpo straniero C? E se non è possibile che un medesimo *quid* sia ad un tempo più cose, non ne verrà per forzata conseguenza che a non sia nè un corpo, nè uno od altro subbietto, ma a e semplicemente a? Il che vorrà dire che non c'è nè corpo percepito, nè percipiente, ma solo la sensazione da niuna cosa provocata e da niuno percepita.

« Nè contro questo ragionamento varrebbe l'accampar che altri facesse la distinzione temporaria e spaziale, dicendo per es.: La sensazione a, in quanto apparisce nel punto p dello spazio costituisce quello che si chiama

corpo, in quanto esiste in sè medesima nel punto p' forma il subbietto senziente S, in quanto esiste nel punto p'' è un altro subbietto senziente S' e così di seguito. Il medesimo dicasi rispetto ai diversi momenti del tempo.

« Perocchè il tempo e lo spazio, nel sistema che impugniamo non sono e non possono essere se non fenomenali essi pure, anzi, a rigor di termini, non essendo propriamente sensazioni, sono un puro nulla. E quando pure si tentasse salvarli in quanto relazioni formali che intercedono fra le sensazioni, resterebbero pur sempre inerenti a queste e non godrebbero d'altra realtà che della realtà di queste e sussisterebbero, per dir così, dove queste sussistono. Il che dato, come potrebbero servire di punto d'appoggio, di fondamento, per la distinzione delle sensazioni?

« Ma c'è dell'altro. Le sensazioni si chiamano corpi in quanto proiettate fuori del senziente e contemplate là quasi per sè stanti. Or bene, chi le proietta? chi le contempla? Vorremo dire che proiettano e contemplano se stesse? Che per es. quand'io guardo un prato, la sensazione del verde o, a parlar meglio, il verde proietta sè stesso fuori di sè e sdoppiandosi diventa un verde che contempla e un verde contemplato? Se uno si acconcia ad accettare siffatte conseguenze, noi rinunciamo a discutere con lui.

« Se finalmente ricorrasi alla coscienza e di questa e della sua unità facciasi il ricettacolo delle sensazioni, tornerà in campo per rispetto alla coscienza quello che s'è osservato in rispetto alle sensazioni. Perocchè o la coscienza si considera come un fatto, uno stato o meglio un atto, e senza un subbietto d'inerenza andrà incontro alle identiche difficoltà, tanto più se, anzichè farne una funzione distinta dalla sensazione, la si immedesima con questa; o la si considera come un *substratum* perenne del flusso psichico e già siamo prossimi a ipostatizzarla e a farne una sostanza, una psiche. La questione allora doventa diversa; si tratterà cioè di determinare i caratteri di questo sostrato della vita psichica, di vedere come lo si abbia a concepire, perchè serva a spiegare i fatti e non contenga intrinseche contraddizioni. In tal modo ci accosteremo più al concetto platonico o all'aristotelico, più al cartesiano o al leibniziano, più al kantiano o all'herbartiano e così via, ma sempre saremo lungi le mille miglia dal sistema che gli nega ogni sostanzialità.

« Che se invece partiamo dall'altro supposto, cioè che la sostanzialità de' corpi sia ammessa e riconosciuta, il problema cangia interamente d'aspetto. Difatti in tale ipotesi non si nega più il soggetto d'inerenza dei fatti psichici, ma lo si immedesima coll'organismo e in particolare col sistema nervoso o più ristrettamente col cervello. In tal caso spariscono gli assurdi quassù mentovati, essendovi ormai chi sente, chi gode, chi soffre, chi pensa. Bensì ne compariranno degli altri non meno gravi, perciò che nè l'organismo nè veruna parte di esso, pei caratteri della corporeità che riveste, è acconcio a far da subbietto ai fenomeni psichici.

« Che se finalmente per superare anche queste difficoltà, si ricorra allo

spediente di negare al corpo quelli che per brevità abbiamo chiamato i caratteri della corporeità e di risolverlo, come a dire, in due fattori, la sostanza assolutamente ignota in sè stessa, e il fenomeno, che è relativo ai senzienti e non è nulla pel corpo stesso, ci saremmo per verità liberati da una rete d'assurdi e di garbugli d'ogni maniera; ma a qual prezzo?

« Prima di tutto si navigherà a gonfie vele nel paventato mare della metafisica (a cui forse qualche nuovo geografo imporrà il nome di *metempirica* o altro equivalente per far grazia alle idiosincrasie de' lettori); poi si correrà pericolo d'essere presi per leibnizioni (*quod dii avertant!*) o per berkleiani (che puzzerebbe d'incenso) e da ultimo non si sarà guadagnato nulla, perchè la sostanza corporea, per essere concepita così nuda di determinazioni da poter fare da sostrato tanto a' fenomeni corporei quanto ai psichici, non servirà nè all'uno nè all'altro ufficio e, appena se ne faccia la prova, nell'accostarsi alla spiegazione dei fatti ricompariranno tutte daccapo quelle difficoltà, per isfuggire alle quali si era fatto, da disperati, quel salto nel buio.

« Infatti qual valore avranno rispetto alla genesi de' fatti psichici tutti i processi fisiologici vuoi de' nervi vuoi del cervello, se questi tutti senza eccezione appartengono all'elemento fenomenale de' corpi, alla *esteriorità*, la quale è essenzialmente relativa a un altro percipiente e perciò non ha nulla a che fare colla sostanza de' corpi stessi?

« Resterebbe un partito, sostenere cioè che anche i fatti psichici non si riferiscano alla sostanza dell'organismo e non siano altro che una parte del mondo fenomenale nè più nè meno che le qualità sensibili, i colori, i suoni e via dicendo. Per tal modo l'incognita sostanza de' corpi avrebbe due maniere di manifestarsi, d'apparire; l'una cioè come cosa estesa, resistente, colorata, sapida, ecc., l'altra come sensazione dell'esteso, del resistente e via via. Sotto il primo rispetto si chiamerà corpo, sotto il secondo anima, spirito, psiche.

« Ma quest'ultimo rifugio del materialismo (che in tal caso ripudierà questo nome e si chiamerà *monismo*) è un rifugio malfido e che lascia aperta più d'una breccia. Prima di tutto la psiche, in tale ipotesi, avrebbe un'esistenza dipendente non dalle funzioni dell'organismo, sibbene dalla durata del comune sostrato. Potrebbero mutare i suoi modi d'essere, le sue manifestazioni, ma non perirebbe che nel supposto d'un vero annientamento della materia.

« Eppoi, quello che più importa, una volta ridotta anch'essa come il corpo fenomenico a essere un gruppo di fenomeni, dovrebbe per necessità inesistere in quel subbietto a cui apparisse. Or dov' è più il subbietto? Non la ignota sostanza, perchè la coscienza, questo teatro, a così chiamarlo, dei fenomeni psichici, è parte ella medesima di codesto mondo fenomenale interno. Cosicchè o la coscienza *A*, con tutto il suo contenuto, apparisce ad un' altra coscienza *B*, o non ha a cui apparire, non ha un subbietto d'inerenza. Ma niuno sarà disposto ad ammettere che una coscienza sia fenomeno d'un' altra;

chè, oltre ad andar contro a tutta la nostra esperienza, ci condurrebbe in un circolo senza fine. E per ultimo, se un tale concetto fosse pensabile, ci porterebbe a questa conclusione: Esistono una o più sostanze; quello che siano in sè nessuno lo sa, ma si sa che si manifestano in due modi, di cui il primo consiste nell'apparire ad altri e il secondo nel ricevere il primo; ma questo secondo, essendo esso pure un apparire (fenomeno) e non potendo per la sua *internità* apparire ad altri, apparisce al nulla. Con che è distrutto anche il concetto dell'apparire.

« Chi poi si ostinasse a dire: Sì, apparisce ancora, apparisce a sè stesso, avrebbe con ciò solo fatto della coscienza una sostanza a sè, distinta da quella che sta sotto la corporeità esteriore, come quella che non avrebbe più per sostrato la sostanza corporea, ma bensì se medesima. Anzi questa sarà una sostanza a molto maggior ragione che non sia quella de' corpi; perocchè la sostanza corporea è soltanto ciò che si manifesta, mentre quella è ad un tempo ciò che si manifesta e ciò a cui si manifesta.

« A questo punto mi par di udire taluno sorridendo esclamare. Tutte codeste vostre sottili argomentazioni sono una tela di ragno, che un soffio dell'esperienza manda in frantumi. L'esperienza ci mostra che la vita psichica è legata a date funzioni dell'organismo, dunque è un fenomeno di questo e nulla più.

« Al che io, non meno sorridente, rispondo: Sì ma l'organismo e le sue funzioni null'altro sono, per vostra stessa confessione, che fenomeni psichici, dacchè sono gruppi di sensazioni; dunque i fenomeni psichici sono legati ai fenomeni psichici. Voi ci dite che l'anima rientra nel corpo, dopo averci detto che il corpo rientra nell'anima. Sicchè ci conducete a questo bel risultato che A non è altro che una funzione B, il qual B poi non è se non una funzione di A.

« Si può star contenti a tanto? O non abbiamo quì ripetuto il celebre e strepitoso avvenimento di que' due gatti inferociti che si divorarono reciprocamente, restandone solo, a testimonianza del fatto, i due codini? »

Archeologia. — *Notizie sullo scoprimento della caserma dei Vigili in Ostia* [castra Ostiensa].

Il Socio Lanciani descrive in primo luogo l'edificio, lungo circa 100 metri, largo 50, isolato da quattro strade, e la cui principale caratteristica è l'atrio che occupa circa la metà dell'area. L'atrio è circondato da portici a pilastri laterizi. D'innanzi a ciascun pilastro stanno in piedi basi di statue imperiali, con lunghe iscrizioni dedicatorie, dalle quali si apprendono nuovi ed importanti particolari sulla milizia dei Vigili e sugli ufficiali superiori che la comandavano. In capo all'atrio si apre una vasta sala, con l'ingresso

ornato di belle colonne di porta santa. Questa sala sembra possa paragonarsi ad un'*augusteum*. Contiene un'altare o suggesto, lungo quanto è larga la sala stessa, sul quale sono collocate in buon ordine cinque are dedicate ad imperatori e ad imperatrici divinizzate. Di queste scoperte sarà dato ampio ragguaglio nelle *Notizie degli scavi* del sen. Fiorelli.

Filologia. — *Tradizioni Carolingie in Italia.* Nota del Corrispondente Alessandro D'Ancona.

« Nel 1880 pubblicando per le nozze Meyer-Blackburne un libretto intitolato: *Una leggenda araldica e l'Epopea carolingia nell'Umbria* (Imola, Galeati) [1], l'amico e collega Monaci ed io ricordavamo brevemente le tradizioni sparse qua e là in Italia su Carlo Magno e sugli altri eroi del ciclo franco. Già un breve cenno di queste tradizioni aveva dato un precursore ingegnoso e dotto dei moderni studj di storia letteraria, Claudio Fauriel, nella ottava lezione del suo primo corso su Dante e le origini della lingua e della letteratura italiana (*Dante et les origin. de la lang. et de la littér. ital.*, Paris, Durand, 1854, I, 291). Molto più raccoglievamo di notizie in siffatto argomento il Monaci ed io: e non sarà inutile che ad una nuova giunta si preponga l'anteriore derrata. Dicevamo adunque in nota e sotto brevità:

« A Sutri v'è una grotta naturale che chiamano *la grotta d'Orlando* « (v. Castellano, *Stato pontificio*, p. 257); a Perugia la vecchia chiesa di « s. Angelo era chiamata *il padiglione d'Orlando* (Rossi, *Giornale d'erudiz.* « *artistica*, I, 184); un punto dell'antica via Appia presso Galazia è chiamato « *i passi d'Orlando* (De Sivo, *Storia di Galazia Campana e Maddaloni*, « p. 45); a Roma abbiamo *il vicolo della spada d'Orlando*; un sobborgo di « Osimo è chiamato *il borgo di Roncisvalle*. A Pavia, sotto le mura vi è *il* « *sasso* (De Castro, *La st. nella poes. popol. milan.*, p. 30) e nel duomo *la* « *lancia d'Orlando* (Robolini, *Storia di Pavia*, I, 101); in Val Pia nel ge- « novesato, *il corpo* (colpo) *d'Orlando* (Celesia, *Del Final ligustico*, p. 12); in « Terra d'Otranto *la tomba d'Orlando* (De Simone, *Note yapigo-messapiche*, « p. 34); presso Susa *il sasso di Orlando* (Regaldi, *La Dora*); a Firenze « *il ferro del cavallo d'Orlando* sulla facciata della chiesa di s. Stefano; a « Verona sulla porta del duomo Olivieri e Orlando colla Durlindana; a Spello « *il fallo d'Orlando*; a Gaeta *la torre d'Orlando* ecc. ».

« L'egregio scrittore Eugenio Müntz in un notevole lavoro intitolato: *La légende de Charlemagne dans l'art du moyen-âge*, stampato prima nella

[1] La pubblicazione nuziale, prefazione cioè e testo, fu riprodotta dal Morandi, *Antolog. della crit. letterar. moderna*, Città di Castello, Lapi, 1885, p. 103.

Romania e poi nella prima serie degli *Études iconographiques et archéologiques sur le moyen-âge* (Paris, Leroux, 1887), riferì (pag. 91 e segg.) le notizie da noi raccolte, ed altre ne aggiunse. Avevamo infatti dimenticata l'iscrizione posta sulla facciata della chiesa de' ss. Apostoli in Firenze, ove si asserisce Carlo Magno aver fondato quel tempio e averlo benedetto Turpino alla presenza di Orlando e di Olivieri. Secondo il p. Richa (*Not. istor. delle chiese fiorent.*, IV, 46) che riporta l'iscrizione, Carlo Magno sarebbe stato fondatore anche dell'altra chiesa di s. Stefano *ad portam ferream* (ibid., II, 63), sulla facciata della quale è rimasto il ferro del cavallo di Orlando. E dacchè siamo a dir delle tradizioni fiorentine, ci par quasi impossibile di aver ommesso il ricordo del castello di *Montalbano*: nè solo per la notorietà sua, ma perchè quel nome e quel luogo sono per noi congiunti alle più care memorie domestiche e della gioventù nostra. Il castello di Montalbano, già dei Tedaldi, sorge poco lungi da Rovezzano, al principiar del colle, lungo la via da Firenze al Pontassieve. Riferiamo le tradizioni che si conservano su di esso, dall'Ademollo (*Marietta de' Ricci*, Firenze, Chiari, 1846, I, 227): « Il fortilizio di Montalbano, chiamato la fortezza de' Tedaldi, dalla tradi« zione del luogo è voluto più antico della città di Firenze. Non credo che « questa opinione sia erronea, perchè il fondamento di probabile remota an« tichità viene dal fatto storico, accennato anche da Malaspini e da Villani, « cioè che Carlo Magno, quando nel 786 discese in Italia ai danni dei Lon« gobardi, portandosi verso Firenze quasi abbandonata e distrutta, fermasse « il suo esercito in questi luoghi, onde celebrare la festa del santo Natale, « e che in questo castello fosse ricevuto con la sua corte da Taldo Tedaldi, « uno dei più potenti fiesolani, che quindi militò in quella guerra, e fu fatto « cavaliere dal monarca francese. Se in quel tempo Carlo Magno ordinasse « il restauro della città di Firenze, ristretta nell'antico primo cerchio di « mura (ritenuto da alcuni scrittori come una nuova fondazione della città), « ecco che giusta sembra la tradizione che Montalbano esistesse avanti la « presente città di Firenze. Tuttora ognuno è in grado di vedere questo ca« stello, che accolse nelle sue mura Carlo Magno, Rolando o Orlando, Tur« pino arcivescovo di Reims e gli altri paladini ». Così il romanziere, e ciò ch'egli asserisce fu tolto dalla tradizione, che però da lui venne rinvigorita e ravvivata: nè veramente il guardingo Repetti ne parla, e della *Rocca Tedalda* dice soltanto che « il luogo è stato reso più noto dall'autore della « *Marietta de' Ricci*, che ne fece la residenza del protagonista di quel ro« manzo storico (art. *Rovezzano*) ». E il Repetti tace anche le tradizioni, pur da noi dimenticate, intorno alle così dette *buche delle fate* presso Fiesole, che ricorderemo colle parole del Fauriel: « D'après des traditions po« pulaires du pays, traditions longtemps vivantes, et qui n'ont été qu'assez « tard recueillies par les écrivains, cette caverne des fées, aurait été un « sanctuaire vénérable de chevalerie. Elle aurait été visitée par Charlemagne:

« Roland y aurait été gratifié de l'enchantement en vertu duquel il était « invulnérable; Maugis y aurait appris la nécromancie (op. cit., I, 291) ».

« Rispetto alla *torre d'Orlando* nella cittadella di Gaeta, il Müntz reca un passo del noto viaggiatore moderno Valery. Più antico è Francesco Grassetto da Lonigo, del cui curioso viaggio lungo le coste dalmate, greco-venete e italiche nell'anno 1511, aveva già dato un sunto Giovanni da Schio nei suoi *Viaggi vicentini*, e che ora è stato pubblicato per intero da A. Ceruti nel vol. IV della *Miscellanea* della R. Deputazione di storia veneta (Venezia, Visentini, 1886). Il Grassetto così scrive di Gaeta: « Et quivi da « li incoli dito ne fune, e anche visto, una torre, da Orlando nel tempo che « questa terra era di Mori, essere sta' expugnata: et potria esser, imperochè « portano il quartiere, e tiene la insigna ».

« Il Müntz compie le nostre indicazioni topografiche ricordando il *capo d'Orlando* presso Messina, la *sella d'Orlando* vicino a Caltanisetta, e il *casino Orlando* a s. Elpidio: ma neanch' egli è ben certo se tutte si riferiscano al paladino. Quanto al secondo di questi luoghi, che è nel comune di Aidone, rimandiamo alla lettera dell'ispettore Pappalardo nelle *Notizie degli scavi*, ser. 3ª, vol. XIII della nostra Classe, p. 350. Aggiungiamo che un *masso d'Orlando* si trova sui monti pisani sotto al colle Polito, rotto, come tanti altri, dalla spada del forte paladino (Mazzoni, *In biblioteca*, Bologna, Zanichelli, 1886, p. 185); e l'*isola Orlandina*, allo stesso modo divulsa dal monte cadente a picco sul mare, si addita nell'Adriatico fra Parenzo e Rovigno.

« E poichè siamo nell'Adriatico, sapremo grado al Müntz di aver tratto dall'antico viaggio a Gerusalemme del *seigneur d'Anglure* (Paris, Didot, 1878, p. 6), questa tradizione vivente a Pola nel 1395 e riguardante il famoso anfiteatro: « Et dehors la cité, devers le terre, a une très belle fon- « taine d'eaue doulce, devant laquelle a ung tournoyement, par lequel appert « bien qu'il fut jadis moult bel et fait de grant richesses et seignorie. Et « le fist faire Rolant, si comme l'en dit, et encore l'appellent aujourd'uy « *le palaix de Rolant* ».

« Non lunge da Pola evvi, o almeno vi era, una *colonna d'Orlando*. Un lucchese, Filippo de Diversis de Quartigianis, in un suo scritto sull'inclita città di Ragusa, composto nel XV° secolo e pubblicato dal prof. V. Brunelli nel 1882 (Zara, Woditzka), così ne discorre: « Cum enim civitas ipsa sit « tota mercaturae dedita, nonnulli vel eorum infortunio, aut sua, ut ita loquar, « mercandi ignorantia debitis gravati, urbem coguntur deserere, alioquin car- « ceribus recluderentur. Quo igitur cum creditoribus pacisci valeant illi gra- « vati, et civitatem ac familiam et amicos visitare, triduo ante festam, die « scilicet ultimo Jannuarii, summo mane, arbor altissimae, habens longi- « tudinem et circuitum unius mali navis maxime, in medio plateae in quo- « dam columno grossa quadra erigitur et fortissime clauditur, quae quidem

« columna *Charrus* et *Orlandus* dicitur, quoniam in illa est Orlandi forma « sculpta, ensem manu tenentis in signum justitiae, quae ibi exercetur. Nam « ad illam ligantur et fustigantur aliquando scelesti homines, quibus etiam « interdum barbam comburitur etc. » (1).

« Se nel 1643 l'ab. Giovanni Rucellai vedeva a otto miglia da Torino, all'osteria della Posta « il favoloso *sasso* partito nel mezzo, come raccontano, da Orlando paladino (*Diario* pubbl. da G. Temple Leader e G. Marcotti, Firenze, Barbèra, 1884, p. 55), » non che a Parigi « il *Palazzo d'Orlando*... che ora è divenuto casa e bottega d'un manescalco, vicino alla strada della Veneria (p. 185) » e, ch'è più, nel tesoro di S. Dionigi, collo specchio di Vergilio e il lanternone di Giuda Scariotte, gli scacchi e la spada di Carlo Magno (p. 165) », tutte rarità, come si vede, di prim'ordine: poco appresso, nel 1660, un viaggiatore francese in Italia, Baldassarre Grangier de Liverdys, trovava a Firenze consimili reliquie carolingie, Dio sa come e dove sperdute. « Je fuis conduit, scrive egli, dans les sales remplies d'armes de toutes sortes: entre lesquelles plusieurs sont plûtost gardées par curiosité que pour s'en servir: et elles sont de princes ou anciens ou modernes. J'y vis l'epée de Charlemagne et celle de Roland (*Journal d'un voyage d'Italie* etc. Paris, Dupuis, 1676, p. 218) ». Niuna meraviglia se le spade degli eroi che difesero, secondo la voce popolare, la cristianità contro i Saraceni, e delle quali i colpi tremendi erano gradito tema alle volgari rapsodie, si credessero conservate, come sacre reliquie, in più luoghi. Di quella di Orlando dice il sig. de Puymaigre (*Folk-lore*, Paris, Didier, 1885, p. 324): « Les Turcs se vantaient de posséder cette épée, qu'on se plaisait également de conserver à Blaye »: e un'altra ve n'ha nell'Armeria di Madrid, non che a Nostra Donna di Roc-Amadour. Anche la spada di Carlomagno si mostrava in più luoghi: ma la vera sembra esser quella del Tesoro di Vienna (Müntz, op. cit., 101-2).

« Piena di reminiscenze leggendarie del ciclo carolingio è l'Umbria. Quella pubblicata nel citato opuscolo nuziale spiega perchè « lo comune de Corciano porta per arma el quartiere ». Ciò fu per concessione di Orlando, che volgendo a Perugia per liberare Olivieri, ivi tenuto prigione dall'Argoglioso, si scontrò in Cornaletto, dei signori di Corciano, lo vinse in duello e lo battezzò, concedendogli il diritto di portar la sua insegna. Altre consimili leggende, le quali compongono tutto un curiosissimo romanzo delle origini poetiche dell'Umbria, e che si trovano nel cod. vat. 4834 promise allora, nel 1880, di pubblicare il Monaci: e vorremmo ch'ei si ricordasse cotesta promessa, se anche null'altro contengano di tradizioni carolingie.

« Intanto nel 1885 il sig. Girolamo Mignini, alunno della scuola normale di Pisa, mandò fuori un curioso manipolo di *Tradizioni della Epopea*

(1) Pag. 95. L'editore rimanda « per questo Orlando » ai *Mittheilung. d. kk. Central-Commiss. Erforschung u. Erhalt. d. Baudenkm., X Jahrg., Nov.-Dec.*, p. 133 seg.

carolingia nell' Umbria (Perugia, Tipogr. Umbra). Una di esse racconta, seguitando la materia di quella su Cornaletto, come Orlando giungesse a Perugia e vi liberasse Oliviero. Egli pose il suo padiglione dov'è ora la chiesa di S. Angelo, « perchè Orlando riferì che l'Angelo l'aveva menato a Perugia » a liberare una bella donna innominata e con essa Olivieri, dalle branche d'un crudele pagano. Trasse il Mignini questa narrazione da un codice del sec. XVIII, già dei Carmelitani scalzi, ora della Comunale di Perugia: ma in forma quasi simile venne poi pubblicata dal nostro socio Ariodante Fabretti nel secondo vol. delle *Cronache della città di Perugia* (Torino, 1888, p. 116) ove fa parte delle *Memorie* storiche dall'anno 1454 al 1540 attribuite a Villano Villani. Ma qui il racconto è compiuto tanto nel cominciamento, il quale ricorda come nel 1495 « a dì 6 Decembre s'alamò la prigione d'Orliviere paladino lì a la porta della Penna, e nota come si chiama la prigione d'Orliviere », quanto nella fine che dice così: « Et di lì a molti anni (dal fatto narrato) quelle case furono donate dal canto di dietrò, dove stava la detta prigione, che ora si è alamata, alla casa della Penna, e dall'altro canto alla casa delli Armanni, per premio e remuneratione che queste case havevano renduto grand'honore a questa città: et questa liberalità li fu fatta dalli Baglioni, massime perchè le dette due case erano state in ajutorio dei fiorentini nel pigliar di Pisa e della Vehicula (*Verrucola?*) Questo che narro qui l'ho fatto per dichiarare che cosa c'era dove s'alamò quel muro: e così Orlando et Orliviere si partiro da Perugia, et Orliviere lasciò e donò l'insegna del griffone a questa città per haverci riceuto tant'honore dopoi ch'esso fu liberato ». Così anche questa diventa una leggenda araldica: ma il ricordo della caduta della casa nel 1495 essendo occasione al racconto, è testimonianza della vitalità e notorietà della tradizione.

« Segue nel libretto del Mignini altra narrazione, la quale afferma che nel 1300 quando si edificò la chiesa di S. Angelo, un angelo apparve a dire che « Iddio non la voleva maggiore che quanto coglie il padiglione d'Orlando ». Vien quindi riferito dall'*Annuario del Club Alpino italiano*, sezione di Perugia, disp. 1ª pag. 7, (1884) uno scritto del prof. G. Bellucci, intitolato *Il Colle di Orlando presso Costacciaro*. Questo nome è dato ad una specie di sperone del Monte Cucco, che richiama l'attenzione di chi passi per la via da Costacciaro alla Scheggia, per cinque fenditure profonde, quasi verticali, che si trovano sulla cima. Si racconta dal volgo che Orlando ne fosse autore, per cinque colpi di fendente della sua spada.

« A Spello abbiamo già notato durare su Orlando una curiosa tradizione, attestata anche da una iscrizione che Taddeo Donnola fece porre in faccia alla Chiesa di S. Ventura, nel secolo XVII:

Orlandi hic Caroli Magni metire nepotis
Ingentes artus cetera facta docent.

« Il Mignini non sa rendersi conto come da un foro nel muro alto da

terra 0.65, che, secondo si narra, sarebbe stato prodotto da Orlando *ictu mingendi* — diciamolo in latino — potrebbesi dedurre la misura del corpo del paladino. Ma più intera notizia in proposito ci porge il sig. Filippo Accorimboni nella dispensa 2° del cit. *Annuario del club alpino* (1885), notando che « sulla via nazionale, che muove da Spello alla volta di Assisi, a pochissima distanza dal borgo della città.... dal lato destro di un'antica porta urbana, ora chiusa, esiste, all'altezza di circa 3 metri dal suolo, una sporgenza, più sotto due incavazioni ovoidali all'altezza di m. 1.63; ed ancora più in basso, all'altezza di metri 0.91 è una incavazione molto più profonda delle altre, e di forma allungata ». In questo luogo, come attesta il distico postovi nel 1635, Orlando avrebbe lasciato la misura del corpo suo gigantesco. « Così la sporgenza sopra menzionata misurerebbe l'altezza del collo, le due fossette ovoidali quella del gomito, l'ultima quella del ginocchio ». Sparirebbe così la tradizione del *fallo*, riferita tra gli altri dal Valery (*Voyages en Italie*, Bruxelles, Hauman, 1845, p. 545): ma il sig. Accorimboni andrebbe d'accordo col Mignini intorno all'origine « dell'incavazione profonda più bassa ». Forse il singolar monumento è sparito? ovvero si è modificata la leggenda che vi si riferiva?

« Checchè sia di ciò, a Spello stesso vicino a Porta Venere una casetta appoggiata a una torre, portava il nome di *prigione d'Orlando*. Il Serlio nel libro 3° della sua *Architettura* raccoglieva a' suoi tempi questa denominazione: e il Mignini come l'Accorimboni raccolgono la sua testimonianza.

« Ultima tradizione raccolta dal Mignini è una fiaba orale, in che Polifemo, diventato il gigante Occhialone, è accecato da due frati minori, opportunamente aiutati da Orlando, che uccide il mostro infuriato.

« Siamo sempre nell'Umbria con la iscrizione di Nepi del 1131, ov'è rammentato Gano, e per la quale rimandiamo alla dotta illustrazione del prof. Rajna nell'*Arch. Stor. Ital.* del 1887.

« Finiremo questa breve comunicazione con un passo della cronaca di Tommaso Tusco (*Gesta imperat. et Pontific.*, in *Mon. Germ. Hist.*, XXII, 511), dove sono inserite parecchie favole carolingie. L'annalista crede a tutto: allo scoprimento del mausoleo di Teodosio e Galla Placidia, che veramente non pare fosse mai sconosciuto e come sotterrato, se l'Agnello lo descrive nel sec. IX nella vita di S. Ecclesio, nè par possibile fosse sottratto alla pubblica vista, fino almeno al 1321, quando ne parla di nuovo l'arcivescovo ravennate S. Rinaldo a proposito della Chiesa di S. Giov. evangelista. Crede alla longevità di Riccardo scudiere di Oliviero, che torna a Ravenna con Federigo Barbarossa, e colla sua testimonianza fa ritrovare il mausoleo, colle reliquie imperiali e con quelle di S. Eliseo: le quali ultime veramente stavano in S. Lorenzo in Cesareo, a un chilometro fuori di Ravenna, dove nel 1250 le trovò fra Salimbene, e perchè l'arcivescovo ravennate « plus curabat de guerris « quam de sanctorum reliquiis » potè portarsene la maggior parte a Parma

(*Chronic.*, Parmae, Fiaccadori, 1857, p. 206). Crede a quel milite di Carlomagno, un po' balordo, ma di smisurata statura e di grossissime membra, e agli speroni da lui lasciati sul davanzale di un'alta finestra, ove solo le sue braccia potevano giungere, e che poi furono rinvenuti colassù tutti rugginosi. Ma lasciamo ch'ei parli in suo latino:

« Verum huius tempore parlamenti (1231) aliquid accidit, quod non extimo omittendum. Nam ad hoc parlamentum cum principibus Alamanie miles quidam Ricardus nomine curialis advenit, qui temporibus Karoli Magni scutifer Oliverii Dacie ducis fuit, qui fuit unus de 12 palatinis et Rolandi socius specialis. Fredericus igitur imperator hunc militem coram principibus requisivit, si tempore aliquo Ravennae cum Karolo fuerat, et si in ipsa posset aliqua secreta ostendere, per que verbis illius posset certa fides haberi. Tunc ille ait: « Cum Karolo et Rolando et meo domino Oliverio fui in hac civitate, et si mecum circa civitatem volueritis equitare, certa vobis ostendam inditia, per que me verum dicere cognoscetis ». Equitavit igitur imperator ad quoddam monasterium prope urbem, dixitque Ricardus ad eum: « In hoc monasterio est quedam capella pulcerrima, quam hedificari fecit Galla Placida, opere mosaico decorata, in qua de alabastro sunt tria sepulcra, in quorum uno imperatoris Theodosii corpus est positum, iuxta quem ensis eius cum vexillo tale preferente insigne est positus. In alio est sue corpus uxoris cum suarum duarum corporibus filiarum. Sed in tercio corpus est Helisei prophete de Constantinopoli cum aliis huc translatum ». Itaque iuxta dicta Ricardi capellam imperator invenit, sed propter antiquitatem et excrescentias fluviorum sic terris opertam, ut introitus per ostium non pateret in eam. Terram igitur iussit effodi et usque ad pavimentum capelle optime excavari, quibus sic per omnia actis capellam intravit, ubi, ut Ricardus dixerat, tres archas invenit. Cumque archa Theodosii fuisset aperta, cum vexillo et spata inventum est corpus eius, et quia in archa una veritas erat inventa, noluit imperator archas alias aperiri. Sed Philippus archiepiscopus Ravennas, qui archiepiscopo illi successerat, qui cum Frederico ad hec fuerat, ad preces fratris Bonaventure, qui fratrum Minorum generalis minister tunc erat, factus postea Cardinalis et episcopus Albanensis, archam Helisei cum processione maxima clericorum nec non et religiosorum, aperuit et integrum corpus eius invenit, dictoque fratri Bonaventure pro reliquiis unum dentem concessit. Iterum Ricardus ille iam dictus eius quod dicebat alium signum dedit. Dicebat enim, quod in Karoli comitatu erat miles quidam discretionis sensu permodicus, sed stature longitudine eximius, ita quod vix inveniri posset aliquod corpori suo aptum, capiti pileum, calcaria pedibus et manui cirotheca, nisi ad eius fierent de novo mensuram. Contigit autem semel quod imperator Karolus subito de Ravenna discederat, ita quod multi recessum ex militibus nescientes, eum non fuerint tunc secuti. Inter quos vir iste longissimus accipere pre festinantia sua calcaria est oblitus et ideo tarde Karolum est secutus. Et quia sine calcaribus equitabat, omnium derisui expositus erat, quia sequi alios non valebat, eo quod calcaria sua in quadam fenestra huius claustri reliquerat, que sic alta erat, quod nullus alius preter ipsum manum illuc mittere poterat. At illi, qui cum imperatore erant, investigantes ibi fenestras in eo latere quo dicebat, derelicta calcaria repererunt propter antiquitatem rubiginosa, quamvis fuerint deaurata, tanteque magnitudinis erant, ut admirationi fierent universis, tanquam quoddam novum et insolitum mirarentur. Itaque habemus in hiis fidem Theodosii quam sequamur, qui monasterium istud extruxerat seque ibi sepeliri mandaverat: habemus et sanctitatem Helisei eximiam, quam affectibus veneremur: habemus longevitatem Ricardi cum longitudine corporis, quam miremur. Et in hiis omnibus divinam nobis est attendere maiestatem, quam in omnibus et ex omnibus collaudemus, que facit magna et inscruptabilia, quorum non est numerus ».

« E con ciò chiudiamo questa raccolta di notizie, che senza dubbio molto potrà ancora accrescersi, sia studiando la toponomastica italiana, sia ricercando le testimonianze degli antichi scrittori, sia interrogando la tradizione vivente o per meglio dice, sopravivente. I cantori francigeni e i loro discepoli italiani sparsero invero per le terre d' Italia una semente, che doveva abbondantemente germogliare e naturarsi nel nostro suolo. Essa non è del tutto inaridita, ma vive ancora in qualche angolo remoto; e un occhio sagace può tuttavia trovarne delle reliquie, che attestino l'ampia e vivace fioritura dei secoli trascorsi, quando della leggenda carolingia poteva dirsi, come Francesco da Buti attesta, che « si legge e cantasi per li cantatori in su le piazze pubbliche (*Comm. alla Div. Comm.*, Pisa, Nistri, III, 519) ».

Statistica. — *Del patrimonio, delle entrate e delle spese della pubblica beneficenza in Italia.* Nota del Corrispondente L. Bodio.

« Mi onoro di presentare all'Accademia gli Atti della Commissione d'inchiesta sulle opere pie, la quale, istituita con decreto Regio del 3 agosto 1880, diede opera perseverante a raccogliere informazioni e documenti sulle fondazioni di beneficenza e concluse, or è un mese, i suoi lavori colla redazione di uno schema di legge inteso a riformare quella in vigore del 3 agosto 1862. Tanto più volentieri questo consesso vorrà prendere notizia dei risultamenti ottenuti dall'inchiesta testè compiuta, sapendo che alcuni de'suoi membri facevano parte della Reale Commissione, compreso il compianto Correnti, che ne ebbe la presidenza.

« L'inchiesta fu divisa in tre parti, la prima, che dimostra i mezzi finanziarii di cui disponevano le pie fondazioni e l'ammontare delle spese sostenute pei diversi scopi caritativi; la seconda, diretta a conoscere se vi si commettevano irregolarità, abusi, dilapidazioni nella gestione patrimoniale; la terza infine doveva studiare partitamente i varî tipi di beneficenza, vedere quante erano le persone soccorse e con quali criterî si faceva l'erogazione.

« La prima parte dell'inchiesta, ossia la statistica propriamente detta, è quasi terminata: la pubblicazione dei dati particolari alle singole opere pie fu fatta finora in cinque volumi, per il Piemonte, la Lombardia, la Liguria, il Veneto e la Toscana; ma non prima di un altr'anno potrà essere terminata la stampa dei volumi per le altre provincie del Regno. I risultati generali però ne furono già presentati alla Commissione Reale, e sono questi che mi permetto di riassumere qui in brevissime note. Essi sono definitivi per i cinque compartimenti che ho nominati, e provvisori per gli altri; ma le differenze non potranno essere molto rilevanti.

« L'inchiesta amministrativa ed economica, corrispondente alla seconda parte dell'opera divisata, fu anche eseguita nei limiti che la Commissione medesima si tracciò, per sole trentacinque provincie, sparse nelle varie regioni.

« La terza è in corso di esecuzione; ma domanderà molto tempo ancora per essere condotta a compimento, colle norme dettate dalla Commissione, coi questionarî da essa elaborati. Monografie speciali furono già pubblicate per rispondere a quest'ultima parte del vastissimo programma, riguardanti gli ospedali, i ricoveri di mendicità, gli istituti per l'istruzione dei ciechi e dei sordo-muti, ecc. È bene avviata anche la ricerca sulla distribuzione dei soccorsi e sul numero delle persone o famiglie sovvenute dalle opere pie elemosiniere. Per gli altri tipi di beneficenza le notizie sono in parte raccolte, ma resta moltissimo da fare per avere tutti gli elementi per una cognizione compiuta e sicura. Si dovette prima far posto alla statistica, e liberarsi dall'ingombro che recava il carteggio enorme avuto colle amministrazioni degli istituti, prima di potersi dedicare con frutto alle ricerche particolari sulle svariate forme della beneficenza. Basti dire che l'ufficio esecutivo della Commissione d'inchiesta (che non è altrimenti che la direzione della statistica) ha scritto in otto anni, per il lavoro sin qui eseguito, circa 60 mila lettere.

« Cerchiamo di farci un'idea dell'importanza del patrimonio dei poveri.

« Le opere pie, escluse quelle che hanno funzioni di istituti di prestito o di risparmio, ossia esclusi i monti frumentari, le casse di prestanze agrarie e i monti di pietà, erano alla fine del 1880 in numero di 21.766.

« Esse avevano una rendita patrimoniale lorda di L. 88.250.067. Aggiuntevi le altre entrate, cioè limosine eventuali e liberalità straordinarie, assegni di spedalità a carico dei comuni, prodotto del lavoro dei ricoverati, ecc., si fa un totale di L. 135.364.569.

« La rendita patrimoniale si riduce al netto, col detrarne gli oneri (L. 8.229.676), le imposte e sovrimposte e tasse diverse (L. 14.798.067) e le spese di gestione (L. 17.304.880): rimane come rendita netta patrimoniale la somma di 47.917.444; e sottraendo l'importo di quei tre titoli di spesa dal totale delle entrate patrimoniali e di ogni altra provenienza, rimangono L. 95.031.946 disponibili per la beneficenza.

« Il patrimonio è stato dichiarato al lordo in lire 1726 milioni, composto per 725 milioni di terreni e fabbricati e pel rimanente in rendita pubblica (442 milioni), crediti ipotecarî, chirografari, buoni del tesoro, ecc. (210 milioni), censi, livelli, canoni, ecc. capitalizzati al 100 per 5 (184 milioni), mobilio ed altre attività pei rimanenti 165 milioni, a formare il totale di 1001 milioni di beni mobili.

« Il capitale però è stato stimato certamente molto al disotto del vero pei beni rustici, mancando, nel più dei casi, inventarî esatti o titoli recenti di compra-vendita; e così pure molte circostanze apprese dall' inchiesta fanno ritenere inferiore al vero la valutazione dei fabbricati. Se per adequato supponiamo di poter capitalizzare in ragione di 100 per 4 la rendita patrimoniale, depurata dalle imposte, e ridotta così da 88 a 74 milioni, il patrimonio sarebbe di 1 miliardo e 850 milioni, in cifra tonda, sempre esclusi, per

ora i monti di pietà, i monti frumentari, le casse di risparmio, aventi carattere giuridico di opere pie, le quali istituzioni sono studiate a parte.

« Stando ai valori dichiarati, i beni immobili (725 milioni) corrisponderebbero a 42 per cento del totale patrimonio lordo. La proporzione si eleva a 63 per cento nelle Marche, mentre discende a 14 e mezzo nella Toscana.

« E considerando separatamente i fondi rustici dai fabbricati, troviamo che i primi rappresentano il 42 per cento dell'intero patrimonio dichiarato per la Lombardia, e fino a 50 per l'Umbria e per le Marche, mentre invece si tengono vicini al 4 per cento nella Liguria e nella Toscana. Queste nozioni sono molto interessanti per dar ragione delle diverse proporzioni delle spese di gestione nei vari compartimenti.

« Un fatto constatato con molta compiacenza dalla Commissione d'inchiesta è la trasformazione graduale, che si viene facendo spontaneamente, del patrimonio, da immobiliare in effetti mobili, e specialmente in rendita dello Stato.

« Chi confronti la composizione del patrimonio delle opere pie secondo le due statistiche fatte a quasi venti anni di distanza una dall'altra, cioè alla fine del 1861 e alla fine del 1880, trova che i beni immobili sono cresciuti in ragione appena del 20 per cento, e i mobili di 74, e segnatamente l'impiego in rendita pubblica è cresciuto in ragione di 212 per cento. Per molti fatti accertati, si deduce che, nell'intervallo fra i due censimenti delle opere pie, la conversione si è venuta effettuando su larga scala per iniziativa lodevole degli amministratori.

« Ritornando alla rendita patrimoniale lorda, per vedere quanta parte ne residui da potersi spendere per gli scopi di beneficenza, notiamo che gli oneri ne prendono 9,33 per cento, le imposte 16,77 e le spese di gestione 19,61. Ma i rapporti percentuali variano grandemente da una ad altra regione. Gli oneri si limitano a 6,41 in Piemonte, e salgono a 44 nelle Calabrie. Le imposte oscillano meno intorno alla media; le spese di gestione si limitano a 12 per cento in Piemonte, mentre sono fra 26 e 30 per cento della rendita lorda patrimoniale nelle Marche, nelle Puglie, nelle Calabrie, nella Sicilia e nella Sardegna.

« Vediamo a quanto si ragguagli la somma disponibile per beneficenza, per 100 abitanti dei varî compartimenti, compresa anche la popolazione dei comuni sprovvisti di fondazioni caritative. La quota per 100 abitanti oscilla fra 565 lire nella Liguria e 53 nelle Calabrie. È meno di cento lire anche negli Abruzzi e Molise e nella Sardegna, e supera le 400 lire nel Piemonte, in Lombardia, nell'Emilia, nel Lazio, oltre che nella Liguria già citata.

« Se non che l'entrata disponibile delle opere pie è molto disegualmente ripartita nel territorio di ciascuna regione o provincia, fra i comuni grandi e i minori. I mezzi della beneficenza si concentrano nelle città; le campagne ne rimangono quasi sprovviste. Le opere pie della città di Torino possono

erogare in beneficenza più di 5 milioni all'anno, sopra un totale di 13 milioni che spendono le opere pie in tutto il Piemonte; e 5 milioni pure hanno da spendere le opere pie situate nel comune di Milano; 3 milioni le fondazioni di carità in ciascuna delle città di Genova e di Venezia; in Roma 4.170.000; in Firenze 2.615.000. In Piemonte 286 comuni non hanno opere pie affatto; neppure vi poterono funzionare le congregazioni di carità, per difetto di mezzi proprii o di istituzioni elemosiniere da amministrare; in Liguria sono 112 i comuni privi affatto di opere pie; in Lombardia sono 472; nel Veneto 415; nella Toscana sono 113; tutti questi comuni sprovvisti di fondazioni di carità hanno popolazione inferiore a 5 mila abitanti.

« È degna di speciale nota la proporzione, altissima in alcune provincie, delle spese di culto, obbligatorie o facoltative, per ogni 100 lire di spese destinate agli scopi di beneficenza. Il rapporto che si tiene nei limiti modesti del 2 al 4 e mezzo per cento nell'Italia superiore, sale a 12 nella Basilicata, a 20 nelle Puglie, a 31 nella Campania, a 36 negli Abruzzi e Molise.

« La statistica particolareggiata rende conto del movimento delle entrate e delle spese delle istituzioni di beneficenza durante il 1880 e della situazione patrimoniale di esse al chiudersi dello stesso anno; ma strada facendo, mentre procedeva il lavoro lunghissimo di verificazione e di spoglio dei conti presentati dalle singole amministrazioni, si avvertì la necessità di procurarsi anche dati più recenti; e però furono chieste notizie sui lasciti fatti dopo il 1880 fino a tutto il 1887, sia per nuove fondazioni, sia per incremento delle già esistenti. In questi sette anni il patrimonio dei poveri si accrebbe di circa 100 milioni.

« Tralascio di dire come si distribuiscano le rendite fra i diversi tipi di beneficenza, non consentendolo il brevissimo spazio concesso a questa Nota. Piuttosto per non passare interamente sotto silenzio i risultati della inchiesta amministrativa, ne estrarrò alcune cifre caratteristiche, le quali dimostrano come debolmente finora si esercitasse la vigilanza dell'autorità tutoria sulle opere pie.

« Sopra 8470 opere pie esaminate (poichè, già lo dissi, per questa parte l'inchiesta non fu estesa a tutte le 21 mila opere pie), alla fine di luglio 1887, 2393 non avevano presentati i conti del 1884; 1523 non avevano ancora presentati i conti del 1883: mancavano tuttora i conti di 1176 opere pie per l'esercizio 1882; di 1113 per l'esercizio 1881; di 1011 per l'esercizio 1880.

« Si potè anche misurare la negligenza propria delle amministrazioni nel presentare i conti, e quella delle deputazioni provinciali nell'approvarli. Sul totale suddetto delle 8470 opere esaminate, si è trovato, alla data del 31 luglio 1887, che l'approvazione dei conti era stata data con ritardo di più di un anno per 2697 conti relativi agli esercizi 1880-84. E non erano stati peranco approvati, benchè presentati da più di due anni, 2878 conti;

senza dire poi che mancano le notizie per 400 a 500 conti in ciascun anno, di quelle 8470 opere pie; e dove manchi la risposta è lecito supporre che la legge fosse anche meno osservata che altrove.

« Vediamo per ultimo se le pie fondazioni siano in regola colla legge per ciò che riguarda gli inventarî. Furono esaminate sotto questo rispetto 8127 opere pie; delle quali 3331 piccole, aventi ciascuna un'entrata (patrimoniale e d'ogni altra provenienza) inferiore a lire 500, e 4796 meglio provviste. Delle prime, 1973 avevano un inventario; 1358 non l'avevano; delle altre 4796 opere pie, 4023 avevano inventario, 773 non ne avevano; senza contare quante delle amministrazioni che dicevano di avere un inventario, l'avevano lasciato in abbandono così, che non poteva più rappresentare la reale situazione delle cose.

« Oltre che della rendita delle opere pie, la pubblica beneficenza si alimenta anche di una parte dei bilanci dei comuni e delle provincie. Perciò la Commissione Reale portò il suo esame anche su questa specie di carità legale. I comuni spendevano nel 1886 40 milioni, di cui 11 per il servizio gratuito dei medici, 5 per il mantenimento degli esposti, 4 per gli ospedali, 3 e mezzo per ricoveri di mendicità e ospizî di vecchi, ecc. Le provincie hanno a loro carico principalmente il mantenimento dei mentecatti poveri, e spendono pei manicomî 10 milioni; contribuiscono 7 milioni per gli esposti e in complesso iscrivono nei loro bilanci 20 milioni per titoli di beneficenza.

« Tali sono le cifre riassuntive di un inventario delle somme destinate alla pubblica beneficenza nel nostro paese. I dodici volumi pubblicati dalla Commissione d'inchiesta istruiranno chiunque sia desideroso di conoscerne i particolari ».

Archeologia. — *La navicella votiva di Vetulonia.* Nota del prof. Ettore Pais, presentata dal Socio Pigorini.

« Fra gli oggetti usciti alla luce negli scavi di Vetulonia sotto la direzione dell'egregio dottore I. Falchi, e precisamente fra quelli che appartengano al 5° gruppo di quel sepolcro, al quale egli ha dato il nome di *tomba del duce*, v'è una navicella di bronzo ornata nella prora e lungo le sponde di mammiferi. L'egregio scopritore, pur notando che altrove si ritrovarono navicelle di bronzo, credette che quella di Vetulonia non avesse esempi che potessero reggere al confronto e non esternò il dubbio che essa fosse di provenienza non etrusca (1).

« All'aspetto del disegno offerto nelle tavole delle *Notizie degli scavi* e dalla lettura della descrizione accuratissima, io tosto mi accorsi che la

(1) V. *Notizie d. scavi*, 1887, p. 500 sgg. tav. XVII, f. 1.

navicella in questione era sarda e non etrusca, nondimeno, intento a ricerche di altro genere, non mi detti pensiero di manifestare la mia osservazione, persuaso che chi in seguito si occuperebbe di quella necropoli, si accorgerebbe facilmente della vera provenienza di quell'oggetto. Ma ecco che ora, con mia grande sorpresa, vedo che nella recentissima storia dell'arte etrusca del Martha, come saggio appunto di quell'arte, è disegnata la nostra navicella ([1]). Rompo pertanto ogni altro indugio e mi decido a pubblicare questa breve Nota per dimostrare che quel monumento non è etrusco bensì sardo, per tentare di stabilire l'età a cui esso appartiene ed infine per cercare di dare una spiegazione al quesito: come mai esso sia stato anticamente trasportato a Vetulonia.

« Il disegno della navicella offerto nella tavola XVII delle *Notizie degli scavi* non è esatto; alcuni particolari assai importanti non sono stati compresi e sono stati assai male interpretati nell'incisione. Io ho creduto pertanto necessario recarmi, pochi giorni or sono, al Museo etrusco di Firenze ove è esposta tutta la suppellettile vetuloniense, e coll'aspetto dell'originale ed ho potuto confermare la mia persuasione che il monumento fosse sardo, ed ho avuto modo di comprendere che cosa esprimessero quei particolari, o confusamente o malamente riprodotti.

« Comincio pertanto dal rettificare, in qualche punto, la descrizione, del resto assai accurata, fatta dal sig. Falchi, ed indicherò, mano mano quei segni caratteristici che, all'evidenza, dimostrano che essa è una delle tante navicelle votive, che, con una relativa frequenza, si trovano in Sardegna ([2]) associate a statuette di bronzo raffiguranti o divinità bellicose o guerrieri ed a molte armi pure di bronzo e che appartengono a quel lungo periodo della antica civiltà sarda indigena che io proposi di chiamare: il periodo avanzato della civiltà dei Nuraghi ([3]).

« La nostra barca » dice il signor Falchi « ha sulla prua una grande co-
« rona, quasi un trofeo, che pare a prima vista costituito da due grandi corna
« di cervo, che si sollevano sopra una testa legata alla poppa e da essa spor-
« gente; ma tenuto conto di un ramo caduto lì presso sulla poppa non è da

([1]) Martha, *L'Art etrusque*, Paris 1889, p. 115, f. 108, ed è strano che egli non se ne sia accorto mentre a p. 114, n. 2 cita le navicelle sarde pubblicate nel vol. IV della *Histoire del Art* del Perrot.

([2]) Le navicelle in bronzo della Sardegna sono state, in gran parte, pubblicate dal La Marmora. Ma alcune di quelle da lui edite sono false. Io ne pubblicai l'elenco completo nel mio *Bull. archeol. Sardo* vol. I, Cagliari 1884, p. 37 sgg.; p. 64, e detti il disegno di tutte quelle conservate nei Musei di Sassari e di Cagliari, tav. I, II. Sino al 1884 ne erano conosciute 20; quest'anno ne ho veduta un'altra tuttora inedita, trovata a Padru presso Mores, posseduta dall'avv. Farris di Sassari. Alcune altre vidi nella collezione Gouïn a Cagliari. Numerosi frammenti di tali navicelle, appartenenti ai ripostigli di Abini e di Forraxi Nioi, si conservano nel Museo di Cagliari.

([3]) Esposi a lungo il perchè di questa designazione nel mio *Bullettino* I, p. 177.

« escludersi che possa essere formata da due frasche verdi, che sorgono da « un grosso caule, fortemente legato con fune sporgente due cent. fuori della « poppa medesima » p. 500 sg.

« La vera interpretazione è solo la prima; la navicella termina realmente a prua con una protome di cervo, come altre navicelle sarde [1]; protomi di cervo, espresse precisamente come nella navicella vetuloniense, figurano anche nelle spade votive di bronzo dello stesso periodo [2]. Così in diverse navicelle sarde nella prua della nave è espresso l'attorcigliamento della fune [3].

« Presso alla prua si solleva un oggetto, posto fra due mammiferi rozzamente effigiati e che è vano volere determinare [4]; il signor Falchi lo definisce così: « un tronco, nel quale credo celarsi la rappresentazione di una figura umana » p. 501. Il disegno è poi oscurissimo. Ma avendo visto l'originale a Firenze ho immediatamente compreso di che si trattava. Quel preteso tronco è uno stile simbolico, attorno al quale sono in giro assicurati altri quattro stiletti minori. L'oggetto non è mozzo, come potrebbe far credere il disegno, ma è integro. In una parola è una delle tante rappresentazioni simboliche e votive di stili e faretre, così comuni alla Sardegna e che appartengono appunto alla civiltà dei Nuraghi. Anche nei minimi particolari questo pugnale-guaina vetuloniense è uguale agli stili ed ai pugnali-guaine votivi della Sardegna [5].

(1) V. il mio *Bull.* I, tav. I, n. 1.

(2) V. il mio scritto *La Sardegna prima del dominio romano,* negli Atti dei Lincei, vol. VII (1881), tav. V, f. 4; *Bull.* cit. I, tav. IV, f. 2.

(3) V. *Bull.* cit. I, f. 7. 10. 14; tav. IV, f. 2, cfr. *La Sardegna* ecc. tav. V, f. 10.

(4) Certo non due talpe o topi, come crede il Falchi p. 501, così non è uno sciacallo il terzo. Sono probabilmente animali domestici *utili* all'uomo come porci e cani. L'ultimo animale che il Falchi non riuscì a comprendere che cosa fosse, ricorda uno simile che è nella navicella sarda di Meana. Io pensai (v. il mio *Bull.* tav. II, f. 13) già alla faina, che, nell'Europa precedette il gatto, nell'uso domestico, v. Le Normant, *La grande Grece* I, p. 97 sgg. Ma può darsi che questa ipotesi non sia buona, e che il calcheuta volesse esprimere un'altro mammifero.

(5) Di questi pugnali-guaine votivi ho parlato diffusamente nel *Bull.* cit. I, p. 118 sgg. La posizione del nostro, nella prora della nave, mi permette forse di spiegare una questione altre volte da me posta circa le spade, aventi talvolta la forma di spiedo e circa i pugnali di bronzo impiombati che si trovano in Sardegna. Aristotele riferisce presso gli Iberi l'usanza di figgere presso le tombe dei guerrieri tanti spiedi quanti erano i nemici da quelli uccisi v. *Polit.* VII, 2. 6. ed. Didot. p. 1324. Bkk. E forse va riferito ad un'usanza analoga quanto dice Pausania degli spiedi di bronzo fissati sul muricciolo che circondava l'oracolo di Trofonio a Lebadia v. IX, 39. 9. Parrebbe doversi supporre che questa consuetudine fosse anche presso i Sardi. D'altra parte Erodoto dice che gli Sciti adoravano Marte sotto forma di spade che figgevano sui tumuli, IV, 62, e questa usanza, che si trova anche presso gli Alani v. Amm. Marcell. XXXI, 2. 23, è ricordata al tempo di Attila da Prisco Panita in *Fragm. Hist. Graec.* IV. p. 91, 96; e Pausania ci fa sapere che fra tutti gli dei i Cheronei della Beozia adoravano un'asta che credevano fosse appartenuta ad Agamennone, IX, 40, 11. Questa seconda spiegazione, se non mi inganno, è più propria al caso nostro, e do-

« Sulle due sponde della navicella sono rappresentati varî mammiferi, come nella navicella di Meana, che è quella fra le rinvenute in Sardegna, che più di ogni altra per questa disposizione di animali richiama la vetuloniense; e precisamente, come in quella di Meana anche nella nostra, nel centro della navicella, è espresso un giogo di buoi, in mezzo ai quali sorge un anello, e che dà luogo alla seguente osservazione del signor I. Falchi: « questo giogo « non rimane alla perfetta metà della nave; e nonostante, se si sospende « questa mediante un filo passato nell'anello suddescritto, la nave stessa ri- « mane come una bilancia in posizione orizzontale, di modo che il più piccolo « peso che si metta da una parte o dall'altra sposta l'equilibrio » p. 502. Queste parole si addicono perfettamente a tutte le altre navicelle trovate in Sardegna e qui come nelle sarde, perchè è sarda, le corna dei bovi finiscono con dei globi (1); e nel ponte del giogo, ciò che non apparisce dal disegno, io ho notata quella decorazione a treccia che è caratteristica ai monumenti sardi della civiltà dei Nuraghi nel suo periodo più avanzato (2).

« Così come i cinghiali di bronzo sardi sono trattati i due cinghiali della navicella di Vetulonia (3), caratteristica alle navicelle sarde e la colomba che appare nell'orlo di questa (4) e sardo è l'animale che succede, che il Falchi, crede « senza dubbio un becco o montone con grandi corna attorcigliate » p. 502, e che è invece un muflone, animale come è noto, caratteristico alla Sardegna e che più volte è espresso nei bronzi della avanzata civiltà dei Nuraghi, cui già gli antichi riconoscevano come proprio dell'Isola (5). Infine comuni

---

vremmo pensare che anche fra i Sardi la spada ed i pugnali simboleggiasse il dio, perchè nella navicella trovata a Vetulonia, il pugnale-guaina votivo tiene luogo del dio protettore della nave. Come è noto, Erodoto dice che i Fenici fissavano i dei *παταικοί* sulle prore delle navi III, 37. Nella rappresentazione della nave di Creta, illustrata dall'Orsi, v'è pure un imagine divina nella prora v. *Museo di Ant. class.* del Comparetti II, p. 730, divinità figurano anche sulle prore di navi del tempo romano e anche nella lettera dei Tirii stazionanti a Pozzuoli si ricordano i *θεοὶ ἀφωσιωμένοι ἐν ναοῖς* v. *C. I. Gr.* n. 5853. Del resto fra le due usanze, quella degli Iberi ricordata da Aristotele e quella degli Sciti v'è un legame psicologico che non sfugge al cultore dell'antropologia e dell'etnografia.

(1) V. *Bull.* cit. I, tav. I, f. 7. 14. cf. gli elmi cornuti dei soldati sardi ad es. nella mia *Sardegna* ecc. tav. V, fig. 9.

(2) Di questa decorazione parlai nel *Bull.* cit. I, p. 133 sgg.

(3) Alludo ad alcuni bronzi sardi rappresentanti cinghiali, che ebbi sott'occhio, allorchè dirigeva i rr. Musei di Sassari e di Cagliari.

(4) Il Falchi p. 501, sospetta che quest'uccello sia un ocarella. Intorno alle colombe sulle navicelle e sugli altri monumenti sardi di bronzo coevi v. *Bull.* cit. tav. I, p. 12; II, fig. 18, 16, 17, 22, 22. b. c.

(5) Vedasi ad es. il muflone disegnato nel mio *Bull.* tav. IV, f. 9. Fra gli antichi ricordano il muflone della Sardegna Strabone V, p. 225; Pausania X, 17, 12, cfr. Plin. *N. H.* XXVIII, 151, il quale parlandone si riferisce ad autori greci, e che lo credeva perito all'età sua. Ciò che mostra che ai suoi tempi questo animale era di già diventato raro. Nel disegno del Martha le corna appariscono meno attorcigliate che in quello delle *Not. d. scavi.*

alla navicella vetuloniense ed alle sarde sono, e la forma con la quale termina la poppa della navicella e l'orlo inferiore esterno ed i due peduncoli anteriori (1).

« In una parola e per l'aspetto generale e per la trattazione anche nei minimi particolari, la navicella di Vetulonia appare chiaramente essere il prodotto dell'arte indigena sarda che si svolse attorno a Nuraghi, che ebbe contatti con quella dei Cartaginesi signori delle coste, ma che mantenne inalterati e per molto tempo certe caratteristiche proprie che stanno in opposizione allo stile fino, convenzionale, elaborato, che è proprio degli oggetti scoperti nelle necropoli puniche dell'Isola.

« Nelle mie ricerche sulla civiltà indigena della Sardegna, dopo avere minutamente esaminati i ripostigli di bronzo, che si scoprono con tanta frequenza entro o intorno ai Nuraghi, e dopo aver confrontato questi oggetti con la messe che venne alla luce nelle necropoli puniche della Sardegna, come Tharros e Carales, io venni a questi risultati che cioè: fra le due civiltà, l'indigena e la punica vi fossero stati molti contatti e che la prima, benchè avesse conservato inalterati per molti lati caratteri autonomi, nondimeno avesse avuto qualche impulso dalla seconda almeno nella forma delle armi (2). Inoltre, sino dai miei primi studî sulla storia della Sardegna, io fui indotto a supporre che le numerose statuette militari rappresentanti guerrieri fossero ex voti di quei mercenarî sardi i quali, come è attestato da Erodoto (3) e da Diodoro (4), combatterono negli eserciti cartaginesi contro i Sicelioti, e nelle navicelle coeve alle statuette, e come quelle appartenenti *esclusivamente* all'arte sarda indigena, credetti di dover riconoscere, del pari, ex voti di quei soldati sardi che ritornavano felicemente in patria dalle lontane spedizioni marittime. Infine io venni al risultato che questi prodotti della civiltà indigena si svolsero abbondantemente nell' Isola, durante quel lungo periodo in cui i

(1) Per l'orlo esterno e per i peduncoli vedansi particolarmente *Bull.* cit. tav. I, fig. 6, 10, cfr. n. 7 11.

(2) V. *Bull.* cit. I, p. 165 sgg. Riferisco qui alcuni degli argomenti principali. Nel ripostiglio di Monte Cau io rinvenni frammenti di vasi greci, e fu ivi trovato uno scarabeo d'arte punica, in quello di Abini il più importante di tutti, scoperto nel centro dell'Isola, una delle statuette militari, porta un vessillo che, per insegna ha un ramo di palma datilifera, pianta che prospera solo nelle regioni vicine al mare, che non poteva esistere ad Abini, e che, com'è noto, fu nell'occidente introdotta dai Fenici e dai Cartaginesi; a Tharros si trovarono stili di bronzo e di ferro, insieme congiunti, identici a quelli di bronzo scoperti ad Abini, ed ivi fu trovata una colonnetta che per disegno e uguale a quelle puniche di Tharros.

(3) Herod., VII, 165.

(4) Diod., XIV, 95. Una e forse due delle protomi delle navicelle sarde esprimono l'antilope, animale che, notoriamente, manca all'Europa e che vive nell'Africa v. *Bull.* cit. tav. I, f. 3, II, f. 21.

Cartaginesi esercitarono su lei una egemonia politica e in cui di essa possederono una parte (1).

« Le mie ipotesi, che furono benevolmente accolte dal Meltzer (2) e dal Perrot (3) vengono ora ad avere una piena conferma dalla scoperta della tomba del duce di Vetulonia. Quello che io aveva supposto, indotto da pochi oggetti di carattere punico, trovati nei ripostigli della avanzata civiltà dei Nuraghi e da due passi di Erodoto e di Diodoro, è dimostrato esser vero dalla navicella sarda di Vetulonia, poichè essa è stata rinvenuta in una tomba ove sono abbondanti oggetti di arte orientale, anzi fenicia e assai probabilmente, io oserei dire certamente, colà importati dal commercio e dalle relazioni con i Cartaginesi. Che anzi agli oggetti del 5° gruppo, quello in cui fu rinvenuta la navicella, appartiene la splendida arca foderata di argento che di quest'arte orientale è uno dei più bei saggi (4).

« Il prof. Wolfango Helbig, sino dal 1876, comprese che fra la suppellettile della tomba Regulini-Galassi di Caere, fra quella delle grotta d'Iside di Vulci, fra quella rinvenuta a Preneste e le antichità delle necropoli puniche della Sardegna v'erano stretti contatti, e giustamente pensò che la presenza di quelle anticaglie sulle coste della Etruria, del Lazio e della Sardegna si dovessero spiegare per mezzo delle relazioni politiche e commerciali con Cartagine (5).

« Nelle ultime sue ricerche l'Helbig ha confermato con nuovi argomenti la sua tesi, che io, per mia parte, dichiaro di accettare interamente ed ha pure dimostrato che la tomba Regulini-Galassi e le consimili devono essere assegnate non più al VII secolo, come pensò già innanzi e come tuttora pensano altri valenti archeologi, bensì al secolo VI a. C. (6).

« Accettando le dottrine del prof. Helbig noi dovremo dunque fissare lo stesso tempo anche per la tomba vetuloniense detta del duce poichè, sebbene

(1) V. *la Sardegna* ecc. p. 73; *Bull.* cit. I, p. 10. Alle statuette quivi indicate sono da aggiungere due inedite conservate nel r. Museo di Sassari. Una fu scoperta nella Nurra, l'altra nel Nuraghe Mannu, territorio di Mores.

(2) Negli *Jahrbuecher* del Fleckeisen 1883, p. 59.

(3) Nella *Histoire de l'Art dans l'antiquité* IV, p. 91 segg.

(4) *Not. d. scavi* l. c. tav. XVIII.

(5) Negli *Annati dell'Istituto* 1876, p. 215 sgg.

(6) Io accetto interamente le dottrine esposte dell'Helbig, nell'opera *Das homerisches Epos* 2 Aufl. p. 21 sgg. e non credo giuste le obbiezioni formulate ed es. dal Furtwaengler, nelle *Abhandlungen* della Accademia di Berlino, 1879, p. 52, mosso a questa conclusione anche dallo studio che io potei fare sul luogo del materiale uscito dalle necropoli di Tharros, di Carales, di Senorbi (su questa v. la notizia da me data nel *Bull. cit.* I, p. 191) non tutto edito nè perfettamente studiato. Io potei acquistare la persuasione che oggetti di puro stile fenicio simile a quelli della tomba Regulini-Galassi ecc. furono lavorati anche molto più tardi del secolo VI. Se un giorno mi deciderò a pubblicare il materiale punico inedito scoperto in quelle necropoli, giustificherò il mio asserto.

essa, a quanto pare, appartenga alla categoria delle tombe *a pozzo* (1), nondimeno, come già notò il Falchi (2), porge molti e stretti punti di contatto ed anche di somiglianza con la tomba Regulini-Galassi di Cervetri, e queste analogie e somiglianze non si limitano alla sola suppellettile di carattere orientale, ma eziandio a quella di carattere etrusco dacchè, ad es., anche nella tomba del duce è uscito alla luce un vaso di terra sul cui piede è incisa a circolo una lunga iscrizione etrusca, precisamente come nella tomba cerretana (3); e la presenza della scrittura usata così estesamente per fini privati, è uno dei più validi argomenti dell'Helbig per attribuire al secolo VI la tomba di Caere (4).

« Le navicelle e le statuette militari sarde, mancano, per sè sole, di criteri archeologici che possano indurci a fissarle ad un secolo piuttosto che ad un altro. Certo i contatti da me avvertiti fra la civiltà avanzata dei Nuraghi e la produzione punica, scoperta nelle coste occidentali dell'Isola, mostrano che esse furono fuse durante l'egemonia cartaginese. Ma questa egemonia durò almeno tre interi secoli dal VI al III e secondo tutte le probabilità, in quel lungo lasso di tempo, in Sardegna si fusero statuette e barchette con continuità di forma e di stile (5). La cronologia che ora fissiamo per la tomba del duce, assegnerebbe una data anche alla navicella sarda di Vetulonia la quale, alla sua volta, se come io credo fermamente appartiene alla categoria degli ex voti fusi dai mercenarî sardi durante l'egemonia cartaginese, porgerebbe un nuovo argomento favorevole alla tesi del prof. Helbig.

« L'ipotesi emessa, pochi anni or sono, dal prof. Unger che i Cartaginesi si siano impadroniti della Sardegna solo dopo il 383 e prima del 379 a C. (6), è senza dubbio insostenibile ed è stata sufficientemente combattuta dal

(1) V. Falchi nelle *Not. d. scavi* l. c. p. 475. Merita tuttavia considerazione il fatto che a due metri di distanza dalla tomba del duce fu scoperta una grossa arca destinata al sepellimento p. 509. Che il cadavere sia ivi o no stato sepolto poco importa, certo l'arca era destinata all'umazione.

(2) Ib. p. 474, 481, 482, 483, 491-495 ecc. cfr. Martha, op. cit. p. 112.

(3) *Not. d. scavi* cit. p. 495, tav. XVI, f. 5.

(4) Helbig, *Das hom. Epos* p. 91 sg. Il vaso in discorso non fu trovato nel 5° gruppo in cui apparve l'arca foderata d'argento contenente le ossa combuste e la navicella. Ma anche ammesso che non sia da pensarsi con il Falchi, p. 476, che i cinque pozzetti formassero una sola tomba, è nondimeno evidente e fuori di discussione che essi contenevano oggetti coevi.

(5) A questo resultato ci dovrebbe condurre la considerazione che questa produzione delle statuette militari e delle navicelle è stata enorme, e che fu diffusa in tutte quante le parti dell'Isola. Se si facessero scavi metodici, la Sardegna ne fornirebbe, forse, delle centinaia. D'altra parte Strabone, parlando delle armi e delle vesti dei soldati sardi, V. 225, accenna a particolari che si trovano appunto nelle nostre statuette. Ora Strabone, secondo tutte le probabilità, ha qui riprodotte notizie che, in ultima analisi, non vanno al di la del tempo di Eforo.

(6) V. *Rheinisches Museum* 1882, p. 165 segg.

Meltzer ([1]), anche l'Helbig ha dimostrato che i monumenti trovati nella necropoli di Tharros, ove si trovarono vasi greci del VI secolo, contraddicono interamente a quella supposizione ([2]). Ma la questione sulla estensione del dominio punico nell'Isola è affatto indifferente al caso nostro. Le navicelle e le statuette militari di bronzo, trovate tanto presso alle coste della Sardegna quanto nel centro dell'Isola, provano all'evidenza che o come sudditi o come mercenarî attratti da solo desiderio di lucro, da tutte le parti della Sardegna partivano soldati che militavano negli eserciti di Cartagine ([3]), ed Erodoto attesta espressamente che essi combatterono ad Himera il 480 a C. Ma evidentemente se i Cartaginesi insieme agli Etruschi nel 537 combatterono nelle acque della Sardegna, come pure dice Erodoto ([4]), contro i Focesi che avevano occupato Alalia nella Corsica, ciò lascia credere che essi avessero interessi da tutelare nelle coste occidentali e meridionali ove erano Carales e Sulci, le più antiche città della Sardegna, e che secondo il parere unanime dei dotti sono da considerarsi come due vecchie fattorie tirie ([5]). Tanto è ciò vero che eserciti cartaginesi compariscono in Sardegna verso la metà del secolo VI ([6]) ed il fatto che Cartagine si impadronì di Ebuso sino dal 654-53 ([7]), lascia supporre che già dal secolo VII, essa spingesse il cupido occhio sulle grandi isole del Mediterraneo. Se anche noi ammettessimo per un momento che la tomba del duce fosse del secolo VII, non avremmo difficoltà a capire come mai Cartagine,

([1]) V. *Jahrbucher* del Fleckeisen, 1883, p. 53 sgg. Se Diodoro non nomina i mercenarî sardi che una sola volta, XIV, 95, noi a questa circostanza dobbiamo esser ben lungi dal dare un'importanza eccessiva. Diodoro tace fatti ben più importanti per la storia greca e siciliana che non sia la composizione degli eserciti cartaginesi, ed egli tace dei sardi ad Himera, ciò che è attestato da Erodoto, VII, 165. Così egli nomina solo due volte la presenza dei Baleari negli eserciti di Cartagine, XIII 80 a. 406 a C., e XXV, 2, durante la rivolta dei mercenarî dopo la fine della prima guerra punica. Ora da quanto egli stesso dice V., 17 a proposito dei frombolieri Baleari negli eserciti di Cartagine, e dal fatto che la vicina Ebuso sino dal 654-53 era in possesso di questa, v. Diod. V, 16., appare se non certo, assai probabile che i Baleari presero parte, molto più spesso, alle spedizioni militari contro i Sicelioti. Inoltre deve tenersi presente il fatto che i Sardi poterono essere confusi con i Libî dacchè Pausania che segue un'antica fonte dice che i Sardi *Λίβυσι μέντοι τὰς μορφὰς καὶ τῶν ὅπλων τὴν σκευὴν καὶ ἐς τὴν πᾶσαν δίαιταν ἐοίκασιν*. X 17, 7.

([2]) *Das hom. Epos* p. 28, n. 3.

([3]) V. *Bull.* cit. I, p. 10 sgg. Questo fatto mostra non esser buona la congettura dell'Unger l. c. p. 168, 170 nota, che i Sardi nominati da Erodoto e da Diodoro fosssero soltanto mercenarî.

([4]) Herod I. 166, *ἀντίαζον ἐς τὸ Σαρδόνιον καλεόμενον πέλαγος*.

([5]) Questo lo lasciano supporre le parole di Pomponio Mela II, 123: « urbium antiquissimae Caralis et Sulci » benchè strettamente interpretate possano esse anche riferirsi all'epoca cartaginese. Di questo parere è anche Edoardo Meyer nella sua, quant'altra mai assennata e prudente, *Geschichte des Alterthums* I, § 280, p. 338.

([6]) Iust. XVIII, 3 sgg.; cfr. Meltzer op cit. I, p. 161; 485.

([7]) Diod. V. 16; cfr. Meltzer I, p. 155, 482.

che sino d'allora, andava assumendo il carattere di uno stato conquistatore potesse procurarsi mercenarî anche dalla Sardegna. Chi sa come Cartagine traesse soldati dalla Liguria e dalla Corsica, ove non ebbe notoriamente stabili colonie e come si affrettò ad arruolare i Campani, poco dopo che questi avean fatta la loro comparsa sulle coste del Mediterraneo (1), non troverà nulla di strano in ciò che ho ora affermato. Ma noi non abbiamo bisogno di riferire la tomba del duce al secolo VII; se essa appartiene al secolo VI, noi ci troveremo in quel periodo in cui Cartagine attendeva seriamente alla conquista dell'Isola ed in cui avrebbe di già incominciato ad arruolare soldati sardi come lo dimostrano Erodoto e la navicella sarda trovata a Vetulonia.

« E se le cose sin ora esposte sono giuste, dacchè la navicella certamente è sarda e certamente è identica a quelle fuse dai soldati sardi o sudditi o mercenarî di Cartagine, noi non troveremo punto strano il fatto che essa nel secolo VI venne trasportata in Etruria.

« Tutti i critici si trovano ormai d'accordo nel giudicare che la battaglia del 537, che obbligò i Focesi a lasciare la Corsica, non sia che il più antico fatto che si riferisca a quella alleanza difensiva-offensiva, stretta dai Cartaginesi e dagli Etruschi a danno dell'elemento greco divenuto ormai troppo ardito e potente, alleanza che è espressamente testimoniata da Aristotele, e che deve aver durato almeno sino all'anno 474 a C. in cui i Tirreni furono sconfitti nella terribile battaglia navale di Cuma, che indebolì per sempre le loro forze marittime. Testimonianze espresse, che io non trovo motivo di infirmare, fanno comparire i Tirreni come alleati di Cartagine ad Himera (480 a C.) ed i Cartaginesi a Cuma (2). Ad Himera vediamo di già soldati sardi nell'esercito cartaginese; se ci fossero a Cuma non è dato nè affermare nè negare e poco importa al caso nostro; a noi preme invece fare ben risaltare quanto stretta ed intima fosse l'alleanza cartaginese-etrusca. Aristotele, nel celebre passo dove di lei fa menzione, dice che essa era una di quelle per cui i cittadini di due stati erano come cittadini di una sola città (3). Il fatto che già Erodoto parlando di Caere, ossia della prima città marittima etrusca, a

(1) Sui Liguri e Corsi già ad Himera, v. Herod. VII, 165; sui Campani sino dal 410 a C. mandati da Cartagine a Segesta Diod. XIII, 44; secondo la cronologia dello stesso Diodoro essi fecero la loro prima invasione nel 438 a C. v. XII, 31 e presero Cuma nel 421 v. XII, 76. Vero è che quei Campani mandati a Segesta avevano di già combattuto in Sicilia nell'esercito degli Ateniesi.

(2) Scol. Pindar ad *Pyth.* I, 137, II, 3. Io non vedo perchè si debba negar fede a quelle notizie, come fa il Meltzer il quale op. cit. p. 503; cfr. *Jahrbuecher* cit. p. 58 nota, le crede originate dallo stesso testo pindarico e dal fatto generale che v'era un'alleanza fra Cartaginesi e gli Etruschi. Per questo lato io mi attengo all'opinione dell'Unger. l. c. p. 168.

(3) Arist. *Pol.* III 5. 10 ed Didot. p. 1280 Bkk. *καὶ γὰρ ἂν Τυῤῥηνοὶ καὶ Καρχηδόνιοι, καὶ πάντες οἷς ἐστὶ σύμβολα πρὸς ἀλλήλους, ὡς μιᾶς ἂν πολῖται πόλεως ἦσαν.*

proposito della battaglia del 537, la chiama con il nome semitico di Agylla e la circostanza che presso le sue coste i Cartaginesi ebbero la fattoria di Punicum, mostrano che le parole di Aristotele vanno interpretate alla lettera.

« Non è detto espressamente che Punicum fosse una fattoria punica, ma il nome sta a dimostrarlo [1]; così è probabile che gli Etruschi pure astenendosi dalla Sardegna, allo stesso modo che i Cartaginesi si astennero dalla Corsica, avessero in quell'isola una loro fattoria. Ciò è reso più che probabile dal nome degli Aesaronenses, popolo che occupava le coste orientali dell'isola di fronte all'Etruria [2] e dal trovarsi su quelle coste la città di Feronia (Posada?) nome che ha, notoriamente, una schietta impronta etrusca [3]. E dacchè, tra questi due popoli, furono così saldi ed intimi rapporti sino dal secolo VI, che cosa v'e di strano se un oggetto che fu fuso in quel tempo nella Sardegna, che ricominciava di già ad ubbidire a Cartagine, fu trasportato, verso quello stesso tempo, nelle coste dell'Etruria?

« Come precisamente sia stata trasportata la nostra navicella sarebbe vano volere indagare; può pensarsi ad un mercenario sardo o libio, o ad un cartaginese, stato già in Sardegna, che andò poi nell'Etruria alleata, e può pensarsi ad un mercenario o guerriero etrusco che fu in Sardegna. Nondimeno, anche per questo lato, abbiamo qualche punto di appoggio che ci permette di formulare, sino ad un certo punto, un' ipotesi non del tutto improbabile.

« Il possessore della navicella di Vetulonia, una delle 12 città etrusche confederate, non fu nè un Sardo nè un Cartaginese. Le sue ossa combuste furono trovate entro l'arca foderata di argento; ora come è noto ai Fenicî ed ai Cartaginesi il rito dell'umazione rimase sempre estraneo, e questo rito fu pure estraneo ai Sardi del tempo dei Nuraghi; lo stanno a provare, nel modo il più evidente, le tombe coeve dette dei giganti, ove venivano deposti ma non bruciati i cadaveri [4]. D'altra parte sappiamo che nella Etruria il rito più antico era quello della incenerazione che apparisce appunto nelle tombe, come quella del duce, a pozzo, la quale però era accanto ad una tomba ad umazione. Dovremo dunque riconoscere un abitante dell'Etruria nella tomba del duce e questa conclusione sarebbe convalidata dal fatto che nel 3° e 4° gruppo della stessa tomba fu trovato il vaso con l'iscrizione etrusca.

« L'ipotesi più probabile è pertanto che uno di quei guerrieri etruschi che combattevano accanto alle flotte cartaginesi, sia stato nella Sardegna, e che ivi si sia impadronito della nostra navicella [5]. Ma checchè si voglia

(1) Cf. Mommsen *Roem. Geschichte.* I⁶, p. 127; Meltzer, op. cit., I, p. 487.

(2) Ptol. III, 3, 6, *Αἰσαρωνήνσιοι*; cfr. Mueller-Deecke, *Die Etrusker*, II, p. 83; 500.

(3) Ptol. ib. 4, *Φηρωνία πόλις*; cfr. Mueller-Deecke, II, p. 65 sg.; anche Strabone sa di Tirreni in Sardegna, V, p. 225.

(4) V. La Marmora, *Voyage en Sard.* II, p. 34; *Bull.* cit. I, p. 157.

(5) Con un fatto analogo a questo si spiega che nel ripostiglio di bronzi di Foraxi Nioi presso Valenza, in Sardegna, si sono scoperti frammenti di fibule estranee alla produzione

o si possa pensare intorno al modo col quale essa fu portata in Etruria, resta però chiaro ed evidente che qualunque spiegazione a questo proposito dovrebbe basarsi su questi elementi che qui sotto riassumerò, dei quali alcuni sono certi, gli altri più che probabili:

« 1° La navicella di Vetulonia appartiene certamente all'arte sarda, ed è stata fusa da un calcheuta di quell'Isola.

« 2° Certamente fu fusa al tempo dell'egemonia punica nell'Isola ed è molto probabilmente, oserei dire certamente, uno dei tanti ex voti fusi dai soldati sardi che prendevano parte alla spedizione dei Cartaginesi contro i Sicelioti ed i Libî [1].

3° Secondo tutte le probabilità fu fusa nel secolo VI quando le relazioni commerciali e politiche fra gli Etruschi e Cartagine erano assai strette e da un abitante dell'Etruria fu probabilmente posseduta a Vetulonia ».

Matematica. — *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky.* Nota del Socio E. Beltrami.

« Nei primi decennî del nostro secolo non è difficile trovare presso parecchi autori, ora in gran parte dimenticati, svariate traccie di tentativi, più o men bene riusciti, d'una ricostruzione razionale dei principî della Geometria, secondo quell' indirizzo che, iniziato da Legendre, fu poi seguito da Lobatschewsky fino al suo più perfetto svolgimento. Ma a misura che si risale indietro nel tempo questi tentativi, se non si fanno più radi, appaiono tuttavia sempre più manchevoli, e fondati su petizioni di principio che non

dell'Isola e che si trovano invece nell'Etruria, v. le mie osservazioni nel *Bull.* cit. I, p. 144, nota 158. Non ho avuto modo di vedere le altre navicelle citate dal sig. Falchi il quale dice esistere a Siena nella collez. del marchese Chigi e che furono trovate a Castagneto nella prov. di Pisa, nè quella trovata a Porto v. *Not. d. Scavi*, l. c., p. 503. Se anche queste navicelle sono uguali alle sarde ed a quelle di Vetulonia, anche ad esse anderebbero applicate le osservazioni qui da noi fatte. Quella di Tarquinia edita dal Ghirardini *Not. d. Scavi* 1881, p. 357, tav. V, f. 25, che è di terra cotta, non ha, mi pare, tali caratteristiche che ci inducano a reputarla di origine sarda.

[1] Tanto la navicella di Meana, quanto quella di Vetulonia rappresentano una nave oneraria carica di animali domestici. Questa circostanza mi fa ricordare che in epoca più recente, Cartagine dovette la sua salvezza ai viveri, *τροφαί*, che le vennero dalla Sardegna essendo libero il mare, v. Diod. XIV, 77, 6; XXI, 16; cfr. Polyb. I, 82, 7. Non potrebbe darsi che il calcheuta sardo abbia voluto esprimere una di quelle navi onerarie che sino dal sesto secolo avrebbero dunque fornita Cartagine dei prodotti bovini ed ovini di cui la Sardegna era così ricca, come attestano le numerosissime statuette raffiguranti bovi, v. *Bull.* cit., p. 42, e gli autori v. Nymphod. Syracus apd. Ael. *V. H.* XVI. 34? Quest'ipotesi si concilierebbe poi con quella più generale da me esposta, che in queste navicelle si debbano riconoscere ex voti di soldati ritornati da lunghe navigazioni.

isfuggono all'esame più sommario. Parmi perciò degnissimo di menzione un libro che porta la data del 1733 ed una buona metà del quale è dedicata ad una critica veramente accurata e profonda del postulato d'Euclide, critica nella quale vengono messi in sodo alcuni dei principî più fondamentali dell'odierna teoria delle parallele, in quella stessa forma, può dirsi, in cui si potrebbero oggi enunciare da noi. Che se disgraziatamente l'Autore finisce col concludere all'assoluta verità (di cui allora niuno dubitava) del famoso postulato, non bisogna fargliene soverchio addebito, tanto più che la bonarietà colla quale egli si adopera, all'ultimo, a demolire tutto il proprio edifizio è di gran lunga superata dall'acume e dal retto senso geometrico di cui fa prova nell'innalzarlo.

« L'opera cui alludo è stampata a Milano ed ha per titolo: *Euclides ab omni naevo vindicatus, sive conatus geometricus quo stabiliuntur prima ipsa universae Geometriae principia, Auctore Hieronymo Saccherio, Societate Jesu, in Ticinensi Universitate Matheseos Professore* (1) (in 4°, XVI-142 con 6 tavole). L'opera si divide in due libri e ciascuno di questi in due parti. Il primo libro (di 101 facciate) è tutto dedicato alla questione del postulato, che viene svolta nel lungo giro di trentanove Proposizioni, seguite da Corollarî e da Scolî, giusta l'uso del tempo. Il secondo libro, del quale mi restringo a fare questa sola menzione, tratta d'alcune definizioni del V di Euclide.

« Mi propongo di far conoscere un po' distesamente il procedimento che tiene l'Autore nella sua ricerca intorno al postulato delle parallele, postulato della cui verità, è bene avvertire subito, anch'egli era già convinto *a priori*, giacchè fin dal Proemio, dopo averne riportata l'esatta enunciazione, giusta il testo del Clavio, soggiunge: *Porro nemo est qui dubitet de veritate expositi Pronunciati; sed in eo unice Euclidem accusant, quod nomine Axiomatis usus fuerit, quasi nempe ex solis terminis rite perspectis sibi ipsi faceret fidem.* Avverto anche che le considerazioni dell'Autore non escono mai dal piano e che quindi son tutte figure piane quelle di cui dovrò tenere parola e che il lettore potrà facilissimamente immaginare o costruire di per sè.

« Ecco il punto di partenza del P. Saccheri, semplice e limpido quant'altro mai. Dalle due estremità A e B d'una retta AB si conducano a questa, da una stessa parte, due eguali perpendicolari AC, BD e si congiungano gli estremi C e D di queste colla retta CD. Gli angoli che questa congiungente fa colle due perpendicolari CA, DB sono necessariamente eguali (Prop. I) e non possono quindi essere amendue che retti, od ottusi, od acuti: nel primo

(1) Ignoro l'anno della nascita di questo geometra. Dalla nota pubblicazione del prof. Corradi, *Memorie e documenti per la storia dell'Università di Pavia*, si ritrae che il P. Saccheri era di Sanremo, che cominciò ad insegnare in Pavia nel 1697 e che morì il 5 ottobre 1733 a Milano, dove reggeva il Collegio di Brera.

caso (Prop. III) la congiungente CD è eguale ad AB, nel secondo è minore di AB, nel terzo è maggiore di AB: e viceversa (Prop. IV). Di questi tre casi, che l'Autore considera *ab initio* come egualmente possibili, egli chiama il primo *hypothesis anguli recti*, il secondo *hypothesis anguli obtusi*, il terzo *hypothesis anguli acuti* e dimostra subito, in tre consecutive Proposizioni (V, VI e VII), che ciascuna di queste tre ipotesi *si vel in uno casu sit vera, semper in omni casu illa sola est vera.*

« Questa è già, come ognun vede, una proposizione molto simile a quella ben nota di Legendre, salvo in quanto all'estensione sua, che è maggiore: ma un teorema che fa ancor più perfetto riscontro a quello di Legendre (¹) si trova più innanzi, dopo alcune proposizioni intermedie, di cui dirò in appresso, e cioè nella Prop. XV, la quale suona così: *Ex quolibet triangulo, cujus tres simul anguli aequales sint, aut majores, aut minores duobus rectis, stabilitur respective hypothesis aut anguli recti, aut anguli obtusi, aut anguli acuti.* Anzi l'Autore mostra di compiacersi in questo genere di criterî atti a verificare ciascuna delle tre ipotesi o, come diremmo ora noi, ciascuna delle tre geometrie, giacchè dimostra ancora (Prop. XVI) che: *Ex quolibet quadrilatero cujus quatuor simul anguli aequales sint, aut majores, aut minores quatuor rectis, stabilitur respective hypothesis aut anguli recti, aut anguli obtusi, aut anguli acuti*; e, più oltre (Prop. XVIII), che: *Ex quolibet triangulo* ABC, *cujus angulus ad punctum* B *in uno quovis semicirculo existat, cujus diametro* AC, *stabilitur hypothesis aut anguli recti, aut anguli obtusi, aut anguli acuti, prout nempe angulus ad punctum* B *fuerit aut rectus, aut obtusus, aut acutus.* Nè mancano proposizioni che implicano il confronto di grandezze lineari, anzichè angolari, giacchè per esempio la Prop. XIX suona così: *Esto quodvis triangulum* AHD *rectangulum in* H. *Tum in* AD *continuata sumatur portio* DC *aequalis ipsi* AD, *demittaturque ad* AH *productam perpendicularis* CB: *dico stabilitum hinc iri hypothesim aut anguli recti, aut anguli obtusi, aut anguli acuti, prout portio* HB *aequalis fuerit, aut major, aut minor ipsa* AH (²).

« Ed a questo punto può dirsi che veramente cominci quello che l'Autore chiama (pagina XII) il suo *diuturnum praelium adversus hypothesin anguli acuti, quae sola renuit veritatem illius Axiomatis*: parole che ben tradiscono il costante preconcetto di lui contro quella ch'egli altrove appella

(¹) Il teorema cui quì si allude non fu pubblicato che nel 1833, in una Memoria postuma, inserita fra quelle dell'Accademia delle Scienze di Parigi, t. XII, p. 367. Ma Legendre conosceva già il teorema fino dal 1808 almeno, come risulta da una lettera che diresse in quell'anno a Terquem, il quale era pervenuto, in una sua propria ricerca, alla medesima conclusione (Vedi Terquem, *Manuel de Géométrie*, Nota I).

(²) Questa proposizione, come forse qualche altra, richiede qualche restrizione rispetto alla seconda ipotesi. Quest'ipotesi, esclusa già dal P. Saccheri, come si vedrà in seguito, non è stata da lui esaminata così minutamente come la terza.

inimicam anguli acuti hypothesim e che egli vuole *a primis usque radicibus revulsam, sibi ipsa repugnantem ostendere* (Scolio in fine della prima parte del libro primo).

« Ma debbo innanzi tratto dire qualche cosa del modo in cui l'Autore esclude l'altra ipotesi dell'angolo ottuso, ossia, diremmo ora noi, la geometria sferica. Questa esclusione si fa ora con pochissime premesse (Legendre, Lobatschewsky): ma anche il nostro Autore avrebbe potuto anticiparla di molto se non avesse avuto la manifesta intenzione di far procedere di pari passo, il più a lungo possibile, gli svolgimenti relativi alle sue tre ipotesi. È solo nelle tre Proposizioni XI, XII e XIII ch'egli dimostra come le condizioni del postulato si verifichino non solo nell' ipotesi dell'angolo retto, ma anche in quella dell' angolo ottuso. Ciò basta, in fondo, ad escludere quest'ultima, e questo appunto dichiara l'Autore nella prima dimostrazione che dà della Prop. XIV: *Hypothesis anguli obtusi est absolute falsa, quia se ipsam destruit.* Ma la sua seconda dimostrazione è più esplicita. Sia ABC un triangolo rettangolo in B. La somma dei due angoli A e C è, nell'ipotesi dell' angolo ottuso, maggiore di due retti: se dunque si conduce dal punto C una retta CY tale che i due angoli YCA, CAB valgano insieme due retti, l'angolo YCB riesce necessariamente acuto. La retta CY si trova per tal modo, rispetto alla AB prolungata dalla parte del punto B, in questa condizione che, se si guarda alla trasversale BC, essa dovrebbe incontrarla, e, se si guarda invece alla trasversale AC, non dovrebbe incontrarla (Euclide, 17, I). L'ipotesi dell'angolo ottuso, conclude dunque il P. Saccheri, è insussistente. Ma anche dopo avere così esclusa quest'ipotesi, egli non la perde del tutto di vista e ne fa di nuovo menzione, se avviene ch'essa si presti ad una tal quale simmetria di deduzioni; del che ho già dato esempio citando proposizioni posteriori alla XIV or ora riportata. Comunque sia è certo che spetta al nostro Autore la priorità del teorema, dato molto più tardi da Legendre, che la somma dei tre angoli d'un triangolo non può superare due retti.

« La discussione accurata dell'ipotesi dell'angolo acuto s'inizia colla Proposizione XVII che suona così: *Si uni, ut libet, cuidam parvae rectae* AB *insistat ad rectos angulos recta* AH, *dico subsistere non posse, in hypothesi anguli acuti, ut quaevis* BD, *efficiens cum* AB *quemlibet angulum acutum versus partes ipsius* AH, *occursura tandem sit ad finitam, seu terminatam distantiam, ipsi* AH *productae.* Duolmi di non poter riportare la duplice dimostrazione che l'Autore dà di questo teorema ed altre sottili osservazioni che vi si collegano. Debbo pur passare sotto silenzio altri notevoli teoremi ed una lunga disquisizione in cui entra poscia l'Autore, negli Scolii I, II e III della Prop. XXI, a proposito di certe idee di Proclo, del Clavio, del Borelli, dell'arabo Nassir-Eddin e di Wallis. Non posso però tacere d'alcune notevoli considerazioni che mette innanzi l'Autore, per esempio di quella delle linee equidistanti da una retta, su cui dovrò ritornare in

appresso, e dell'altra sulla possibilità di verificare il postulato per via sperimentale o, come dice il P. Saccheri, per mezzo di dimostrazioni fisico-geometriche. Di queste dimostrazioni citerò solo la terza, ch'egli reputa (Scolio II della Prop. XXI) *omnium efficacissimam ac simplicissimam, utpote quae subest communi, facillimae, paratissimaeque experientiae*, e che egli enuncia (dimostrandola poi) in questi termini: *Si in circulo, cujus centrum* D, *tres coaptentur rectae lineae* EF, FG, GH *aequales singulae radio* DE, *comperiaturque juncta* EH *transire per centrum* D, *satis id erit ad demonstrandum intentum.* È anche notevolissima l'osservazione circa la proposta di Wallis, d'assumere *a priori* come possibile la costruzione d'una figura di qualunque grandezza simile ad una data: giustamente afferma e dimostra l'Autore che, per istabilire il postulato, basta ammettere l'eguaglianza degli angoli in due triangoli che non sieno eguali, senz'uopo di verun confronto quantitativo dei loro lati omologhi.

« Prosegue poscia l'Autore a dimostrare (Prop. XXIII) che la mutua relazione di due rette non ammette che queste alternative: *vel unum aliquod commune obtinent perpendiculum, vel in alterutram eandem partem protractae, nisi aliquando ad finitam distantiam una in alteram incidat, semper magis ad se invicem accedunt.* Egli esamina poscia (Prop. XXV) se, nel caso della distanza indefinitamente decrescente, possa accadere che tale distanza abbia un limite diverso da zero, e mostra che ciò condurrebbe necessariamente all'ipotesi dell'angolo retto, cioè alla geometria euclidea [1]. Poco appresso (Corollario II) esce fuori con una giusta osservazione, che non hanno fatto gli autori di alcune moderne geometrie: *Hinc colligitur, satis non esse ad stabiliendam geometriam euclidaeam duo puncta sequentia: unum est quod nomine parallelarum illas rectas censeamus, quae commune aliquod obtinent perpendiculum; alterum vero quod omnes rectas quarum nullum commune sit perpendiculum, ac propterea quae, juxta assumptam definitionem, parallelae non sint, debeant ipsae in alterutram partem semper magis protractae inter se aliquando incidere, si non ad finitam, saltem ad infinitam distantiam: nam rursum demonstrare oporteret quod duae quaelibet, in quas recta quaepiam incidens duos ad easdem partes internos angulos efficiat minores duobus rectis, nusquam alibi possint ipsae recipere commune perpendiculum.* Riporterò ancora il seguente teorema per mostrare sempre più come l'Autore avesse rettamente e per ogni verso sviscerata la

(1) In questa dimostrazione è invocato uno scolio della Prop. XXIV il quale è esatto soltanto nelle condizioni in cui l'Autore ne fa l'applicazione, cioe nel caso d'un accostamento indefinito delle due rette. Anche in qualche altro luogo ho trovato mende e sciciture di simil genere, le quali provengono, cred'io, da un'affrettata revisione che l'Autore ha dovuto fare del proprio lavoro al momento della pubblicazione, dopo averne forse da lungo tempo preparati ed accumulati i materiali. Non conviene dimenticare che l'opera di cui parliamo uscì in luce nell'ultimo anno di vita dell'Autore.

questione: (Prop. XXVII) *Si recta* AX *sub aliquo, ut libet, parvo angulo educta ex puncto* A *ipsius* AB, *occurrere tandem debeat (saltem ad infinitam distantiam) cuivis perpendiculari* BX, *quae ad quantamlibet ab eo puncto* A *distantiam excitari intelligatur super ea incidente* AB*: dico nullum jam fore locum hypothesi anguli acuti*. Questa proposizione, come l'Autore stesso avverte, serve di riscontro e di complemento ad un'altra, la XVII, che ho già citata più sopra.

« Sorvolando ad altri notevoli teoremi che seguono il testè riportato, vengo finalmente a dire della conclusione cui giunge il P. Saccheri, dopo una ricerca evidentemente intesa (come quella che poi Lobatschewsky pose a fondamento delle sue deduzioni) a caratterizzare esattamente il modo di diportarsi, rispetto ad una retta fissa, d'una retta mobile intorno ad un punto fisso. Sia AB la perpendicolare condotta dal punto fisso A alla retta fissa BX. L'Autore osserva dapprima che, partendo dalla posizione AB, la retta mobile incontra la fissa in un punto che si va sempre più allontanando da B, verso X; mentre, d'altra parte, partendo dalla posizione AY (perpendicolare ad AB), e movendo verso AB, la retta mobile ha colla fissa una perpendicolare comune, la quale si va sempre più allontanando da AB, verso XY; ciò premesso (Prop. XXX e XXXI) così conclude (Prop. XXXII): *Jam dico unum aliquem fore (in hypothesi anguli acuti) determinatum acutum angulum* BAX, *sub quo educta* AX *non nisi ad infinitam distantiam incidat in ea* BX, *ac propterea sit ipsa limes, partim intrinsecus, partim extrinsecus, tum earum omnium* (eductarum) *quae sub minoribus acutis angulis ad finitam distantiam incidunt in praedictam* AB, *tum etiam aliarum quae sub majoribus angulis acutis, usque ad angulum rectum inclusive, commune obtinent in duobus distinctis punctis perpendiculum cum eadem* BX. Quest'angolo acuto BAX, unico e determinato (verso la regione del punto X), è manifestamente quello stesso che Lobatschewsky doveva poi qualificare come angolo di parallelismo: il P. Saccheri era dunque pervenuto, con tutte le cautele della classica geometria, a stabilire nettamente il concetto fondamentale di quest'angolo limite.

« Or chi crederebbe che subito dopo la proposizione testè citata il lettore dovesse vedersi comparire innanzi quest'altra (Prop. XXXIII): *Hypothesis anguli acuti est absolute falsa, quia repugnans naturae lineae rectae?* Eppure è proprio così. L'Autore fa un lunghissimo discorso per coonestare, piuttosto che per dimostrare cotesto suo asserto, che per noi, oggi, è poco meno che inconcepibile. La sua pretesa dimostrazione si trascina innanzi a stento, per la distesa di sedici fittissime pagine, appoggiata a cinque lemmi e spalleggiata da quattro corollari, con qualche scolio per giunta. Si direbbe quasi che l'Autore, più che a convincere altrui, si adoperi a persuadere sè stesso, con argomentazioni prolisse e diffuse, nelle quali più non si riconosce l'esperto e sicuro geometra di prima. Del resto tutta la confutazione si riduce,

in ultima sostanza, a questo, che la retta fissa BX e la retta limite AX dovrebbero *toccarsi* nel punto all'infinito X, mentre è inconcusso che due rette non possano mai toccarsi in un punto senza coincidere: è, come si vede, un semplice equivoco, che nasce, come tanti altri, dall'estendere senz'altro all'infinito le considerazioni ed i concetti che valgono per il finito.

« Senonchè l'Autore non si appaga di questa confutazione e ne vuol dare un'altra più diretta, alla quale consacra la *Pars altera* del suo libro primo, *in qua*, dic'egli, *idem Pronunciatum Euclidaeum contra hypothesin anguli acuti redargutive demonstratur*. Dirò brevissimamente, per finire, del poco che contiene questa seconda parte, molto meno estesa della prima. Nelle tre prime Proposizioni (XXXIV, XXXV e XXXVI) si stabiliscono alcune proprietà della linea luogo di punti equidistanti da una retta: in particolare l'Autore insegna a condurre la tangente a questa linea e, fedele alle tradizioni classiche, dimostra che, malgrado l'ipotesi dell'angolo acuto, questa tangente gode pur sempre della proprietà che fra essa e la curva non si può allogare verun'altra retta. Ma subito dopo viene una proposizione onninamente falsa nell'ipotesi or detta, che è questa (Prop. XXXVII): *Curva* CKD, *ex hypothesi anguli acuti enascens, aequalis esse debet contrapositae basi* AB; per l'intelligenza del quale enunciato conviene aggiungere che CKD è il luogo degli estremi di tutte le perpendicolari di data lunghezza (= AC = BD) erette sul segmento rettilineo AB. Ognun vede che questo enunciato non è vero che nell'ipotesi euclidea, nè fa quindi meraviglia che l'Autore abbia potuto concluderne trionfalmente l'impossibilità dell'*inimicam hypothesim*. Ma quello che spiace di vedere è la leggerezza dell'argomentazione cui l'Autore ricorre per istabilire incondizionatamente la da lui asserita eguaglianza: egli ha voluto escire quì dal suo terreno, da quello della geometria greca, per mettere il piede su quello della geometria infinitesimale, che evidentemente non gli era famigliare [1]. Non approderebbe a nulla l'analizzare più minutamente l'errore in cui egli cade: basti dire che coll'istesso istessissimo discorso si giungerebbe a dimostrare che due circonferenze concentriche sono eguali. Il resto della *Pars altera* non presenta dopo ciò più alcun interesse, e solo piacemi notare che, pur persistendo nel suo errore, l'Autore trova ancor modo di colpire coll'aggiustatezza, sia pur formale, di certi riscontri e di certe osservazioni.

« E quì, dando fine a questa mia forse troppo lunga recensione, debbo dire in qual modo io sia venuto a conoscenza del curioso libro di cui ho cercato di dare notizia agli studiosi; giacchè non è mio il merito d'averlo dissepolto dal lungo oblìo in cui giaceva da più d'un secolo e mezzo. Essendo

[1] Già nella *Pars prima*, e precisamente nel Lemma V della Prop. XXXIII, affermando che *inter angulos rectilineos omnes anguli recti sunt invicem exactissime aequales*, SINE ULLO DEFECTU ETIAM INFINITE PARVO, l'autore aveva dato prova patente di non avere proprio idea di ciò che fosse un infinitamente piccolo.

venuto per caso a risapere che un dotto gesuita vivente, il P. Manganotti, aveva messo la mano sopra un vecchio Trattato, nel quale egli ravvisava importanti correlazioni colle dottrine della nuova geometria, mi venne desiderio di conoscere quest'opera. Le imperfette notizie che mi erano state riportate sull' epoca e sull' autore del Trattato non mi sarebbero certamente bastate a rintracciarlo, se il ch. prof. Favaro, da me interrogato in proposito, non mi avesse subito messo sulla giusta via. È così che ho potuto procurarmi ed esaminare l'opera in questione, col frutto che apparisce da quanto ho esposto. Se il dotto P. Manganotti vorrà, come mi fu detto essere sua intenzione, fare argomento d'una più estesa e più diligente pubblicazione il lavoro del Saccheri, traendone eziandio occasione per far meglio conoscere ai contemporanei ed ai posteri questo valente e troppo dimenticato geometra, cui sono dovute altre opere a stampa di vario argomento, egli renderà un segnalato servigio alla storia della scienza italiana, ed io sarò ben lieto d'aver potuto contribuire, se mai, a rendere più desiderata e più sollecita l'esecuzione di cotesto suo lodevolissimo proponimento ».

Matematica. — *Sugli oricicli delle superficie pseudosferiche.* Nota del dott. Vincenzo Reina, presentata dal Socio Cremona.

« 1. Sopra una superficie pseudosferica di raggio R si consideri una linea o, a curvatura geodetica costante $= \frac{1}{R}$ (*oriciclo*), e si assumano a linee coordinate le geodetiche ortogonali alla o (linee $v =$ cost.), e le loro traiettorie ortogonali u, fra le quali vi sarà la o, che supporremo sia la $u = 0$: il parametro u intenderemo sia l'arco di geodetica, e sarà quindi contato a partire dalla linea o. L'elemento lineare assumerà la forma [1]:

$$ds^2 = du^2 + G dv^2$$

essendo:

$$\sqrt{G} = \varphi(v)\, e^{\frac{u}{R}} + \psi(v)\, e^{-\frac{u}{R}}.$$

« La curvatura geodetica F_{gu} delle linee u sarà espressa da:

$$F_{gu} = -\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{d\sqrt{G}}{du} = -\frac{1}{R} \frac{\varphi(v)\, e^{\frac{u}{R}} - \psi(v)\, e^{-\frac{u}{R}}}{\varphi(v)\, e^{\frac{u}{R}} + \psi(v)\, e^{-\frac{u}{R}}}.$$

Ma per $u = 0$ si deve avere:

$$(F_{gu})_{u=0} = -\frac{1}{R} \frac{\varphi(v) - \psi(v)}{\varphi(v) + \psi(v)} = \frac{1}{R}$$

[1] Bianchi, *Lezioni di Geometria differenziale* § 63.

sicchè dovrà essere

$$\psi(v) - \varphi(v) = \psi(v) + \varphi(v)$$
$$\varphi(v) = - \varphi(v)$$

ossia

$$\varphi(v) = 0 .$$

« L'elemento lineare si potrà dunque scrivere:

$$ds^2 = du^2 + \psi^2(v)\, e^{-\frac{2u}{R}} dv^2 .$$

Se ora supponiamo che v sia l'arco di linea o contato a partire da un suo punto, poichè facendo nella precedente espressione $u = 0$, $du = 0$ essa diventa

$$ds = \psi(v)\, dv ,$$

si vede immediatamente che dovrà essere $\psi(v) = 1$, e la forma difinitiva dell'elemento lineare sarà:

$$ds^2 = du^2 + e^{-\frac{2u}{R}} du^2 . \tag{1}$$

Questa mostra immediatamente come la superficie sia applicabile sul tipo parabolico di rotazione, in guisa che le geodetiche coincidano coi meridiani, e le traiettorie ortogonali coi paralleli: queste ultime sono quindi altrettante linee a curvatura geodetica costante $= \frac{1}{R}$.

« 2. Per ridurre l'elemento lineare alla forma isoterma isometrica, basta porre

$$dU = e^{\frac{u}{R}} du \qquad U = Re^{\frac{u}{R}} \tag{2}$$

$$ds^2 = e^{-\frac{2u}{R}}(dU^2 + dv^2)$$

Si otterrà immediatamente una rappresentazione conforme della superficie sul piano ponendo

$$x = v \qquad y = Re^{\frac{u}{R}} \tag{3}$$

« In questa rappresentazione (1) tutta la superficie viene rappresentata dalla metà del piano superiore all'asse $y = 0$, le geodetiche dai semicerchi normali alla retta $y = 0$, la linea o dalla retta $y = R$, e le geodetiche ad essa normali dalle rette $x =$ cost. Tutti i punti all'infinito della superficie sono rappresentati dai punti della retta $y = 0$, la quale è da ritenersi come chiudentesi all'infinito, nel punto di concorso delle rette $x =$ cost. (2). Ne

(1) Cfr. Bianchi § 81

(2) Ed invero se immaginiamo un semicerchio normale alla retta $y = 0$ nei due punti AB, e supponiamo che restando fisso A, il raggio del semicerchio vada crescendo, il punto B andrà continuamente allontanandosi. Esso raggiungerà il punto all'infinito della retta $y = 0$ quando il raggio del semicerchio sarà diventato infinito; ma allora esso si sarà trasformato nella retta condotta pel punto A, normalmente alla retta $y = 0$.

segue che tutte le geodetiche normali all'oriciclo o, da una parte convergono verso un sol punto all'infinito della superficie, (immagine del punto di concorso delle rette $x = \text{cost.}$) che è il *centro dell'oriciclo*, e dall'altra divergono verso tutti i punti all'infinito della superficie, (immagini dei punti d'intersezione delle rette $x = \text{cost.}$ colla retta $y = 0$). — In quanto segue noi diremo sempre che un oriciclo rivolge la propria concavità da quella parte, verso cui convergono le geodetiche normali.

« Immaginiamo un oriciclo qualunque o della superficie, ed il fascio delle geodetiche ortogonali: queste per quanto s'è detto concorrono in uno stesso punto all'infinito della superficie, e saranno perciò rappresentate dal sistema di cerchi ortogonali alla $y = 0$, uscenti da un suo punto P. Il sistema delle traiettorie ortogonali, tra le quali trovasi o, e che sono tutte oricicli, (§ 1) sarà quindi rappresentato dal fascio di cerchi tangenti alla retta $y = 0$ nel punto P. Possiamo dunque enunciare le proprietà:

Ogni oriciclo della superficie è rappresentato da un cerchio tangente alla retta $y = 0$.

« Ogni oriciclo è da concepirsi come una linea rientrante, ossia i due rami di una tal linea, contati a partire da un suo punto a distanza finita, concorrono verso uno stesso punto all'infinito. — I due rami di una geodetica, contati da un suo punto a distanza finita, si dirigono invece verso due punti distinti all'infinito.

« Chiamando *fascio di geodetiche* il sistema delle geodetiche normali ad uno stesso oriciclo, si ha ancora:

Le geodetiche di un fascio, ed il sistema degli oricicli ortogonali, concorrono verso uno stesso punto all'infinito.

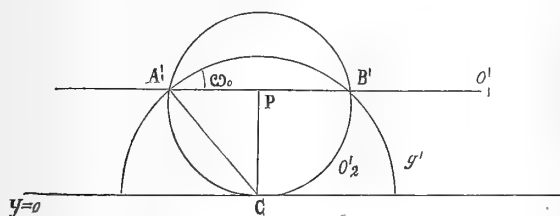
« Due punti del piano determinano due cerchi tangenti alla retta $y = 0$, ed un solo cerchio ad essa normale, quindi:

Due punti di una superficie pseudosferica determinano due oricicli ed una sola geodetica.

Per riconoscere quale sia la posizione rispettiva di queste tre linee, osserviamo che le due porzioni di una superficie pseudosferica, separate da da una geodetica, sono sovrapponibili l'una all'altra, effettuando un ribaltamento intorno alla geodetica. Ed invero se si assume la geodetica come linea $v = 0$, si vede immediatamente che l'espressione (1) dell'elemento lineare non muta cambiandovi v in $-v$. Se si effettua quindi il ribaltamento della superficie intorno alla geodetica congiungente i due punti da noi considerati, i due oricicli si sovrapporranno, epperò:

L'angolo dei due oricicli, passanti per due punti di una superficie pseudosferica, è bisecato dalla geodetica congiungente i punti stessi.

« Essendo A B i due punti dati della superficie pseudosferica, assu-

miamo uno dei due oricicli passanti per essi come linea $u=0$: in virtù della rappresentazione (3) le linee $o_1\, o_2\, g$ verranno trasformate nei tre cerchi $o_1'\, o_2'\, g'$ (il primo tangente alla retta $y=0$ nel suo punto all'infinito). Indicheremo con s_0 ed s_g i due archi di oriciclo e di geodetica rispettivamente, compresi fra i punti A e B, e con ω_0 l'angolo compreso fra un oriciclo e la geodetica. L'arco s_0 sarà misurato direttamente dalla porzione di retta A′ B′, mentre la considezione del triangolo A′ P C fornisce immediatamente.

$$(4) \qquad tg\, \omega_0 = \frac{s_0}{2R}$$

« Ponendo in questa relazione $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ se ne trae $s_0 = \infty$, e si ritrova il teorema già enunciato, che un oriciclo e la geodetica ortogonale si incontrano nello stesso punto all'infinito.

« 3. Ci proponiamo ora di cercare la relazione fra l'arco di geodetica s_g e l'arco di oriciclo s_0 compresi fra i due punti A e B.

« Pel teorema di Liouville [1] quando l'elemento lineare di una superficie è dato sotto la forma:

$$ds^2 = \{A(\alpha) + B(\beta)\}(d\alpha^2 + d\beta^2)$$

l'equazione di una geodetica qualunque si può scrivere

$$A \operatorname{sen}^2 \theta - B \cos^2 \theta = C.$$

essendo θ l'angolo che essa forma colle linee $v = \text{cost}$, C una costante. Nel caso dell'elemento lineare (2):

$$A = e^{-\frac{2u}{R}} \qquad B = 0$$

e l'equazione diviene:

$$e^{-\frac{2u}{R}} \operatorname{sen}^2 \theta = C.$$

ossia introducendo in luogo di θ l'angolo ω, che la geodetica forma colle linee o, ($u = \text{cost.}$):

$$e^{-\frac{u}{R}} \cos \omega = C\,.$$

[1] Monge, Applications de l'Analyse à la Geometrie. Note III^{me}.

Facendo in questa $u = 0$, ω deve assumere il valore ω_0, angolo che la geodetica forma coll'oriciclo $u = 0$, sicchè $C = \cos\omega_0$, e l'equazione della geodetica diviene:

$$e^{-\frac{u}{R}} \cos\omega = \cos\omega_0 . \tag{5}$$

Rammentando ancora che quando

$$ds^2 = \lambda\,(du^2 + dv^2)$$

si ha

$$\operatorname{sen}\omega = \sqrt{\lambda}\,\frac{du}{ds} \qquad \cos\omega = \sqrt{\lambda}\,\frac{dv}{ds},$$

sarà nel caso nostro

$$\operatorname{sen}\omega = e^{-\frac{u}{R}}\frac{dU}{ds} = \frac{du}{ds} \qquad \cos\omega = e^{-\frac{u}{R}}\frac{dv}{ds} \tag{6}$$

epperò, per la prima di queste due equazioni l'elemento di geodetica sarà dato da

$$ds_g = \frac{du}{\operatorname{sen}\omega}$$

quando il valore di sen ω si intenda ricavato dalla (5). Differenziando la (5) si ottiene:

$$\frac{du}{\operatorname{sen}\omega} = -\frac{R d\omega}{\cos\omega} \tag{7}$$

quindi

$$s_g = -R\int_{\omega_0}^{-\omega_0} \frac{d\,\omega}{\cos\omega} = 2R\int_0^{\omega_0} \frac{d\,\omega}{\cos\omega}$$

$$= 2R\int_0^{\omega_0} \frac{dtg\,\omega}{\sqrt{1 + tg^2\,\omega}} = 2R\Big[\log\,(tg\,\omega + \sqrt{1 + tg^2\,\omega})\Big]_0^{\omega_0}$$

ossia

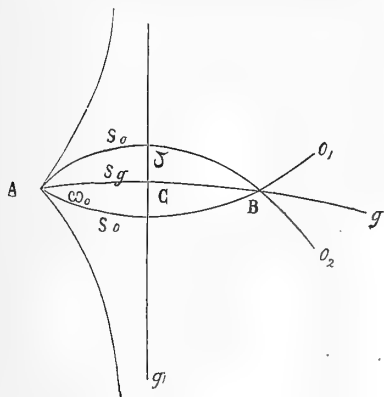
$$s_g = 2R\,\log\,(tg\,\omega_0 + \sqrt{1 + tg^2\,\omega_0}) \tag{8'}$$

equazione che si può mettere sotto la forma più semplice:

$$tg\,\omega_0 = \operatorname{sen} h\,\frac{s_g}{2R} \tag{8}$$

ossia avendo riguardo alla (4):

$$\frac{s_0}{2R} = \operatorname{sen} h\,\frac{s_g}{2R}. \tag{9}$$

« Questa è la cercata relazione fra la lunghezza della geodetica e la lunghezza dell'oriciclo, congiungenti due punti della superficie pseudosferica.

« Sul punto di mezzo C della geodetica congiungente i due punti A B, eleviamo la geodetica normale g_1: essa sarà evidentemente normale alle due linee $o_1\, o_2$, dividendole per metà. Indicando con δ il segmento della g_1 compreso fra o_1 ed o_2, esso può definirsi come la distanza geodetica delle due linee $o_1\, o_2$. Il valore di δ si ricava dalla (5) ponendovi $\omega = 0$: si ottiene con ciò

$$e^{\frac{\delta}{2R}} = \frac{1}{\cos \omega_0}.$$

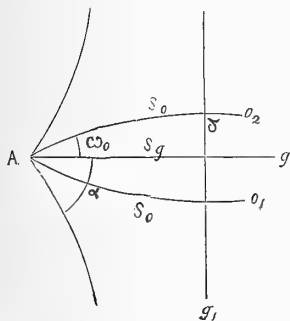
« Ma la (8′) si può scrivere:

$$e^{\frac{s_g}{2R}} = tg\, \omega_0 + \frac{1}{\cos \omega_0} = \text{sen}\, h \frac{s_g}{2R} + e^{\frac{\delta}{2R}}$$

quindi:

$$e^{\frac{\delta}{2R}} = \cos h \frac{s_g}{2R} \tag{10}$$

« Così anche la distanza geodetica δ delle due linee $o_1\, o_2$ passanti pei

punti A B, viene espressa in funzione dell'arco geodetico s_g compreso fra i punti stessi.

« I precedenti risultati si possono interpretare anche così:

« Data una geodetica ed un punto esterno A, da A si possono condurre una sola geodetica g e due oricicli $o_1\, o_2$ normali alla g_1.

« Ritenendo per semplicità $R = 1$, l'arco s_0 di oriciclo, il segmento δ della base g_1 intercetto fra la g ed una o, e l'angolo ω_0, saranno legati dalle formole semplicissime:

$$s_0 = \text{sen}\, h\, s_g \qquad s_0 = tg\, \omega_0$$

$$e^{\delta} = \cos h\, s_g\,.$$

« Se dal punto A si conducono le due geodetiche normali ad o_1 ed o_2 rispettivamente, esse risulteranno parallele alla g_1, sicchè l'esistenza delle due geodetiche, condotte per un punto parallelamente ad una geodetica data, si può ritenere come una conseguenza dell'esistenza di due oricicli condotti

dal punto normalmente alla geodeticas tessa. L'angolo di parallelismo α (¹), non è altro che il complemento dell'angolo ω_0.

« 4. Ricerchiamo l'espressione dell'area compresa fra la geodetica ed uno degli oricicli passanti pei due punti A B. Assumendo ancora l'oriciclo come linea $u=0$, e misurando le lunghezze v a partire dal punto A verso il punto B, varrà la forma (1) dell'elemento lineare, mentre l'elemento superficiale $d\sigma$ sarà espresso da:

$$d\sigma = \sqrt{G}\, du\, dv = e^{-\frac{u}{R}}\, du\, dv\,.$$

« L'area da noi cercata sarà quindi espressa da:

$$\int_0^{s_0} dv \int_0^{u} e^{-\frac{u}{R}}\, du = R \int_0^{s_0} \left(1 - e^{-\frac{u}{R}}\right) dv$$

essendo s_0 l'arco A B di oriciclo: il valore di u sotto l'integrale è da cavarsi dall'equazione (5) della geodetica. Si avrà quindi:

$$\sigma = R s_0 - R \int_0^{s_0} \frac{\cos\omega_0}{\cos\omega}\, dv$$

« Ma per le (6) si ha:

$$tg\,\omega = \frac{dU}{dv}$$

$$dv = \frac{\cos\omega}{\operatorname{sen}\omega\, e^{-\frac{u}{R}}}\, du = \frac{\cos^2\omega}{\operatorname{sen}\omega\cos\omega_0}\, du$$

e sostituendo in questa per du il valore ricavato dalla (7), si ottiene:

$$dv = -R \frac{\cos\omega}{\cos\omega_0}\, d\omega$$

quindi:

$$\sigma = R s_0 + R^2 \int_{\omega_0}^{-\omega_0} d\omega$$

$$\sigma = R s_0 - 2R^2\omega_0 \tag{11}$$

« Questa espressione, avuto riguardo alla (4) si potrebbe anche scrivere:

$$\sigma = 2R^2\left(\frac{s_0}{2R} - \omega_0\right) = 2R^2\left(\frac{s_0}{2R} - \operatorname{arctg}\frac{s_0}{2R}\right)$$

la quale dà l'area in funzione del solo arco s_0 di oriciclo. Sviluppando in

(¹) Beltrami, *Saggio di interpretazione della Geometria* non *Euclidea*. Giornale di Battaglini, 1868.

serie $\operatorname{arctg} \frac{s_0}{2R}$ si potrà anche scrivere:

$$\sigma = 2R^2 \left(\frac{s_0^3}{3 \cdot 2^3 R^3} - \frac{s_0^5}{5 \cdot 2^5 \cdot R^5} + \frac{s_0^7}{7 \cdot 2^7 \cdot R^7} - \dots \right)$$

$$\sigma = 2R^2 \left(\frac{1}{3} tg^3 \omega_0 - \frac{1}{5} tg^5 \omega_0 + \frac{1}{7} tg^7 \omega_0 - \dots \right).$$

In quanto segue noi non faremo però uso che della (11).

« 5. L'espressione dell'area di un triangolo geodetico, tracciato su di una superficie pseudosferica, si può far discendere immediatamente da quella trovata da Gauss (1) per la curvatura integrale di un triangolo geodetico, descritto su una superficie qualunque. Indicando con k la curvatura (variabile da punto a punto) della superficie, con A B C i tre angoli del triangolo geodetico, si ha:

$$\int k d\sigma = A + B + C - \pi$$

l'integrale intendendosi esteso a tutto il triangolo geodetico. Nel caso di una superficie pseudosferica $k = -\frac{1}{R^2}$, epperò indicando con Σ_g l'area del triangolo geodetico sarà:

$$\Sigma_g = R^2 (\pi - A - B - C) \tag{12}$$

« Una espressione che presenta molta analogia con questa si ha per l'area di un triangolo formato da oricicli sulla superficie pseudosferica. Consideriamo il triangolo geodetico avente i vertici nei punti A B C, ed indichiamone gli angoli colle stesse lettere A B C, ed i lati opposti con $a\ b\ c$. Conduciamo i tre oricicli congiungenti i vertici due a due, e rivolgenti la propria concavità verso il triangolo: siano $a'\ b'\ c'$ gli archi compresi fra i vertici stessi. Designiamo ancora con $\omega_a\ \omega_b\ \omega_c$ gli angoli compresi fra le coppie di linee $aa'\ bb'\ cc'$, e con A' B' C' gli angoli del tringolo formato dagli oricicli.

« Sarà:

$$A' = A + \omega_b + \omega_c \qquad B' = B + \omega_c + \omega_a$$
$$C' = C + \omega_a + \omega_b,$$

e d'altra parte le aree comprese fra le coppie di linee aa', bb', cc' saranno espresse per la (11) da:

$$\sigma_a = Ra' - 2R^2 \omega_a \qquad \sigma_b = Rb' - 2R^2 \omega_b$$
$$\sigma_c = Rc' - 2R^2 \omega_c.$$

(1) Gauss, *Disquisitiones generales circa superficies curvas.* § 22.

« L'area Σ_0 del triangolo considerato sarà quindi:

$$\Sigma_0 = \Sigma_g + \sigma_a + \sigma_b + \sigma_c =$$
$$= R^2 (\pi - A - B - C) + R(a' + b' + c') - 2R^2 (\omega_a + \omega_b + \omega_c)$$

ossia

$$\Sigma_0 = R^2 (\pi - A' - B' - C') + R(a' + b' + c') . \tag{13}$$

« Il primo termine è analogo alla espressione per l'area di un triangolo geodetico: solo vi sono sostituiti gli angoli $A' B' C'$ relativi al triangolo che si considera. Il tenuto procedimento mostra immediatamente che se uno degli oricicli, per esempio c' rivolgesse la propria convessità verso il vertice opposto del triangolo, l'espressione dell'area del nuovo triangolo si otterrebbe dalla (13) cambiando il segno di c'. Se la congiungente i vertici A B fosse una geodetica, basterebbe sopprimere il termine c' nel 2° membro. In generale dunque avendosi un triangolo comunque formato da geodetiche e da oricicli, indicandone con A B C gli angoli, con $a\ b\ c$ i lati, con Σ l'area, si avrà:

$$\Sigma = R^2 (\pi - A - B - C) + R(\varepsilon_1 a + \varepsilon_2 b + \varepsilon_3 c)$$

dove $\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3$ sono coefficienti aventi il valore $+1, -1, 0$, a seconda che il lato cui essi si riferiscono è un oriciclo rivolgente la concavità verso il triangolo, oppure rivolgente verso di esso la convessità, oppure una geodetica.

« La formula (13) si può però anche dedurre da un teorema generale, sulla curvatura di un pezzo di superficie, già dimostrato da Ossian Bonnet. *Memoire sur la theorie générale des surfaces.* Journal de l'Ecole Polytechnique, tome XIX, cahier 32 ».

Matematica. — *Sulla intersezione di tre superficie algebriche in un punto singolare e su una questione relativa alle trasformazioni razionali nello spazio.* Nota di G. B. Guccia, presentata dal Socio Cremona.

I.

« 1. Date tre superficie algebriche $\Phi = 0$, $\Psi = 0$, $X = 0$, ognuna delle quali passi, in modo qualunque, per un punto P, qual'è il numero I delle loro intersezioni che sono assorbite da questo punto? [1].

[1] In questo enunciato è escluso che le tre superficie abbiano in comune una curva che passi pel punto P. Tale caso rientra evidentemente nella ricerca generale del numero delle intersezioni di tre superficie assorbite da una curva singolare, problema che richiede più estesi svolgimenti e del quale ci occuperemo in un altro lavoro.

« Questo problema non è stato mai risoluto. La soluzione che ne daremo più innanzi riposa sullo stesso principio che ci ha guidati nella soluzione del problema analogo nel piano [1]; e però, estenderemo alle superficie la definizione di *singolarità composta* in un punto, ed applicheremo poscia il Lemma sulle superficie algebriche che abbiamo stabilito in una Nota precedente [2]. Pur tuttavia è da notare che, mentre nel piano il teorema che risolve la questione è scevro affatto da qualsiasi restrizione, lo stesso non può dirsi del risultato che faremo conoscere in questa Nota. Ciò non recherà sorpresa ove si abbia riguardo a' mezzi ben limitati di cui disponiamo allo stato presente della Scienza per affrontare, in tutta la loro generalità, siffatti problemi dello spazio, la cui soluzione può solo permettere di fondare una teoria dei punti singolari delle superficie algebriche.

« 2. Indichiamo con $[\varrho]$, $[\sigma]$, $[\tau]$ le singolarità, ben determinate, che le superficie date Φ, Ψ, X posseggono, rispettivamente, nel punto P.

« In ordine ad una di queste superficie, ad es. Φ, consideriamo la totalità delle superficie F_1, F_2, . . . di qualunque ordine, ognuna delle quali sia tale che:

1° nelle vicinanze del punto P sostituisca *identicamente* la superficie Φ: *a*) nella singolarità $[\varrho]$, *b*) nel modo come in detto punto la stessa superficie si comporta rispetto a ciascuna delle due altre superficie date Ψ e X;

2° possegga, ulteriormente e comunque, punti e curve singolari, in guisa però, che, i nuovi punti siano a distanza finita dal punto P e le nuove curve non passino pel punto P.

« Ciò posto, supporremo fin da ora che per la superficie Φ sia soddisfatta la seguente condizione, cioè:

(A) c h e n e l l a t o t a l i t à d e l l e s u p e r f i c i e F_1, F_2, . . . , d e f i-

(1) *Sur l'intersection de deux courbes algébriques en un point singulier* (Comptes Rendus de l'Académie des sciences de Paris, t. CVII, n. 17, p. 656, séance du 22 octobre 1888). In ordine a' lavori che ci hanno preceduto, per via diversa, nella risoluzione del problema nel piano, veggansi principalmente l'importante ed estesa Memoria del signor Halphen: *Sur les points singuliers des courbes algébriques planes* (Recueil des Savants étrangers, t. XXVI) e la Memoria, più recente, del signor Zeuthen: *Sur un groupe de théorèmes et formules de la géométrie énumérative* (Acta Mathematica, t. I). In questo ultimo lavoro, pubblicato nel 1882, l'illustre geometra danese si esprimeva nei seguenti termini: « Il serait trop long de citer tous les procédés, inventés par d'éminents géomètres « (MM. Cayley, de la Gournerie, Painvin, Halphen, Nöther, Stolz, Smith) pour le dénom- « brement des intersections confondues de deux courbes; je me bornerai à rappeler que « la plupart des méthodes reposent sur la considération des ordres des divergences infi- « niment petites des branches des courbes, ou bien des ordres de contact de ces branches ».

(2) *Su una proprietà delle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque* (Questi Rendiconti, vol. V, 1° semestre, fasc. 5, p. 349, seduta del 3 marzo 1889).

nite come dianzi, se ne trovi una (almeno) che sia di genere zero (omaloide) ([1]).

« 3. Indichiamo con $\Phi_1^{(l)}$, $\Phi_2^{(l)}$, . . . varie superficie di uno stesso ordine l, ognuna delle quali soddisfi alla prima parte della definizione precedente (relativa alle superficie F_1, F_2, . . .) e di più non possegga, oltre il punto P, alcun punto o curva singolare. Egli è allora evidente che, ove si consideri il sistema lineare

$$[\Phi^{(l)}] \equiv \lambda_1 \Phi_1^{(l)} + \lambda_2 \Phi_2^{(l)} + \ldots = 0,$$

la superficie generica $\Phi^{(l)}$ di un sistema siffatto può essere lecitamente sostituita (per quanto riferiscesi al problema di cui ci occupiamo) alla superficie data Φ. Siano

$$[\Psi^{(m)}] \equiv \mu_1 \Psi_1^{(m)} + \mu_2 \Psi_2^{(m)} + \ldots = 0\,, \quad [X^{(n)}] \equiv \nu_1 X_1^{(n)} + \nu_2 X_2^{(n)} + \ldots = 0$$

dei sistemi lineari analoghi (risp. degli ordini m e n) relativi alle superficie date Ψ e X.

« Ciò premesso, assumendo ad arbitrio nei sistemi $[\Psi^{(m)}] = 0$ e $[X^{(n)}] = 0$ due coppie di superficie

$$\Psi_r^{(m)} = 0\,,\ \Psi_s^{(m)} = 0\,; \qquad X_t^{(n)} = 0\,,\ X_u^{(n)} = 0\,,$$

converremo di chiamare *singolarità composta* $[\sigma + \tau]$ nel punto P, quella, ben determinata che ivi possiede ogni superficie

$$\Xi \equiv \Psi_r^{(m)} X_t^{(n)} + a\, \Psi_s^{(m)} X_u^{(n)} = 0 \ ([2]).$$

« 4. Indichiamo con $[\varrho\sigma]$, $[\varrho\tau]$, $[\varrho(\sigma + \tau)]$ le singolarità, ben determinate, che le curve

$$\Phi = 0\,,\ \Psi = 0\,; \quad \Phi = 0\,,\ X = 0\,; \quad \Phi = 0\,,\ \Xi = 0$$

posseggono, rispettivamente, nel punto P.

« Poichè, per ipotesi, nelle vicinanze di questo punto le superficie generiche $\Phi^{(l)}$, $\Psi^{(m)}$ e $X^{(n)}$ sostituiscono identicamente le superficie date Φ, Ψ e X, ne segue che le anzidette singolarità si appartengono bensì, rispettivamente, alle curve

(C) $\quad \Phi^{(l)} = 0,\ \Psi^{(m)} = 0\,; \quad \Phi^{(l)} = 0,\ X^{(n)} = 0\,; \quad \Phi^{(l)} = 0,\ \Xi = 0.$

« Siano $E_{\varrho\sigma}$, $E_{\varrho\tau}$, $E_{\varrho(\sigma+\tau)}$ gli abbassamenti del genere di una curva gobba algebrica relativi alle singolarità $[\varrho\sigma]$, $[\varrho\tau]$, $[\varrho(\sigma + \tau)]$.

([1]) Ci auguriamo che ben presto possa essere tolta la superiore restrizione, almeno per quanto essa è richiesta dal presente problema, e però che si riesca a dimostrare qualmente l'ipotesi medesima è sempre soddisfatta qualunque possa essere il modo di comportarsi di una superficie algebrica in un punto; ciò che avrebbe speciale importanza in ordine a varie altre questioni relative a' punti singolari delle superficie.

([2]) Per questa definizione valgono medesimamente le considerazioni da noi fatte, in ordine alla definizione analoga nel piano, nel n. 2 della Nota *Sulla classe e sul numero dei flessi di una curva algebrica dotata di singolarità qualunque* (Questi Rendiconti, vol. V, 1° semestre, fasc. 1, p. 18, seduta del 6 gennaio 1889).

« Indicando ora, ordinatamente, con p_{lm}, p_{ln}, $p_{l(m+n)}$ i generi delle curve mobili (C), e con Q il numero dei punti mobili, residua intersezione delle tre superficie generiche:

$$\Phi^{(l)} = 0, \quad \Psi^{(m)}, = 0, \quad X^{(n)} = 0,$$

si hanno immediatamente le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} p_{lm} &= \tfrac{1}{2}\, lm\,(l+m-4)+1-E_{\rho\sigma}, \\ p_{ln} &= \tfrac{1}{2}\, ln\,(l+n-4)+1-E_{\rho\tau}, \\ p_{l(m+n)} &= \tfrac{1}{2}\, l\,(m+n)\,(l+m+n-4)+1-E_{\rho(\sigma+\tau)}, \\ Q &= lmn - I. \end{aligned}$$

« Or siccome il sistema lineare $[\Phi^{(l)}]=0$ soddisfa, per ipotesi, alla restrizione (A) (n. 2), in virtù del Lemma stabilito nella Nota precedente sarà:

$$Q + p_{lm} + p_{ln} - p_{l(m+n)} = 1\,;$$

donde, per sostituzione dei valori precedenti,

$$I = E_{\rho(\sigma+\tau)} - E_{\rho\sigma} - E_{\rho\tau}\,.$$

« Si ha dunque la seguente proposizione:

« Teorema. — Date tre superficie algebriche $\Phi=0$, $\Psi=0$, $X=0$, ognuna delle quali passi, in modo qualunque, per un punto P; se per una di esse, ad es. $\Phi=0$, è soddisfatta la restrizione (A) (n. 2), il numero delle loro intersezioni che sono assorbite dal punto P è dato dall'abbassamento del genere dovuto a questo punto per la curva

$$\Phi=0, \quad \Psi_r^{(m)}\, X_t^{(n)} + a\Psi_s^{(m)}\, X_u^{(n)} = 0$$

(dove a è una costante arbitraria e i polinomî $\Psi_r^{(m)}$, $\Psi_s^{(m)}$, $X_t^{(n)}$, $X_u^{(n)}$ sono definiti come al n. 3), diminuito della somma degli abbassamenti del genere dovuti allo stesso punto per le curve

$$\Phi=0, \ \Psi=0; \quad \Phi=0, \ X=0.$$

« 5. Un esempio elementare di questa proprietà ci è subito fornito dalle singolarità *ordinarie*, date arbitrariamente in un punto: Supposto che $[\varrho]$, $[\sigma]$ e $[\tau]$ siano dei punti multipli ordinari, risp. dei gradi a, b e c, pei quali i relativi coni tangenti delle superficie Φ, Ψ, X siano generali e *dati ad arbitrio* (in guisa da escludere il caso che due di essi si tocchino), si trova immediatamente:

$$\begin{aligned} E_{\rho\sigma} &= \tfrac{1}{2}\, ab\,(a+b-2), \\ E_{\rho\tau} &= \tfrac{1}{2}\, ac\,(a+c-2), \\ E_{\rho(\sigma+\tau)} &= \tfrac{1}{2}\, a\,(b+c)\,(a+b+c-2)\,; \end{aligned}$$

da cui la nota formola

$$I = a\,b\,c\,.$$

II.

« 6. Un'altra applicazione della proprietà generale dimostrata nella Nota precedente ci è suggerita da un problema algebrico relativo alla teoria delle trasformazioni razionali nello spazio.

« È noto, dai classici lavori del Cremona, che una rete omaloidica di curve

$$[\varphi] \equiv \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2 + \alpha_3 \varphi_3 = 0$$

individua una, ed una sola, corrispondenza razionale fra i punti del piano (o di due piani), e però la rete omaloidica inversa

$$[\psi] \equiv \beta_1 \psi_1 + \beta_2 \psi_2 + \beta_3 \psi_3 = 0\,.$$

« Parimenti, un sistema omaloidico di superficie (1)

$$[\Phi] \equiv \gamma_1 \Phi_1 + \gamma_2 \Phi_2 + \gamma_3 \Phi_3 + \gamma_4 \Phi_4 = 0$$

individua una, ed una sola, corrispondenza razionale fra i punti dello spazio (o di dua spazî) a tre dimensioni, e conseguentemente il sistema omaloidico inverso

$$[\Psi] \equiv \delta_1 \Psi_1 + \delta_2 \Psi_2 + \delta_3 \Psi_3 + \delta_4 \Psi_4 = 0\,.$$

« Pur tuttavia, mentre per le trasformazioni piane si ha la notevole proprietà che le due reti $[\varphi]$ e $[\psi]$ sono del medesimo ordine (e però, come dicesi, le due trasformazioni con cui si passa da una figura all'altra sono del medesimo *grado*), lo stesso non ha luogo per le trasformazioni nello spazio: i sistemi omaloidici $[\Phi]$ e $[\Psi]$ non sono, in generale, del medesimo ordine. Sorge dunque la questione seguente, che ci proponiamo di risolvere:

« Dato un sistema omaloidico $[\Phi]$, che serve di base ad una trasformazione razionale nello spazio, determinare il grado della trasformazione inversa, cioè l'ordine μ del sistema inverso $[\Psi]$ che ne risulta.

« Siano $\Phi_r = 0$, $\Phi_s = 0$, $\Phi_t = 0$, $\Phi_u = 0$ quattro superficie arbitrarie (linearmente indipendenti) del sistema dato $[\Phi] = 0$. Indichiamo con π_Φ il genere della sezione piana arbitraria della superficie generica $\Phi = 0$, e con π_Ξ il genere della sezione piana arbitraria della superficie

$$\Xi \equiv \Phi_r \Phi_s + a \Phi_t \Phi_u = 0\,.$$

« Siccome è noto, il numero cercato μ non è altro che l'ordine della curva mobile residua intersezione di due superficie arbitrarie del sistema $[\Phi] = 0$. Cosicchè, supposto, nel Teorema del n. 4 della precedente Nota,

(1) Ci sia lecito ricordare, in ordine alla definizione dei sistemi omaloidici, un teorema che abbiamo dimostrato or sono due anni: Affinchè un sistema lineare di superficie algebriche (dotato di singolarità base qualunque) sia un sistema omaloidico, è *necessario* e *sufficiente* che tre superficie arbitrarie del sistema si seghino in un sol punto mobile. Vi ha bensì un teorema analogo per le reti omaloidiche di curve piane. (Cfr. *Sui sistemi lineari di superficie algebriche dotati di singolarità base qualunque*. Rend. Circ. Matem., t. I, p. 338-349).

che i due sistemi $[\Psi]=0$ e $[X]=0$, ivi contemplati, coincidano, per guisa che si abbia un sistema unico, $[\Phi]=0$, pel quale μ esprime l'ordine della curva mobile comune a due delle sue superficie, si ha subito:

$$\mu = \pi_{\Xi} - 2\pi_{\Phi} + 1 .$$

« Possiamo quindi enunciare la seguente proposizione:

« Teorema. — Dato un sistema omaloidico di superficie algebriche $[\Phi]=0$ (dotato di singolarità base qualunque) che determina una trasformazione razionale nello spazio, il grado della trasformazione inversa che ne risulta (ossia l'ordine del sistema inverso $[\Psi]=0$) è uguale al genere della sezione piana arbitraria della superficie

$$\Phi_r \Phi_s + a\Phi_t \Phi_u = 0$$

(dove a è una costante arbitraria e $\Phi_r=0$, $\Phi_s=0$, $\Phi_t=0$, $\Phi_u=0$ sono quattro superficie del sistema dato, linearmente indipendenti), diminuito di due volte il genere della sezione piana arbitraria della superficie generica $\Phi=0$, ed aumentato dell'unità ».

Chimica. — *Sulla costituzione dell'acido filicico.* Osservazioni di Ugo Schiff.

« Una pubblicazione di G. Daccomo sulla costituzione dell'acido filicico (1) ha dato occasione ad osservazioni di E. Luck (2) ed ultimamente anche di E. Paternò (3). A torto Daccomo non si peritava a dire, che le analisi di Luck, fatte, come ritiene Daccomo, con materiale impuro, non meritino di essere prese in considerazione. Luck era nel suo diritto di risentirsene e di tornare nuovamente sulle sue analisi pubblicate nel 1851 e che vanno molto bene d'accordo con quelle recenti di Daccomo. Del resto la Nota di Luck non contribuisce in nessun modo a chiarire meglio i fatti e non intacca menomamente le ricerche di Daccomo.

« Più speciose sono le osservazioni di Paternò e non si può dire, che esse non siano in gran parte giustificate. Osservazioni simili furono fatte anche da altri, benchè non credessero conveniente di pubblicarle per le stampe. Se dopo le osservazioni già fatte da altri, io mi permetto di scen-

(1) G. Daccomo, Ann. di chim. e di farmacologia 1888, p. 295. Berichte d. chem. Gesellsch. XXI, p. 2962.

(2) E. Luck. Berichte ecc. XXI, p. 3465.

(3) E. Paternò. Rendiconti Acc. Lincei, febbraio 1889, p. 144.

dere nella lizza, allora non intendo con ciò di prolungare queste discussioni, ma piuttosto di metterle sul campo più sereno e più positivo dei fatti e dello sperimento.

« Ammesso e concesso che le analisi concordanti di Luck, di Grabowski [1] e di Daccomo fissino la formola empirica dell'acido filicico a $C^{14} H^{16} O^{5}$, cosa c' insegnano i fatti conosciuti riguardo alla costituzione di questo acido?

« Daccomo cita uno dei principali fatti dimostrato da Grabowski, che cioè l'acido filicico trattato con la potassa fusa, dà acido butirrico (riconosciuto da Daccomo come acido isobutirrico) e *floroglucina*, mentre colla potassa acquosa concentratissima, accanto ad acido butirrico e poca floroglucina, nasce un corpo cristallizzato, che ha la composizione della monobutirrilofloroglucina. Ma Daccomo, quasi come se non vi annettesse nessuna importanza, non si ferma su questi fatti, che propriamente avrebbero dovuto formare il punto di partenza delle sue ricerche. Probabilmente egli non ha letto nell'originale la Memoria di Grabowski. Se Daccomo avesse vista l'analisi della floroglucina idratata e di quella anidra, se avesse saputo che allora, alle porte d'Italia, nel laboratorio di Hlasiwetz a Innsbruck, la floroglucina fu quasi il pane quotidiano, che allora in quel laboratorio la floroglucina era meglio conosciuta che non in qualunque altro laboratorio [2], allora gli avrebbe certamente fatta maggiore impressione quel ritrovato, di cui dice lo stesso Grabowski:

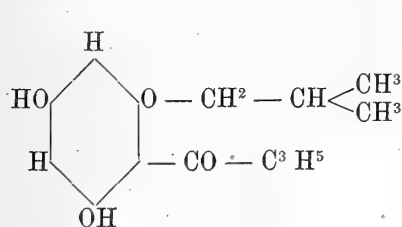
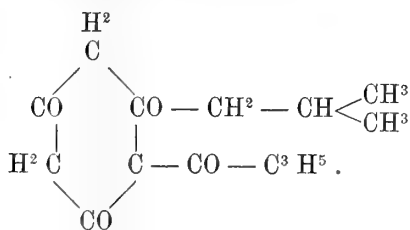
« Il secondo prodotto di decomposizione si svelò ben tosto nelle forme « facilmente riconoscibili della floroglucina, sostanza le tante volte osservata « e studiata in questo laboratorio ».

« Nel trattamento dell'acido filicico con la potassa concentratissima, Grabowski ricava, come fu detto, acido butirrico, poca floroglucina e quella sostanza cristallina, che egli, è vero, considera come monobutirrilofloroglucina, ma che evidentemente non lo è. Grabowski già allora pone il quesito se i due butirrili da lui ammessi non stiano, almeno parzialmente, non nell'idrogeno tipico (negli ossidrili), ma nel radicale (nel nucleo benzinico), visto che la potassa non fusa non distacca che un butirrile solo e visto che la butirrilofloroglucina da lui preparata, non è identica coll'acido filicico. E sembra difatti come se un aggruppamento tetracarbonico stia nel nucleo. Questa catena tetracarbonica, oltre a ciò, deve essere una catena normale (rettilinea), perchè le ricerche di Daccomo rendono assai probabile, che questa catena possa dare luogo ad un secondo anello benzinico. Tale catena normale deve essere attaccata alla floroglucina in modo tale da dare luogo facilmente ad una chiusura chinonica e da staccarsi non troppo difficilmente, senza lasciare un

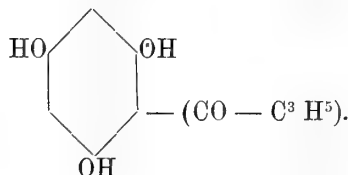
(1) A. Grabowski, Ann. d. Chemie 143, p. 279.

(2) La floroglucina fu scoperta da Hlasiwetz nel 1855 e per ben 13 anni uscirono dal suo laboratorio dei lavori intorno a questa sostanza ed intorno a sostanze vegetali, che danno floroglucina nella successiva loro decomposizione.

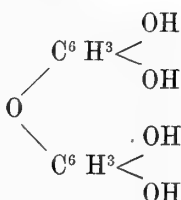
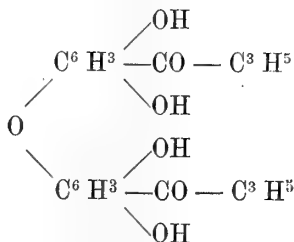
metile attaccato al nucleo floroglucinico. A tutte queste esigenze corrispondono le formole:

```
        H                                          H²
       / \                                         C
   HO/     \O — CH² — CH<CH³                     /   \
    |       |            CH³                   CO      CO — CH² — CH<CH³
    |       |                                  |       |             CH³
   H\       /— CO — C³ H⁵                     H² C     C — CO — C³ H⁵ .
      \   /                                      \   /
       OH                                         CO
```

Acido filicico
forma primaria.

forma bi-secondaria.

Staccato il butirrile mediante la potassa, si arriva al composto $C^{10} H^{10} O^{4}$ colla formola di costituzione:

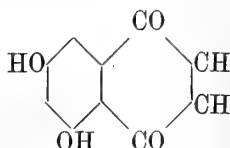
```
         / \
    HO/     \OH
     |       |
     |       |— (CO — C³ H⁵).
      \     /
        \ /
        OH
```

Isocrotonilo-floroglucina

Ponendo mente alla facilità con la quale la floroglucina passa nella sua prima anidride, la floroglucide, non sarà difficile che anche il composto $C^{10} H^{10} O^{4}$ possa raddoppiarsi con eliminazione di una molecola di acqua, formando così il composto $C^{20} H^{18} O^{7}$ analizzato dal Daccomo:

```
                                                /OH
            OH                          C⁶ H³ —CO — C³ H⁵
     C⁶ H³<                            /      \
    /       OH                        /        \OH
   O                                 O
    \       OH                        \         /OH
     C⁶ H³<                            \C⁶ H³ —CO — C³ H⁵
            OH                                 \OH
```

floroglucide.

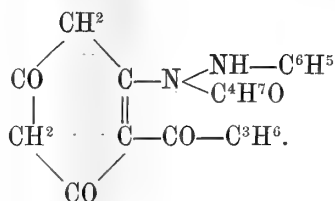
Isocrotonilo-floroglucide.

« Si sa che la butilbenzina ad alta temperatura può essere trasformata in naftalina e non sembra inverosimile, che anche il composto $C^{6}H^{2} \begin{array}{l} \equiv (OH)^{3} \\ \diagdown C^{4}H^{5}O \end{array}$ a 199° possa dare luogo ad una chiusura di catena e possa, coll' intervento di una ossidazione, anche far nascere un diossinaftochinone

```
                     CO
        / \        /    \
    HO/     \    /        \CH
     |       |  |          |
     |       |  |          /CH
      \     /    \        /
        OH          CO
```

il quale, ossidato coll'acido nitrico, darebbe nascimento all'acido ftalico, trovato dal Daccomo.

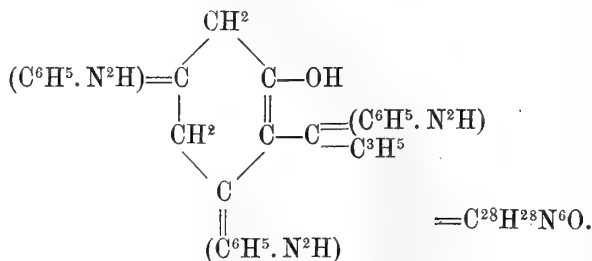
« Ma quel diossinaftochinone *non* esiste già bello è formato nell'acido filicico, come con erronea interpretazione ammette il Daccomo. Anzi egli stesso ci insegna che quest'acido, ossidato con l'acido cromico, col permanganato potassico o coll'acido nitrico non dà nessun composto aromatico, ma soltanto acido ossalico, la sostanza cioè che in queste condizioni si ottiene anche dalla floroglucina. L'acido ftalico viene ottenuto soltanto dal prodotto di sdoppiamento, appunto perchè quest'ultimo può dare luogo ad una chiusura di catena.

« La fenilidrazina, dotata di forti proprietà basiche, agendo sopra un etere butirrico, dovrà in primo luogo staccare il butirrile sotto forma di butirrilofenilidrazina, la quale ultima potrà sottentrare al butirrile medesimo, formando il composto:

$$\begin{array}{ccc} & CH^2 & \\ CO & & C{-}N{<}^{NH-C^6H^5}_{C^4H^7O} \\ | & & \| \\ CH^2 & & C{-}CO{-}C^3H^6. \\ & CO & \end{array}$$

Acido fenilidrazinofilicico

(forma bi-secondaria).

« Coll'azione di un eccesso di fenilidrazine, ancora tre altre molecole di questa potrebbero entrare nell'acido, conducendo così al composto tetrafenilidrazinico, analizzato dal Daccomo. Ma molto più probabile egli è, che il butirrile si elimini completamente come butirrilo fenilidrazina e che si formi piuttosto il composto trifenilidrazinico

$$\begin{array}{ccc} & CH^2 & \\ (C^6H^5.N^2H){=}C & & C{-}OH \\ | & & \| \\ CH^2 & & C{-}C{=}^{(C^6H^5.N^2H)}_{-C^3H^5} \\ & C & \\ & \| & \\ & (C^6H^5.N^2H) & \end{array} \quad = C^{28}H^{28}N^6O.$$

il quale richiede in 100 parti:

72,42 % C — 6,04 % H — 18,10 % N.

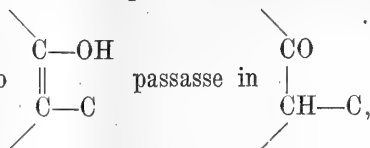
mentre che il Daccomo trova:

72,73 % C — 6,41 % H — 18,10 % N.

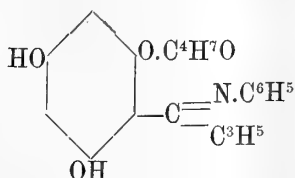
« Anche se si volesse ammettere che il composto sbutirrato passasse in forma trisecondaria che cioè il gruppo

$$\begin{array}{l} \diagdown \\ \;C{-}OH \\ \;\| \\ \;C{-}C \\ \diagup \end{array}$$

passasse in

$$\begin{array}{l} \diagdown \\ \;CO \\ \;| \\ \;CH{-}C, \\ \diagup \end{array}$$

non si potrebbero introdurre più di tre residui fenilidrazinici, siccome si sa dalle ricerche di Herzig e Zeisel (1) che la sostituzione dell' idrogeno nel nucleo con altri radicali protegge dall'azione della fenilidrazina e dell' idrossilamina quei carbonili CO, che si trovano in posizione *orto* relativamente al carbonio in cui è avvenuta la sostituzione.

« Daccomo tratta l'acido filicico coll'anilina, servendosi dell'acido acetico glaciale come solvente. In queste caso il solvente potrebbe agire da disidratante e perciò l'anilina potrebbe agire sul gruppo acetonico della catena laterale, mentre che l'acido acetico protegge nel tempo stesso il butirrile dall'essere eliminato mediante l'azione dell'anilina. Il derivato anilico potrebbe perciò avere la formola:

HO — (anello benzenico) — $O.C^4H^7O$; $—C{=}N.C^6H^5$, $—C^3H^5$; OH

» Volendosi poi analizzare anche il gruppo C^3H^5, allora si sarà più nel vero, attribuendogli la formola dell'allile ($—CH^2—CH{=}CH^2$), forma in cui C^3H^5 si trova in altri composti vegetali, forma che anche meglio si presta ad una chiusura di catena. Ammessa questa formola, si potrà spiegare anche l'entrata di almeno quattro atomi d' idrogeno nell'acido filicico e forse anche di sei atomi, come ammette il Daccomo. Certo è che con un tale composto idrogenato l'ossigeno non si combina semplicemente, ma stacca prima almeno una parte dell' idrogeno in forma di acqua. Se, come ha fatto il Daccomo, l'acido filicico si sottopone all' idrogenazione, poi all'ossidazione, poi alla distillazione col vapore di acqua, poi all'ebollizione col carbonato baritico e finalmente all'evaporazione della soluzione, allora è certa una cosa, quella cioè che si stacca il butirrile; e questo risulta dalle parole medesime di Daccomo. Se il composto baritico, ottenuto dopo tanto strazio della sostanza, è un derivato del prodotto di sdoppiamento $C^{10}H^{10}O^4$, allora la formola $(C^{10}H^9O^4)^2$ Ba richiederebbe il 26,2 % di Bario, mentre il Daccomo ve ne trova il 26,7 %. Vero egli è che il carbonio e l' idrogeno, trovati dal Daccomo, non si accomodano a questa formola, nemmeno se si volesse dare valore alla supposizione

(1) Herzig e Zeisel, Monatshefte f. Chem. IX, p. 898. — Berichte chem. Ges. XXI, p. 2493.

gratuita fatta da Paternò, che non si abbia tenuto conto dell'acido carbonico, rimasto nel tubo di combustione in forma di carbonato baritico.

« Il gruppo ($—CH^2—CH=CH^2$) permette l'addizione di due atomi di bromo. Il metodo seguito dal Daccomo non gli permise di arrivare al composto bibromurato contenente ($—CH^2—CHBr—CH^2Br$). Questo gruppo, perdendo HBr, doveva trasformarsi in ($CH^2—CH=CHBr$), conducendo così all'acido monobromofilicico. L'acido monoclorurato fu già preparato da Luck.

« La forma bi-secondaria della floroglucina nell'acido filicico potrebbe spiegare perchè non vi agiscono i cloruri di acetile e di propionile. Ma forse si potrà raggiungere d' introdurre i relativi radicali acidi, servendosi delle anidridi acetica o propionica. Per evitare che il butirrile già esistente nell'acido non venga spostato dall'acetile o dal propionile, sarebbe indicata l'applicazione dell'anidride butirrica.

« Insomma, dietro ciò che ho esposto in questa Nota, l'acido filicico non sarebbe nè un acido, nè un derivato di un ossinaftochinone, ma costituirebbe il *butirrofloroglucin-allil-chetone*. Riconfermata la formazione della floroglucina, le ricerche sulla costituzione di quel composto dovrebbero avere di mira 1°) l'analisi della catena per la quale ho, per ipotesi, ammesso la formola ($CO—C^3H^5$) e 2°) la posizione di questa catena laterale relativamente allo ossigeno che porta l' isobutirrile (orto o para), ammesso che quest' ultimo stia veramente nel nucleo e non nella catena laterale. E qui non credo di dovere entrare in altre reazioni ed altri composti, ai quali l'acido filicico potrebbe dare luogo e che potrebbero servire a sempre maggiore conferma della formola, ch' io ho proposto appoggiandomi sui dati sperimentali resultanti dalle ricerche di Grabowski e di Daccomo e sottoponendo questi ultimi, come mi lusingo, ad una non erronea interpretazione ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Ferri presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste il vol. II delle opere del Corrispondente G. Carducci dal titolo: *Primi Saggi*.

Il Socio von Sickel presenta la sua pubblicazione: *Liber diurnus Romanorum Pontificum*, e ne discorre [1].

Il Socio Guidi offre, a nome dell'autore dott. S. Levi, il vol. VII (Supplemento) del *Vocabolario geroglifico copto-ebraico*.

(1) V. pag. 392.

Il Socio Monaci presenta la nuova pubblicazione fatta per cura del Corrispondente A. D'Ancona, dell'opera: *L'Italia alla fine del secolo XVI; giornale del viaggio di Michele de Montaigne in Italia nel 1580 e 1581.* Nuova edizione del testo francese ed italiano con note ed un Saggio di Bibliografia dei Viaggi in Italia.

Il Socio Tommasini fa omaggio della pubblicazione del dott. E. Peverelli: *Il Consiglio di Stato nella Monarchia di Savoja dal Conte Tommaso I di Moriana fino ad Emanuele Filiberto*, e presenta inoltre il proprio lavoro: *Il Diario di Stefano Infessura, studio preparatorio alla nuova edizione di esso.*

Il Socio Blaserna offre a nome dell'autrice Ellen F. White, due opuscoli intitolati: *Swedish Gymnastics, educational and medical.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Ferri comunica alla Classe che all'Elenco dei concorrenti al premio Reale di Storia, scaduto il 31 dicembre 1888, deve aggiungersi il sig. Antonio Gianandrea il quale, come risulta da comunicazioni del Ministero della Pubblica Istruzione, aveva in tempo utile inviato il proprio lavoro: *Carte diplomatiche jesine* (st.) per prender parte al detto concorso.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Ferri dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società filosofica di Cambridge; la Società degli antiquari di Londra; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società di scienze naturali di Emden; l'Istituto meteorologico rumeno di Bucarest; il Comitato geologico russo di Pietroburgo.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Ministero della Guerra; la Società di scienze naturali di Gera.

L. F.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 aprile 1889.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Agronomia. — *La inoculazione preventiva del carbonchio in Campagna di Roma.* Nota del Socio Corrado Tommasi-Crudeli.

« Nei primi del passato marzo i giornali di Roma annunziarono un vasto esperimento di inoculazione preventiva del carbonchio, che il prof. Perroncito si proponeva di fare sugli armenti dell'agro romano. Chiamato in causa da uno di quei giornali, per le opinioni altra volta da me espresse in proposito, feci un appello pubblico alle autorità competenti, onde impedissero quel-l'esperimento, dichiarandolo pericoloso. Avvennero allora dei fatti, che qui non è il luogo di narrare e di giudicare, i quali motivarono la interpellanza da me rivolta nella Camera dei Deputati ai Ministri dell'Interno e dell'Agricoltura, il 21 marzo 1889.

« Io mi sono tenuto estraneo alle vive polemiche suscitate da quei fatti, e tale continuerò a mantenermi. Ma debbo all'Accademia, che mi ha iscritto fra i Soci della Sezione di agronomia, debbo sopratutto all'uomo eminente che illustra col suo nome l'albo di questa nostra Sezione, Luigi Pasteur, di esporvi le ragioni, scientifiche e pratiche, per le quali io mi sono opposto all'esperimento progettato.

« Nessuno mi accuserà certo di avversare, in massima, la vaccinazione carbonchiosa. Un mio libro di patologia pubblicato il 31 marzo 1882 (pochi mesi dopo la famosa comunicazione di Pasteur al Congresso di Londra), del quale feci omaggio all'Accademia, dà la più ampia prova del contrario. In quel libro io mi dichiarava talmente convinto della eccellenza del metodo scientifico, il quale aveva condotto Pasteur alla scoperta del vaccino del coléra dei polli e del carbonchio, da spingermi perfino a profetizzare che i nuovi lavori di Pasteur sulla localizzazione del virus rabico, avrebbero condotto alla scoperta di un vaccino della rabbia [1]. E ciò due anni prima che Pasteur comunicasse al Congresso di Copenaghen questa sua nuova e brillante scoperta.

« Se non che, fedele ai precetti dell'illustre inventore, io ho sempre raccomandato di praticare la vaccinazione carbonchiosa soltanto nelle località nelle quali il vero carbonchio già esiste, ed ha presa forma epizootica. La ragione di ciò è chiara. Quello che noi, per brevità e per analogia, chiamiamo *vaccino del carbonchio*, non è un vaccino nello stretto senso della parola. Non è, cioè, un fermento morbigeno di specie diversa da quello il quale produce la malattia che si vuol prevenire; come avviene pel vaiuolo delle vacche (vaccino) che adoperiamo per prevenire il vaiuolo dell'uomo. È invece lo stesso fermento morbigeno del carbonchio (*bacillus anthracis*) del quale si attenua artificialmente la virulenza, per modo da renderlo capace di produrre una infezione lieve, la quale per un certo tempo preserva gli animali inoculati dal carbonchio mortale. Siamo qui precisamente nel caso nel quale eravamo in Europa, rispetto al vaiuolo umano, prima della grande scoperta di Jenner. Lady Montague aveva importata dall'Oriente nel secolo passato una antica pratica dei medici arabi, i quali avevano immaginato di preservare gli uomini dagli attacchi gravi del vaiuolo, inoculando loro il virus vaiuoloso tolto ad ammalati di vaiuolo mite. Essi profittavano di quella attenuazione di virulenza, che l'adattamento della specie all'ambiente produceva nel fermento vaiuoloso sviluppatosi in alcuni organismi umani, per procurare in tempo utile ad altri un vaiuolo benigno, il quale li preservava da un accidentale attacco di vaiuolo grave. Questa pratica era benefica, ma non sempre lo era; perchè talvolta la virulenza del fermento tolto ad un ammalato di vaiuolo mite, non era diminuita per modo da renderlo incapace di produrre un vaiuolo grave, od anco mortale, in organismi poco resistenti.

« Lo stesso avviene col vaccino carbonchioso, anche quando esso è preparato nel miglior modo finora conosciuto, che è quello adoperato dal suo inventore Pasteur. Se l'attenuazione della virulenza del bacillo carbonchioso riesce soverchia, le inoculazioni sono inutili: è lo stesso che iniettare sotto la pelle

[1] Tommasi-Crudeli, *Istituzioni di anatomia patologica*, Vol. I, pag. 139 e 140. Torino, Ermanno Loescher, 1882.

degli animali dell'acqua fresca. Per ottenere l'effetto preservativo bisogna che l'attenuazione della virulenza non sorpassi certi limiti, onde si produca una infezione lieve dell'animale inoculato. Ma quando si fa la inoculazione di questo vaccino molto estesamente, avviene sempre che alcuni degli animali inoculati si ammalino di carbonchio mortale.

« Questi casi disgraziati si verificano assai di rado negli animali bovini, ma sono frequenti nelle pecore, e più frequenti ancora nelle capre.

« Da ciò la massima di non far mai inoculazioni preventive del carbonchio, nei paesi nei quali il carbonchio non esiste : massima che il nostro Ministero di agricoltura ha fatto sempre rispettare sino al 10 marzo p. p., e che il Consiglio superiore di sanità del Regno ha da vari anni promulgata. Il carbonchio è un contagio terribile, perchè è quasi sempre mortale, e perchè si comunica con gran facilità da un animale all'altro, e dagli animali all'uomo. Quindi non si può affrontare con leggerezza il pericolo di introdurlo, mediante le vaccinazioni, in una regione che ne è immune, e di infettare armenti sani coll'idea di preservarli da possibili futuri attacchi di carbonchio. Quando si inocula un vaccino efficace, e non un liquido inerte, questo pericolo è talmente grande, che ormai si è convenuto di praticare le vaccinazioni preventive soltanto nei paesi nei quali il carbonchio è epizootico, e di astenersene in quelli dove esso è sporadico.

« Se queste regole sono ritenute necessarie nei paesi nei quali gli animali vivono in stalla, e possono quindi essere facilmente sorvegliati, ed all'occasione isolati, e poi sotterrati colle debite cautele ; a più forte ragione esse debbono essere osservate dove gli armenti sono bradi, e vagano liberamente in estese pasture. La propagazione del carbonchio in questi armenti, una volta che la vaccinazione ve lo avesse introdotto, non avrebbe limiti prevedibili. Impedire i contatti fra gli animali ammalati ed i sani sarebbe quasi impossibile: impossibile poi impedire che le pasture fossero inquinate dai germi carbonchiosi. Le spore del bacillo antracico hanno vita tenace ; e queste spore viventi abbondano nelle deiezioni degli animali ammalati, nei corpi degli animali morti, e negli escrementi dei vermi che di quei cadaveri si cibano. Col passaggio frequente degli armenti da una riserva all'altra, vaste tenute sarebbero rapidamente infette, ed i foraggi inquinati servirebbero a propagare sempre più estesamente la malattia.

« Nell'agro romano la condizione delle cose è questa : Non vi sono stalle, se non per un piccolo numero di vacche da latte. I numerosi armenti bovini, ed i numerosissimi armenti ovini che vi pascolano, sono bradi : di più emigrano in massa ai monti nella stagione calda, ritornando alle loro pasture invernali in autunno. Cosicchè, se il carbonchio incominciasse a serpeggiare fra loro, essi finirebbero coll'inquinare le polveri di tutte le strade che traversano l'Agro, le quali polveri, trasportate a distanza dai venti, contribuirebbero all'inquinamento carbonchioso dei pascoli. Stando così le cose, era

naturale che io mi opponessi nel 1883 alla vaccinazione carbonchiosa degli armenti dell'Agro, dove il carbonchio *non esiste*; ed a più forte ragione mi vi opponessi ora, dappoichè tutti gli uomini competenti della Commissione sanitaria municipale e del Consiglio sanitario provinciale di Roma, da un lato, ed i membri della Commissione per le malattie del bestiame istituita nel Ministero di agricoltura dall'altro, hanno finito col riconoscere *la non esistenza del carbonchio in Campagna di Roma*. Il carbonchio, del quale si parlava nel 1883, non era che l'*acetone* (*quarto nero* degli inglesi, *carbonchio sintomatico*), malattia divenuta adesso assai rara fra noi, la quale non ha nulla che vedere col carbonchio, o pustola maligna.

« Gli allevatori della campagna di Roma erano stati finora tutelati dai pericoli ai quali volevano esporli alcuni ostinati vaccinatori, perchè il Ministero di agricoltura aveva proibite le vaccinazioni carbonchiose nell'Agro. Esso aveva proibita anche una vaccinazione che si voleva fare il 10 Marzo p. p. nel territorio finitimo di Civitavecchia, dove l'ispettore prof. Rivolta non aveva trovato carbonchio. Ma subito dopo questa proibizione, l'azienda delle malattie del bestiame venne trasportata al Ministero dell'interno, e il Direttore di sanità permise di fare il 17 marzo, in Civitavecchia, quella vaccinazione che era stata impedita il giorno 10. Questo fatto ha allarmato gli allevatori romani, i quali chiedono adesso che il Ministero dell'interno li garantisca da queste spiacevoli sorprese, come prima faceva il Ministero di agricoltura. Essi domandano che non si permettano vaccinazioni carbonchiose nell'agro romano e nei territori finitimi, se non quando il Consiglio superiore di sanità, risiedente al Ministero dell'interno, abbia riconosciuta la esistenza di una epizoozia carbonchiosa. Dopo quanto vi ho esposto, è inutile aggiungere che io trovo la loro domanda onesta, e giusta ».

Idrografia. — *Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1888*. Memoria del Socio A. Betocchi.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Astronomia — *Sulla fotografia dell'eclisse totale di sole del 1 gennaio 1889 fatta all'Osservatorio di Lick*. Nota del Corrispondente P. Tacchini.

« Il ch. prof. Holden inviava in dono all'Accademia dei Lincei un positivo in vetro della fotografia dell'eclisse del 1 gennaio 1889 fatta all'Osservatorio di Lick, sulla quale il chiarissimo nostro Presidente m'incaricava

di riferire. Il disco lunare vi è rappresentato da un cerchio del diametro di 12 millimetri, contornato da un'aureola corrispondente alla corona solare; la fotografia è riescita assai bene, così che alcuni dettagli della corona sono visibili nettamente anche senza l'impiego di lente d'ingrandimento. Il bordo lunare è intaccato marcatamente in due posti per effetto di diffusione delle immagini di due protuberanze, come più facilmente si vede nello ingrandimento che presento. Le due protuberanze, si possono ritenere corrispondenti ai due soli gruppi di protuberanze osservate in pieno sole a Palermo il 1 gennaio dell'anno corrente, ed anche a quelli veduti a Roma il 31 dicembre 1888. Infatti le due protuberanze nella fotografia di Lick distano di 64 gradi, e 64°,5 è l'arco di bordo che separa i gruppi di protuberanze osservati a Palermo e Roma; questi gruppi erano sul bordo occidentale del sole e al 1 gennaio avevano un'altezza superiore al minuto. Mi sono servito di queste protuberanze per orientare la fotografia, coll'indicazione della parte nord data dal Wesley.

« Il fatto saliente si è, che rispetto all'asse di rotazione del sole la corona risulta disposta in modo, che le parti di essa meno elevate e meno dense corrispondono alle regioni polari, oltre che in queste regioni la corona è composta di piccoli raggi ben distinti, specialmente attorno al polo boreale, e sono come divergenti dai poli stessi, cioè essi s'inclinano maggiormente verso l'equatore, più sono distanti dai poli. Nella regione nord si vedono nettamente 11 raggi o pennacchietti che sono alti $^1/_3$ circa del raggio lunare; intorno al polo sud se ne contano 7 un poco più bassi dei primi. Questi tratti di corona non sono proprio simmetrici rispetto ai poli, ma si vede che nei luoghi dei poli i raggi della corona sono normali al bordo del sole. La corona poi è compatta e più estesa nel senso dell'equatore solare fra $+ 64^\circ$ e $- 68^\circ$ al bordo occidentale e fra $+ 53$ e $- 68$ al bordo orientale: questi sono all'incirca i limiti della grande zona con frequenza di protuberanze indicati nelle mie ultime Note all'Accademia: la maggiore estensione della corona compatta nell'emisfero australe si accorderebbe colla persistente maggior frequenza delle protuberanze da me trovata per quell'emisfero. La corona presenta la maggiore estensione nei posti delle grosse protuberanze, ove raggiunge un'altezza intorno a $^2/_3$ del raggio lunare. Oltre alle due intaccature, che corrisponderebbero alle protuberanze vedute a Roma e Palermo in pieno sole, ci sono nella fotografia altre due intaccature minori al bordo orientale entro la corona compatta, che non hanno le corrispondenti protuberanze nel disegno fatto in pieno sole: è probabile, che si tratti di protuberanze bianche.

« Guardata con un microscopio la fotografia, si vede che l'anello bianco che circonda la luna si decompone in grani o fiammelle, e segnatamente in prossimità della protuberanza maggiore all'W; che anzi in quel tratto si

può dire, che si vedono proprio delle piccole protuberanze ben distinte, ciò che dimostra quanto bene riuscita sia la fotografia.

« L'anzidetta particolarità di corona debole ed a raggi netti e divergenti intorno ai poli del sole, si trova anche nella fotografia dell'eclisse del luglio 1878; anzi la fotografia della corona di quell'eclisse è molto somigliante a quella del gennaio di questo anno. Il sig. Raynard nel suo rapporto notava, che al 1878 la forte differenza di estensione della corona all'equatore e ai poli corrispondeva a un minimo delle macchie, ciò che viene confermato da quest'ultimo eclisse al pari di altri precedenti, ad esempio quelli del 1868 e 1869.

« Il sig. Todd direttore dell'Amherst College Observatory mi ha inviato un disegno della corona 1 gennaio 1884, fatto a mezzo di parecchi disegni di differenti parti della corona eseguiti secondo le istruzioni da lui date: questo disegno accorda benissimo colla fotografia fatta all'osservatorio di Lick, perchè la corona vi è depressa intorno ai poli e costituita di raggi netti ricurvi, mentre è molto estesa e compatta nel senso dell'equatore. L'estensione della corona nelle regioni equatoriali è nel disegno del prof. Todd molto maggiore di quella data dalla fotografia, come era da aspettarsi. Il paragone della fotografia dell'Osservatorio di Lick col disegno del sig. Todd, dà un maggior valore a tanti disegni fatti anteriormente.

« Se poi le due protuberanze grosse della fotografia di Lick dovessero passarsi al bordo orientale, esse sarebbero certamente due migliori esempi di grandi protuberanze bianche invisibili a sole pieno, come quella da me osservata a Granata nel 1886 e che si trovò poi visibile nella fotografia del Pickering; ciò si deciderà, spero, colla fotografia, che il prof. Holden, mi ha annunziato di avere spedito alla nostra Società degli Spettroscopisti di cui è membro. Questo cambiamento però di bordo rispetto alle dette protuberanze, non altererebbe punto quanto si è detto sulla corona solare in rapporto coll'asse di rotazione del sole ».

Astronomia — *Sulle osservazioni di macchie, facole e protuberanze solari fatte al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 1° trimestre del 1889.* Nota del Corrispondente P. Tacchini.

« Sebbene la stagione sia stata ostinatamente cattiva, pure nel trimestre si riescì a raccogliere sufficiente numero di osservazioni per potere utilmente paragonare questa nuova serie con quelle dei trimestri precedenti. Per le macchie e facole solari le giornate di osservazione furono 63, cioè 21 in gennaio, 16 in febbraio e 26 in marzo.

« Ecco il quadro dei risultati per mese e per trimestre:

1889	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M + F	Frequenza dei giorni senza M + F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Gennaio . .	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	6,00
Febbraio . .	1,38	1,88	3,26	0,50	0,00	0,56	8,12	1,56
Marzo . . .	0,69	1,00	1,69	0,62	0,04	0,50	3,64	6,81
1° trimestre	0,64	0,89	1,52	0,71	0,01	0,35	3,56	5,19

« Nel gennaio si ebbe nella nostra serie di osservazioni mancanza continua di macchie e fori. Dai risultati mensili come dalle medie del trimestre si vede quanto il fenomeno delle macchie e facole sia andato diminuendo in confronto dell'ultimo trimestre del 1888; e perciò è fuor di dubbio, che il nuovo minimo dobbiamo intanto attenderlo nel 1889. Compensando i valori mensili della frequenza delle macchie nel modo indicato in una mia precedente Nota riguardante le osservazioni dal 1877 a tutto il 1884, si ha dal 1885 a tutto febbraio 1889 una serie che incomincia colla frequenza di 20,7 nel gennaio 1885 e finisce con 1,7 nel febbraio 1889; gli ultimi 3 valori, cioè la frequenza del dicembre 1888 e gennaio e febbraio 1889 sono tutte e tre inferiori a 2. Ora noteremo che durante il precedente minimo la frequenza si ridusse minore dell'unità, e tale si mantenne dall'aprile 1878 al maggio 1879; se dovesse ripetersi la stessa cosa per il nuovo minimo, esso potrebbe avvenire verso la fine del corrente anno.

« Riguardo alle osservazioni della cromosfera solare, esse sono in numero un poco minore e qui appresso diamo i risultati ottenuti:

1889	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Massima altezza osservata
Gennaio . .	17	4,47	43″8	1°,8	74″
Febbraio . .	11	7,73	45,4	1,4	100
Marzo . . .	19	7,32	43,8	1,3	94
1° trimestre	47	6,38	44,2	1,5	100

« Mentre il fenomeno delle macchie presentò in questo primo trimestre dell'anno una sensibile diminuzione, le protuberanze invece sono state qualche poco più frequenti in confronto del precedente trimestre, e ben poca è la differenza nelle medie per i due trimestri anzidetti, ciò che del resto è conforme al ritardo del minimo delle protuberanze rispetto a quelle delle macchie. La cromosfera è stata spesso assai bella, specialmente in marzo, nel qual mese furono osservate il 5 e il 13 eruzioni metalliche ».

Matematica. — *Sulle funzioni coniugate.* Nota del Corrispondente VITO VOLTERRA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulla determinazione del peso molecolare delle sostanze organiche per mezzo del punto di congelamento delle loro soluzioni.* Nota del Socio E. PATERNÒ e del dottor R. NASINI.

« Dopo che Raoult ebbe pubblicate le sue classiche memorie sulla legge del congelamento delle soluzioni acquose delle sostanze organiche e sulla legge generale del congelamento delle soluzioni fatte con diversi solventi (1), noi per i primi, nel marzo del 1886 (2), abbiamo attirato l'attenzione dei chimici su questa legge che, come abbiamo allora detto, sembrava destinata a rendere alla chimica importanti servigi. Ed abbiamo fin da allora sottoposta la legge al più decisivo dei controlli, studiando cioè il comportamento delle sostanze polimere e provando che col metodo fondato sul punto di congelamento delle soluzioni, si ottenevano per il rapporto tra i pesi molecolari dell'aldeide e paraldeide, della cianamide e diciandiamide gli stessi risultati forniti dalla densità di vapore. In seguito, e principalmente dopo la pubblicazione di V. Meyer (3), moltissimi chimici si sono occupati con predilezione di questo studio, tanto che si è raccolto in poco più di un anno un materiale sperimentale considerevolissimo. Tutte queste varie esperienze e le considerazioni teoriche svolte dal Van 't Hoff, se da un lato hanno confermato la legge fondamentale del Raoult, dall'altro hanno mostrato che prima di poterla applicare con sicurezza alla soluzione di problemi chimici è necessario uno studio attento ed esteso in particolar modo per le variazioni che la legge subisce col variare della concentrazione delle soluzioni. In questa memoria noi ci proponiamo di rendere pubbliche un certo numero di esperienze relative allo studio comparativo di talune sostanze polimere, di raccogliere nuovi dati intorno al comportamento di sostanze il cui peso molecolare non è stato determinato con metodi diretti e anche di altre di costituzione nota, e finalmente diremo dei tentativi fatti per introdurre l'impiego di altri solventi, oltre quelli studiati dal Raoult, allo scopo di poter sempre meglio vincere le difficoltà che spesso s'incontrano per la poca solubilità di taluni composti

(1) Annales de Chimie et de Physique. 5me série, t. XXVIII, p. 133 (1883) e 6me série, t. II, p. 66 (1884).

(2) R. Accademia dei Lincei e Gazzetta chimica, t. XVI.

(3) Berl. Berichte. XXI, pag 536, 1888.

nei solventi fin ora comunemente in uso. Per quello che riguarda il metodo sperimentale ci siamo attenuti a quello già da noi descritto nella nostra prima memoria sopra citata: anche l'abbassamento molecolare è stato calcolato nel modo proposto dal Raoult e seguito sin qui dalla maggior parte degli esperimentatori. Ci proponiamo però anche di studiare se il metodo suggerito recentemente dal sig. Arrhenius per calcolare l'abbassamento molecolare, metodo che è più conforme alle teorie fondamentali di Van 't Hoff, dia in realtà risultati migliori perchè meno dipendenti dalla concentrazione delle soluzioni [1]. Dobbiamo poi fare osservare che per alcuni composti non è stata esaminata che una soluzione sola e questa talora molto diluita: la ragione principale è quasi sempre stata o la piccola quantità di sostanza che era a nostra disposizione, o la limitata solubilità di essa: ci siamo poi contentati dell'esame di una soluzione sola in quei casi in cui il punto di congelamento veniva a confermare semplicemente le formule generalmente adottate. È però da notarsi che noi abbiamo sempre fatto uso di termometri divisi in cinquantesimi di grado e che permettevano di apprezzare bene i 0,005°; quindi anche nel caso di soluzioni assai diluite e di piccoli abbassamenti si può garantire una sufficiente esattezza, la quale è confermata dai numeri stessi che si ottengono per soluzioni diluite di composti la cui grandezza molecolare è bene accertata.

I. Sostanze polimere.

« Di sostanze polimere abbiamo soltanto esaminato il cianato ed il cianurato d'etile, ed il metastirolo. Dopo i risultati ottenuti con la cianometina, lo studio del cianurato di etile presentava per noi un interesse speciale: volevamo anche studiare la cianofenina, ma la sua troppo piccola solubilità tanto nella benzina quanto nell'acido acetico ci ha reso impossibile ogni determinazione.

Cianato e cianurato di etile.

« Furono studiati questi composti in soluzioni benzolica: i numeri ottenuti confermano le formole generalmente ammesse, secondo le quali il cianurato d'etile risulterebbe composto di tre molecole di cianato.

	Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassam.	Abbassam. molecol.
				per C_2H_5CNO
Cianato d'etile	4,279	3,04	0,7104	50,44
				per $(C_2H_5)_3C_3N_3O_3$
Cianurato d'etile	1,778	0,42	0,2362	50,31.

[1] Zeitschrift für physikalische Chemie, t. II. Anno 1888.

Metastirolo.

« Il metastirolo fu messo gentilmente a nostra disposizione dal professore Roberto Schiff. Esso proveniva dalla polimerizzazione di stirolo purissimo, la quale polimerizzazione si era compiuta abbandonando quest' ultimo a se per molto tempo. Si presentava come una massa gommosa, leggermente colorata in giallognolo, di una durezza di poco differente da quella del caoutchou, cosicchè poteva facilmente tagliarsi con le forbici. Il metastirolo è abbastanza solubile nel benzolo: le esperienze furono fatte sopra soluzioni benzoliche di concentrazione diversa: da esse si ricaverebbe che in soluzione diluita il peso molecolare corrisponderebbe a $(C_8 H_8)_3$: in soluzioni più concentrate si avrebbe un peso molecolare intermedio tra $(C_8 H_8)_4$ e $(C_8 H_8)_5$: questo valore può dirsi che sia indipendente dalla concentrazione giacchè si mantiene per soluzioni la cui concentrazione varia dal 3 al 9 %. Dalla complessità molecolare del metastirolo nulla si sapeva sin qui e non erano nemmeno state fatte ipotesi in proposito.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare
9,3593	0,97	0,1036	43,08 per $(C_8 H_8)_4$ 53,85 per $(C_8 H_8)_5$
6,6714	0,705	0,1057	43,96 per $(C_8 H_8)_4$ 54,95 per $(C_8 H_8)_5$
3,7663	0,405	0,1075	44,72 per $(C_8 H_8)_4$ 55,90 per $(C_8 H_8)_5$
2,5289	0,410	0,1622	50,58 per $(C_8 H_8)_3$
2,5072	0,395	0,1575	49,14 per $(C_8 H_8)_3$

II. Isomeri e sostanze varie.

« Di isomeri abbiamo studiato l'apiolo e l'isoapiolo, gli acidi urimido-succinici, i due esacloruri di benzina. Le altre sostanze studiate furono l'anidride difenica, il picrato di naftalina, la clorocanfora, il dimetilidrochinone, il benzile, la benzoina, il timochinone, il carvol ed il suo composto con idrogeno solforato, l' acido deidroacetico e l' amide deidroacetica, il benzimido benzoato, l' idrato di pinacone, l' amarina, l' acido usnico e la sua anilide. L' apiolo e l' isoapiolo li dobbiamo alla gentilezza del prof. Ciamician, gli acidi urimido-succinici a quella del prof. Piutti, e la maggior parte delle altre sostanze a quella del prof. R. Schiff. Erano tutti composti purissimi. Inoltre intraprendemmo anche una serie di ricerche sulle soluzioni delle sostanze colloidi: di queste ricerche ci limitiamo a riferire alcuni risultati preliminari.

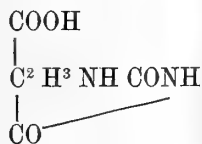
Apiolo ed isoapiolo.

« L'apiolo, sostanza che si ottiene dai semi di prezzemolo per distillazione col vapor d'acqua, proveniva dalla fabbrica di Merk in Darmstadt ed

era stato purificato da Ciamician e Silber. L'isoapiolo era stato da essi preparato per l'azione della potassa caustica sull'apiolo e purificato poi per ripetuta cristallizazione dell'alcool. All'apiolo si attribuì da v. Gerichten la formola $C_{12} H_{14} O_4$, la quale fu confermata dagli studi di Ciamician e Silber, che però non poterono determinare la densità di vapore: quanto all'isoapiolo fu trovato che esso ha la stessa composizione dell'apiolo e che non può avere una formula più semplice di questa; fondandosi poi sul fatto che i punti di fusione e di ebullizione di queste due sostanze differiscono di poco, Ciamician e Silber credettero di dover ritenere che si trattasse di sostanze isomere e non di polimere. Lo studio delle soluzioni benzoliche dell'apiolo e dell'isoapiolo confermano tanto la formula $C_{12} H_{14} O_4$ per il primo, quanto la semplice isomeria per il secondo composto.

	Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassam.	Abbassam. molecol. per $C_{12} H_{14} O_4$
Apiolo	1,555	0,35	0,2257	50,10
Isoapiolo	1,416	0,30	0,2118	47,02

Acidi urimidosuccinici.

« Gli acidi urimidosuccinici ($C_5 H_6 N_2 O_4$) furono ottenuti dal prof. Arnaldo Piutti. Esperimentammo sulle soluzioni acquose dell'acido sinistrogiro e dell'acido inattivo: del primo avevamo due campioni ottenuti con preparazioni diverse: il campione (1) dell'acido urimidosuccinico sinistrogiro era stato preparato facendo agire l'acido cloridrico sull'amide dell'acido uramidosuccinico proveniente dall'asparagina sinistrogira; il campione (2) era stato ottenuto facendo agire il cianato potassico sull'acido aspartico destrogiro. Il prof. Piutti attribuisce a questo acido la formula

L'acido urimidosuccinico inattivo era stato preparato per l'azione del cianato potassico sull'acido aspartico inattivo: per questo acido era a dubitarsi che potesse avere una formula doppia.

	Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_5 H_6 N_2 O_4$
(1)	0,5533	0,08	0,1445	22,83
(2)	0,654	0,09	0,1376	21,74
(3)	0,5723	0,08	0,1398	22,08

La piccola quantità di sostanza di cui potevamo disporre non ci permise di esperimentare con soluzioni più concentrate: nondimeno si sono ottenuti risultati abbastanza sicuri per potere affermare che i due acidi allo stato di soluzione diluita hanno gli stessi pesi molecolari.

Esacloruri di benzolo.

« L'esacloruro di benzolo, la combinazione α, fu studiata da prima in soluzione acetica: i numeri ottenuti confermano pienamente la formula $C_6H_6Cl_6$ e non accennano a dissociazione del composto.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_6H_6Cl_6$
1,3045	0,180	0,137	39,87
1,7170	0,225	0,131	38,12
2,0803	0,280	0,134	39,19

Esperimentammo anche sopra soluzioni benzoliche: trovammo che il coefficiente d'abbassamento varia colla concentrazione: per soluzioni diluite si hanno valori assai elevati per gli abbassamenti molecolari, per soluzioni più concentrate valori normali:

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_6H_6Cl_6$
1,1154	0,24	0,215	62,56
1,1441	0,24	0,209	60,82
4,6664	0,91	0,195	46,75

Dell'esacloruro di benzolo isomero a quello di cui abbiamo parlato sin qui e che si ottiene in piccola quantità nella preparazione di questo, non potemmo esaminare che una soluzione benzolica diluita. Tenuto conto del modo di comportarsi dell'altro, si può dire che il valore dello abbassamento molecolare conduce a concludere che la formula di questa combinazione è $C_6H_6Cl_6$ ossia che i due composti sono veramente isomeri e non polimeri.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_6H_6Cl_6$
0,6077	0,115	0,189	55,01

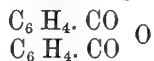
Anidride difenica.

« L'anidride difenica la dobbiamo alla cortesia del prof. Graebe, dal quale fu ottenuta trattando l'acido difenico con acido solforico concentrato. Questo composto è pochissimo solubile nel benzolo e poco anche nell'acido acetico: le esperienze furono fatte in soluzione acetica. La densità di vapore dell'anidride difenica non si è potuta sin qui determinare, e perciò vi erano dubbi se le spettasse una formula semplice o doppia, quantunque per un derivato, la difenimide, il prof. Graebe avesse trovato una densità di vapore corrispondente a una formula semplice. I numeri ottenuti per l'abbassamento molecolare escludono affatto una formula doppia e fanno supporre che l'anidride difenica in soluzione acetica sia dissociata. In realtà l'anidride difenica trattata con acido acetico dà facilmente acido difenico e anidride acetica: infatti a caldo la soluzione si effettua anche per quantità notevole di

anidride, ma per raffreddamento questa non cristallizza più perchè si è formato acido difenico che è più solubile.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{14} H_8 O_3$
0,5863	0,20	0,3411	76,41
1,3270	0,36	0,2715	60,83

La formula dell'anidride difenica sarebbe per conseguenza

$$\begin{matrix} C_6 H_4 . CO \\ C_6 H_4 . CO \end{matrix} O$$

Questi nostri risultati furono già pubblicati dal prof. Graebe nella sua memoria: *Sopra l'anidride difenica e sopra l'acido* o. *difenilchetoncarbonico* (1).

Picrato di naftalina.

« Furono studiate le soluzioni acetiche del picrato di naftalina. Il coefficiente di abbassamento varia molto colla concentrazione: i numeri che si ottengono per soluzioni diluite dimostrano che la molecola deve essere completamente scissa in naftalina e acido picrico: di mano in mano che aumenta la concentrazione si hanno per gli abbassamenti molecolari dei valori che si avvicinano sempre più ai normali.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{10} H_8 C_6 H_2 (NO_2)_3 OH$
1,3187	0,38	0,288	102,816
1,4401	0,31	0,2526	90,178
5,279	0,885	0,167	59,62

Clorocanfora.

« I numeri ottenuti da una soluzione benzolica e da una soluzione acetica confermano la formula $C_{10} H_{15} ClO$ generalmente ammessa per la clorocanfora, ma dimostrano però concordemente che la sostanza si deve trovare in parte dissociata nella soluzione.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{10} H_{15} ClO$
3,5369 (benzolo)	1,043	0,2949	54,99
1,5038 (ac. acetico)	0,35	0,2327	43,40

Dimetilidrochinone.

« Esperimentammo sopra una soluzione acetica e trovammo un valore normale per l'abbassamento molecolare.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_6 H_4 (OCH_3)_2$
1,5503	0,470	0,3032	41,84

1) Liebig's Annalen, t. CCXLVII, pag. 257 anno 1888.

Benzile.

« L'esperienza fu fatta per una soluzione benzolica e fu trovato quasi esattamente l'abbassamento molecolare di 49 per la formula C_6H_5 CO CO C_6H_5.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{14} H_{10} O_2$
3,3993	0,805	0,2368	49,73

Benzoina.

« Una esperienza fatta sopra una soluzione acetica confermò la formula $C_6 H_5$ CH(OH) CO $C_6 H_5$.

Concentrazíone	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{14} H_{12} O_2$
2,1393	0,38	0,1776	37,65

Timochinone.

« Esperienze fatte in soluzione benzolica e acetica dànno numeri che corrispondono alla formula $C_{10} H_{12} O_2$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{10} H_{12} O_2$
1,8469 (benzolo)	0,58°	0,314	51,49
2,9478 (benzolo)	0,91°	0,311	51,00
1,4176 (ac. acetico)	0,345°	0,243	39,85
2,2215 (ac. acetico)	0,54°	0,243	39,85

Carvol.

« Una esperienza fatta sopra una soluzione benzolica conferma la formula $C_{10} H_{14} O$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{10} H_{14} O$
5,4999	1,865	0,334	50,10

Composto del carvol con idrogeno solforato.

« Era interessante di esaminare se al composto che si ottiene trattando il carvol in soluzione alcoolica con idrogeno solforato spetta realmente la formula $(C_{10} H_{14} O_2)_2 H_2 S$: una esperienza fatta sopra una soluzione benzolica, sebbene non abbia dato risultati eccellenti, conferma nondimeno questa formula:

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{20} H_{30} O_2 S$
1,4689	0,195	0,1328	44,35

Acido deidroacetico.

« La grandezza molecolare dell'acido deidroacetico non era stata determinata sin qui e come si sa poco della sua costituzione, così anche si ignorava se gli spettasse la formula semplice. I resultati ottenuti da una soluzione acetica confermano la formula $C_8 H_8 O_4$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_8 H_8 O_4$
1,3974	0,35	0,2507	42,08

Amide deidroacetica.

« I risultati ottenuti da una soluzione in acido acetico confermano la formula semplice $C_8 H_9 NO_3$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_8 H_9 NO_3$
0,7473	0,190	0,2542	42,45

Benzimidobenzoato.

« Fu fatta l'esperienza in soluzione acetica. Ottenemmo un numero per l'abbassamento molecolare che non lascia dubbio sulla formula $C_6 H_5 C NH C_7 H_6 O_2$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_{14} H_{12} NO_2$
1,3981	0,230	0,1645	38,17

Idrato di pinacone.

« I risultati ottenuti da una soluzione acquosa confermano pienamente la formula generalmente ammessa, cioè $C_6 H_{14} O_2 . 6 H_2 O$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassamento	Abbassamento molecolare per $C_6 H_{14} O_2 . 6 H_2 O$
1,9444	0,16	0,0869	19,58

Amarina.

« Fu esperimentato sopra una soluzione benzolica. Per l'abbassamento molecolare si è avuto un numero un po' elevato, ma che pur nondimeno conferma la formula generalmente ammessa, cioè $(C_2 H_6)_3 N_2$.

Concentrazione	Abbassamento	Coeff te d'abbassameato	Abbassamento molecolare per $C_{21} H_{18} N_2$
0,7773	0,14	0,1801	53,67

Acido usnico e anilide usnica.

« La poca solubilità di queste sostanze non ci permise di studiarle che in soluzione benzolica diluita. Si hanno dei numeri che non si accordano

molto bene colle formule che si attribuiscono a questi composti: per l'anilide è probabile una scomposizione in acido e anilina.

	Concentrazione	Abbassamento	Coeff.te d'abbassam.	Abbassam. molecol.
				per $C_{18}H_{16}O_7$
Acido usnico	0,7497	0,13	0,1734	59,65
				per $C_{18}H_{16}O_7$ C_6H_7N
Anilide usnica	1,1794	0,18	0,1526	66,69

Sostanze colloidi.

« Facemmo alcune esperienze sulle soluzioni acquose di gelatina e albumina. Della purezza delle sostanze adoperate non possiamo naturalmente esser sicuri: però è da tener presente, trattandosi di esperienze preliminari, che supposto anche si fosse trattato di miscugli o della presenza di sostanze saline, avremmo dovuto ottenere un abbassamento troppo grande, non mai troppo piccolo, mentre noi con soluzioni contenenti circa il 2 % di albumina e di gelatina abbiamo conseguito un abbassamento nel punto di congelamento appena di qualche centesimo di grado. Da queste esperienze preliminari non si deduce altro che tali sostanze hanno una complessità molecolare grandissima.

III. Nuovi solventi.

« I nuovi solventi intorno ai quali abbiamo intrapreso degli studi, furono la paraldeide, l'anetolo, l'acido fenico ed il bromoformio. Dei risultati ottenuti con l'acido fenico non ci occupiamo perchè nel frattempo è venuto fuori un lavoro di Eykmann sul medesimo argomento (1), e perchè, come ha già annunziato uno di noi, è in corso un lavoro sul punto di congelamento dei miscugli di questa sostanza con benzina, acido acetico ecc. ecc. (2). In quanto al bromoformio che noi volevamo principalmente adoperare per ripetere in limiti più estesi le esperienze sullo zolfo e sul jodio, che si sciolgono in questo solvente molto più che nell'acido acetico e nella benzina, dobbiamo dichiarare che ci è riuscito difficilissimo averlo del tutto puro: alla distillazione si decompone sempre, sebbene in piccola quantità, mettendo in libertà tracce di bromo o di acido bromidrico, nè le distillazioni nel vuoto in presenza di calce ci hanno dato risultati migliori. I risultati ottenuti con bromoformio non del tutto puro non crediamo di doverli pubblicare.

Paraldeide.

« La paraldeide ha delle proprietà solventi assai vicine a quelle dell'alcool, il suo punto di fusione è situato ad una temperatura molto comoda

(1) Zeitschrift für phys. Chemie, t. II, p. 964.
(2) Berl. Ber. t. XXI, pag. 3178. Anno 1888.

in questo genere di ricerche, cosicchè facevamo molto assegnamento sull'uso di questo solvente. I risultati ottenuti sono stati i seguenti:

	Concentrazione	Abbassamento	Coeff^{te} d'abbassam.	Abbassam. molecol.
Benzoato d'etile	0,6185	0,335°	0,1846	27,47
"	0,8408	0,360°	0,2335	35,02
"	1,0966	0,495°	0,2194	32,91
"	1,7538	0,810°	0,2165	32,47
Salicilato metil.	0.8975	0,385°	0,428	65,06
"	1,4239	0,545°	0,382	58,06
Naftalina	0,5177	0,325°	0,6277	80,34
"	1,7639	0,99°	0,5613	71,85
Piridina	0,6866	0,405°	0,589	46,53
"	1,6557	1,075°	0,649	51,27
Alcool etilico	0,4671	0,565°	1,209	55,61
Difenile	0,7496	0,365°	0,487	74,99
"	1,1310	0,515°	0,455	70,07

« Da queste esperienze si scorge facilmente che la paraldeide non si presta allo scopo, sia perchè per variazioni relativamente piccole della concentrazione il coefficiente d'abbassamento varia notevolmente, sia perchè non vi è alcuna costanza nel così detto abbassamento molecolare per le varie sostanze. Poichè in queste ricerche noi ci siamo proposti soltanto di studiare ciò che riguarda l'applicazione pratica della legge di Raoult e non già di fare indagini sulla legge stessa e sulle cause che possono influire sulla sua irregolarità, non abbiamo creduto, dietro questi primi risultati, di moltiplicare le esperienze, tanto più che non conserviamo alcun dubbio che la poca uniformità dei risultati ottenuti se in parte può dipendere dalla natura delle sostanze, delle soluzioni delle quali abbiamo determinato l'abbassamento del punto di congelamento, in molta parte è dipendente dalla poca stabilità della paraldeide. Ed in vero con esperienze apposite abbiamo potuto constatare che la paraldeide perfettamente pura per il fatto della sola distillazione si trasforma parzialmente in aldeide ordinaria, e che il rapporto fra questa e la paraldeide non è lo stesso fra il prodotto appena distillato e lo stesso prodotto dopo che si è lasciato alcun tempo in riposo. Sembrerebbe anzi che la paraldeide per l'azione del calore si disassociasse e poi pel raffreddamento ritornasse a polimerizzarsi stabilendosi tra i due prodotti una specie di equilibrio variabile con la temperatura. Segue da tutto questo che il punto di fusione della paraldeide varia continuamente durante il corso delle esperienze e però non è dato giudicare se l'abbassamento del punto di congelamento sia interamente o in qual rapporto dovuto alla sostanza disciolta. Si aggiunga che non è impossibile che a seconda della natura diversa delle sostanze che si sciolgono nella paraldeide, varii il rapporto fra aldeide e paraldeide e però

il punto di fusione del solvente. E ciò sembra più probabile quando si osserva che l'abbassamento molecolare prodotto dagli idrocorturi e particolarmente dalla naftalina, si avvicina molto a quello calcolato secondo la legge di Raoult (moltiplicando cioè il peso molecolare del solvente per la costante 0,63) che sarebbe uguale a 83,16. Non conoscendosi il calorico latente di fusione della paraldeide non abbiamo potuto determinare quale sarebbe l'abbassamento molecolare calcolato secondo la formula di Van 't Hoff, cioè $t = \frac{0,02T}{W}$ dove t corrisponderebbe all'abbassamento molecolare, T è la temperatura assoluta di congelamento del solvente e W è il suo calorico latente di fusione.

Anetolo.

« Con l'anetolo abbiamo fatto pochissime esperienze, adoperando la naftalina, il difenile, il salicilato di metile e l'acido picrico. Quest'ultimo appena è messo in contatto coll'anetolo si colora in rosso intenso e con una sufficiente quantità si scioglie dando una soluzione rossa, indizio della formazione di un composto di addizione. Ecco i risultati ottenuti:

	Concentrazione	Abbassamento	Coeff^{te} d'abbassam.	Abbassam. molecol.
Naftalina	2,2547	1,28°	0,567	83,89
"	3,3025	1,84°	0,557	82,44
Difenile	2,9524	1,43°	0,484	74,54
Salicilato metil.	5,4889	2,33°	0,424	64,45
Acido picrico	2,4962	0,70°	0,282	64,58

« La ragione per la quale non abbiamo creduto di dover continuare le esperienze con l'anetolo, non ostante che esse presentino rispetto a quelle con la paraldeide una maggiore uniformità nei risultati, è riposta nel fatto che l'anetolo nell'atto del congelamento si comporta in un modo diverso da tutte le altre sostanze che abbiamo studiate. Quando si raffredda l'acido acetico, o la benzina, o la paraldeide ad una temperatura di qualche decimo di grado inferiore a quella del suo congelamento e vi si aggiunge un cristallino della sostanza previamente solidificata, avviene subito la solidificazione della massa, cessa l'abbassamento di temperatura, e con una grande rapidità la temperatura s'innalza sino ad un massimo, che rappresenta il punto di congelamento massimo, al quale il termometro resta stazionario per qualche minuto. Coll'anetolo invece aggiungendo la sostanza cristallizzata si determina bensì la solidificazione della massa, ma continua l'abbassamento termometrico e solo dopo un certo tempo comincia l'elevazione di temperatura e si conseguisce il massimo con una lentezza che veramente è eccezionale. Un esempio chiarirà meglio la cosa. In una esperienza nella quale avevamo precedentemente osservato che la congelazione avveniva ai 17,25°

si aggiunse la sostanza solida per determinare la solidificazione quando il termometro segnava 17°; cominciò la separazione dei cristalli dopo qualche istante, ma il termometro continuò lentissimamente la sua discesa sino ai 15,4° e poi con la stessa estrema lentezza cominciò a salire sino a conseguire il massimo di 17,25°. Ora tutto questo comportamento non dà garanzie che le misure possano farsi con esattezza, e perciò non abbiamo creduto di estendere le nostre esperienze tanto più che il prezzo dell'anetolo sarebbe sempre una difficoltà per adoperare questa sostanza su vasta scala come solvente nelle determinazioni col metodo di Raoult. È bensì vero che l'abbassamento molecolare che dovrebbe ottenersi coll'anetolo si calcola a 93,24, numero che se non può dirsi vicinissimo almeno si approssima a quello ottenuto per la naftalina. Noi crediamo che si possa concludere che ove necessità speciali richiedessero di dover ricorrere all'uso della paraldeide o dell'anetolo come solventi, studiando attentamente le condizioni esperimentali nelle quali bisogna operare si riuscirebbe anche a trarre profitto da questi solventi e specialmente dal primo ».

Chimica. — *Sull'eulite.* Nota del Corrispondente G. Ciamician e di C. Zatti.

« Nei grandi trattati di chimica organica p. es. in quello del Beilstein (1), si trovano descritte due sostanze chiamate *eulite* e *dislite*, che furono ottenute molti anni or sono da Baup (2) per azione dell'acido nitrico sull'acido citraconico, e che furono poi studiate più recentemente (1871) da Bassett (3). A questi due corpi eulite e dislite vengono attribuite le formole $C_6 H_6 N_4 O_7$ e $C_8 H_6 N_4 O_6$, che sono molto singolari, se si considera che la sostanza da cui questi due derivati prendono origine, l'acido citraconico ($C_5 H_6 O_4$), contiene uno o due atomi di carbonio di meno. Ci è sembrato perciò interessante sottoporre questi due corpi ad una nuova ricerca, anche perchè trattandosi probabilmente di derivati nitrici della serie alifatica, il loro studio non doveva essere privo d'importanza.

« Diremo subito che anche seguendo le indicazioni di Baup e di Bassett non siamo riusciti finora ad ottenere che l'eulite, l'altro composto, la dislite, sembra non essersi formato nelle nostre esperienze.

« Noi abbiamo impiegato acido citraconico purissimo e, conformemente alle prescrizioni degli autori citati, un acido nitrico, che a 15°,5 aveva la

(1) I vol. pag. 623 1887 (2ª ediz.).
(2) L. Ann. 81, 96.
(3) Jahresbericht für das Jahr. 1871.

densità 1,45. L'acido citraconico venne sciolto a freddo o a debole calore, a 10 gr. per volta, in 15 gr. d'acido nitrico e la soluzione, che avviene con assorbimento di calore, venne scaldata fino al cominciare della reazione. Questa si compie con viva ebollizione del liquido e forte sviluppo di vapori nitrosi. Il prodotto che ne risulta è una soluzione alquanto densa, che gli autori consigliano versare nell'acqua, ma che noi, dopo alcune prove, abbiamo creduto conveniente abbandonare a se stessa per qualche tempo, perchè col raffreddamento incomincia a separarsi una materia bianca e cristallina, che dopo alcune ore è tanto cresciuta in quantità, da trasformare il prodotto della reazione in una massa semisolida. Durante il raffreddamento si nota un lento ma continuo sviluppo di gaz. Filtrando su lana di vetro mediante una tromba aspirante, si separa la materia solida dal liquido acido, che abbandonato a sè stesso per qualche giorno sulla calce, dà nuove quantità di sostanza cristallina, che vengono separate nello stesso modo. Il liquido venne in fine trattato con acqua, ma su questa parte del prodotto ritorneremo in fine della presente Nota.

« La materia solida così ottenuta, lavata con acqua fredda e seccata nel vuoto, fonde a 185° e questo punto di fusione ci fece credere in principio di avere ottenuta la dislite, che secondo gli autori fonde a 189°. Ben presto però ci siamo accorti che la cosa era ben diversa.

« Facendo cristallizzare il prodotto dall'alcool, il suo punto di fusione si fa più basso e si arriva in fine a 102°-102°,5. Sciogliendolo invece nell'etere acetico e precipitando la soluzione con etere petrolico siamo riusciti, ripetendo più volte questo trattamento, ad ottenere un composto di reazione acida, che fondeva a 201°-202°,5. La sostanza però era priva di azoto e non tardammo a convincerci trattarsi di *acido mesaconico*. L'analisi venne a togliere ogni dubbio.

0,1773 gr. di materia dettero 0,3018 di CO_2 e 0,0775 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_6O_4$
C	46,22	46,15
H	4,86	4,61

« In seguito a questo fatto abbiamo trattato a freddo tutto il prodotto, quello contenuto nelle soluzioni madri e quello non sottoposto ancora alla cristallizzazione, con una soluzione di carbonato sodico. La parte rimasta indisciolta, lavata e seccata nel vuoto è l'eulite. Per purificare questa sostanza giova, meglio della cristallizzazione dall'alcool bollente, scioglierla nel benzolo e precipitare la soluzione con etere petrolico. Si ottengono aghi senza colore, che fondono a 101°-102°,5.

« Le analisi dettero i seguenti risultati [1]:

1. 0,2147 gr. di materia dettero 0,2338 gr. di CO_2 e 0,0531 gr. di H_2O.
2. 0,1464 gr. di materia svolsero 28 cc. d'azoto misurato a 7° e 743,5 mm.
3. 0,2070 gr. di materia dettero 0,2254 gr. di CO_2 e 0,0510 gr. di H_2O.
4. 0,1586 gr. di materia svolsero 30 cc. d'azoto misurato a 8° e 770 mm.
5. 0,1820 gr. di materia dettero 0,1970 gr. di CO_2 e 0,0504 gr. di H_2O.
6. 0,1562 gr. di materia svolsero 29,8 cc. d'azoto misurato a 10° e 761,5 mm.
7. 0,1826 gr. di materia dettero 0,1974 gr. di CO_2 e 0,0460 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
C	29,65	—	29,70	—	29,52	—	29,48
H	2,74	—	2,73	—	3,08	—	2,79
N	—	22,60	—	22,61	—	22,84	—

« Da queste analisi risulta che l'eulite ha realmente la formola:

$$C_6 H_6 N_4 O_7 ,$$

la quale richiede:

C	29,27
H	2,46
N	22,76.

« Questa formola venne confermata dalla determinazione del peso molecolare fatta col metodo di Raoult, già largamente sperimentato in questo Istituto. Le determinazioni furono eseguite coll'apparecchio di Beckmann in soluzione d'acido acetico glaciale. Il solvente fondeva a 16°,44-16°,45.

	concentrazione	abbassamento termometrico	peso molecol.
I	0,8468	0°,135	245
II	2,3111	0°,357	250

« La formola $C_6 H_6 N_4 O_7$ richiede 246.

« L'eulite è quasi insolubile nell'acqua e nell'etere petrolico, si scioglie invece facilmente, massime a caldo, nell'alcool, nel benzolo e nell'etere acetico. È inoltre insolubile negli alcali freddi e negli acidi, e può venire riscaldata con acido solforico concentrato senza subire alterazione. Nella potassa si scioglie a caldo, dando una soluzione colorata in giallo.

« Non sarà certo cosa facile determinare la costituzione di questo composto, e su questo argomento speriamo di potere fare a suo tempo una nuova comunicazione a questa Accademia. Per ora vogliamo dire che i riducenti fin qui sperimentati non ci dettero buoni risultati. Non abbiamo ottenuto che ammoniaca e delle sostanze brune e resinose, poco adatte a darci quegli schiarimenti di cui andiamo in traccia.

« Vogliamo infine notare che il liquido acido, da cui abbiamo ottenuta

[1] Le prime quattro analisi furono fatte con la sostanza purificata solamente per cristallizzazione dall'alcool e dal benzolo, le ultime tre invece con la sostanza lavata con carbonato sodico e cristallizzata dal benzolo ed etere petrolico.

l'eulite ora descritta, dà per trattamento con acqua una materia oleosa, che dopo qualche tempo si solidifica. Da questa si possono ottenere per trattamento con alcool, carbonato sodico, benzolo ed etere petrolico, nuove quantità di eulite. Il rendimento di questo interessante composto è però sempre assai meschino, da 100 gr. di acido citraconico non se ne ottengono che pochi grammi. Il liquido acquoso, che acquista, se lo si neutralizza con potassa, soda o ammoniaca, un intenso colore rosso-bruno, contiene notevoli quantità d'acido mesaconico.

« È da notarsi che l'acido maleico non subisce per trattamento coll'acido nitrico una trasformazione simile a quella dell'acido citraconico, di cui è l'omologo inferiore ».

Matematica. — *Nuovi teoremi sulle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque.* (1) Nota di G. B. Guccia, presentata dal Socio Cremona.

« 1. In questa Nota ci proponiamo di far conoscere altre proprietà delle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque, che si traggono facilmente dal Lemma e dal Teorema generale dimostrati nella Nota I^a. Le proposizioni VI e VII, relative all'ordine della curva parabolica, sono scevre affatto da qualsiasi restrizione. Lo stesso non può dirsi delle proposizioni I, II, III, IV e V, in ordine alle quali supporremo fin da ora che ciascuno dei sistemi lineari ivi considerati soddisfi alla restrizione da noi stabilita nel n. 1 della Nota anzidetta (2).

(1) Veggansi le comunicazioni precedenti: *Su una proprietà delle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque* (questi *Rendiconti,* vol. V, 1° sem., seduta del 3 marzo 1889, p. 349-353), *Sulla intersezione di tre superficie algebriche in un punto singolare e su una questione relativa alle trasformazioni razionali nello spazio* (ibid., seduta del 17 marzo 1889, p. 456-461), che per brevità chiameremo *Nota I^a* e *Nota II^a*.

(2) Il prof. Nöther, dell'Università di Erlangen, ha avuto la cortesia di farci rilevare un errore in cui siamo incorsi nella dimostrazione del Lemma. Lo rettificheremo subito adottando a tal riguardo i suggerimenti del chiarissimo geometra tedesco.

Le formole della pag. 351 che precedono le (2), nella guisa in cui sono stabilite debbono ritenersi valide soltanto: quando la base complessiva (B) è costituita unicamente di punti singolari isolati, ovvero, nel caso generale, quando $\delta = l$. Volendo che la dimostrazione comprenda anche il caso $\delta \gtreqless l$ bisogna intendere sostituite nelle formole medesime, al posto di $A_{\Phi\Psi}, A_{\Phi X}, A_{\Phi\Xi}, I$, ordinatamente:

$$(a) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_{\Phi\Psi} + \frac{1}{2}(\delta - l) \sum M i_{\Psi} (2 i_{\Phi} + i_{\Psi} - 1), \\ A_{\Phi X} + \frac{1}{2}(\delta - l) \sum M i_{X} (2 i_{\Phi} + i_{X} - 1), \\ A_{\Phi\Xi} + \frac{1}{2}(\delta - l) \sum M (i_{\Psi} + i_{X}) (2 i_{\Phi} + i_{\Psi} + i_{X} - 1), \\ I + (\delta - l) \sum M i_{\Psi} i_{X}, \end{array} \right.$$

« 2. In un sistema lineare di superficie algebriche, dotato di singolarità base qualunque,

$$[\Phi] \equiv \lambda_1 \Phi_1 + \lambda_2 \Phi_2 + \dots = 0 ,$$

indicheremo con

n_Φ l'ordine della superficie generica, ovvero l'ordine del sistema;

$d_{\Phi\Phi}$ e $p_{\Phi\Phi}$, rispettivamente, l'ordine ed il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ), residua intersezione di due superficie del sistema;

$p_{\Phi\Xi}$ il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ), residua intersezione di una superficie del sistema con la superficie

$$\Xi \equiv \Phi_r \Phi_s + a\Phi_t \Phi_u = 0 ,$$

dove a è una costante arbitraria e $\Phi_r = 0$, $\Phi_s = 0$, $\Phi_t = 0$, $\Phi_u = 0$ sono quattro superficie scelte ad arbitrio nel sistema;

π_Φ il genere della sezione piana arbitraria della superficie generica $\Phi = 0$;

π_Ξ il genere della sezione piana arbitraria della superficie $\Xi = 0$;

$p_{\Phi S}$ il genere della curva intersezione (completa) della superficiё generica $\Phi = 0$ con una superficie di 2° ordine $S = 0$, data ad arbitrio;

Q il numero dei punti mobili, variabili coi parametri (λ), residua intersezione di tre superficie del sistema.

Parimenti, ove sien dati due sistemi lineari di superficie algebriche, dotati di singolarità base qualunque, comunque disposte,

$$[\Phi] \equiv \lambda_1 \Phi_1 + \lambda_2 \Phi_2 + \dots = 0 \quad , \quad [\Psi] \equiv \mu_1 \Psi_1 + \mu_2 \Psi_2 + \dots = 0 ,$$

---

dove M è l'ordine di una curva base C ed i_Φ, i_Ψ, i_X sono i gradi di moltiplicità di questa curva singolare per le superficie generiche Φ, Ψ, X. Si ottengono allora, al posto delle (2), le seguenti espressioni:

$$(2)' \begin{cases} p_{F\Psi} = p_{\Phi\Psi} + \frac{1}{2}(\delta - l)\{m(m+\delta+l-4) - \sum M i_\Psi (2i_\Phi + i_\Psi - 1)\} - m \sum_k d_k e_k , \\ p_{FX} = p_{\Phi X} + \frac{1}{2}(\delta - l)\{n(n+\delta+l-4) - \sum M i_X (2i_\Phi + i_X - 1)\} - n \sum_k d_k e_k , \\ p_{F\Xi} = p_{\Phi\Xi} + \frac{1}{2}(\delta - l)\{(m+n)(m+n+\delta+l-4) - \sum M (i_\Psi + i_X)(2i_\Phi + i_\Psi + i_X - 1)\} - \\ \qquad - (m+n) \sum_k d_k e_k , \\ Q' = Q + (\delta - l)(mn - \sum M i_\Psi i_X) , \end{cases}$$

ed il procedimento che segue nel testo della dimostrazione conduce medesimamente alla relazione $Q + p_{\Phi\Psi} + p_{\Phi X} - p_{\Phi\Xi} = 1$.

Le formole (a) esprimono, rispettivamente, gli abbassamenti del genere $A_{F\Psi}$, A_{FX}, $A_{F\Xi}$ dovuti alla base (B) per le curve $F = 0$, $\Psi = 0$; $F = 0$, $X = 0$; $F = 0$, $\Xi = 0$ ed il numero I' delle intersezioni delle superficie $F = 0$, $\Psi = 0$, $X = 0$ assorbite dalla mede-

considereremo i seguenti numeri:

$p_{\Phi\Psi}$ il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ) e (μ), residua intersezione delle superficie generiche $\Phi=0$ e $\Psi=0$;

$p_{\Phi\Xi'}$ e $p_{\Psi\Xi''}$ i generi delle curve mobili, variabili (rispettivamente) coi parametri (λ) e (μ), residue intersezioni delle superficie

$\Phi=0\,,\,\Xi'\equiv\Psi_{r'}\Psi_{s'}+a'\Psi_{t'}\Psi_{u'}=0$ e $\Psi=0\,,\,\Xi''\equiv\Phi_{r''}\Phi_{s''}+a''\Phi_{t''}\Phi_{u''}=0$, dove a', a'' sono costanti arbitrarie e $\Psi_{r'}=0$, $\Psi_{s'}=0$, $\Psi_{t'}=0$, $\Psi_{u'}=0$; $\Phi_{r''}=0$, $\Phi_{s''}=0$, $\Phi_{t''}=0$, $\Phi_{u''}=0$ sono superficie scelte ad arbitrio rispettivamente nei sistemi $[\Psi]=0$, $[\Phi]=0$;

Q' il numero dei punti mobili, variabili coi parametri (λ) e (μ), residua intersezione di *una* superficie del sistema $[\Phi]=0$ con *due* superficie del sistema $\Psi=0$; ed analogamente:

Q'' il numero dei punti mobili, variabili coi parametri (λ) e (μ), residua intersezione di *una* superficie del sistema $[\Psi]=0$ con *due* superficie del sistema $\Phi=0$.

« 3. Supponiamo, nel Lemma della Nota I^a, che i tre sistemi lineari $[\Phi]=0$, $[\Psi]=0$, $[X]=0$, ivi contemplati, coincidano in un solo, $[\Phi]=0$. Si ha allora immediatamente la seguente proposizione:

« Teorema I. — Dato un sistema lineare di superficie algebriche, $[\Phi]=0$, dotato di singolarità base qualunque, fra i numeri Q, $p_{\Phi\Phi}$ e $p_{\Phi\Xi}$, definiti come al n. 2 e invarianti per

---

sima base. Basta per ciò ricordare la definizione del genere di una curva gobba data dal Nöther ed osservare che, quando tre superficie F_1, F_2, F_3 degli ordini n_1, n_2, n_3 passano per una curva (M) dell'ordine M che è risp. i_1 — pla, i_2 — pla, i_3 — pla per le medesime, il numero delle loro intersezioni assorbite da questa curva è dato da

$$(b)\qquad M\,(i_2\,i_3\,n_1+i_3\,i_1\,n_2+i_1\,i_2\,n_3)-h\,,$$

dove h è un numero indipendente da n_1, n_2, n_3 (cfr. Nöther, *Sulle curve multiple di superficie algebriche,* Annali di Matematica, s. II^a, t. V, p. 162).

Pur tuttavia le formole (a) suppongono essenzialmente che le curve basi C siano curve multiple *ordinarie* per le superficie generiche Φ, Ψ, X, in guisa che per ognuna di esse i piani tangenti in un punto siano distinti e diversi per le tre superficie. Nel caso generale, quando cioè le superficie generiche Φ, Ψ, X passano *in modo qualunque* per le curve C, non è lecito applicare la formola (b); bisogna partire invece dalla formola generale:

$$(c)\qquad M\,(I_{23}\,n_1+I_{31}\,n_2+I_{12}\,n_3)+g,$$

dove: I_{rs} è il numero delle intersezioni, riunite in un punto di (M), delle due curve che si ottengono segando con un piano le superficie F_r ed F_s, e g *è un numero* (*positivo o negativo*) *indipendente da* n_1, n_2, n_3, siccome è facile di dimostrare. Allora, le formole che, per applicazione della (c), si ottengono invece delle $(2)'$, danno luogo ad una riduzione analoga nella relazione $Q'+p_{F\Psi}+p_{FX}-p_{F\Xi}=1$, ove s'invochi a tal riguardo il teorema $E_{(s)}-\Sigma E_i-\Sigma_{ij}\,I_{ij}=0$ (pag. 22 del presente volume). Non concedendocelo lo spazio daremo su ciò in altro luogo gli opportuni svolgimenti.

qualsiasi trasformazione birazionale dello spazio, esiste la relazione

(1) $$Q + 2p_{\Phi\Phi} - p_{\Phi\Xi} = 1 .$$

Se $Q = 1$ il sistema è *omaloidico*, siccome abbiamo dimostrato altrove [1], e però determina una trasformazione birazionale fra i punti dello spazio. In tal caso $p_{\Phi\Phi}$ e $p_{\Phi\Xi}$ esprimono i generi di curve che corrispondono, punto a punto, rispettivamente a rette ed a coniche. Ne segue dunque che per $Q = 1$ si ha necessariamente $p_{\Phi\Phi} = 0$, $p_{\Phi\Xi} = 0$.

« 4. Nello stesso Lemma supponiamo che due dei tre sistemi lineari ivi contemplati coincidano in un solo, $[\Psi] = 0$ ovvero $[\Phi] = 0$. Si hanno allora immediatamente le seguenti relazioni:

$$Q' + 2p_{\Phi\Psi} - p_{\Phi\Xi'} = 1 ,$$
$$Q'' + 2p_{\Phi\Psi} - p_{\Psi\Xi''} = 1 ,$$

dalle quali ricavasi

(2) $$Q' - Q'' = p_{\Phi\Xi'} - p_{\Psi\Xi''} .$$

Cosicchè:

« Teorema II. — Dati due sistemi lineari di superficie algebriche, $[\Phi] = 0$ e $[\Psi] = 0$, dotati di singolarità base qualunque, comunque disposte, fra i numeri Q', Q'', $p_{\Phi\Xi'}$ e $p_{\Psi\Xi''}$, definiti come al n. 2 e invarianti per qualsiasi trasformazione birazionale dello spazio, esiste la relazione (2).

« 5. Pel sistema lineare $[\Psi] = 0$, contemplato nel teorema precedente, assumiamo il sistema ∞^3 dei piani dello spazio. In tal caso si ha:

$$Q' = n_\Phi , \quad Q'' = d_{\Phi\Phi} , \quad p_{\Phi\Xi'} = p_{\Phi S} , \quad p_{\Psi\Xi''} = \pi_\Xi .$$

E però:

« Teorema III. — Dato un sistema lineare di superficie algebriche, $[\Phi] = 0$, dotato di singolarità base qualunque, fra i numeri n_Φ, $d_{\Phi\Phi}$, $p_{\Phi S}$ e π_Ξ, definiti come al n. 2, ha luogo la relazione

(3) $$n_\Phi - d_{\Phi\Phi} = p_{\Phi S} - \pi_\Xi .$$

« 6. Supposto, nel teorema del n. 4 della Nota I, che i due sistemi lineari $[\Psi] = 0$, $[X] = 0$, ivi contemplati, coincidano, in guisa che si abbia un solo sistema lineare, $[\Phi] = 0$, si ottiene allora immediatamente

$$d_{\Phi\Phi} = \pi_\Xi - 2\pi_\Phi + 1 ;$$

donde, in virtù del teorema III,

(4) $$n_\Phi + 2\pi_\Phi - p_{\Phi S} = 1 .$$

« Dalla quale formola ricavasi la seguente proposizione:

« Teorema IV. — Data una superficie algebrica, dotata di singolarità qualunque e variabile in un sistema lineare, il

[1] *Rend. del Circolo Matematico*, t. I, p. 348.

genere della curva gobba secondo cui essa è segata da una quadrica arbitraria è uguale all'ordine della superficie, aumentato del doppio del genere della sua sezione piana arbitraria, e diminuito dell'unità.

« Per le superficie le cui sezioni piane sono unicursali, cioè la superficie romana di Steiner e le superficie rigate di genere zero [1], si ha, dal teorema precedente,

$$p_{\Phi S} = n_{\Phi} - 1 \quad (5)$$ [2].

« 7. I punti di contatto dei piani tangenti ad una superficie dell'ordine n

$$F \equiv F(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$$

che passano per due punti $0\ (y_1, y_2, y_3, y_4)$ e $0'\ (y'_1, y'_2, y'_3, y'_4)$ sono, come è noto, i punti d'intersezione della superficie medesima con due altre superficie, degli ordini $n-1$,

$$P \equiv y_1 \frac{dF}{dx_1} + y_2 \frac{dF}{dx_2} + y_3 \frac{dF}{dx_3} + y_4 \frac{dF}{dx_4} = 0\,,$$
$$P' \equiv y'_1 \frac{dF}{dx_1} + y'_2 \frac{dF}{dx_2} + y'_3 \frac{dF}{dx_3} + y'_4 \frac{dF}{dx_4} = 0\,,$$

prime polari dei punti 0 e $0'$. Se la superficie possiede un punto, o una curva, singolare (di moltiplicità $\geqq 2$), per questo punto, o curva, passano, necessariamente, le superficie $P = 0$, $P' = 0$. Cosicchè il problema che consiste a determinare la *classe* di una superficie algebrica riducesi a trovare il numero dei punti comuni alle tre superficie $F = 0$, $P = 0$, $P' = 0$ che sono a distanza finita da ciascuno dei punti e delle curve singolari (di moltiplicità $\geqq 2$) della superficie data $F = 0$. La soluzione di questo problema è data dal seguente teorema che discende immediatamente dal nostro Lemma:

« Teorema V. — Sia $[F] = 0$ l'equazione di una superficie algebrica, dotata di singolarità qualunque, il cui primo membro contenga, linearmente, dei parametri arbitrarî $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ Indicando con

n' la classe di una superficie $F = 0$;

p_{FP} il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ), residua intersezione della superficie generica $F=0$ con una prima polare $P = 0$ (relativa ad una superficie qualunque del sistema $[F] = 0$);

[1] *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono unicursali (Rend. Circ. Matem.*, t. I, p. 165).

[2] Quest'ultimo risultato sfugge a qualsiasi restrizione perchè riferiscesi a superficie omaloidi. Per le rigate è incluso un risultato già ottenuto, per altra via, dal prof. Segre in una Nota: *Intorno alla geometria su una rigata algebrica* (questi Rendiconti vol. III, 1887).

$p_{F\Xi}$ il genere della curva mobile, variabile coi parametri (λ), residua intersezione della superficie generica $F=0$ con la superficie

$$\Xi \equiv F_r P_t + aF_s P_u = 0 ,$$

dove: a è una costante arbitraria, $F_r = 0$, $F_s = 0$ sono due superficie scelte ad arbitrio nel sistema $[F]=0$, e $P_t = 0$, $P_u = 0$ sono due prime polari relative a due superficie qualunque del sistema medesimo; si ha

$$n' = p_{F\Xi} - 2p_{FP} + 1 \quad (6)$$ (1).

« 8. In una importante Memoria pubblicata nel 1887 negli *Annali di Matematica* del prof. Brioschi (2), il sig. Halphen è riuscito, pel primo, a determinare l'ordine della curva parabolica di una superficie algebrica dotata di singolarità qualsiasi. Siamo ora in grado di far conoscere un' altra espressione di questo numero, molto semplice, che si presenterà a noi come una conseguenza immediata del teorema del n. 4 della Nota I^a^, il quale, è utile ricordarlo, non è affetto da alcuna restrizione.

« È noto che il luogo dei punti parabolici di una superficie algebrica, dell'ordine n,

$$F \equiv F(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 ,$$

è dato dall'intersezione di questa superficie con un'altra superficie algebrica, dell'ordine $4(n-2)$,

$$H \equiv \sum \pm \frac{d^2 F}{dx_1^2} \frac{d^2 F}{dx_2^2} \frac{d^2 F}{dx_3^2} \frac{d^2 F}{dx_4^2} = 0 ,$$

la sua hessiana, che è il luogo dei punti doppi delle prime polari, ovvero il luogo dei punti le cui quadriche polari sono dei coni, etc. Se la superficie $F = 0$ possiede una curva singolare (di moltiplicità $\geqq 2$) per questa curva passa, necessariamente, la superficie $H = 0$. Cosicchè, in generale, la curva parabolica è data dall'intersezione residua delle superficie $F = 0$ e $H = 0$, oltre le curve singolari di $F = 0$ i cui gradi di moltiplicità per questa superficie sono $\geqq 2$.

« Ciò premesso, enuncieremo senz'altro la proposizione che risolve il problema, quale ricavasi facilmente dal teorema citato:

« Teorema VI. — Sia $[F] = 0$ l'equazione di una superficie algebrica, dotata di singolarità qualunque, il cui primo

(1) Per difetto di spazio ci asteniamo dal fare applicazione di questo risultato al caso di singolarità *ordinarie* onde ritrovare la formola data dal Nöther nella classica Memoria: *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraischer Gebilde*, Zweiter Aufsatz, p. 505 (*Math. Annalen*, VIII).

(2) Seconda serie, tomo IX, pag. 68.

membro contenga, linearmente, dei parametri arbitrarî. Indicando con

δ l'ordine della curva parabolica di una superficie $F=0$;

π_F il genere della sezione piana arbitraria di una superficie $F=0$;

π_H il genere della sezione piana arbitraria di una superficie hessiana $H=0$ (relativa ad una superficie qualunque del sistema $[F]=0$);

π_Ξ il genere della sezione piana arbitraria della superficie irreduttibile

$$\Xi \equiv F_r H_t + a F_s H_u = 0 ,$$

dove: a è una costante arbitraria, $F_r=0$, $F_s=0$ sono due superficie scelte ad arbitro nel sistema $[F]=0$, e $H_t=0$, $H_u=0$ sono due hessiane relative a due superficie qualunque del sistema medesimo; si ha

$$\delta = \pi_\Xi - \pi_F - \pi_H + 1 . \qquad (7)$$

« 9. Il teorema precedente può essere enunciato in modo più semplice e tale da comprendere anche il caso di una superficie che non può farsi variare in un sistema lineare perchè completamente determinata dalle sue singolarità. Basta perciò richiamare testualmente la definizione di un numero, facilmente calcolabile, che abbiamo denominato *genere di una curva piana composta,* nel n. 5 della Nota *Sulla classe e sul numero dei flessi di una curva algebrica dotata di singolarità qualunque* (1). Si ha allora la seguente proposizione, la quale, come è facile scorgere, può ricavarsi direttamente dalla formola (8) della medesima Nota:

« Teorema VII. — L'ordine della curva parabolica di una superficie algebrica qualunque è uguale al genere della sezione piana arbitraria della superficie composta della superficie data e della sua hessiana, diminuito della somma dei generi delle sezioni piane arbitrarie delle anzidette superficie, ed aumentato dell'unità.

« 10. Porremo termine a queste preliminari ricerche sulle superficie algebriche dotate di singolarità qualsiasi, coll'enunciare un teorema che riferiscesi al *genere* della curva parabolica e che si trae facilmente dalla teoria delle curve gobbe algebriche del Nöther:

« Teorema VIII. — Sia $[F]=0$ l'equazione di una superficie algebrica, dotata di singolarità qualunque, il cui primo

(1) Questi *Rendiconti*, vol. V, 1° sem. 1889, p. 18-25. Ci riserbiamo, in altra occasione, di mutare la denominazione di questo numero, il quale, siccome rilevasi dalla sua definizione, non ha alcun carattere invariantivo.

membro contenga, linearmente, dei parametri arbitrarî. Indicando con ε il genere della curva parabolica di una superficie $F=0$ e con p_F, p_H, p_Ξ rispettivamente i generi delle superficie $F=0$, $H=0$, $\Xi\equiv F_r H_t + a F_s H_u = 0$ (definite come nel teorema VI) si ha:

$$\varepsilon = p_\Xi - p_F - p_H \text{ ».} \tag{8}$$

Matematica. — *Su la trasformazione involutoria dello spazio che determina un complesso tetraedrale.* Nota del dott. DOMENICO MONTESANO, presentata a nome del Corrispondente S. PINCHERLE.

« La trasformazione involutoria dello spazio nella quale le coppie di punti coniugati si trovano sui raggi di un complesso tetraedrale, una su ogni raggio, viene studiata nella presente Nota, alla quale farà seguito lo studio delle altre trasformazioni involutorie dello spazio che dànno origine a complessi quadratici di rette.

« I metodi tenuti sono analoghi a quelli usati per costruire la trasformazione involutoria dello spazio che determina un complesso lineare [1]; ed anche in questo caso arrivo all'interessante proprietà che la trasformazione che esamino, è completamente individuata da una curva gobba, dalla curva, cioè, di ordine 11 e di genere 14, della quale trovo varie notevoli proprietà.

« 1. Sia T un'involuzione dello spazio che dia origine ad un complesso tetraedrale Γ.

« È noto che tale complesso ammette un sistema lineare ∞^3 di congruenze di 1° ordine e di 3ª classe costituite dalle corde di ∞^3 cubiche gobbe formanti un sistema lineare, che ha per base i punti fondamentali A, B, C, D del complesso.

« Il sistema delle superficie F costituite dalle coppie di punti coniugati situate su i raggi delle singole congruenze Q_{1-3} ora accennate, è anche esso lineare e di più risulta di 4° ordine, perchè ogni sua superficie F passando semplicemente per la cubica gobba direttrice della congruenza a cui è dovuta, ed avendo su ogni corda di tale cubica una sola coppia di punti, risulta di 4° ordine.

« Un fascio Φ' di congruenze Q_{1-3}, un sistema cioè di congruenze Q_{1-3} che abbiano le direttrici C_3 su di una quadrica I_2, dà origine ad un fascio Φ di superficie F_4, delle quali ciascuna sega la quadrica I_2 oltre che nella corrispondente direttrice C_3 (che varia con la F_4) in una curva fissa, luogo delle coppie della trasformazione situate su i ragi della schiera rigata di I_2 che appartiene al complesso Γ.

[1] V. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Vol. IV, pag. 207.

« Evidentemente questa curva (comune a tutte le F del fascio) è una C_5 di 5° ordine e di genere 2, sicchè come ulteriore linea base del fascio Φ si ha una linea di 11° ordine, la quale è certamente fondamentale per la trasformazione.

« Nel caso più generale che non si spezzi, essa risulta una C_{11} di genere 14 con 18 punti sulla precedente curva C_5 (1).

« Ora se inversamente si parte da un fascio Φ di superficie di quarto ordine, la cui base contenga una curva gobba C_5 di genere 2 e quindi ulteriormente una C_{11} di genere 14 appoggiata in 18 punti alla C_5, la quadrica I_2 su cui si trova questa curva C_5 (2), viene ulteriormente segata dalle singole superficie F_4 del fascio secondo cubiche gobbe C_3 formanti fascio di cui risultano base i quattro punti A, B, C, D comuni alla I_2 ed alla C_{11}, non situati sulla C_5, sicchè le congruenze Q_{1-3} delle corde di tali cubiche appartengono ad un complesso tetraedrale Γ, di cui i quattro punti A, B, C, D sono fondamentali; e ciascuna superficie F_4 del fascio è segata dalle corde della C_3 che contiene, al di fuori di questa, in coppie di punti costituenti su di essa un'involuzione, il cui assieme col variare della F_4 nel fascio Φ determina nello spazio una trasformazione involutoria della specie cercata, la quale cioè ha le sue coppie su i raggi del complesso Γ una su ogni raggio.

« Si è dunque costruita la T.

« La C_{11} ne è linea fondamentale, sicchè giace su tutte le superficie F_4 determinate dalle ∞^3 congruenze Q_{1-3} del complesso. E siccome tali superficie non hanno alcun'altra linea in comune, giacchè si è visto che due di esse si segano ulteriormente secondo una C_5 variabile, perciò la trasformazione T non ammette alcun'altra linea fondamentale di 1ª specie, alcun'altra linea fondamentale, cioè, che abbia per coniugata una superficie.

« D'altra parte siccome il sistema delle superficie di 4° ordine passanti per la C_{11} è appunto ∞^3 (3), perciò esso coincide completamente con quello delle superficie F_4 precedentemente ottenuto, sicchè ci è lecito affermare che:

« Nel sistema lineare ∞^3 delle superficie di 4° ordine che ha per base una curva C_{11} di genere 14, ogni rete ha una coppia di punti base la cui congiungente appartiene ad un complesso tetraedrale, ed il cui assieme costituisce la più generale involuzione dello spazio che dia origine ad un complesso tetraedrale.

« Le quadriche che contengono le C_5 basi variabili dei fasci del sistema, passano per quattro punti fissi della C_{11} che sono i punti fondamentali del complesso precedentemente accennato.

(1) Salmon-Fiedler, *Analytische Geometrie des Raumes.* II Th. 3te Auf. p. 132.

(2) Salmon-Fiedler, op. cit.

(3) V. le Memorie di Halphen (p. 168) e di Noether (p. 104) su le curve gobbe.

« 2. Per ottenere le ulteriori proprietà della trasformazione T giova servirsi dei fasci generatori Φ, Φ' (l'uno di superficie F_4 l'altro di congruenze Q_{1-3}) già accennati; e da prima si noti che i raggi del complesso Γ che escono da un punto P della C_{11} vengono a corrispondere univocamente alle singole superficie del fascio Φ, se si assume come corrispondente di un raggio r la superficie F_4 che nel fascio Φ corrisponde alla congruenza Q_{1-3} del fascio Φ' che contiene la r. Con ciò la curva generata dalla corrispondenza si spezza nella C_4 comune al cono del complesso di vertice P ed alla quadrica I_2 sostegno delle cubiche direttrici delle congruenze del fascio Φ', e nella curva che nella trasformazione è coniugata al punto P, sicchè quest'ultima curva è di 5° ordine, cioè la C_{11} è fondamentale quintupla per la trasformazione T.

« 3. Nel fascio delle $C_3 \equiv A\,B\,C\,D$ che si hanno sulla quadrica I_2 ve ne sono quattro degeneri. La congruenza Q_{1-3} del fascio Φ' che ha per direttrice una qualsiasi di queste cubiche degeneri (quella per es. che si spezza nella conica $K_2 \equiv B\,C\,D$ e nella retta $k \equiv A$ di Γ) si spezza nella congruenza Q_{1-2} che ha per direttrici le k, K_2 e nel sistema delle rette del piano $\alpha \equiv B\,C\,D$; sicchè la superficie $F_4 \equiv k\,K_2$, che nel fascio Φ corrisponde a tale congruenza, sega il piano α oltre che nella K_2 in una seconda conica A_2 la quale viene incontrata da ogni retta del piano α in due punti coniugati nella trasformazione T, sicchè in questa la A_2 è coniugata per intero ad ogni suo punto.

« E siccome la conica K_2 contiene semplicemente i tre punti B, C, D, della C_{11}, perciò gli altri otto punti $(\alpha\, C_{11})$ sono sulla conica A_2, ciò che dipende anche dal fatto che la A_2 essendo fondamentale doppia e di 2ª specie per la T (avendo cioè per coniugata una linea e non una superficie) deve appoggiarsi in otto punti alla C_{11} che è l'unica curva fondamentale di 1ª specie della trasformazione [1].

« Ripetendo gli stessi ragionamenti per gli altri tre piani fondamentali β, γ, δ del complesso Γ, si ottengono altre tre coniche fondamentali doppie di 2ª specie B_2, C_2, D_2 della T; e si ha il teorema che:

« La curva C_{11} è segata da ciascuno dei piani fondamentali del complesso che determina, oltre che nei punti fondamentali di tale piano, in otto punti situati su una conica che è fondamentale doppia per la trasformazione determinata dalla C_{11}.

« 4. I raggi del complesso Γ situati in un qualsiasi piano π vengono riferiti alle superficie F_4 del fascio Φ in modo che ad ogni superficie del fascio corrispondono i tre raggi del piano che appartengono alla congruenza di Φ' che corrisponde alla superficie considerata; sicchè viceversa ad ogni raggio corrisponde un'unica superficie.

[1] V. Cremona, *Su le trasformazioni razionali dello spazio.* Annali di matematica. Serie II, tomo V, § 9.

« La linea di 11° ordine generata da tale corrispondenza contiene evidentemente la conica (πI_2) contata due volte, perchè in ogni punto di essa due raggi del sistema incontrano la corrispondente superficie F_4.

« L'ulteriore parte di tale linea è la curva costituita dalle coppie di punti coniugati nella T situate nel piano π, sicchè questa curva è di 7° ordine, e la superficie luogo delle coppie della T situate nei piani di un fascio k è una $K_8 \equiv k\, C^2{}_{11}\, A_2\, B_2\, C_2\, D_2$, donde segue anche che in generale la superficie luogo delle coppie della T situate su i raggi di una congruenza di 2° grado del complesso Γ è una $S_8 \equiv C^2{}_{11}\, A_2\, B_2\, C_2\, D_2$ e che il luogo dei raggi che uniscono i punti di una retta r ai coniugati nella T costituiscono una superficie gobba razionale $R \equiv r$, la quale risulta di ottavo ordine, perchè le generatrici di questa superficie appoggiate ad una retta arbitraria k escono dai punti in cui la r sega la superficie K_8 su accennata, dovuta alla k.

« Le generatrici di tale superficie R_8 si distribuiscono in quaterne appartenenti alle singole congruenze Q_{1-3} del fascio Φ' e che perciò vengono a corrispondere univocamente alle superficie F_4 del fascio Φ in modo che la linea generata dalla corrispondenza si spezza nella retta r, nella curva $(R_8\, I_2)$ e nella curva coniugata alla k nella T, sicchè è agevole riconoscere che quest'ultima curva risulta di 19° ordine.

« Questo è dunque il grado della trasformazione T. E siccome oltre le linee fondamentali trovate la T non può avere che rette fondamentali di 2ª specie coniugate ciascuna per intero ad ogni suo punto e perciò raggi del complesso Γ e quatrisecanti della C_{11}; e d'altra parte nella linea d'intersezione di due superficie Φ_{19} che corrispondono a due piani arbitrarî dello spazio le linee trovate contano semplicemente per una curva di ordine 307, perciò il numero di tali raggi fondamentali è 35, cioè ai piani dello spazio corrispondono nella T delle

$$\Phi_{19} \equiv C^5{}_{11}\,(A_2\, B_2\, C_2\, D_2)^2\, a_1 \ldots a_{35}$$

e la Jacobiana del sistema di tali superficie è una

$$I_{72} \equiv C^{19}{}_{11}\,(A_2\, B_2\, C_2\, D_2)^8\,(a_1 \ldots a_{35})^4.$$

« I sei raggi doppi del complesso appartenendo a tutte le congruenze Q_{1-3}, contengono ∞^1 coppie di punti coniugati nella T, formanti su di essi delle involuzioni ordinarie.

« Si noti infine che siccome le rette di tre piani fondamentali del complesso formano assieme alla stella che ha per centro il punto fondamentale comune a detti piani, una Q_{1-3} del complesso, perciò la superficie $F_4 \equiv C_{11}$ dovuta a tale congruenza risulta il luogo delle coppie della T situate sui raggi della stella ora accennata. Questa F_4 contiene i raggi doppî del complesso che appartengono alla stella indicata e le tre coniche fondamentali che hanno i piani in tale stella.

« E la superficie punteggiata unita della trasformazione è una

$$\Omega_{12} \equiv C^3{}_{11}\, A_2\, B_2\, C_2\, D_2\, a_1 \ldots a_{35}.$$

« 5. Se la curva fondamentale C_{11} che determina la trasformazione, si spezza in parti in modo da ammettere ∞^1 quatrisecanti che formino una superficie S_μ del complesso Γ, questa viene a far parte di tutte le superficie Φ_{19} che corrispondono ai piani dello spazio, sicchè la trasformazione che ne risulta, è di grado $19 - \mu$.

« Così può succedere che la C_{11} si spezzi in modo che le ∞^2 rette di uno (o di più) piani fondamentali del complesso Γ ne risultino quatrisecanti. Allora tale piano viene a far parte delle superficie K_8 del § 4 e il grado della trasformazione risultante si diminuisce di 3 unità per ogni piano fondamentale che presenti un tale fatto.

« L'esame di questi casi particolari della trasformazione studiata non presenta gravi difficoltà (e però mi astengo per adesso dal farlo) potendosi ripetere i ragionamenti fatti per le involuzioni che determinano complessi lineari di rette ».

Geometria differenziale. — *Dell'angolo caratteristico e delle linee caratteristiche di una superficie.* Nota del prof. Enrico Pucci, presentata dal Socio Cremona.

« 1. È noto come, indicando con X, Y, Z i coseni di direzione della normale nel punto $M \equiv M(x, y, z)$ di una superficie che abbia per elemento lineare

$$ds = \sqrt{E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2},$$

e ponendo

$$D_1 = X\frac{\partial x^2}{\partial u^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2},$$

$$D_2 = X\frac{\partial x^2}{\partial u\partial v} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v} = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v},$$

$$D_3 = X\frac{\partial x^2}{\partial v^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial v^2},$$

i differenziali du, dv delle coordinate curvilinee nelle direzioni conjugate alle tangenti di una linea φ della superficie sono legati dalla relazione:

$$(1)\qquad D_1\,du\,du_\varphi + D_2\,(du\,dv_\varphi + du_\varphi\,dv) + D_3\,dv\,dv_\varphi = 0.$$

Se φ è il parametro fondamentale di una famiglia di linee della superficie, in modo che si abbia

$$\varphi = \varphi(u, v),$$

alla (1) si può dare la forma

$$(2)\qquad du\left(D_1\frac{\partial\varphi}{\partial v} - D_2\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right) + dv\left(D_2\frac{\partial\varphi}{\partial v} - D_3\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right) = 0,$$

da cui, integrando, si otterrebbe una equazione fra u, v ed una costante arbitraria ψ, equazione che rappresenterebbe una nuova famiglia di linee, la quale

colle sue direzioni ci darebbe tutte le direzioni conjugate alle tangenti della famiglia φ. Reciprocamente le tangenti delle linee φ sono conjugate alle tangenti delle linee ψ; dirò pertanto che le due famiglie φ, ψ sono tangenzialmente conjugate fra loro.

« La natura delle linee ψ tangenzialmente conjugate a una data famiglia di linee φ dipende dalla natura analitica e geometrica della superficie costituita dalle φ stesse, e varia col deformarsi della superficie, insieme alle linee di curvatura, anche se la deformazione è inelastica: tuttavia vi sono due famiglie di linee tangenzialmente conjugate che hanno delle notevoli proprietà, sulle quali, con questa breve nota, desidererei di richiamar l'attenzione di qualche geometra.

« 2. Designando con ω l'angolo che comprendono due linee tangenzialmente conjugate qualunque si ha la formula:

$$\text{(3)} \qquad \text{tang.}\,\omega = \pm \sqrt{EG-F^2}\,\frac{D_1\left(\frac{du}{dv}\right)_\varphi^2 + 2D_2\left(\frac{du}{dv}\right)_\varphi + D_3}{(ED_2-FD_1)\left(\frac{du}{dv}\right)_\varphi^2 + (ED_3-GD_1)\left(\frac{du}{dv}\right)_\varphi + FD_3-GD_2}$$

da cui si conclude immediatamente che le uniche linee tangenzialmente conjugate ortogonali sono le linee di curvatura, e che sulle superficie a curvatura negativa, e su queste soltanto esistono due sistemi distinti e reali di linee tangenzialmente conjugate a loro stesse, ossia di linee asintotiche. Quindi per le superficie a curvatura positiva l'angolo ω, se reale, è compreso fra due certi limiti che ci proponiamo ora di determinare.

« 3. Per semplificare una tale ricerca, e, insieme, le dimostrazioni dei teoremi che ne derivano, supponiamo che la superficie sia riferita alle sue linee di curvatura ed indichiamo con σ, τ i parametri di queste, e con R_σ, R_τ i corrispondenti raggi principali, si avrà:

$$\frac{\partial x}{\partial\sigma} = -R_\tau\frac{\partial X}{\partial\sigma}\,,\quad \frac{\partial x}{\partial\tau} = -R_\sigma\frac{\partial X}{\partial\tau}\,,$$
$$\frac{\partial y}{\partial\sigma} = -R_\tau\frac{\partial Y}{\partial\sigma}\,,\quad \frac{\partial y}{\partial\tau} = -R_\sigma\frac{\partial Y}{\partial\tau}\,,$$
$$\frac{\partial z}{\partial\sigma} = -R_\tau\frac{\partial Z}{\partial\sigma}\,,\quad \frac{\partial z}{\partial\tau} = -R_\sigma\frac{\partial Z}{\partial\tau}\,,$$

e quindi:

$$\text{(4)} \qquad ds^2 = R_\tau D'_1\,d\sigma^2 + R_\sigma D'_3\,d\tau^2\,,\qquad D'_2 = 0$$

ove D'_1, D'_2, D'_3 rappresentano i valori che prendono D_1, D_2, D_3 in questo sistema di coordinate. Dalla (3) poi si deduce

$$\text{tang}\,\omega = \sqrt{\frac{R_\sigma R_\tau}{D'_1 D'_3}}\,\frac{D'_1\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 + D'_3}{(R_\sigma - R_\tau)\left(\frac{du}{dv}\right)_\varphi}\,,$$

da cui, introducendo l'angolo θ_φ che le linee φ fanno colle $\tau=$ cost., si ha l'espressione

$$(5)\qquad \operatorname{tang}\omega=\frac{R_\sigma \operatorname{cotg}\theta_\varphi+R_\tau \operatorname{tang}\theta_\varphi}{R_\sigma-R_\tau},$$

nella quale non compariscono, oltre all'angolo di direzione θ, che i raggi principali di curvatura. Se si ha $R_\sigma-R_\tau=0$, l'angolo ω è necessariamente retto qualunque sia θ_φ, a meno che la superficie si riduca ad un punto; perciò sopra una sfera le linee tangenzialmente conjugate a una famiglia qualsiasi sono le loro trajettorie ortogonali.

« Rappresentiamo in generale con Θ i valori di θ_φ, per i quali ω diviene massimo o minimo, e questi valori saranno dati dalle radici dell'equazione

$$\cos^2\omega\,\frac{1}{R_\sigma-R_\tau}-\left(\frac{R_\tau}{\operatorname{sen}^2\Theta}-\frac{R_\sigma}{\operatorname{sen}^2\Theta}\right)=0,$$

che può scriversi come segue:

$$(6)\qquad (R_\sigma-R_\tau)\,\frac{R_\tau\operatorname{sen}^2\Theta-R_\sigma\cos^2\Theta}{R_\tau^2\operatorname{sen}^2\Theta+R_\sigma^2\cos^2\Theta}=0,$$

e che, astrazion fatta dal caso della sfera, conduce a porre

$$(7)\qquad \operatorname{tang}\Theta=\pm\sqrt{\frac{R_\sigma}{R_\tau}},$$

a meno che una delle curvature principali non sia nulla. Se poi una di queste curvature si annulla, non si ha $\Theta=0$ o $\Theta=90^\circ$ come potrebbe a priori presumersi dalla considerazione delle asintotiche di una sviluppabile, ma non vi è nè massimo nè minimo; ed infatti se per esempio si suppone $R_\sigma=\infty$, e si scrive la (6) sotto la forma

$$\frac{R^2{}_\sigma}{R^2{}_\sigma}\left(1-\frac{R_\tau}{R_\sigma}\right)\frac{\frac{R_\tau}{R_\sigma}\operatorname{sen}^2\Theta-\cos^2\Theta}{\frac{R^2{}_\tau}{R^2{}_\sigma}\operatorname{sen}^2\Theta+\cos^2\Theta}=0,$$

si deduce

$$-\frac{\cos^2\Theta}{\operatorname{sen}^2\Theta}=0,$$

lo che è assurdo. Per interpretare geometricamente questo risultato basta riflettere che, in questo caso, la sviluppabile circoscritta alla linea φ qualunque non è che la sviluppabile sulla quale la linea si considera descritta; quindi le linee tangenzialmente conjugate alla famiglia φ sono sempre le generatrici della sviluppabile stessa, ossia le sue asintotiche. Ora se immaginiamo che l'angolo θ_φ venga contato a partire da tali generatrici, la (5) ci dà $\operatorname{tang}\omega=\operatorname{tang}\theta_\varphi$, e facendo crescere continuamente θ_φ cresce in pari tempo continuamente ω.

« 4. Soltanto nel caso in cui la superficie non sferica che si considera sia a curvatura positiva l'equazione (7) dà due valori distinti e reali di tang Θ,

i quali corrispondono l'uno a un massimo l'altro a un minimo di ω, giacchè si ha

$$\frac{d^2\omega}{d\theta^2} = \frac{4\, R_\sigma R_\tau (R^2_\tau - R^2_\sigma) \cos^2\theta}{(R^2_\tau \operatorname{sen}^2\theta + R^2_\sigma \cos^2\theta)^2} \operatorname{tang}\theta\, ;$$

ma geometricamente tali due valori non danno che due uniche direzioni fra loro tangenzialmente conjugate, e che si tagliano sotto l'angolo Ω dato dalla formula

$$\operatorname{tang}\Omega = \pm \frac{2\sqrt{R_\sigma R_\tau}}{R_\sigma - R_\tau} \tag{8}$$

« Da ciò risulta che, dato l'angolo Ω come funzione di u, v, e la forma dell'elemento lineare della superficie, restano completamente determinati in tutti i punti i raggi principali di curvatura, e si ha un altra relazione in termini finiti fra gli enti caratteristici E, F, G, D_1, D_2, D_3 della superficie stessa, oltre a quella notissima

$$R_\sigma R_\tau = \frac{E\, G - F^2}{D_1 D_3 - D^2_2},$$

ed alle due a differenze parziali, già indicate dal Codazzi. Per questo, e per quanto sono ancora per esporre, all'angolo Ω darò il nome di *angolo caratteristico*, e dirò *linee caratteristiche* le linee tangenzialmente conjugate della superficie, che si tagliano sotto questo angolo.

« Le equazioni differenziali delle linee caratteristiche si ottengono dalla (7) esprimendo θ in fonzione del rapporto $\frac{d\sigma}{d\tau}$, e si trova

$$\begin{cases} \sqrt{D_1'}\, d\sigma + \sqrt{D_3'}\, d\tau = 0 \\ \sqrt{D_1'}\, d\sigma - \sqrt{D_3'}\, d\tau = 0 \end{cases} \tag{9}$$

« Se si considera ancora l'ellisse indicatrice delle flessioni (ellisse di Dupin) nel punto $M = M(\tau, \sigma)$ e si suppone che le linee di curvatura τ sieno quelle inviluppate dalle geodetiche di minima flessione si ha, come è noto, designando con e l'eccentricità dell'ellisse suddetta

$$e^2 = 1 - \operatorname{tang}^2\Theta\, ,$$

e, per questo, l'azimut Θ può esser detto il *modulo di ellitticità* della superficie. Osserviamo per ultimo come la condizione generale (1) in questo caso ci dia

$$\operatorname{tang}\theta_\varphi \operatorname{tang}\theta_\psi = -\frac{D_3'}{D_1'} = \operatorname{tang}^2\Theta\, , \tag{10}$$

d'onde si vede che il modulo di ellitticità resta determinato dalle direzioni di due diametri conjugati qualunque dell'ellisse indicatrice suddetta.

« Prima di studiare più intimamente le linee caratteristiche osserviamo che, quantunque geometricamente manchino di significato se la superficie è a curvatura negativa, tuttavia le loro equazioni (9), col solo cambiamento del segno di D_3', seguitano a godere della proprietà fondamentale indicata nel

precedente § 4, trasformandosi nelle equazioni delle due famiglie di asintotiche della superficie stessa. Così per generalizzare le nostre considerazioni anche al caso di una superficie a curvatura negativa basta definire per *linee caratteristiche le linee reali rappresentate analiticamente dalle due equazioni*

$$(11)\qquad \begin{cases} \sqrt{D_1'}\, d\sigma + \sqrt{\pm D_3'}\, d\tau = 0 \\ \sqrt{D_1'}\, d\sigma - \sqrt{\pm D_3'}\, d\tau = 0 \end{cases}$$

« L'angolo *caratteristico* sarà l'angolo compreso fra le caratteristiche e rimarrà definito dalla formula

$$(12)\qquad \operatorname{tang} \Omega = \pm \frac{2\sqrt{\pm R_\sigma R_\tau}}{\pm R_\sigma - R_\tau},$$

ove, nella frazione, i segni superiori corrispondono al caso di una superficie a curvatura positiva. Finalmente si dirà semplicemente *modulo* l'angolo Θ sotto cui le linee caretteristiche tagliano le linee di curvatura, ed avremo;

$$\operatorname{tang} \Theta = \pm \operatorname{tang} \theta_\varphi \operatorname{tang} \theta_\psi = \pm \sqrt{\pm \frac{R_\sigma}{R_\tau}}$$

Ma tutti cotesti enti sopra definiti perdono ogni importanza se la superficie è sviluppabile, giacchè allora le caratteristiche coincidono con un unica famiglia di linee di curvatura.

« 6. Rappresentando con χ l'angolo compreso fra la normale principale di una curva φ e la normale alla superficie, si ha:

$$\cos\chi = \varrho\left(X\frac{d^2x}{ds^2} + Y\frac{d^2y}{ds^2} + Z\frac{d^2z}{ds^2}\right) = \varrho\, \Sigma X \frac{d^2x}{ds^2},$$

e se la curva appartiene alla superficie si deve porre:

$$\frac{d^2x}{ds^2} = \frac{\partial^2 x}{\partial u^2}\left(\frac{du}{ds}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 x}{\partial u\, \partial v}\frac{du}{ds}\frac{dv}{ds} + \frac{\partial^2 x}{\partial v^2}\left(\frac{dv}{ds}\right)^2 + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{\partial x}{\partial v}\frac{d^2v}{ds^2}$$

e quindi le importanti formule già note:

$$(14)\qquad \begin{cases} \dfrac{\cos\chi}{\varrho} = \dfrac{D_1\, du^2 + 2\, D_2\, du\, dv + D_3\, dv^2}{E\ du^2 + 2\,F\ du\, dv + G\ dv^2} = D_1\left(\dfrac{du}{ds}\right)^2 + 2\, D_2 \dfrac{du}{ds}\dfrac{dv}{ds} + D_3\left(\dfrac{dv}{ds}\right)^2 \\ \dfrac{\cos\chi}{\varrho} = \dfrac{D_1\, E \operatorname{sen}^2(\omega-\theta) + 2\, D_2 \sqrt{EG} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\omega-\theta) + D_3\, G \operatorname{sen}^2\theta}{E\, G - F^2} \end{cases}$$

le quali non solo contengono i teoremi di Meusnier e di Eulero sulla curvatura delle linee della superficie, e l'altro che la ricerca delle linee di curvatura equivale alla ricerca di una trasformazione di coordinate tale che renda simultaneamente $F = 0$, $D_2 = 0$, ma danno altresì il significato dei tre enti fondamentali D_1, D_2, D_3.

« Se designamo con c_1, c_2 i parametri fondamentali delle famiglie caratteristiche, con ϱ_c, χ_c il raggio di curvatura ed il valore di χ lungo queste, avremo dalle (14)

$$(15)\qquad \frac{\cos\chi_c}{\varrho_c} = \frac{1 \pm 1}{R_\sigma \pm R_\tau}$$

ove i segni superiori corrispondono al caso di una superficie a curvatura positiva; quindi il teorema: Nelle superficie a curvatura positiva il raggio di curvatura delle geodetiche che inviluppano le caratteristiche, nel punto di tangenza è eguale alla media aritmetica dei raggi di curvatura principali della superficie.

« La (15) poi dimostrerebbe ancora che il piano osculatore di un asintotica è tangente alla superficie, e che le geodetiche tangenti ad essa hanno curvatura nulla nel punto di contatto.

« La torsione geodetica $\frac{1}{T_g}$ nella direzione θ_φ è data dalla nota formula

$$-\frac{1}{T_g}=\frac{(ED_2-FD_1)\,du^2+(ED_3-GD_1)\,du\,dv+(FD_3-GD_2)\,dv^2}{\sqrt{EG-F^2}\,(E\,du^2+2\,F\,du\,dv+G\,dv^2)},$$

e non si annulla se non lungo le linee di curvatura. Riferendo a queste la superficie si ottiene

$$-\frac{1}{T_g}=(R_\tau-R_\sigma)\frac{d\sigma\,d\tau}{R_\tau\,D'_1\,d\sigma^2+R_\sigma\,D'_3\,d\tau^2}\sqrt{\frac{D'_1\,D'_3}{R_\tau R_\sigma}},$$

e quindi lungo le caratteristiche si ha

$$\left(\frac{1}{T_g}\right)_c=\frac{R_\sigma-R_\tau}{(R_\sigma\pm R_\tau)\sqrt{\pm R_\sigma R_\tau}}, \tag{16}$$

d'onde il teorema: In una superficie a curvatura positiva il prodotto dello pseudoraggio (inversa della radice della curvatura) per il raggio medio è eguale al doppio prodotto del raggio di torsione geodetica lungo le caratteristiche per la differenza dei raggi principali di curvatura, e l'altro: In una superficie a curvatura positiva il rapporto fra la curvatura e la torsione delle geodetiche che inviluppano le caratteristiche è eguale alla tangente trigonometrica dell'angolo caratteristico.

« Per le superficie a curvatura negativa poi il quadrato della torsione geodetica in una direzione caratteristica è uguale alla curvatura della superficie ed è quindi una funzione invariabile. Questo teorema però fu già indicato in un noto lavoro del prof. Beltrami.

« 7. Rappresentiamo con F_1, F_2 due fattori integranti rispettivi delle equazioni differenziali (11) che rappresentano le linee caratteristiche, e sieno

$$c_1=c_1(\sigma,\tau)$$
$$c_2=c_2(\sigma,\tau)$$

i corrispondenti integrali generali: si avrà evidentemente

$$\frac{\partial c_1}{\partial\sigma}=F_1\sqrt{D'_1}\quad,\quad\frac{\partial c_1}{\partial\tau}=F_1\sqrt{\pm D'_3}$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial\sigma}=F_2\sqrt{D'_1}\quad,\quad\frac{\partial c_2}{\partial\tau}=-F_2\sqrt{\pm D'_3}$$

e quindi

$$(18)\left\{\begin{aligned} d\sigma &= \frac{F_2\, dc_1 + F_1\, dc_2}{2\, F_1\, F_2 \sqrt{D'_1}}\,, \quad d\tau = \frac{F_2\, dc_1 - F_1\, dc_2}{2\, F_1\, F_2 \sqrt{\pm D'_3}} \\ ds^2 &= \tfrac{1}{4}\left(\frac{R_\tau \pm R_\sigma}{F_1^2}\, dc_1^2 + 2\,\frac{R_\tau \mp R_\sigma}{F_1\, F_2}\, dc_1\, dc_2 + \frac{R_\tau \pm R_\sigma}{F_2^2}\, dc_2^2\right). \end{aligned}\right.$$

Ora per il parametro differenziale $\Delta_1\, c_1$ delle linee caratteristiche c_1, calcolato dalla nota espressione

$$\Delta_1 \varphi = \frac{\sqrt{E\left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 - 2\,F\,\frac{\partial\varphi}{\partial u}\,\frac{\partial\varphi}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2}}{\sqrt{EG - F^2}},$$

si trova, adoperando la forma (18) dell'elemento lineare,

$$(19) \qquad \Delta_1\, c_1 = \frac{F_2 \sqrt{R_\tau \pm R_\sigma}}{\sqrt{\pm R_\tau\, R_\sigma}}$$

ed analogamente per le caratteristiche C_2:

$$(20) \qquad \Delta_1\, c_2 = \frac{F_1 \sqrt{R_\tau \pm R_\sigma}}{\sqrt{\pm R_\tau\, R_\sigma}}$$

e queste ultime formole (19), (20) ci dànno i fattori integranti in funzione dei parametri differenziali delle linee caratteristiche, e una curiosa espressione dell'elemento lineare, riferito a queste linee, cioè:

$$(21) \qquad ds^2 = \pm \tfrac{1}{4}\, \frac{R_\tau \pm R_\sigma}{R_\tau\, R_\sigma}\left(\frac{dc_1^2}{\Delta_1 c_2^2} + 2\,\frac{R_\tau \mp R_\sigma}{R_\tau \pm R_\sigma}\cdot\frac{dc_1\, dc_2}{\Delta_1 c_1 \Delta_1 c_2} + \frac{dc_2^2}{\Delta_1 c_1^2}\right).$$

« 8. La diversità di natura fra le caratteristiche di una superficie ad indicatrice ellittica e quelle di una superficie ad indicatrice iperbolica, più che dalle equazioni differenziali (11) e dai precedenti teoremi, si rivela per altro nella ricerca delle equazioni che le rappresentano in coordinate qualunque. Mentre infatti lungo le asintotiche di una superficie a curvatura negativa si ha

$$D_1\, du^2 + 2\, D_2\, du\, dv + D_3\, dv^2 = 0\,,$$

per le caratteristiche di una superficie a curvatura positiva si trova l'equazione

$$\begin{aligned}(ED_1D_3 - GD_1^2 - 2ED_2^2 + 2FD_1D_2)du^2 + 2(2FD_1D_3 - GD_1D_2 - ED_2D_3)du\,dv + \\ + (GD_1D_3 - ED_3^2 - 2GD_2^2 + 2FD_2D_3)dv^2 = 0\end{aligned}$$

la quale, per la sua complicazione, rende in generale nei singoli casi molto difficile la determinazione diretta delle linee suddette.

« Tuttavia ha interesse lo studio della trasformazione di queste linee per una deformazione infinitamente piccola della superficie, e quello delle proprietà che ha la superficie a due falde composta dagli spigoli di regresso delle sviluppabili circoscritte lungo le linee delle due famiglie caratteristiche. Ma, per non sorpassare i limiti prefissi ad una comunicazione, mi occuperò di questo argomento in un'altra Nota ».

Matematica. — *Di un punto della teoria delle forme differenziali quadratiche ternarie.* Nota del prof. G. Ricci, presentata dal Socio U. Dini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Alcune formule relative a certe equazioni differenziali a derivate parziali di ordine m.* Nota del prof. A. Tonelli, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

« In una mia nota, pubblicata in questi Rendiconti, ho dimostrato che l'equazione differenziale a derivate parziali di ordine m della forma

$$(1)\ \sum_{\alpha_1..\alpha_m} \frac{\partial^m z}{\partial x_{\alpha_1}\dots\partial x_{\alpha_m}} + P_{m-1}^{(m)} \sum_{\alpha_1..\alpha_{m-1}} \frac{\partial^{m-1} z}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_{m-1}}} + \cdots + P_1^{(m)} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_1}} + P_0^{(m)} z = M$$

era immediatamente integrabile per quadrature, qualora tra' suoi primi m coefficienti fossero verificate $m-1$ speciali relazioni. Però in queste relazioni non figurano direttamente i coefficienti della (1), per cui sarà utile trasformarle in modo che riesca facile, non appena data l'equazione differenziale, il verificare se sono o no soddisfatte.

« Ponendo in generale

$$(2)\ Z_k = \sum_{\alpha_1..\alpha_k} \frac{\partial^k z}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_k}} + P_{k-1}^{(k)} \sum_{\alpha_1..\alpha_{k-1}} \frac{\partial^{k-1} z}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_{k-1}}} + \cdots + P_1^{(k)} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_1}} + P_0^{(k)} z$$

la (1) dà luogo al sistema di equazioni

$$(3)\ \begin{cases} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial Z_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}} + P_{-1}^{(m-1)} z = Z_m = M \\ \sum_{\alpha_2} \frac{\partial Z_{m-2}}{\partial x_{\alpha_2}} + P_{-1}^{(m-2)} z = Z_{m-1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum_{\alpha_s} \frac{\partial Z_{m-s}}{\partial x_{\alpha_s}} + P_{-1}^{(m-s)} z = Z_{m-s+1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum_{\alpha_{m-1}} \frac{\partial Z_1}{\partial x_{\alpha_{m-1}}} + P_{-1}^{(1)} z = Z_2 \end{cases}$$

ed i coefficienti $P^{(m-s)}_{m-s-1}$, $P^{(m-s)}_{m-s-2}$, .., $P_0^{(m-s)}$ di Z_{m-s} come anche $P^{(m-s)}_{-1}$ si esprimono in funzione dei coefficienti di Z_{m-s+1}, ovvero $P^{(m-s+1)}_{m-s}$, $P^{(m-s+1)}_{m-s-1}$, .., $P_0^{(m-s+1)}$ mediante la formula

$$P^{(m-s)}_{l-1} = \sum_{k=0}^{m-l-s} (-1)^k \sum_{\alpha_1..\alpha_k} \frac{\partial^k P^{(m-s+1)}_{l+k}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_k}} \tag{4}$$

che vale per $l=0, 1, 2, .., m-s$. Si tratta ora di esprimere le $P^{(m-s)}$ direttamente per le $P^{(m)}$ affinchè le relazioni

$$P^{(m-s)}_{-1} = 0 \qquad s = 1, 2, .., m-1$$

contengano i coefficienti della (1). Per questo osserviamo che la (4) ci dà

$$P^{(m-2)}_{l-1} = \sum_{k=0}^{m-l-2} (-1)^k \sum_{\alpha_1..\alpha_k} \frac{\partial^k P^{(m-1)}_{l+k}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_k}}$$

$$P^{(m-1)}_{l+k} = \sum_{h=0}^{m-l-k-2} (-1)^h \sum_{\alpha_1..\alpha_h} \frac{\partial^h P^{(m)}_{l+k+h+1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_h}}$$

per cui la prima, a causa della seconda, diverrà

$$P^{(m-2)}_{l-1} = \sum_{k=0}^{m-l-2} (-1)^k \left| \sum_{h=0}^{m-l-k-2} (-1)^h \sum_{\alpha_1..\alpha_{h+k}} \frac{\partial^{h+k} P^{(m)}_{l+k+h+1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_{h+k}}} \right| .$$

e, riunendo tutti i termini corrispondenti al medesimo valore di $h+k$, otterremo

$$P^{(m-2)}_{l-1} = \sum_{h=0}^{m-l-2} (-1)^h (h+1) \sum_{\alpha_1..\alpha_h} \frac{\partial^h P_{l+h+1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_h}} .$$

Con un procedimento simile si troverebbe

$$P^{(m-3)}_{l-1} = \sum_{h=0}^{m-l-3} (-1)^h \frac{(h+1)(h+2)}{1.2} \sum_{\alpha_1..\alpha_h} \frac{\partial^h P_{l+h+2}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_h}}$$

per cui potremo dire che avrà luogo la formula generale

$$P^{(m-s)}_{l-1} = \sum_{h=0}^{m-l-s} (-1)^h \frac{(h+1)(h+2)..(h+s-1)}{1.2..(s-1)} \sum_{\alpha_1..\alpha_h} \frac{\partial^h P^{(m)}_{l+h+s-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_h}} \tag{5}$$

quando, supposta vera per un valore di s, risulti tale anche cambiando s in $s+1$. Ora dalla (4) si ha

$$P^{(m-s-1)}_{l-1} = \sum_{k=0}^{m-l-s-1} (-1)^k \sum_{\alpha_1..\alpha_k} \frac{\partial^k P^{(m-s)}_{l+k}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_k}}$$

e poichè la (5), supposta vera, ci dà

$$P_{l+k}^{(m-s)}=\sum_{h=0}^{m-l-k-s-1}(-1)^h\frac{(h+1)(h+1)\,..\,(h+s-1)}{1\,.\,2\,..\,(s-1)}\sum_{\alpha_1..\alpha_h}\frac{\partial^h P_{l+k+h+s}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}..\,\partial x_{\alpha_h}}$$

così, dopo la sostituzione, avremo

$$P_{l-1}^{(m-s-1)}=\sum_{k=0}^{m-l-s-1}(-1)^k\left|\sum_{h=0}^{m-l-s-k-1}(-1)^h\frac{(h+1)(h+2)..(h+s-1)}{1\,.\,2\,..\,(s-1)}\sum_{\alpha_1..\alpha_{h+k}}\frac{\partial^{h+k}P_{l+k+h+s}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}..\,\partial x_{\alpha_{h+k}}}\right|$$

e se riuniamo i termini corrispondenti al medesimo valore di $h+k$, dopo avere osservato che

$$\sum_{h=0}^{h}(h+1)(h+2)\,..\,(h+s-1)=\frac{(h+1)(h+2)\,...\,(h+s)}{s}$$

otterremo subito

$$P_{l-1}^{(m-s-1)}=\sum_{h=0}^{m-l-s-1}(-1)^h\frac{(h+1)\,(h+2)\,..\,(h+s)}{1\,.\,2\,..\,s}\sum_{\alpha_1..\alpha_h}\frac{\partial^h P_{l+h+s}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}..\,\partial x_{\alpha_h}}$$

cioè la formula che dovevamo dimostrare. La (5) può dunque considerarsi come dimostrata in generale, e le relazioni le quali fanno sì che la (1) sia integrabile per quadrature diverranno le seguenti

$$(6)\qquad P_{-1}^{(m-s)}=\sum_{h=0}^{m-s}(-1)^h\frac{(h+1)(h+2)\,..\,(h+s-1)}{1\,.\,2\,..\,(s-1)}\sum_{\alpha_1..\alpha_h}\frac{\partial^h P_{h+s-1}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}..\,\partial x_{\alpha_h}}=0$$

per $s=1,2,3,\,..\,,m-1$. Ma esse sono suscettibili di una ulteriore semplificazione, la quale ci darà il modo di scrivere le equazioni differenziali della forma (1) per le quali le (6) sono verificate. L'ultima delle (6), corrispondente ad $s=m-1$, ci dà

$$P_{m-2}^{(m)}=(m-1)\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P_{m-1}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}}$$

e la penultima, corrispondente ad $s=m-2$, che sarebbe

$$P_{m-3}^{(m)}=(m-2)\sum_{\alpha_1}\frac{\partial P_{m-2}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}}-\frac{(m-2)(m-1)}{1\,.\,2}\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2 P_{m-1}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}\,\partial x_{\alpha_2}}\,,$$

quando si tenga conto della precedente, diventa

$$P_{m-3}^{(m)}=\frac{(m-1)(m-2)}{1\,.\,2}\sum_{\alpha_1\alpha_2}\frac{\partial^2 P_{m-1}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}\,\partial x_{\alpha_2}}\,.$$

« Supponiamo ora che, procedendo nel medesimo modo, si sia giunti ad ottenere dalle (6) anche la relazione

$$P_{m-r}^{(m)}=\frac{(m-1)(m-2)\,..\,(m-r+1)}{1\,.\,2\,..\,(r-1)}\sum_{\alpha_1..\alpha_{r-1}}\frac{\partial^{r-1}P_{m-1}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}..\,\partial x_{\alpha_{r-1}}}$$

ed andiamo a dimostrare che si ha pure

$$P^{(m)}_{m-(r+1)}=\frac{(m-1)(m-2)\,..\,(m-r)}{1.2\,...\,r}\sum_{\alpha_1..\alpha_r}\frac{\partial^r P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_r}}\,.$$

« La (6) per $s=m-r$ diventa

$$P^{(m)}_{m-(r+1)}=-\sum_{h=1}^{r}(-1)^h\frac{(h+1)(h+2)...(h+m-r-1)}{1.2...(m-r-1)}\sum_{\alpha_1..\alpha_r}\frac{\partial^h P^{(m)}_{h+m-r-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_h}}$$

e poichè per $h=1,2,..r$, si ha $h+m-r-1\geq m-r$ così sarà

$$P^{(m)}_{h+m-r-1}=\frac{(m-1)(m-2)\,...\,(m-r+h)}{1.2\,...\,(r-h)}\sum_{\alpha_1..\alpha_{r-h}}\frac{\partial^{r-h} P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_{r-h}}}$$

per cui, sostituendo nella precedente, otterremo

$$P^{(m)}_{m-(r+1)}=-\sum_{h=1}^{r}(-1)^h\frac{(m-1)(m-2)...(h+2)(h+1)}{1.2...(r-h).1.2...(m-r-1)}\sum_{\alpha_1..\alpha_r}\frac{\partial^r P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_r}}=$$

$$=-\frac{(m-1)(m-2)\,...\,(m-r)}{1.2..r}\sum_{\alpha_1..\alpha_r}\frac{\partial^r P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_r}}\sum_{h=1}^{r}(-1)^h\frac{r(r-1)..(r-h+1)}{1.2...h}$$

e poichè

$$\sum_{h=0}^{r}(-1)^h\frac{r(r-1)\,..\,(r-h+1)}{1\,.\,2\,..\,h}=0$$

così avremo

$$P^{(m)}_{m-(r+1)}=\frac{(m-1)(m-2)\,...\,(m-r)}{1\,.\,2\,...\,r}\sum_{\alpha_1..\alpha_r}\frac{\partial^r P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_r}}$$

come appunto si doveva dimostrare. Ne concluderemo quindi che le $m-1$ relazione (6) equivalgono alle altre

$$P^{(m)}_{m-(s+1)}=(m-1)_s\sum_{\alpha_1..\alpha_s}\frac{\partial^s P^{(m)}_{m-1}}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_s}}$$

per $s=1,2,..\,m-1$, e viceversa; e potremo enunciare il seguente:

« Teorema: essendo $\varphi\,(x_1, x_2, .., x_n)$ una funzione qualunque delle n variabili indipendenti $x_1, x_2, .., x_n$ tutte le equazioni differenziali a derivate parziali di ordine m e della forma

$$\sum_{\alpha_1..\alpha_m}\frac{\partial^m z}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_m}}+\sum_{s=0}^{m-1}(m-1)_s\sum_{\alpha_1..\alpha_s}\frac{\partial^s\varphi\,(x_1,...\,x_n)}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_s}}\cdot\sum_{\alpha_1..\alpha_{m-s-1}}\frac{\partial^{m-s-1}z}{\partial x_{\alpha_1}..\partial x_{\alpha_{m-s-1}}}=M$$

dove M è pure una funzione qualunque di $x_1, x_2, .., x_n$, sono integrabili per quadrature.

« 2. Nella nota sopra ricordata si dimostra pure che la integrazione della (1) può ridursi alla ricerca di $m-1$ soluzioni particolari appartenenti respettivamente ad altrettante equazioni differenziali a derivate parziali degli ordini $m-1$, $m-2$, ... 2, 1, i cui coefficienti dipendono da quelli della (1). Sarà quindi utile di vedere come, in pratica, possano costruirsi queste $m-1$ equazioni differenziali.

« Allorquando nella (2) si pone

$$z = \eta\zeta$$

si sa che essa si trasforma in una espressione della forma

$$\eta \left\{ \sum_{\alpha_1 .. \alpha_k} \frac{\partial^k \zeta}{\partial x_{\alpha_1} .. \partial x_{\alpha_k}} + \cdots + S_s^{(k)} \sum_{\alpha_1 .. \alpha_s} \frac{\partial^s \zeta}{\partial x_{\alpha_1} .. \partial x_{\alpha_s}} + \cdots + S_0^{(k)} \zeta \right\}$$

per cui, a causa delle (3), avremo in generale

$$\sum_{\alpha_s} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha_s}} \eta \left\{ \sum_{\alpha_{s+1} .. \alpha_m} \frac{\partial^{m-s} \zeta}{\partial x_{\alpha_{s+1}} .. \partial x_{\alpha_m}} + \cdots + S_h^{(m-s)} \sum_{\alpha_{s+1} .. \alpha_{s+h}} \frac{\partial^h \zeta}{\partial x_{\alpha_{s+1}} .. \partial x_{s+h}} + \cdots + S_0^{(m-s)} \zeta \right\} + P_{-1}^{(m-s)} \eta \zeta =$$

$$= \eta \left\{ \sum_{\alpha_s .. \alpha_m} \frac{\partial^{m-s+1} \zeta}{\partial x_{\alpha_s} .. \partial x_{\alpha_m}} + \cdots + S_h^{(m-s+1)} \sum_{\alpha_s .. \alpha_{s+h-1}} \frac{\partial^h \zeta}{\partial x_{\alpha_s} .. \partial x_{\alpha_{s+h-1}}} + \cdots + S_0^{(m-s+1)} \zeta \right\}$$

e quindi dopo aver posto

$$u = \frac{1}{\eta} \sum_{\alpha_1} \frac{\partial \eta}{\partial x_{\alpha_1}},$$

sarà

$$S_h^{(m-s+1)} = u S_h^{(m-s)} + \sum_{\alpha_s} \frac{\partial S_h^{(m-s)}}{\partial x_{\alpha_s}} + S_{h-1}^{(m-s)} \tag{7}$$

che vale per tutti i valori di h da zero ad $m-s$, quando si convenga che, in ogni caso,

$$S_p^{(p)} = 1, \qquad S_{-1}^{(p)} = P_{-1}^{(p)}.$$

« Facendo nella (7) successivamente $s = 1, 2, .., m-1$, avremo

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{lll} S_h^{(m)} = u S_h^{(m-1)} + \sum_{\alpha_1} \frac{\partial S_h^{(m-1)}}{\partial x_{\alpha_1}} + S_{h-1}^{(m-1)} & & h = 0, 1, .. m-1 \\ S_h^{(m-1)} = u S_h^{(m-2)} + \sum_{\alpha_2} \frac{\partial S_h^{(m-2)}}{\partial x_{\alpha_2}} + S_{h-1}^{(m-2)} & & h = 0, 1, .. m-2 \\ \cdots\cdots\cdots & & \cdots\cdots \\ S_h^{(2)} = u S_h^{(1)} + \sum_{\alpha_{m-1}} \frac{\partial S_h^{(1)}}{\partial x_{\alpha_{m-1}}} + S_{h-1}^{(1)} & & h = 0, 1 \end{array} \right.$$

colle quali, risalendo, potremo determinare i coefficienti $S_h^{(m)}$ della trasformata di Z_m in funzione di $S_o^{(1)}$ e delle quantità già espresse mediante i primi m coefficienti della (1)

$$S_{-1}^{(1)}=P_{-1}^{(1)}\ ,\ S_{-1}^{(2)}=P_{-1}^{(2)}\ ,\ ..\ ,\ S_{-1}^{(m-1)}=P_{-1}^{(m-1)}\ .$$

« Osservando poi che

$$Z_1=\sum_{\alpha_m}\frac{\partial z}{\partial x_{\alpha_m}}+P_0^{(1)}\,z$$

quando si ponga $z=\eta\xi$, si trasforma in

$$\eta\left\{\sum_{\alpha_m}\frac{\partial\zeta}{\partial x_{\alpha_m}}+(P_0^{(1)}+u)\,\zeta\right\}$$

e che, per le (5)

$$P_0^{(1)}=P_{m-1}^{(m)}$$

si vede subito che le $S_h^{(m)}$ si esprimono in funzione di u e dei primi m coefficienti della (1).

« Per esempio, facendo nelle successive equazioni (7) respettivamente $h=m-1\,,\ m-2,\,..\,2,\,1$ e sommando, si avrà subito

$$S_{m-1}^{(m)}=(m-1)\,u+S_0^{(1)}=mu+P_{m-1}^{(m)}\ .$$

« Determinate così le $S^{(m)}$ e osservato che la (1) diventa

$$(9)\qquad \sum_{\alpha_1\,..\,\alpha_m}\frac{\partial^m\zeta}{\partial x_{\alpha_1}\,..\,\partial x_{\alpha_m}}+\,..+S_s^{(m)}\sum_{\alpha_1\,..\,\alpha_s}\frac{\partial^s\zeta}{\partial x_{\alpha_1}\,..\,\partial x_{\alpha_s}}+\,..+S_0^{(m)}\,\zeta=\frac{M}{\eta}$$

si sa che questa si abbassa di una unità, quando si riesca a trovare una soluzione particolare dell'equazione differenziale di ordine $m-1$ in u della forma

$$(10)\qquad \sum_{h=0}^{m-1}(-1)^h\sum_{\alpha_1\,..\,\alpha_h}\frac{\partial^h S_h{}^{(m)}}{\partial x_{\alpha_1}\,..\,\partial x_{\alpha_h}}=0\ .$$

« Trovata una soluzione particolare di questa, la integrazione della (9) si riduce a quella di una equazione della forma

$$(11)\ \sum_{\alpha_2..\alpha_m}\frac{\partial^{m-1}\zeta}{\partial x_{\alpha_2}..\partial x_{\alpha_m}}+\cdots+Q_s{}^{(m-1)}\sum_{\alpha_2..\alpha_{s+1}}\frac{\partial^s\zeta}{\partial x_{\alpha_2}..\partial x_{\alpha_{s+1}}}+\cdots Q_0{}^{(m-1)}\,\zeta=X_{m-1}$$

dove X_{m-1} è una funzione conosciuta e i cofficienti Q sono espressi in funzione dei coefficienti S mediante le note formule

$$Q_{s-1}^{(m-1)}=\sum_{h=0}^{m-s-1}(-1)^h\sum_{\alpha_1\,..\alpha_h}\frac{\partial^h S_{h+s}}{\partial x_{\alpha_1}\,..\partial x_{\alpha_h}}\qquad s=1\,,2\,,..\,m-1\,.$$

« La (10) poi, quando si ponga $\zeta = \eta_1 \zeta_1$, ci condurrà all'altra equazione differenziale di ordine $m-2$ in

$$u_1 = \sum_{\alpha_1} \frac{\partial \log \eta_1}{\partial x_{\alpha_1}}$$

di cui converrà ricercare la soluzione particolare onde pervenire ad un nuovo abbassamento nell'ordine della equazione da integrarsi: e così si proseguirebbe fino che non si giungesse all'equazione della forma (1) e del primo ordine.

« Certamente, dal punto di vista teorico, questo procedimento richiede dei calcoli assai lunghi, ma ciò non esclude che, in qualche caso, possa, all'atto pratico, condurre a dei risultati abbastanza semplici. L'equazione (1) con un cambiamento di variabili indipendenti si può ricondurre, è vero, all'integrazione di una equazione differenziale a derivate ordinarie della forma

$$\frac{d^m z}{du^m} + \mathrm{A}\frac{d^{m-1} z}{du^{m-1}} + \cdots + \mathrm{P}\frac{dz}{du} + \mathrm{Q}z = 0$$

di cui basta conoscere m soluzioni particolari per dedurne l'integrale generale; ma se questo risultato è, teoricamente, più semplice, in pratica potrebbe qualche volta esser preferibile l'altro accennato; e, in ogni caso, non mi par così facile il riconoscere se le due conclusioni si equivalgano. In ogni modo ho preferito il metodo da me seguito a questo ultimo comunemente usato nello studio delle equazioni differenziali a derivate parziali lineari, perchè più direttamente mi conduceva alle relazioni (6) per la ricerca delle quali impresi lo studio della (1) ».

Astronomia. — *Sul pianeta (264) Libussa in terza opposizione.* Nota di E. Millosevich, presentata dal Corrispondente P. Tacchini.

« Nella seduta 12 giugno 1887 ho comunicato all'Accademia un mio studio sull'orbita di questo pianeta desunta dall'insieme delle osservazioni intorno al tempo della scoperta. Nella seduta 6 maggio 1888 presentai gli elementi ellittici che mi risultarono dalle osservazioni della prima e seconda opposizione. In base a questi e per mezzo d'una effemeride, che ho comunicata al giornale « Astronomische Nachrichten », ho ritrovato il pianeta, che si avvia alla terza opposizione. Il luogo calcolato di pochissimo aberra dal luogo osservato.

« Tre osservazioni fatte il 28, 29 e 31 marzo diedero per correzione dell'effemeride $+6^s,3$ in AR e $-1',3$ in declinazione. L'astro è circa

all'afelio, perciò di debolissima luce; la grandezza fu stimata di 13. Le osservazioni sono contenute nella seguente tabellina:

Data 1889	Term. di Roma	α apparente (264)	δ apparente (264)
Marzo 28	$12^h53^m1^s$	$14^h41^m2^s$ 26 (q. 194_n);	-10° 45'.....(0,841)
" 29	10 59 48	14 40 28 72 (q. 383_n);	- 10 43 35. 8 (0,833)
" 31	11 48 50	14 39 16 33 (q. 388_n);	- 10 40 41. 5 (0,833)

« Mi propongo ora dall'insieme delle osservazioni delle tre opposizioni di ritoccare ancora gli elementi e di calcolare le perturbazioni per l'azione di Giove e di Saturno allo scopo di presentare un sistema osculante per la quarta opposizione, che avrà luogo verso il luglio del 1890 ».

Fisica. — *Valore della tensione superficiale delle lamine liquide a diverse altezze.* Nota del prof. C. Marangoni, presentata dal Socio Blaserna.

« 1. Si ammette che in una superfice liquida la tensione sia uguale in tutti i punti e in tutte le direzioni, e si chiama costante di capillarità la tensione che si esercita sull'unità lineare di un millimetro. Ma se si immagina una lamina liquida verticale, non si saprebbe giustificare la costanza della tensione, dovendo le parti più elevate sostenere il peso della lamina inferiore. Si prevede cioè che la tensione deve crescere dal basso all'alto come avviene in un filo pesante sospeso verticalmente.

« Già in un mio lavoro [1] al § 17, parlando del *potere pomfoligono,* mostro con dei fatti che, solo nei liquidi a superfice imbrattata, la tensione può crescere dal basso all'alto; che per conseguenza soltanto questi possono svilupparsi in estese lamine verticali. Io infatti ottenni delle lamine di saponina alte metri 2,95 e lamine di sapone di Marsiglia alte m. 3,60.

« 2. Per paragonare le tensioni a diversa altezza occorreva di fare le due misure *sulla stessa lamina e nel medesimo istante.* Perciò immaginai la *doppia staderina capillare.* Quest'apparato consta di due lunghe forcine di ferro AB, AB' scorrevoli su di un tubo orizzontale BB', e di due coppie di ferri da calze in acciaio (CD, EF), (C'D', E'F') saldati fra loro sotto un angolo di 30° e imperniati su aghi d'acciaio, sostenuti da cursori nei punti O e A'. Gli aghi orizzontali passano attraverso le forcine. Vi si infilano dei pesi C e C', tali che le coppie di aghi sieno in equilibrio indifferente; e sui fili obliqui si infilano dei pesi F, F' per fare equilibrio alla tensione della lamina.

[1] *Difesa della teoria dell'elasticità superficiale* ecc. Nuovo Cimento. Serie 3ª, volume III, gennaio-aprile 1878.

$\frac{1}{5}$ del vero

« Per produrre la lamina si fanno rotare gli aghi orizzontali in modo che si tocchino nella direzione della diagonale OA′ e, con un pennello di vaio, intinto nell'acqua saponata, si scorre sui due aghi OA′ e sulle due forcine. Allontanando gli aghi si forma la lamina OAA′O′. Si spostano i pesi F e F′ in modo che gli aghi siano in equilibrio nella direzione orizzontale, come nella figura, e si misurano le distanze OF, A′F′ che chiamerò d e d'. Stante la disposizione dell'apparato l'equilibrio è stabile e i momenti delle tensioni t e t' sono uguali ai momenti dei pesi p applicati in F e F′.

Avremo adunque per l'ago inferiore:

$$2tl \times \frac{1}{2} l = pd \cos 30^\circ$$

dove l è la larghezza OO′ della lamina; e chiamando con m il momento del peso p si ha:

$$t = \frac{m}{l^2} \quad [1.]$$

e analogamente per l'ago superiore:

$$t' = \frac{m'}{l^2} \quad [2.]$$

« Siccome per queste ricerche sparisce il concetto della costante di capillarità, così vi sostituisco il *coefficiente di capillarità*, che definisco: *la forza in grammi sull'unità lineare di un centimetro*, che rappresento nello specchio seguente sotto le colonne t e t'.

« Volendo trasformare questi coefficienti nelle vecchie costanti di capillarità, basta trasportare la virgola di due cifre a destra, e chiamare milligrammi le unità. Ecco alcuni valori trovati.

Tensione verticale.

Lamine di soluzione di sapon tenero (1).

l	a	t	t'	$t'-t$
10c	5c	0g,0337	0g,0360	0g,0023
10	10	337	371	34
10	15	337	367	30
10	17,5	296	376	80

(1) Sapone di potassa nella proporzione di 1 per 20 di acqua distillata.

Lamine di liquido glicerico di Plateau.

10	5	0,0292	0,0335	0,0043
10	10	308	333	25
10	15	299	333	34
10	17,5	294	346	52

« Da questi numeri risulta: primo che la tensione varia meno in basso che in alto; in secondo luogo, che essa tende a crescere in alto col crescere dell'altezza della lamina. Ma l'accrescimento presenta delle anomalie.

« 3. Si può dubitare che la minor tensione in basso sia dovuta all'eccesso di peso della massa liquida prismatica aderente all'ago inferiore, e che questa massa liquida, variabile anche sul filo superiore, sia la causa delle anomalie. Per togliere questo dubbio ho disposta la doppia staderina cogli aghi verticali e le forcine orizzontali. In questo caso i fili che reggono i pesi F, F′ devono essere saldati agli aghi in direzione perpendicolare ad EF, deve essere cioè DOF $= 120°$, e il peso deve essere infilato in E, perchè l'equilibrio sia stabile. Considerando le tensioni applicate a un ago mobile verticale, e supponendo, per una prima approssimazione che esse crescano proporzionatamente all'altezza, tutte queste tensioni costituiscono la figura di un trapezio, le cui basi t e t' sono le tensioni inferiore e superiore.

« La risultante delle tensioni è applicata al centro di gravità del trapezio; cioè ad un punto che è distante dalla base superiore di:

$$\frac{a}{3}\ \frac{2t+t'}{t+t'}$$

e dalla base inferiore di:

$$\frac{a}{3}\ \frac{t+2t'}{t+t'}$$

dove a è l'altezza del trapezio, cioè della lamina liquida. Quindi l'equazione dei momenti per l'ago verticale imperniato in alto è:

$$2\ \frac{t+t'}{2}\ a \times \frac{a}{3}\ \frac{2t+t'}{t+t'} = m$$

da cui

$$2t+t' = \frac{3m}{a^2} \qquad [3.]$$

« E per l'ago imperniato in basso:

$$t+2t' = \frac{3m'}{a^2} \qquad [4.]$$

« Risolvendo le due equazioni [3.] e [4.] si ha:

$$\left.\begin{aligned} t &= \frac{2m-m'}{a^2} \\ t' &= \frac{2m'-m}{a^2} \end{aligned}\right\} \qquad [5.]$$

« Ma i risultati dell'esperienza sono stati, con questo nuovo metodo, ancora più anomali, anzi, contraditttori; risultando spesso più forte la tensione in basso che in alto. Ecco alcune medie:

Tensione orizzontale.

Lamine verticali di sapon tenero.

l	a	t	t'	$t'-t$
3c	5c	0g,0329	0g,0242	— 0g,0087
3	10	316	278	— 38
3	15	303	304	+ 1
3	20	289	318	+ 29

Lamine di liquido glicerico.

l	a	t	t'	$t'-t$
3	5	0,0332	0,0234	— 0,0098
3	10	299	272	— 27
3	15	283	297	+ 14
3	20	282	300	+ 18

« Di qui si vede che nelle lamine di sapone tenero per altezze inferiori a 15 cent. la tensione in alto risulta minore che in basso; da 15 cent. in più essa è maggiore. Per le lamine di liquido glicerico l'inversione avverrebbe prima, cioè per un'altezza delle lamine di 13 cent.

« 4. La causa di questa inaspettata anomalia è la diversa grossezza della lamina, maggiore in basso che non in alto. Infatti, quando i due aghi sono in con tatto, e che la lamina è più grossa, lo sforzo per staccarli è maggiore che quando la lamina si è assottigliata e va lentamente scemando coll'assottigliamento. Forse è per una certa compensazione fra le tensioni superficiale e interna (variabili in senso inverso colla grossezza della lamina) che si è riconosciuta nelle lamine una tensione pressochè costante.

« Se colla disposizione degli aghi verticali ho evitata l'influenza del peso della massa prismatica sugli aghi; sono incorso però in un inconveniente maggiore, non potendo conoscere la parte dovuta alla diversa grossezza della lamina. Pare quindi che questa non sia la via per poter misurare con precisione la tensione a diverse altezze; tuttavia l'insieme dei fatti prova abbastanza che la tensione superficiale in una lamina liquida verticale va crescendo dal basso all'alto ».

Fisica terrestre. — *Contributo allo studio delle rocce magnetiche dei dintorni di Roma.* Nota di Filippo Keller, presentata dal Socio Blaserna.

« In due Note precedenti (1) ho esposto i diversi modi di rendere percettibile il magnetismo delle rocce, aggiungendo alla fine alcune notizie storiche sulla scoperta di tali rocce nei dintorni di Roma (2); nel presente lavoro tratterò della intensità di questo magnetismo in rapporto alla diversa costituzione geologica di dette rocce. Simili studî, nei quali però mi devo per ora limitare alla sola sinistra del Tevere, possono essere di utilità per coloro che si occupano di misure sul magnetismo terrestre. Escluso un certo numero di osservazioni sopra varî giacimenti di lava basaltina, tutto il resto delle misure, di cui si tratta nel seguito, sono state fatte colla medesima bussola azimutale e il metodo tenuto era in generale quello di tre punti, soltanto per alcune poche, ove le condizioni topografiche non si prestarono ho dovuto ricorrere al metodo di due punti, il quale ultimo, salvo il caso di distanza AB assai grande, è meno esatto del primo; tali distanze variano nelle diverse misure da due metri sino al centinaio a seconda delle condizioni del caso.

« La misura della intensità assoluta di una roccia presenta delle difficoltà grandissime ed ognuno intenderà di leggieri, quanto sia difficile di volere classificare una serie di queste rocce in ordine alla loro intensità magnetica. Queste difficoltà sono di diverse specie; vi sono in primo luogo quelle puramente fisiche ed inerenti alla misura di questa forza in generale, e di queste è stato ampiamente ragionato nelle Note antecedenti. In secondo luogo potrebbe nascere il dubbio se le divergenze osservate si devono realmente attribuire all'azione delle rocce formanti il soprasuolo, ovvero se la forza deviatrice abbia la sua sede in maggior profondità e distanza. Riporterò in appresso le ragioni, per le quali si deve escludere il secondo modo di vedere, almeno nella generalità dei casi; questa seconda difficoltà è di peso assai minore della prima. Le due difficoltà ora accennate sono di indole generale, ma trattandosi del caso delle rocce dei dintorni di Roma si affaccia ancora un altro ostacolo di grandissima importanza, cioè la immensa varietà delle rocce e ancora di più la incompleta nomenclatura di esse. Quest'ultimo inconveniente è molto più grave di quanto sembra a primo aspetto, e chi si accinge a percorrere difatti l'agro Romano ben presto sarà convinto di questa verità.

« È principalmente il tufo, che assume nelle varie località dei caratteri

(1) V. Rendiconti, Vol. IV. 1° Sem. p. 38 e 325.

(2) In queste notizie storiche era rimasto qualche dubbio sull'epoca precisa della scoperta di Breislak del tufo magnetico di Rossilli. Da un passo dell'autore (*Introduzione alla geologia*. Parte 1a. Milano 1811, pag. 288), si rileva che questa scoperta è stata fatta nel 1785.

litologici differentissimi; meno varietà, ma sempre ancora in numero abbastanza grande, presenta la pozzolana. Una classificazione precisa e sistematica di queste rocce sarebbe di somma importanza; principalmente occorrerebbe di stabilire i caratteri distintivi fra tufo e pozzolana e qui cadrà opportuno di rammentare che la poca o nessuna compattezza non possa considerarsi come carattere distintivo della pozzolana, atteso che esistono delle cave di pozzolana buonissima e nel medesimo tempo assai compatta, come a Saccomuro, Montelanico e nei pressi di Roma alla Punta dei Nasoni, al Salone ecc., ove lo sminuzzamento richiede un lavoro meccanico non indifferente. Viceversa poi è cosa nota che anche il tufo litoide ridotto in polvere possa servire da pozzolana, sebbene non si presta nel miglior modo.

« Mi pare che una tale classificazione sia indispensabile anche dal punto di vista geologico e sopra tutto in ordine alla genesi del tufo, questione dibattuta con una certa vivacità da un lungo periodo di anni e non ancora sciolta completamente, almeno per quanto spetta le sue particolarità. La fisica terrestre poi se ne avvantaggerebbe non soltanto nel ramo, che si riferisce al magnetismo delle rocce, bensì in tanti altri; così per accennarne alcuni nella questione della permeabilità del suolo per l'acqua, argomento in stretta relazione colla formazione delle sorgenti; nella questione sulla sua conducibilità calorifica ecc.; ma tale studio geologico dovrebbe essere fatto da chi è competente in questa materia.

« Sembra che il Brocchi sia stato il primo a occuparsi di specificare i tufi; egli parla di tufo litoide, granulare, terroso, incoerente, ricomposto ecc. (1), ma da un lato sono alcune di queste definizioni troppo vaghe per poter servire di punto di partenza, e da un altro sono le gradazioni del tufo così numerose che forse neppure il numero di venti basterebbe per specificarle tutte. Poco opportuno sembra poi una nomenclatura basata sopra concetti genetici ai quali manca ogni sicura base; così parlano gli autori, e in ispecie il Ponzi, di tufo sottomarino atmosferico ecc. Anche la denominazione *cappellaccio* qualche volta adoperata non è da raccomandare, perchè indica secondo il linguaggio comune non già una categoria particolare del tufo, ma in generale gli strati superiori di esso e di tante altre rocce, segnatamente quando essi sono poco omogenei.

« Riguardo alle pozzolane poi rimane a notare che quelle adoperate a Roma come materiale di costruzione, provenienti dalla vicinanza immediata della città e perfino in piccolissima parte dal suo sottosuolo, non sono in fondo che di due sole specie, cioè la rossa e la nera; ma andando in distanza maggiore queste pozzolane assai cambiano di aspetto. Che differenza enorme passa per esempio fra le pozzolane di Roma e quella della cava di Casarinaccio (territorio di Poggio S. Lorenzo), o dell'altra cava denominata del Cavaliere (terr.

(1) *Dello stato fisico del suolo di Roma* di G. Brocchi. Roma 1820, pag. 111. — *Catalogo ragionato di rocce per poter servire alla geognosia dell'Italia* di G. Brocchi.

di Carsoli)! Esiste una disparità molto marcata fra i diversi depositi di pozzolana in ordine alla distanza in cui essi si trovano dalla relativa bocca di eruzione, e ciò tanto in rapporto alla giacitura, che alla natura litologica. I depositi vicini alla bocca di eruzione sono, se non sempre, almeno spessissime volte formati di strati di poco spessore, mentre quelli situati in grande distanza si presentano sotto forma di banchi di maggior potenza, qualche volta anche considerevolissima; ma parlando qui di distanza s'intende da se, che questa non deve eccedere certi limiti. Rapporto la natura litologica poi esiste una differenza nel senso che i depositi, posti in una giusta distanza dal Cratere Laziale sono in generale di migliore qualità; e qui sarà opportuno di accennare il fatto che la pozzolana occorrente per le opere murarie della nuova linea ferroviaria Marino-Albano, che richiedono maggiore solidità, come il rivestimento dei trafori, sia stata presa dalle cave dell'Agro Romano, poste in grande lontananza, mentre le cave di Marino si trovano pochi passi distanti.

« Questa circostanza ha pure il suo punto di riscontro nel magnetismo delle rocce; esclusa la lava basaltina, le rocce dotate di maggior forza magnetica non sono punto frequenti nei monti Laziali, esse si trovano invece in una certa distanza. Questo fatto, che reca a primo aspetto maraviglia è del resto del tutto conforme all'ipotesi anteriormente accennata sulla probabile formazione di molte pozzolone ai tempi delle alluvioni.

« Venendo ora alle lave propriamente dette, ho incontrato nelle mie ricerche due sole specie di carattere ben distinto, cioè la lava basaltina e lo *sperone*, e qui sono le diverse varietà molto meno numerose che non pel tufo, beninteso parlando sempre di varietà riconoscibile dal semplice aspetto e senza alcuna analisi petrografica.

« Vi sono però anche qui delle gradazioni fra le due rocce, anzi è un fatto conosciutissimo che certi giacimenti di lava basaltina si trovano nella loro parte superiore trasformati in sperone senza che apparisca alcuna linea di separazione. L'incertezza nella definizione delle diverse varietà di lava basaltina è però per il nostro scopo di minor importanza, che non per il tufo e la pozzolana, e la ragione è molto semplice. Le diverse specie di tufo si comportano in un modo molto differente rapporto al loro magnetismo; le varie specie di lava basaltina manifestano invece pel solito poca differenza. L'unica cosa che si può dire in questo riguardo si è, che la varietà chiamata *gentile* dai cavatori di selce, cioè quella di grana finissima, possiede abitualmente magnetismo più forte; ma neppure questo asserto è senza eccezione, poichè vi sono anche dei giacimenti poco omogenei e nel medesimo tempo molto magnetici.

« Ciò che distingue la lava basaltina dalle altre rocce magnetiche è la grandissima differenza di intensità che s'incontra qualche volta nei diversi punti di un medesimo giacimento; ma tutto fa credere che la diversa natura

litologica poco entri in questo fenomeno così spiccato, del quale meglio sarà trattato in appresso.

« Anche la lava sperone presenta delle varietà; talune volte è dura e compattissima come nelle cave di Rocca di Papa, Villa Massimi di Frascati, S. Silvestro e Monte Fianara, altre volte invece sebbene abbastanza dura è disseminata di cavità, per le quali è resa inatta alle costruzioni; aumentando poi le cavità in numero e grandezza si riduce la roccia a un conglomerato di frammenti di aspetto scoriaceo debolmente conglutinati, in guisa da poter essere ridotta facilmente in frantumi. Finalmente v' hanno dei giacimenti, ove i frammenti sono affatto disgregati fra loro ed allora la roccia prende a Rocca di Papa e nei paesi circonvicini il nome di *rapillo* o *rapello*, il quale sarà anche da me adottato nel presente lavoro; spesse volte si riduce la medesima in una specie di sabbione, il quale si distingue per la sua sterilità dalle altre terre così fertili dei Colli Laziali. Il limite preciso fra sperone e rapillo non è facile a definire, essendo il carattere del disgregamento poco netto. Osservo per maggior schiarimento di qualificare come rapillo il materiale, che serve per uso delle strade invece della ghiaia in molti paesi dei Colli Laziali, come nelle ville di Frascati ecc.; una delle cave principali del medesimo si trova a destra della via Frascati-Camandoli a pochi passi di distanza dal termine del muro di recinto di Villa Mondragone.

« Un'ultima roccia magnetica, che ho spesse volte incontrato nelle mie ricerche è il peperino, il quale presenta, come si sa, l'ultimo periodo eruttivo del cratere Laziale; anche questa roccia assume nei diversi casi delle forme litologiche differenti, ma meno numerose del tufo. Una delle principali varietà è il *sassomorto*, che trova grande applicazione quale pietra di costruzione, segnatamente a Frascati, Grottaferrata e Monte Porzio. Comprendo sotto questo nome, seguendo il linguaggio locale, anche quella roccia di cui è formato il ciglio dell'estinto cratere di Prataporci dal lato verso nord, e l'altro di Pantanosecco nella sua parte rivolta verso Frascati; toccherebbe ai geologi decidere se queste ultime rocce si devono veramente comprendere fra i peperini o piuttosto fra i tufi. Le poche misure fatte nella regione della pietra Gabina, la quale è assai limitata, ho unito a quelle del peperino. Rimane ancora a rammentare che il peperino ha pure il suo punto di contatto colla pozzolana; a questo proposito sono principalmente da citare le cave di pozzolana di Genzano e Galloro, perchè il materiale escavato altro non sembra essere che specie di peperino di minima compattezza.

« Una classificazione minuta e circostanziata delle singole rocce esplorate sarebbe stata di molta utilità per lo scopo, che mi sono prefisso; ma da quanto precede sarà chiaro, perchè mi sono dovuto limitare a un numero assai ristretto di categorie. La classificazione da me adottata è la seguente: 1° pozzolana, 2° tufo terroso, 3° tufo litoide, 4° lava basaltina, 5° lava sperone, 6° rapillo,

7° peperino e 8° sassomorto. Un certo numero di misure ho dovuto escludere non trovando modo di assegnare alle rocce i relativi posti nella serie, altre osservazioni non ho potuto utilizzare perchè le misure sono fatte nel punto d'incontro di due diverse specie di rocce. Alla deficiente classificazione cercherò di supplire, almeno fino a un certo punto, dopo aver riportato la tabella delle deviazioni medie corrispondenti alle diverse specie di rocce, discutendo alquanto i risultati di ciascuna categoria sotto il punto di vista delle diverse gradazioni litologiche della roccia.

« Le mie ricerche si estendono ad un'area abbastanza vasta principalmente al nord, ove ho rintracciato dei giacimenti magnetici fino a Terni e Cesi a circa 100 chilometri da Roma. Poco minore è questa distanza al sud-est di Roma nella Valle del Sacco, in cui ho costatata la esistenza di simili giacimenti sino a Pofi. In questa zona si trovano due centri di azione vulcanica estinta, cioè il sistema del Cratere Laziale e quello dei vulcani della Valle del Sacco [1]. Questo secondo sistema, che consiste di un certo numero di piccole bocche di eruzione, disgiunte fra loro con a capo il cratere di Pofi è di una estensione di gran lunga inferiore al cratere Laziale. Sarebbe fuori di luogo entrare qui in un esame sulle bocche vulcaniche dalle quali provengono i tufi e le pozzolane sparse in una zona così estesa; quello che è certo si è che la maggior parte di queste rocce proviene dal cratere laziale e che ai vulcani della Valle del Sacco non si può attribuire che un raggio di estensione assai limitato; in ispecie dev'essere esclusa l'idea che i tufi e le pozzolane dei dintorni di Paliano e Anagni siano stati eruttati da questi ultimi vulcani. La questione poi a sapersi, fino a che punto i crateri della destra del Tevere abbiano contribuito alla formazione di queste rocce, sta fuori dei limiti della presente Nota.

« Venendo ora all'oggetto principale di queste ricerche, cioè a stabilire la serie delle accennate rocce in ordine alla loro azione megnetica, devo innanzi tutto richiamare l'attenzione sulla posizione eccezionale che occupa la lava basaltina in questa serie. Quando si applica a questa roccia il metodo della declinazione colle norme stabilite anteriormente, si trova nella maggior

[1] Hoffmann asserisce nel suo importante lavoro: *Ueber die Beschaffenheit des römischen Bodens* ecc. (Poggendorffs Annalen Band 16; 1829, pag. 30) che il merito della scoperta di questi ultimi vulcani sia di Brocchi. Ma ciò non è esatto, essa è più antica e certo non posteriore al 1784. Infatti avendo Breislak interrogato Petrini sulla possibile esistenza di vulcani nei pressi di Sora, quest'ultimo rispose in una lettera, nella quale si trova il seguente brano: « Je n'en ai point vu dans les environs d'Anagni, d'Alatri et de « Veroli, mais en fouillant à une certaine profondeur à Tikiena près Alatri j'ai rencontré « un terrain, partie calcaire et argilleuse et partie vulcanique. A Pofi, entre Anagni et Ce- « prano j'ai vu une lave basaltique compacte, semblable à celle de Capo di Bove; on l'ex- « ploitait pour paver le chemin. Tout cela est assez loin des montagnes d'Albano ». (Breislak. *Voyages physiques* ecc. Vol. I° pag. 13).

parte dei casi nulla di straordinario; le deviazioni osservate poco differiscono da quelle che si verificano pel tufo e per la pozzolana. Ma di tanto in tanto si rinvengono in alcuni giacimenti di questa lava dei punti, ove si manifesta il magnetismo in altissimo grado, in guisa da essere riconoscibile ad occhio con una piccola bussola sfornita perfino di graduazione. Anzi gli aghi piccoli sono da preferirsi per ricerche di questa specie, giacchè con essi si rintracciano con maggiore esattezza e facilità i punti distinti (ovvero se vogliamo dire i poli) nei quali si manifesta la forza magnetica in un modo così potente. Reputo inutile dilungarmi maggiormente nell'esporre gli effetti magnetici di queste rocce avendo già dato una descrizione dettagliata di due località cioè Pentimicchio e Maschio della Faietta, ove esistono simili rocce (che chiamerò per maggior brevità rocce con punti distinti) (1). Più tardi sono riuscito a rintracciare altre località, in tutto circa sessanta, ove si può osservare simile fenomeno, tranne che nella maggior parte dei casi si ha da fare con un magnetismo più debole, senza però che si perdano i caratteri dei punti distinti.

« Non esiste altra specie di roccia con punti distinti (intendendo sempre parlare della sinistra del Tevere) all'infuori della sola lava basaltina; tale è almeno il risultato finora ottenuto nelle mie lunghe e faticose ricerche, e in speciale modo sono rimaste senza risultato affermativo le indagini fatte sullo sperone, il quale presenta dal punto litologico tanta analogia colla lava basaltina. Torno però a ripetere, che i giacimenti di questa lava con punti distinti sono relativamente poco numerosi, ed essendo stato detto innanzi, che il numero di tali località finora conosciute ammonta a circa sessanta, ciò si deve intendere nel senso, che un certo numero di esse viene semplicemente rappresentato da un solo blocco, spesse volte di piccole dimensioni trasportato dalle alluvioni o in altra guisa in grande distanza dalla sua giacitura primitiva.

« Non è qui il luogo di discutere le cause dalle quali dipende questo diverso modo di comportarsi della lava basaltina in confronto colle altre rocce magnetiche, e mi riservo di trattare questo argomento in altra occasione, giacchè lo scopo del presente lavoro è semplicemente di stabilire la graduatoria delle rocce magnetiche.

« Il numero delle mie osservazioni, sopra le quali si basa lo studio delle rocce senza punti distinti, sorpassa i 340; ma può ora domandarsi, quale sia il procedimento più razionale, per concludere da questo ricco materiale sulla intensità magnetica delle singole rocce. Un primo criterio, facendo astrazione dai risultati numerici, consisterebbe nel paragonare il numero dei giacimenti trovati magnetici, col numero complessivo dei giacimenti esplorati. Si potrebbe in secondo luogo attenersi alle massime deviazioni osservate per ciascuna specie di roccia. Un altro modo di considerare le cose potrebbe finalmente basarsi sulle deviazioni medie osservate e questo criterio è senza dubbio il

(1) *Sulle rocce magnetiche di Rocca di Papa.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. II, anno 1886, pag. 428.

più corretto, ma prima di entrare nelle sue particolarità conviene fare alcune riflessioni indispensabili per meglio chiarire il significato di queste medie.

« Il metodo con cui sono state ottenute le deviazioni presenta delle difficoltà esposte nella prima Nota; vi sono dei fattori che influiscono sopra i singoli risultati senza che se ne possa tener conto, quale la distanza A B, la direzione in cui agisce la forza deviatrice ed altri. Se ogni specie di roccia non fosse stata osservata che una sola o poche volte, le dette difficoltà avrebbero reso impossibile qualunqne studio in proposito. Ma siccome il numero delle diverse località è piuttosto grande, e inoltre siccome si scelsero dappertutto i punti A e B col medesimo criterio, è da ritenersi che nel risultato finale medio si siano fino ad un certo punto compensate le diverse cause che influiscono disugualmente sopra i singoli risultati. Convengo perfettamente che questo modo di stabilire la graduatoria delle rocce magnetiche non è suscettibile di grande esattezza, ma da un altro lato non si deve perdere di vista che qui si tratta non già di una scala numerica di questo magnetismo, ma semplicemente dell'ordine che mantengono le diverse specie di rocce sotto questo rapporto; mi guarderei bene a voler esprimere questa serie in numeri neppure approssimativamente.

« La tabella che segue contiene le medie delle deviazioni di ciascuna categoria di rocce; per mancanza di spazio non posso pubblicare le serie per intero, mi devo limitare alla massima deviazione osservata e al numero delle volte in cui non poteva essere costatata deviazione sensibile.

« Che anche per le rocce di maggior magnetismo, come per la lava basaltina e per la pozzolana, si siano incontrati dei giacimenti senza indizio di magnetismo, ciò non implica necessariamente mancanza assoluta di questo, perchè non si può escludere la possibilità che la forza deviatrice non avesse la direzione opportuna per produrre effetto o che ambi i punti A e B fossero perturbati in eguale misura. Un'altra osservazione da doversi fare sulla tabella è questa, che la distinzione in due gruppi di rocce magnetiche e non magnetiche dipende dal grado di sensibilità della bussola adoperata; e non vi è dubbio che una porzione di queste ultime avrebbe dato indizio sicuro di magnetismo, se le misure fossero state fatte con una bussola più sensibile. Per il limite di precisione della bussola ho ammesso il valore di 10′, quantunque l'esattezza delle misure in quanto si riferisce all'istrumento fosse certamente più grande; ma vi erano in molti casi delle condizioni poco favorevoli; così la poca nitidezza della mira e principalmente il vento danneggiavano la precisione del risultato. Non posso omettere di ricordare qui un'altra circostanza, che si riferisce al modo come furono dedotte le medie delle deviazioni. I giacimenti di rocce ritenuti non magnetici vennero in questa deduzione senz'altro introdotti col valore zero, mentre le osservazioni avrebbero forniti valori compresi fra 0 e 10′; ciò è causa di un piccolo errore nel senso di diminuire le medie medesime. La relativa correzione aumenta col rapporto del numero dei giacimenti non

magnetici in confronto col loro numero totale, essa si fa quindi maggiormente sentire pel sassomorto e poi in ordine decrescente pel peperino e pel tufo terroso. Ma per le altre specie di rocce risulterà la correzione senza alcun dubbio piccolissima e forse appena sensibile; in ogni modo poi è sicuro che la medesima non potrà alterare l'ordine che seguono le rocce nella serie magnetica.

« Ecco pertanto la tavola delle deviazioni, la quale contiene tutti gli elementi necessari per stabilire la gradazione magnetica:

ROCCIA	Numero totale delle località esplorate	Numero delle località trovate senza magnetismo	Deviazione massima osservata	Deviazione media	
Pozzolana. . . .	82	5	12° 42′	2° 59′	Esclusi i giacimenti con punti distinti.
Tufo terroso . .	50	20	5° 9′	0° 44′	
Tufo litoide . .	84	6	9° 0′	2° 19′	
Lava basaltina .	52	5	9° 27′	2° 18′	
Lava sperone. .	15	1	7° 23′	2° 16′	
Rapillo	15	2	6° 14′	1° 47′	
Peperino	32	18	2° 28′	0° 19′	
Sassomorto . . .	13	9	1° 27′	0° 11′	

« Da questa tavola si dovrebbe concludere essere la pozzolana quella roccia che manifesta il maggior grado di magnetismo, rappresentato dalla deviazione media di 2° 59′. La lava basaltina avrebbe un'azione alquanto minore (2° 18′), ma considerando che le fortissime intensità dei giacimenti di questa roccia, che sono dotati di punti distinti, non si sono potuti introdurre nel calcolo delle medie, si troverà più conforme al vero di assegnare alla medesima il primo posto della graduatoria.

« La lava basaltina, e in seconda linea la pozzolana, devonsi quindi considerare per rocce che sono maggiormente a temere nelle misure magneto-telluriche. Come terza roccia magnetica viene il tufo litoide, il quarto posto occupa la lava sperone, poi segue il rapillo e per ultimo sempre in ordine decrescente il tufo terroso, il peperino e il sassomorto ».

Chimica. — *Sopra un omologo superiore della colesterina.* Nota del dott. F. Marino Zuco, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

« Sotto il nome di polvere insetticida va in commercio la polvere dei fiori del *Crysantemum cinerariaefolium*, che ordinariamente proviene o dalla Persia o dalla Dalmazia.

« Poche ricerche abbiamo sopra questa pianta eseguite dai proff. Ragazzini, Stefanelli e Sestini, dal prof. Del Sie e da M. Tousset. Io mi son servito, per le mie ricerche, di fiori provenienti dalla Dalmazia.

« L'estratto etereo di questi fiori, insieme a molta materia colorante, acidi grassi liberi e sostanze grasse saponificabili colla potassa alcoolica. contiene altre due sostanze, una paraffina ed una colesterina. Dopo che l'estratto etereo è stato trattato parecchie volte prima con soluzione acquosa di potassa e poi con potassa alcoolica, la parte che rimane solubile nell'etere si presenta solida, cristallina, di colore giallo e fusibile da 70° a 100°.

« Se la soluzione eterea di questo prodotto si raffredda in un miscuglio frigorifero di neve e sale si depone una sostanza cristallina, la quale si depura per ripetute cristallizzazioni a bassa temperatura. La sostanza in questo modo depurata si fonde sotto l'alcool parecchie volte, essendo in questo solvente poco solubile, e quindi si cristallizza di nuovo dall'etere anidro a bassa temperatura. Si ha in questo modo una sostanza completamente incolora, che cristallizza in belle, sottilissime squamette di splendore madraperlaceo, e fonde a 64°.

« È solubilissima nell'etere, nella benzina e nel cloroformio, quasi insolubile nell'alcool freddo, più solubile a caldo dal quale si depone per raffreddamento in fiocchi.

« All'analisi ha dato:

I. gr. 0,2537 hanno dato di CO^2 gr. 0,7916, di H^2O gr. 0,3416.

II. gr. 0,2306 hanno dato di CO^2 gr. 0,7180, di H^2O gr. 0,3103

	trovato per 100	
	I	II
C	85,09	84,91
H	14,96	14,95
	100,05	99,86

« Tanto dall'analisi quanto dalle sue proprietà risulta, che la descritta sostanza è una paraffina.

« La parte rimasta sciolta nell'etere dopo il raffreddamento si depura dall'idrocarburo per ripetute cristallizzazioni a bassa temperatura, come avanti è descritto, finchè la soluzione eterea concentrata per raffreddamento dia dei cristalli, i quali fondano sopra 150°. Questa soluzione eterea così depurata

lascia per svaporamento una massa cristallina, la quale è riscaldata con potassa alcoolica a ricader per parecchio tempo e ripetute volte. Però per quanto si ripetano questi trattamenti, si ha sempre una sostanza incolora, cristallizzata in finissimi aghi, che fonde da 170° a 176°, ma che contiene ancora piccole quantità di materia grassa, che si risentono bene alle analisi e che non si possono arrivare a separare per questo modo.

« Questa sostanza cristallizzata in finissimi aghi incolori ha tutte le reazioni della colesterina. Coll'acido solforico e cloroformio dà la reazione caratteristica di Hesse.

« Per potere stabilire la composizione chimica di questa sostanza ho preparato dei derivati.

« La sostanza, dopo essere stata depurata completamente dall' idrocarburo, è poi trattata parecchie volte con potassa alcoolica ed il residuo seccato nel vuoto si tratta con anidride acetica in forte eccesso e si riscalda a ricadere per parecchie ore. Col raffreddamento cristallizza in squamette madraperlacee il composto acetilico, che si depura cristallizzandolo prima dall'alcool dove è poco solubile, e poi dall'etere.

« Si ha una sostanza cristallizzata in belle squamette incolore, con splendore madraperlaceo, che fondono a 223°.

« L'analisi ha dato:

I. gr. 0,2326 di sostanza hanno dato di CO^2 gr. 0,6942 e di H^2O gr. 0,2394.
II. gr. 0,2789 di sostanza hanno dato di CO^2 gr. 0,8356 e di H^2O gr. 0,2830.

	trovato per 100			calcolato per $C^{28}H^{47}$-$C^2H^3O^2$
	I	II		
C	81,39	81,39	C	81,44
H	11,43	11,30	H	11,31

« Ho preparato anche il composto benzoilico fondendo la colesterina con quattro volte il suo peso di acido benzoico e mantenendo per parecchie ore la temperatura tra i 210° e 240°. La massa fusa si scioglie in etere dove è completamente solubile e si agita la soluzione eterea parecchie volte, con soluzione acquosa diluita di potassa fino a che tutto l'acido benzoico libero sia stato eliminato. Dallo svaporamento dell'etere cristallizza il derivato benzoilico in piccoli aghi incolori con splendore setaceo, fonde a 246° decomponendosi.

« L'analisi ha dato:

I. gr. 0,2442 di sostanza hanno dato di CO^2 gr. 0,7455 e di H^2O gr. 0,2311
II. gr. 0,2244 di sostanza hanno dato di CO^2 gr. 0,6846 e di H^2O gr. 0,2079

	trovato per 100			calcolato per $C^{28}H^{47}$ — $C^7H^5O^2$
	I	II		
C	83,22	83,20	C	83,33
H	10,51	10,30	H	10,32

« Tanto il composto acetilico quanto quello benzoilico trattati con potassa alcoolica danno la colesterina pura, la quale si presenta in fini aghi incolori, solubilissimi nell'etere, nella benzina e nel cloroformio, poco solubile nell'alcool caldo dal quale per raffreddamento si depone in fiocchi: dà tutte le reazioni della colesterina ordinaria e fonde a 183°. Il composto acetilico stenta a decomporsi colla potassa alcoolica, tanto che alle analisi dà sempre 0,5 0,4 per 100 di carbonio in meno del calcolato. Meglio però si decompone il composto benzoilico. Ecco i risultati dell'analisi:
gr. 0,2210 di sostanza hanno dato di CO^2 gr. 0,6803 e di H^2O gr. 0,2358.

	trovato per 100		calcolato per $C^{28}H^{48}O$
C	83,95	C	84
H	11,87	H	12

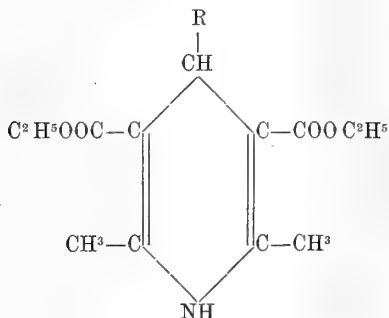
« Spesso nelle analisi sopra descritte si trova l'idrogeno in meno del calcolato; ciò dipende perchè, essendo le sostanze analizzate difficilissime a bruciare, la combustione si deve fare in corrente d'ossigeno.

« La particolareggiata descrizione di queste sostanze mi riservo di presentare in una speciale Memoria ».

Chimica. — *Azione dell'etere acetacetico in presenza di alcune ammoniache composte sull'aldeide cinnamica.* Nota preliminare del dott. P. Biginelli, presentata a nome del Socio Koerner.

« Il dott. Hantzsch [1] studiando l'azione dell'etere acetacetico e dell'ammoniaca alcoolica sopra alcune aldeidi come l'aldeide cinnamica, l'aldeide propilica ecc., pervenne ad una reazione generale per queste aldeidi espressa dall'equazione:

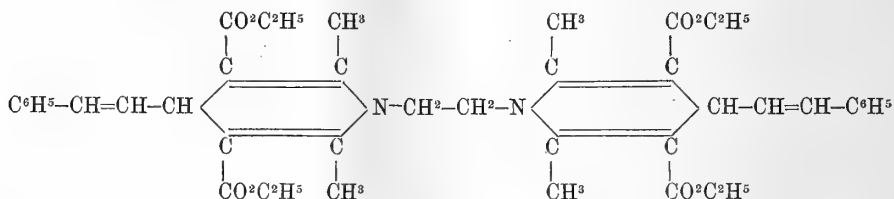
$$R-COH+2\,C^6H^{10}O^3+NH^3=R-C^{13}H^{18}NO^4+3H^2O$$

R
|
CH
C^2H^5OOC-C $C-COOC^2H^5$
CH^3-C $C-CH^3$
NH

ove al posto di R si sottintende il radicale di queste aldeidi.

(1) Liebig's Annalen b. 215. 1882.

« Dietro proposta del prof. Körner tentai la stessa reazione sull'aldeide cinnamica, impiegando, invece dell'ammoniaca alcoolica, étilendiammina.

« Se la reazione fosse avvenuta in modo analogo ai casi sopra menzionati, si doveva arrivare all'unione di due nuclei simili a quello soprascritto, cioè si doveva arrivare al composto:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & CO^2C^2H^5 & & CH^3 & & CH^3 & & CO^2C^2H^5 & \\
 & | & & | & & | & & | & \\
 & C & = & C & & C & = & C & \\
C^6H^5\text{–}CH\text{=}CH\text{–}CH & \diagup & & \diagdown & N\text{–}CH^2\text{–}CH^2\text{–}N & \diagup & & \diagdown & CH\text{–}CH\text{=}CH\text{–}C^6H^5 \\
 & \diagdown & & \diagup & & \diagdown & & \diagup & \\
 & C & = & C & & C & = & C & \\
 & | & & | & & | & & | & \\
 & CO^2C^2H^5 & & CH^3 & & CH^3 & & CO^2C^2H^5 &
\end{array}
$$

« La reazione invece avvenne in tutt'altro senso, prendendo solo parte alla reazione l'aldeide impiegata coll'etere acetacetico.

« Le proporzioni secondo le quali operai sono le seguenti: 2 mol. di aldeide cinnamica + 4 mol. di etere acetacetico + 1 mol. di etilendiammina; e praticamente impiegai gr. 13,2 di aldeide, gr. 26 di etere, gr. 3 di etilendiammina e gr. 10 di alcool assoluto, il tutto messo a bollire per un'ora circa a refrigerante a ricadere. Per raffreddamento la miscela liquida, divenuta per l'ebollizione un po' gialla, si rapprese in una massa quasi perfettamente solida, dalla quale, dopo aspirata e lavata con poco alcool a 80 %, ottenni una parte solida perfettamente bianca che, fatta cristallizzare dall'alcool, diede dei lunghi aghi setacei disposti a mamelloni, privi di azoto e fusibili fra 160°-161°.

« Visto che questa formazione avveniva solo fra l'aldeide cinnamica e l'etere acetacetico in presenza di etilendiammina, senza che questa però entrasse a far parte integrante del prodotto, pensai che la etilendiammina agisse solo come mezzo alcalino pel quale avveniva tale reazione, per cui si potesse ottenere lo stesso composto impiegando altri mezzi poco diversi nel comportamento da quello dell'etilendiammina.

« Per questo provai la stessa reazione prima colla metilammina e poi coll'anilina, operando nello stesso modo come coll'etilendiammina, impiegando le proporzioni date dalla reazione generale soprascritta. In entrambi i casi le mie previsioni furono confermate, tantochè anche colla metilammina e coll'anilina ottenni lo stesso composto collo stesso punto di fusione e lo stesso comportamento chimico.

« Questo prodotto è insolubile in acqua, solubile in alcool e nella maggior parte dei solventi ordinari. Si scioglie pure in acido acetico senza alterarsi. Coll' H^2SO^4 conc. si colora prima in un bel roseo, e poi sciogliendosi colora l'acido in giallo verdastro. Reagisce col bromo, dando sviluppo di HBr e formazione di un composto fus. a 80° circa.

« I cristalli, sottoposti all'analisi diedero i seguenti risultati: (1)

I	gr. 0,2942	di sost.	fornirono	gr. 0,719	di CO^2	e gr. 0,1955	di H^2O
II	gr. 0,1422	"	"	gr. 0,3486	"	gr. 0,0914	"
III	gr. 0,2865	"	"	gr. 0,7048	"	gr. 0,1804	"
IV	gr. 0,1764	"	"	gr. 0,4325	"	gr. 0,1144	"

	I	II	III	IV
C % =	66,65	66,85	67,09	66,86
H " =	7,38	7,14	6,98	7,20

« Questi risultati conducono alla formola $C^{21}H^{26}O^6$ per la quale si calcola:

C % = 67,37
H " = 6,95

« Il prodotto ottenuto, trattato con KOH sia acquosa che alcoolica (nel primo caso meno rapidamente) si scompone profondamente; e dalla soluzione potassica acquosa, dopo filtrata ed acidificata con HCl diluito (per cui si svolge molta CO^2) per concentrazione ottenni dei cristalli dall'aspetto e comportamento dell'acido benzoico, solubile in tutti i solventi ordinarî e fusibile a 130°-131°. I vapori della sua soluzione acquosa stimolano la tosse come l'acido benzoico, e da soluzione neutra precipita con $AgNO^3$, $BaCl^2$, $CuSO^4$ e acetato di Pb col quale ultimo si deposita subito cristallino.

« Tanto di questi composti, come della reazione generale intendo ancora occuparmene onde mettere ben in chiaro la costituzione di tale prodotto, e per indagare se si possa estendere tale reazione anche ad altre aldeidi e in presenza di altre ammoniache composte (2) ».

Chimica. — *Azione dell'etere acetacetico in presenza di ammoniaca alcoolica sul glucosio.* Nota preliminare del dott. P. Biginelli, presentata a nome del Socio Koerner.

« Ancor prima che coi lavori dei prof. Fischer e Tafel (3) venisse posta in chiaro la costituzione dei glucosii mediante la sintesi dell'acroso, io avevo intrapreso alcune ricerche sul destrosio, onde stabilire nuovi dati circa il comportamento di questi composti. Per l'azione dell'ammoniaca e dell'etere acetacetico sul destroso ottenni alcune sostanze, il cui studio non è che abbozzato. Ma essendo comparsa sull'ultimo fascicolo dei Berichte der Deutschen

(1) Questa sostanza brucia con difficoltà. La III è fatta con cromato di piombo, e la IV riguarda il prodotto ottenuto in presenza di anilina.

(2) L'aldeide benzoica dà pure coll'etilendiammina ed etere acetatico un composto cristallino non azotato; l'aldeide propilica invece nelle stesse condizioni dà un composto azotato.

(3) Chemiker Zeitung, 26 febbraio 1888.

chemischen Gesellschaft 1889, 25 februar, p. 304, una Nota preliminare di B. Rayman e K. Chodoünsky, nella quale questi autori dichiarano di aver intrapreso lo studio di questa medesima reazione sul ramnoso, e di volerla estendere agli altri zuccheri, sono costretto a render noti i fatti che finora ho potuto stabilire, onde conservare il diritto di continuare in questa ricerca.

« La reazione tentata in condizioni diverse, la provai in tutti i casi fra: 1 mol. di glucosio, 2 mol. di etere acetacetico, 1 mol. di ammoniaca alcoolica; e, nel caso pratico fra 10 gr. di glucosio, 15 gr. di etere acetacetico e 1 gr. di ammoniaca.

« Provai la reazione adoperando come solvente alcool metilico con ammoniaca sciolta nello stesso alcool, come pure in alcool etilico al 75 %. In entrambi i casi provai a freddo, lasciando la miscela a sè per almeno dieci giorni, provai a caldo a refrigerante ascendente e finalmente in tubi chiusi, dei quali alcuni scaldati fra 100°-110°, altri fra 120°-125° ed altri a 150°.

« Dalle reazioni in alcool metilico non riuscii ad ottenere alcunchè meritevole di considerazione, come pure da tutte le porzioni riscaldate in tubi chiusi a temperatura superiore a 110°, da cui si ottenne quasi tutta sostanza nera costituita da resine.

« Qualche risultato invece ottenni dalle reazioni fatte in alcool etilico, e meglio se questo si adopera al 75 %; risultati che sono pressochè identici, sia operando a freddo, lasciando la miscela a sè per almeno dieci giorni, sia operando a refrigerante ascendente. Diverso fu il risultato della reazione fatta in tubo chiuso fra 100°-110°.

« 10 gr. di glucosio sciolti in 35 gr. di alcool etilico al 75 % li trattai con 15 gr. di etere acetacetico e 1 gr. di ammoniaca sciolta in alcool a 94 %. All'aggiunta dell'ammoniaca il liquido si colora in giallo, e, lasciato a sè, dopo qualche giorno lascia un deposito granuloso di sapore alquanto dolce, costituito da una miscela di glucosio con qualche composto del glucosio coll'ammoniaca, deposito la cui soluzione acquosa riduce facilmente il liquido di Fehling. Dopo questo primo deposito se ne ottiene un secondo, poco solubile in acqua fredda, poco in alcool e quasi affatto in etere e cloroformio, il quale, per cristallizzazione dall'acqua, dà dei cristalli aghiformi di colore paglierino, che riducono ancora malamente il liquore di Fehling, e che fondono fra 185°-187°.

« Per successive cristallizzazioni, e specialmente dopo di aver decolorato la soluzione con piccola quantità di carbone animale, ottenni gli stessi aghi setacei bianchissimi che fondono fra 189°-190°, punto di fusione che si mantiene costante non solo per nuove cristallizzazioni dall'acqua ma pure dall'alcool.

« Meglio si ottiene questo prodotto facendo prima bollire la stessa miscela di glucosio, etere acetacetico ed ammoniaca per un'ora a refrigerante ascendente, e poi esponendo il tutto all'evaporazione spontanea o meglio nel

vuoto; dopo qualche tempo si deposita il prodotto in granellini bianchi facilmente purificabili. Si può ancora abbreviare l'operazione scacciando addirittura tutto l'alcool a b. m. e poi riprendendo il residuo con poco alcool ordinario a 94 °/₀ nel quale il prodotto è poco solubile, per cui dopo qualche tempo si deposita dal liquido alcoolico.

« Aspirato e lavato con poco alcool freddo questo prodotto si fa cristallizzare dall'acqua bollente, dalla quale si deposita per raffreddamento nel modo anzidetto. Tanto la soluzione acquosa che alcoolica di questi cristalli ha reazione neutra, e la soluzione acquosa si colora in rosso col $Fe_2 Cl_6$.

« Si sciolgono pure tanto negli acidi come nella KOH tanto in soluzione acquosa che alcoolica. Sospesi in poco alcool etilico, rimasero inalterati all'azione d'una corrente di acido nitroso.

« Questi cristalli, che contengono azoto, diedero all'analisi i seguenti risultati:

I. gr. 0,341 di sostanza diedero gr. 0,6774 di CO^2 e gr. 0,1821 di H^2O;
II. gr. 0,1787 " " gr. 0,3544 " gr. 0,1016 "
III gr. 0,2865 " " cc. 10 di azoto a 16°,4 C. e 754, 2 mm. di pressione;
IV. gr. 0,1768 di sostanza diedero cc. 6,1 di azoto a 11° C. e 751,76 mm. di pressione;
V. gr. 0,2558 di sostanza diedero cc. 8,8 di azoto a 15° C. e 759 mm. di pressione.

		I	II	III	IV	V
C °/₀	=	54,17	54,09	—	—	—
H "	=	5,93	6,31	—	—	—
N "	=	—	—	4,02	4,06	4,02

« Questi risultati conducono alla formola $C^{16} H^{20} O^8 N$ per la quale si calcola:

C °/₀	=	54,23
H "	=	5,65
N "	=	3,94

« *Prodotto fusibile a* 130°-131°. — Dalle porzioni scaldate in tubi chiusi fra 100°-110° ottenni, operando nello stesso modo del caso precedente, dei cristalli in aghi disposti a mamelloni contenenti azoto e fusibili a 130°-131°.

« Questi cristalli diedero all'analisi i seguenti risultati:

I. gr. 0,1233 di sostanza diedero gr. 0,237 di CO^2 e gr. 0,088 di H^2O;
II. gr. 0,1442 " " cc. 7,5 di azoto a 14° C. e 752,9 mm. di pressione.

		I	II
C °/₀	=	52,42	—
H "	=	7,92	—
N "	=	—	6,05

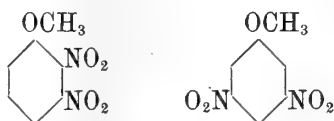
« Questi risultati conducono alla formola $C^{10}H^{16}NO^{5}$ per la quale si calcola:

$$\begin{array}{lcr} C\ \% & = & 52,17 \\ H\ » & = & 7,00 \\ N\ » & = & 6,08 \end{array}$$

« *N. B.* La presente comunicazione non ha altro scopo che quello di conservare il diritto di poter proseguire questi studî sul destroso ».

Chimica. — *Sopra l' ε-binitrofenolo.* Nota del dott. VEZIO WENDER, presentata a nome del Socio KOERNER.

« Dei sei isomeri teoricamente prevedibili nella serie dei binitrofenoli, si conoscono oggidì cinque termini ottenuti per nitrazione dei mononitrofenoli. Ma fra questi, del binitrofenolo scoperto da Bantlin (B. 11. 2104.) nei prodotti di nitrazione del metanitrofenolo, e chiamato ε-binitrofenol, non è ancora ben stabilita la costituzione. Henriques (A. 215. 335.) mostrò che l'anisolo corrispondente scaldato con ammoniaca fornisce una nitroanisidina, dalla quale, eliminato il gruppo amidico, risulta metanitroanisolo; sicchè gli può spettare una delle due formole:

OCH_3, NO_2, NO_2 OCH_3, O_2N, NO_2

« La prima formola, resa più probabile perchè trovandosi in essa i due nitrogruppi nella posizione *orto* spiega meglio la trasformazione in nitranisidina, potrebbe esser messa fuori di dubbio, preparando il binitrofenolo simmetrico che è appunto il termine ancora mancante nella serie di questi interessanti derivati.

« Si raggiungerebbe questo scopo preparando la binitroanisidina:

$$C_6H_2 \left| \begin{array}{l} OCH_3 \\ NO_2 \\ NH_2 \\ NO_2 \end{array} \right. \text{coi gruppi sostituenti nei posti rispettivi} \begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

ed eliminando da questa il gruppo amidico. La nitrazione della paranisidina poteva condurre a questo derivato, come anche l'azione dell'ammoniaca sull'etre dimetilico che si otterrebbe dal binitroidrochinone f. 135°, cui fu dimostrato appartenere la costituzione:

$$C_6H_2 \left| \begin{array}{l} OH \\ NO_2 \\ OH \\ NO_2 \end{array} \right. \text{coi gruppi sostituenti nei posti rispettivi} \begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

« In questa Nota comunico alcuni risultati ottenuti nitrando la para-anisidina. Il derivato acetilico di questa mi ha fornito una binitracetaniside che saponificata diede l'anisidina corrispondente; ma da questa per la reazione del Griess risultò, invece di un nuovo binitranisolo, il binitranisolo e quindi il binitrofenolo identici a quelli segnati col prefisso ε da Bantlin:

	dall'anisidina	dati di Bantlin
Binitrofenolo	cristalli od aghi f. 144-145°	cristalli od aghi f. 144°.
sale baritico	anidro	anidro
sale potassico	aK, $2H_2O$.	aK, $2H_2O$.
binitranisolo	tavolette f. 119°.	tavole f. 118°.
nitranisidina	aghi 76°.	aghi f. 76°.

Binitro-p-fenacetide $C_6H.(NO_2)_2.OC_2H_5.NHC_2H_3O$

« Si ottiene sciogliendo la parafenacetide in cinque volte il suo peso di acido acetico glaciale, raffreddando a 5° e quindi aggiungendo l'ugual volume di acido nitrico 1,54. Diluendo con acqua precipita la binitrofenacetide sotto forma di polvere cristallina.

« Miglior rendita però si ottiene preparando dapprima la nitro-p-fenacetide fusibile a 104° sciogliendo la parafenacetide in quattro volte il suo peso di acido acetico glaciale ed aggiungendo il volume uguale di acido nitrico 1,27 a temperatura inferiore a 20°. Il mononitroderivato, purificato per cristallizzazione dall'alcole viene sciolto in circa sei volte il suo peso di acido acetico, e la soluzione addizionata di acido nitrico 1,54 in modo che la temperatura non superi 10° C. Dopo aver lasciato a sè per un ora si diluisce con acqua, ed il prodotto viene cristallizzato ripetutamente dall'alcole bollente.

« È una sostanza di colore appena giallognolo che cristallizza dall'alcole in aghi sericei molto lucenti, dall'acido acetico in prismi. Si scioglie poco nell'alcole bollente, pochissimo a freddo; è molto più solubile nell'acido acetico specialmente a caldo, e nell'etere. Fonde a 206°. Non viene saponificata dall'acido cloridrico bollente; la potassa la saponifica parzialmente a freddo, riscaldando si svolge ammoniaca.

« In questa sostanza uno dei gruppi nitrici deve occupare la posizione meta rispetto all'etossile, come nel mononitroderivato dal quale fu ottenuta. gr. 0,2035 secco a 95° diedero 0,0835 di H_2O e 0,3317 CO_2

	calcolato $C_6H_8N_3O_5$	trovato
C	44,70	44,46
H	4,20	4,56

Binitrofenetidina $C_6H_2.(NO_2)_2.OC_2H_5NH_2$

« La binitrofenacetide suddescritta viene facilmente ed in modo completo saponificata per riscaldamento con acido solforico concentrato. Occorrono circa otto volte il suo peso di acido solforico, e non conviene scaldare a temperature

superiore a 100° nè per più di dieci minuti. Diluendo la soluzione del solfato con acqua precipita la base in fiocchi rossi. Venne purificato per cristallizzazione dall'alcole. In questo solvente è molto solubile all'ebullizione, e si deposita per raffreddamento in prismi sottili di color rosso bruno con riflesso violaceo; fonde a 145°. Si comporta come base molto debole, il cloridrato ed il solfato, che possono ottenersi in soluzione eterea ed acetica, sono quasi incolori e vengono immediatamente scomposti dall'acqua fredda.
gr. 0.2508 hanno dato 40,2 cc. azoto a 16° e 745^{mm}.

	calcolato $C_8H_8N_3O_5$	trovato
N p.c.	18,60	18,73

Binitroacetaniside $C_6H_2.(NO_2)_2.OCH_3.NHC_2H_3O$

« Preparato in modo identico all'etere etilico, partendo dalla nitracetaniside f. 116°. Assomiglia in tutte le proprietà all'etere etilico. Anch'essa di colore molto più chiaro del mononitroderivato, si presenta, quando cristallizza dall'alcole, in lunghi e fini aghi piatti di colore appena giallognolo, molto lucenti, e che fondono a 220°. Piuttosto poco solubile nell'alcole bollente, poco assai a freddo, più solubile nell'acido acetico caldo; non si scioglie che pochissimo nell'acqua bollente.
gr. 0,2843 diedero secondo Zeisel 0,2590 di Ag I.

	calcolato $C_9H_8N_3O_6$	trovato
OCH_3	5,90	5,82

Binitranisidina $C_6H_2(NO_2)_2.OCH_3.NH_2$

« Si ottiene scaldando la binitroacetaniside precedente con acido solforico concentrato a 110° per quindici minuti, e diluendo con molt'acqua. Il precipitato di bellissimo colore arancio viene ricristallizzato da alcole bollente. Risultano aghi lucenti di color rosso cremisi con riflesso bluastro, che fondono a 182° in un liquido rosso. Dalla soluzione alcoolica cristallizza per evaporazione in prismi. È molto solubile nell'alcole, nell'acido acetico e nell'etere; alquanto solubile nell'acqua bollente.

« In soluzione acetica fornisce con acido solforico concentrato un sale in aghi bianchi che viene completamente scomposto dall'acqua fredda. Scaldato con potassa acquosa si scioglie con sviluppo di ammoniaca.

Sostanza secca a 95°.

gr. 0,1895 diedero 33 cc. azoto a 14° e 750^{mm}.
gr. 0,1877 » 0,2703 CO_2 e 0,0688 H_2O.

	calcolato	trovato
C	39,44	39,27
H	3,80	4,07
N	19,75	20,10

Binitrometilidrochinone.

« Si forma come prodotto secondario per l'azione dell'etere nitroso sulla binitranisidina Vennero sciolti 30 gr. di questa per volta in 600 cc. di alcole assoluto saturato di anidride nitrosa, e la soluzione scaldata per un giorno a refrigerante ascendente.

« Distillato via l'alcole nitroso, rimase una massa cristallina che venne trattata con una soluzione bollente di carbonato potassico. Si raccolse dopo raffreddamento il binitranisolo indisciolto: dalla soluzione alcalina (trattata con etere per esportare tutto l'anisolo) acidificando ed estraendo con etere si ottenne una sostanza cristallina che ha la composizione di un binitrometilidrochinone.

« Cristallizzato dall'alcole bollente si presenta in tavole lucenti di color giallo chiaro, che fondono a 110°, abbastanza solubili nell'alcole caldo, meno a freddo, solubili nell'acido acetico e nell'etere.

gr. 0,1835 diedero 21 cc. azoto a 18° e 758,2^{mm}.
gr. 0,2324 diedero secondo Zeisel gr. 0,2530 di Ag I.

	calcolato per $C_7H_6N_2O_6$	trovato
N	13,08	13,18
OCH_3	14,02	14,36

« Scaldato con acqua e carbonato baritico fornisce un sale in begli aghi giallo cetrino lucenti, abbastanza solubili nell'acqua bollente, poco nella fredda.

« Questo binitrometilidrochinone può ottenersi anche diazotando la binitranisidina, e scomponendo il diazosale con acido solforico diluito bollente. Si forma però anche in questo modo in quantità relativamente molto piccola, a fianco di binitroanisolo.

« Vennero presi 11 gr. di anisidina e sciolta in una miscela di 150 acido acetico glaciale e 50 di alcole cui si aggiunsero 15 cc. di acido solforico. Raffreddando con ghiaccio si depose il solfato in polvere fina. Aggiunti allora 7 gr. di nitrito potassico sciolto in 40 cc. d'acqua, il sale della base si disciolse, ma bentosto cristallizzò il diazosale. Diluendo con acqua anche quest'ultimo si ridisciolse in un liquido limpido giallo chiaro che venne versato in acido solforico diluito bollente. Dopo aver scaldato mezz'ora a bagnomaria cessò lo sviluppo d'azoto; per raffreddamento si depose la maggior parte del prodotto in pagliette lucenti. Risultarono circa 4 gr. di anisolo e 1 gr. di binitrometilidrochinone.

ε-binitroanisolo.

« Costituisce il prodotto principale dell'azione del nitrico etilico sulla binitroanisidina f. 182°, e precisamente la parte insolubile nel carbonato potassico. Dopo ripetute cristallizzazioni dall'alcole si presenta sotto l'aspetto di tavolette leggermente giallognole facilmente solubili nell'alcole caldo, molto

meno a freddo. Fonde a 119°, e distilla senza scomposizione; tuttavia, riscaldato bruscamente esplode.

« Si scioglie poco nella ligroina bollente, e dalla soluzione si depone per raffreddamento in finissimi aghi piatti quasi incolori. È anche alquanto solubile nell'acqua bollente dalla quale cristallizza in pagliette. Non distilla col vapore d'acqua.

gr. 0,3762 diedero 0,1187 H_2O e 0,5823 CO_2.
gr. 0,2327 » 28,6 cc. azoto a 16° e 747.5^{mm}.

	calcolato per $C_7H_6N_2O_5$	trovato
C	42,42	42,21
H	3,10	3,49
N	14,14	14,08

« Scaldato con ammoniaca alcoolica a 180° per cinque ore ha fornito la nitroanisidina di Bantlin fusibile a 76° che cristallizza dall'alcole in aghi giallo bruni, e dall'acqua in finissimi aghi gialli. Questa nitranisidina scaldata con nitrito d'etile diede metanitranisolo.

ε-binitrofenolo.

« Il binitrani solo precedente venne scaldato con acido cloridrico concentrato a 150° per un giorno. Scaldando regolarmente, il prodotto non si resinifica. Evaporato a secco il contenuto dei tubi, venne ripreso il residuo cristallino con una soluzione calda di carbonato potassico. La soluzione del sale venne trattata con etere, quindi acidificata ed estratta nuovamente con etere. Evaporando questa soluzione risulta il fenolo in aghi od in tavole rombiche. Ricristallizzato dall'alcole si presenta sotto forma di tavole di color giallo chiaro, fusibili a 144°-145°, e dotate di odore vicino a quello del metanitrofenolo. È molto solubile nell'etere, nell'alcole caldo; alquanto nell'acqua bollente, dalla quale si può ottenere cristallizzato in fini e corti aghi di colore giallognolo.

gr. 0,2931 hanno dato 38,7 cc. azoto a 15,5 e 750,1.

	calcolato per $C_6H_3(NO_2)_2OH$	trovato
N	15,22	15,21

« Fornisce un sale di bario abbastanza solubile nell'acqua specialmente a caldo, che cristallizza per rapido raffreddamento in sottili aghi piatti lucenti di color giallo d'oro, e per lenta evaporazione in densi mammelloni di aghi giallo bruni. Scaldato a 150° diviene rosso bruno e ritorna giallo sporco a freddo.

gr. 0,6537 sale seno all'aria perdono 0,0053 a 150° ciò che corrisponde a 1,26 °/₀; $(A_2\ Ba)_2\ H_2\ O$ richiederebbe 1,60.

« Si può quindi ritenere acqua di interposizione.

gr. 0,4448 sale seno a 150° diedero 0,2056 SO_2Ba.

	calcolato per $(C_6H_3)(NO_2)_2(O)_2Ba$	trovato
Ba	27,02	27,20

« Il sale potassico cristallizza dall'acqua in fini aghi od anche in lamine sottili lucenti di un bel colore ranciato. Anidro è di color rosso scarlatto cupo molto solubile nell'acqua calda, assai meno a freddo.

gr. 0,7194 secco nel vuoto perdono a 100° gr. 0,1013.

gr. 0,3938 secco a 100° diedero gr. 0,1551 SO_4K_2

	calcolato per $C_6H_3N_2O_5K$, $2H_2O$	trovato
H_2 O	13.95	14.08
	per $C_6H_3N_2O_0K$	
K	17,57	17,68

« Questo binitrofenol inoltre, per trattamento con acido nitrico, mi ha fornito acido stifnico fusibile a 175° ».

Chimica. — *Su alcuni derivati trisostituiti della benzina.* Nota del dott. VEZIO WENDER, presentata a nome del Socio KOERNER.

« La formazione dei derivati trisostituiti della benzina fu sinora sufficientemente studiata soltanto partendo dagli orto- e para-bisostituiti; solamente per pochi meta-derivati si conosce bene come avvenga la sostituzione di un terzo atomo d'idrogeno. Questo studio che teoricamente ha senza dubbio non poca importanza potendo mostrarci quali siano le azioni dei singoli gruppi sostituiti sul nuovo reagente, nonchè i rapporti in cui trovansi i gruppi già esistenti, interessa anche ad ottenere quei derivati che mancano ancora a completare le serie teoricamente prevedibili: rendendo possibile lo stabilire le variazioni nelle proprietà fisiche di questi derivati col variare della posizione dei gruppi sostituenti.

« In questo lavoro è studiata la nitrazione della metanitroanilina. L'entrata del nuovo gruppo nitrico avviene in modo affatto analogo che nel metanitrofenol e nell'acido amidobenzoico.

Nitrazione della m.-nitroacetanilide.

« La nitroacetanilide f. 143° si scioglie senza alterarsi nell'acido nitrico fumante ed anche in una miscela di acido nitrico d. 1.40 e di acido solforico concentrato, come fu già indicato da Meyer e Stüber (ann. 165. 182.).

« Però impiegando una miscela di acido nitrico fumante e di acido solforico concentrato la nitroacetanilide si lascia facilmente nitrare all'ordinaria temperatura, con buon rendimento e senza formazione di prodotti resinosi.

« Conviene operare su piccole porzioni per volta. In una miscela di 60 C. C. di acido nitrico fumante d. 1,52 e 60 C. C. di acido solforico concentrato, miscela che viene raffreddata a 0°, si introducono poco a poco 10 grammi di un nitroacetanilide secca ed in polvere fina, avendo cura di agitare vivamente finchè tutta si sia disciolta. Si toglie allora la soluzione dalla miscela frigorifera e si abbandona a sè per circa un'ora alla temperatura del-

l'ambiente. Versando su ghiaccio pesto precipita una sostanza gialla che, dapprima vischiosa, si rapprende ben tosto in una massa cristallina. Questa, dopo lavata con acqua, viene sciolta in alcool bollente. La soluzione per raffreddamento abbandona lunghi aghi che, aspirati e lavati con alcool freddo, e quindi ricristallizzati ripetutamente da alcool bollente, si presentano quasi incolori e lucenti, del costante punto di fusione 186°; all'analisi mostrano la composizione di una binitroacetanilide. Concentrando le acque madri si depositano nuove quantità del medesimo prodotto. Le ultime acque madri portate a piccolo volume contengono una miscela di binitroaniline e binitroacetanilidi. Il mezzo migliore per separare questi prodotti si è di scacciare la maggior parte dell'alcole per distillazione e diluire con acqua: così si deposita un olio giallo che quasi tosto si rapprende in massa cristallina, che dopo asciugata, si fa bollire per un'ora con un eccesso di cloruro acetilico.

« Il prodotto acetilato viene cristallizzato dall'alcole.

« Per raffreddamgnto si depongono aghi chiari f. 186°, quindi aghi pure poco colorati fondenti a 105-115° che per cristallizzazione frazionata forniscono una piccola quantità di aghi f. 186°, ed una seconda acetanilide in aghi lanceolati, quasi incolori fusibili a 121°.

« Insieme a questo secondo prodotto cristallizzano poscia mammelloni colorati in bruno fusibili verso 140°, che si separano facilmente aiutandosi anche colla separazione meccanica, in questo caso molto rapida. I mammelloni ricristallizzati ripetutamente si depongono da soluzioni più diluite sotto forma di cristalli poliedrici di colore appena giallognolo che fondono in modo costante a 144°. Le ultime acque madri continuano a deporre, per evaporazione del solvente, di quest'ultima sostanza.

« Risultano così dalla nitrazione della metanitroacetanilide tre diversi prodotti fusibili rispettivamente a 186°, 121° ed a 144°, e che or ora dimostrerò essere tre nuove binitroacetanilidi.

« Il prodotto f. 186° è preponderante: 100 grammi di nitroanilina diedero circa 50 gr. di questo, 30 gr. dei cristalli f. 143° e solo 6 gr. del terzo isomero.

« Queste acetanilidi si saponificano facilmente sciogliendole in acido solforico concentrato e scaldando questa soluzione a 110° per alcuni minuti: diluendo con acqua precipitano in fiocchi gialli le rispettive binitroaniline. La saponificazione con potassa non è possibile perchè, scaldando appena, esce ammoniaca formandosi il fenol corrispondente.

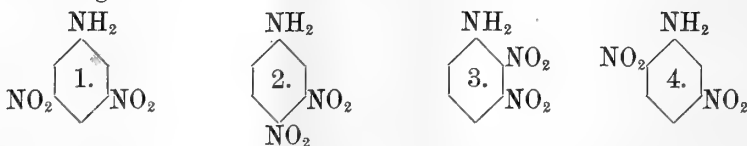
Costituzione delle tre binitroaniline.

« Dalla metanitroanilina possono risultare per nitrazione le quattro binitroaniline seguenti:

1. NH_2; NO_2, NO_2

2. NH_2; NO_2, NO_2

3. NH_2; NO_2, NO_2

4. NH_2; NO_2, NO_2

« Si vede tosto che l'eliminazione del gruppo NH_2 da una parte e la sostituzione dello stesso con alogeno o con ossidrile fornisce il mezzo di giungere a decidere quale costituzione spetti alle binitraniline ottenute.

« *L'acetanilide f. 186°* fornisce una binitroanilina fusibile a 127°. Questa scaldata al refrigerante ascendente con alcole saturato di anidride nitrosa si scioglie con sviluppo di azoto. La reazione avviene meglio mantenendo una pressione di 25^{cm} di mercurio. Distillato poi via l'alcole, rimane un residuo piuttosto colorato che distilla in una corrente di vapore sotto forma di una sostanza bianca od appena giallognola, piuttosto solubile nell'alcole bollente, dalla quale soluzione si depone per raffreddamento in prismetti fusibili a 117°. Questi non reagiscono nemmeno all'ebullizione con una soluzione alcoolica di cianuro potassico. Ridotto con stagno e acido cloridrico, la soluzione fornisce con cloruro ferrico una intensa colorazione rosso-bruna, mentre si separano aghi rossi. Reazione che è caratteristica per ortofenilendiammina: così il punto di fusione e la forma cristallina caratterizzano questa sostanza per ortobinitrobenzina.

« All'analisi ha dato:

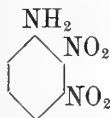
gr. 0,1624 di sostanza seccata nel vuoto diedero 23,7. C. C. di azoto alla temperatura di 15° e sotto 748^{mm}.

« Onde, in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_4(NO_2)_2$
N	16,84	17,0

« Sicchè questa binitroanilina, contenendo i due gruppi NO_2 nella posizione orto, non può avere che la costituzione indicata dalle formole 2 o 3. Secondo la prima di queste, sostituendo il gruppo amidico con bromo deve ottenersi la binitrobromobenzina fusibile a 59,4° la cui costituzione è ben stabilita.

« Invece la binitroanilina f. 127° ha per questa via fornito una nuova binitrobromobenzina che fonde a 100,5°, sicchè le spetta la formola:

NH_2 (1), NO_2 (2), NO_2 (3) — [anello benzenico]

« Dall'acetanilide che fonde a 121° risulta una binitroanilina fusibile a 137° abbastanza solubile nell'alcole. Aggiungendo a questa soluzione alcoolica alcole saturato di anidride nitrosa, e scaldando per parecchie ore a refrigerante ascendente, distillando via l'alcole e distillando poi il residuo nel vapore d'acqua, risulta un liquido acquoso limpido che per raffreddamento depone corti aghi incolori fusibili a 171° che facilmente sublimano inalterati in aghetti splendenti della forma cristallina caratteristica della parabinitrobenzina.

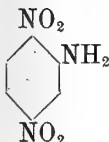
« All'analisi ha dato:

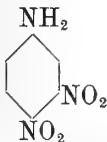
gr. 0,1827 di sostanza asciugata nel vuoto diedero 26,9 C. C. di azoto a 16° C. e sotto 748^{mm}.

« Onde, in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_1 H_4 (NO_2)_2$
N	17,3	17,02

« La formola

NO_2 / NH_2 / NO_2

che risponde alla posizione « para » fra i gruppi nitrici, indica la costituzione di questa seconda binitroanilina.

« *La binitroacetanilide* in grossi cristalli f. 144° fornisce per saponificazione un'anilina f. 154°. Questa trattata con alcole saturato di anidride nitrosa dapprima vi si discioglie con riscaldamento e sviluppo di gas, ma bentosto dalla soluzione si depositano aghetti giallo-chiari pochissimo solubili nell'alcole e che asciugati esplodono per riscaldamento. Questa sostanza bollita lungamente con nitrito molto diluito, si discioglie. Scacciando poi via l'alcole e distillando il residuo nel vapore risultano aghi incolori che ricristallizzati dall'alcole si presentano in aghi prismatici sublimabili senza alterazione che fondono a 117° non attaccabili dalla soluzione alcoolica di cianuro potassico. Per riduzione colla quantità calcolata di cloruro stannoso risulta ortonitroanilina f. 71°, e per riduzione completa fornisce o. fenilendiammina. È dunque ortobinitrobenzina, sicchè alla binitroanilina f. 154° spetta la formola:

« Dalle binitroaniline 1, 2, 3 e 1, 3, 4, (essendo NH_2 ammesso in 1) ho ottenuto i rispettivi binitroalogeno-sostituiti della benzina. Non così ho potuto fare delle binitroaniline 1, 3, 6, (cui corrisponderebbe una binitroiodo non ancora conosciuta) attesa la piccola quantità di cui ne potevo disporre. Siccome d'altronde intendo trasformarla nel binitrofenol 1, 3, 4, onde metter fuori di dubbio la costituzione del binitrofenol f. 104° di Bantlin, così spero di poterla descrivere in questa occasione.

1, 2, 3, Binitroanilina.

« Cristallizza dall'acqua e dall'alcole in aghi lucenti di un bel colore giallo ranciato, più intenso di quello della binitroanilina 1, 2, 6, (f. 138°). Fonde a 127° È abbastanza solubile nell'alcole specialmente a caldo; così nell'acido acetico, meno solubile nell'etere. Si scioglie pochissimo nell'acqua fredda, alquanto nella bollente.

« Viene difficilmente acetilata dall'anidride acetica, facilmente invece del cloruro acetilico all'ebullizione. Scaldata con soluzione di potassa sviluppa ammoniaca formandosi il sale del fenol e in parte resinificandosi. Si discioglie facilmente, anche a freddo nell' acido solforico concentrato, come pure nell'acido solforico diluito del suo volume d'acqua e bollente.

« La soluzione acetica addizionata di un eccesso di acido solforico abbandona aghi e prismetti incolori lucenti del solfato che l'acqua fredda scompone tosto. Il cloridrato può essere ottenuto in polvere bianca facendo passare nella soluzione eterea della base una corrente di acido cloridrico secco; anche questo sale viene immediatamente scomposto dall'acqua.

« Analisi:

	sostanza	CO_2	H_2O	N.
I	0,2540	0,3681	0,0692	
II	0,1161	—	—	23,4 C. C. a 17,5° e sotto 749^{mm}.

onde

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_6H_4(NO)_2NH_2$
C	39,52	—	39,4
H	3,03	—	2,7
N	—	23,0	22,9

1, 2, 3, Binitroacetanilide.

« Cristallizzata dall'alcole si presenta sotto forma di aghi a faccette prismatiche, o in aghi appiattiti lucenti, incolori. Fonde a 186°. È poco solubile nell'alcool freddo, abbastanza nel bollente, Poco solubile nell'etere, nel cloroformio, nella benzina. Scaldato con liscivio potassico svolge ammoniaca. Viene facilmente saponificato dall'acido solforico concentrato caldo.

« All'analisi:

	sostanza	CO_2	H_2O	N.
I	0,3371	0,5325	0,1130	—
II	0,3708	0,5858	0,1243	—
III	0,1876	—	—	13,5 C. C. a 16° e 745

onde

	trovato I	trovato II	trovato III	calcolato per $C_6H_3(NO_2)_2NHC_2H_3O$.
C	43,0	43,06	—	42,80
H	3,76	3,70	—	3,31
N	—	—	18,45	18,60

1, 2, 3, Binitrobromobenzino.

« La soluzione di 5 gr. di binitroanilina f. 127° in acido solforico 1:1 bollente, viene aggiunta ad una soluzione molto acida e pure bollente di bromuro ramoso. Aggiungendo poco a poco 2,5 di nitrito potassico sciolto in

pochissima acqua, e dopo aver scaldato ancora alcuni minuti a b. m., diluendo con acqua si separa un olio che tosto si rapprende in massa cristallina. Distillato nel vapore e cristallizzato dall'alcole si presenta in lamine lucenti, appena giallognole, dell'odore della bromonitrobenzina, che fondono a 101°,5. e distillano senza alterarsi verso 320°. È abbastanza solubile nell'alcole bollente, molto meno a freddo, è appena solubile nell'acqua bollente, dalla qual soluzione si depone per raffreddamento in aghetti. Nell'etere non è molto solubile: la soluzione per evaporazione lo fornisce in aghi lucenti.

« Analisi:

gr. 0,2968 di binitrobromobenzina diedero gr. 0,2318 di Ag Br.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
Br	33,2	32,5

« Scaldato con ammoniaca alcoolica in tubo chiuso a 160° per quattro ore, e distillato via l'alcole risultò una sostanza che cristallizza dall'alcole in aghi gialli fusibili da 65°-75°. Contiene ancora bromo e d'altronde sviluppa ammoniaca se bollita con soluzione di potassa. È quindi probabilmente una miscela di bromonitroanilina, e binitroanilina di cui continuo lo studio.

1, 2, 3, Binitroiodobenzina.

« Si sciolgono a caldo 5 gr. di binitroanilina f. 127° in 70 C. C. di acido acetico glaciale cui si aggiungono 6 C. C. di acido solforico concentrato, e questa soluzione viene raffreddata a 0° agitando vivamente affinchè il solfato della base si separi in finissime pagliette. Si aggiungono allora poco per volta ed agitando 2,5 gr. di nitrito potassico sciolto in pochissima acqua fredda, quindi si diluisce il sale del diazocomposto formatosi con poca acqua a 0°, e la soluzione limpida si versa in una soluzione di ioduro potassico acidificato con acido iodidrico. Si scalda quindi a b. m. per alcune ore, e dopo aver lasciato a sè per 12 ore si raccoglie e si lava il prodotto scolorato con bisolfito sodico.

« Non distilla nel vapore, o molto lentamente. Viene purificato per ripetute cristallizzazioni dall'alcole. Risulta così in aghi piatti lucenti di color giallo pallido, che fondono in modo costante a 138°. Distilla quasi senza scomporsi. È abbastanza solubile nell'alcole specialmente, a caldo, piuttosto poco solubile nell'etere che lo abbandona per evaporazione in aghi lucenti. Si scioglie senza alterarsi nell'acido solforico e nitrico concentrato. Bollito con soluzione di potassa si altera molto lentamente.

« Analisi:

gr. 0,2443 di sostanza secca nel vuoto fornirono 20,1 C. C. di azoto a 14° e sotto 741^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6 H_3 (NO_2)_2 I$.
N	9,5	9,38.

1. 3. 6. Binitroanilina.

« Cristallizza dall'acqua bollente e dall'alcole in begli aghi setacei di color giallo ranciato più intenso della binitroanilina f. 127°. È abbastanza solubile nell'alcole, molto solubile nel bollente: poco nell'acqua bollente, pochissimo nella fredda. Fonde a 137°.

« Ha del resto proprietà molto vicine a quelle della binitroanilina precedente.

« Analisi:

	sostanza	CO_2	H_2O	N.
I	0,3583	0,5260	0,0980	—
II	0,2458	—	—	50 C. C. a 14° e sotto 747^{mm}.

onde

	trovato		calcolato
C	40,02	—	39,45
H	2,99	—	2,70
N	—	23,5	22,95

1, 3, 6, Binitroacetanilide.

« Risulta in piccola quantità nella nitrazione della m. nitroacetanilide. Cristallizzata dall'alcole si presenta in begli aghi sericei bianchi o appena giallognoli, che fondono a 121°. È abbastanza solubile nell'alcole, specialmente caldo, alquanto solubile nell'acqua bollente.

« Viene facilmente attaccato dalla potassa acquosa, con sviluppo di ammoniaca.

« Analisi:

gr. 0,1425 di sostanza asciugata nel vuoto diedero 22,9 C. C. di azoto a 16° e sotto 743^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
N	18,4	18,60

1, 3, 4, Binitroanilina.

« Si ottiene per cristallizzazione dall'acqua bollente in fini aghi di color giallo cetrino più chiaro di quello delle precedenti binitroaniline. Dall'alcole bollente cristallizza in aghi lucenti: per evaporazione in grossi aghi prismatici di color giallo bruno. Nell'etere non è molto solubile; invece è molto solubile nell'alcool e nell'acido acetico, specialmente a caldo. Fonde in modo costante a 154° in un liquido giallo.

« Scaldato con potassa anche diluita svolge ammoniaca. Si scioglie nell'acido solforico concentrato: da questa soluzione l'acqua riprecipita la base libera, che è tuttavia molto solubile in un acido 1:1 a caldo. Aggiungendo acido solforico alla soluzione acetica e abbandonando a sè, cristallizza il solfato della base in bei prismi lucenti incolori, che vengono immediatamente

scomposti dall'acqua fredda. Anche questa binitroanilina non si lascia acetilare che dal cloruro d'acetile bollente.

« Analisi:

	sostanza	CO_2	H_2O	N.
	0,1797	0,2633	0,0496	—

	trovato	calcolato per $C_6H_3(NO_2)_2NH_2$
C	39,9	39,45
H	3,0	2,75.

1, 3. 4. Binitroacetanilide.

« Per rapido raffreddamento della sua soluzione alcoolica bollente si depone in mammelloni duri formati da fini aghi. Per lento raffreddamento, o meglio per evaporazione risulta sotto forma di bei cristalli rombici di colore giallognolo, lucenti, che fondono a 144. Sono molto solubili nell'alcole caldo, meno a freddo; alquanto nell'acqua bollente dalla quale soluzione cristallizza in fini aghi.

« Analisi:

	sostanza	CO_2	H_2O	N.
I	0,3539	0,5590	0,1180	—
II	0,4943	0,7683	0,1509	—
III	—	—	—	—

	trovato			calcolato per $C_6H_3(NO_2)_2NHC_2H_3O$
	I	II	III	
C	43,20	42,40	—	42,8
H	3,70	3,40	—	3,3
N	—	—	—	18,6

1, 3, 4, Binitroiodobenzina.

« Venne preparato operando come sulla binitroanilina f. 127° impiegando invece la binitroanilina precedente. Diluendo con acqua ghiacciata la soluzione del diazosale, aggiungendo ioduro potassico e riscaldando per qualche tempo, si separa un olio che viene liberato dall'eccesso di iodio mediante bisolfito sodico. Per raffreddamento si rapprende in massa cristallina che si può purificare o per distillazione nel vapore (che è però molto lenta) oppure per cristallizzazione dall'alcole.

« Così risulta dall'alcole in sottili tavole lucenti, di color giallo canarino, che fondono a 74,4°. È abbastanza solubile nell'alcool a freddo, molto nel bollente; e così anche nell'etere, nel cloroformio.

« L'acqua bollente ne scioglie appena: e la soluzione lo abbandona per raffreddamento in piccole scagliette lucenti.

« Analisi:

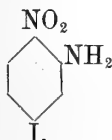
gr. 0,2298 di sostanza asciugata nel vuoto fornirono 18,5 C. C. di azoto a 17° C. C. e sotto 752^{mm}.

trovato	calcolato per $C_6H_3(NO_2)_2I$.
9,24	9,30

« Scaldato con ammoniaca alcoolica in tubi chiusi a 170° per quattro ore risulta uua *iodonitroanilina* in aghi lanceolati di color bruno con riflesso violaceo, abbastanza solubile nell'alcool specialmente a caldo, di debolissimo carattere basico, fusibile a 174° che all'analisi ha dato: sostanza 0,1984. Azoto 19,6 C. C. a 21,5° C. e sotto 753,5^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_3NO_2INH_2$
N	11,03	10,61

« Questo iodonitroanilina, trattato con nitrito etilico ed alcole, all'ebollizione, reagisce facilmente con sviluppo di azoto; distillando via il liquido alcoolico e, poscia distillando nel vapore, risultano aghetti giallognoli, che ricristallizzati da alcool bollente, ove sono piuttosto poco solubili, si presentano in aghi giallo chiari, f. 170-171° caratterizzabili per paraiodonitrobenzina. Sicchè la costituzione di questa iodonitroanilina corrisponde alla formola:

« Nell'intento di giungere a completare la serie delle binitrobromobenzine teoricamente prevedibili ho sostituito con bromo il gruppo amidico anche nella binitroanilina f. 138° già conosciuta ».

Chimica. — *Determinazione del peso molecolare delle pirocolle col metodo di Raoult.* Nota di Gaetano Magnanini [1], presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

« In relazione alle mie ricerche sul comportamento del pirrolo e dei suoi derivati rispetto alla legge di Raoult [2], io ho voluto determinare il peso molecolare di alcune pirocolle [3], alle quali, come si sa, si attribuiscono formule doppie, allo scopo di vedere se, anche in questi casi, il metodo di Raoult dia numeri in accordo coi fatti chimici, e se realmente si possa dire in generale che alle pirocolle compete la formula doppia, come lo compete alla pirocolla ordinaria per la quale è stata determinata la densità allo stato gazoso. Siccome però tali imminanidridi sono generalmente quasi insolubili a bassa temperatura nei solventi ordinarî, io ho dovuto impiegare, per determinarne i coefficienti di abbassamento, la naftalina fusa, nella quale queste sostanze si disciolgono da 0.5 — 2 per cento. Prima però di dare i numeri

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. V, pag. 214 e 368.

(3) Sotto il nome generico di pirocolle si possono intendere le imminanidridi degli acidi pirrol- ed indol-carbonici.

ottenuti devo fare una osservazione sul valore della costante dalla quale si calcola, in base al coefficiente di abbassamento, il peso della molecola.

« Come abbassamento molecolare delle sostanze organiche sciolte nella naftalina, Raoult (1) trova il valore 82, ed allo stesso risultato è stato condotto recentemente R. Fabinyi (2), il quale ha determinato gli abbassamenti prodotti nel punto di fusione della naftalina da sostanze organiche commiste. J. F. Eykman (3) sperimentando diverse sostanze con un apparecchio molto semplice, trova invece che l'abbassamento molecolare medio per la naftalina ha il valore 70, in armonia colla teoria di Van't Hoff secondo la quale si calcola, in funzione delle calorie di fusione della naftalina, determinate da Alluard (4) e da A. Battelli (5), il valore 69.4. Senza volere, pel momento, discutere l'esattezza delle cifre date da Eykman, voglio però far notare che le sue determinazioni sono state fatte con soluzioni relativamente molto concentrate. Ora si sa che il valore del coefficiente di abbassamento dipende in generale dalla concentrazione, anzi dal lavoro di Beckmann ed anche da quello che ho fatto io sui derivati del pirrolo risulta che, in generale, questo coefficiente di abbassamento, anche qualora si faccia il calcolo secondo Arrhenius, va, sopratutto per le soluzioni benzoliche, notevolmente diminuendo col crescere della concentrazione; e per conseguenza va diminuendo anche l'abbassamento molecolare. Non si può quindi paragonare l'abbassamento trovato per grandi concentrazioni con quello che si troverebbe a concentrazioni piccole, se non conoscendo prima che questo abbassamento non diminuisce molto col crescere della concentrazione. Un più recente lavoro del sig. Eykman (6) dimostrerebbe poi che il coefficiente di abbassamento dell'anetolo, dello stilbene e del mentolo nella naftalina vanno crescendo colla concentrazione; contrariamente a quanto si sarebbe tratti a credere dalla analogia del benzolo colla naftalina. Anche per gli altri solventi sperimentati l'a. trova che gli abbassamenti molecolari vanno generalmente aumentando colla concentrazione. Credo pertanto che la questione sul valore esatto che si deve attribuire all'abbassamento molecolare delle sostanze organiche nella naftalina per soluzioni diluite non sia ancora risolta, e che si debbano ripetere le esperienze con un termometro diviso in centesimi di grado ed a piccole concentrazioni.

« Le determinazioni dei pesi molecolari delle pirocolle sono state fatte con un apparecchio simile a quello adoperato da Beckmann per le soluzioni che gelano a bassa temperatura, io ho soltanto soppresso la tubulatura laterale e tutta la parte superiore del recipiente contenente la soluzione, allo scopo

(1) Comptes rendus, 102, 1307.
(2) Zeitschrift für phys. Chem. III, 38.
(3) Ibd. III, 113
(4) Ann. de chem. et de phys. 57, 470.
(5) Atti del R. Istituto veneto 3, 35.
(6) *Ueber die Bestimmung der latenten schmelzwärme durch Gefrierpunktserniedrigung.* Zeitschrift für phys. Chem. III, 203.

di evitare una sublimazione di naftalina nella parte fredda dell'apparecchio. Il bagno di acqua esterno veniva mantenuto costantemente ad una temperatura inferiore di circa un grado al punto di congelamento della soluzione. Non avendo a mia disposizione un termometro diviso in centesimi di grado per quella temperatura, ho dovuto adoperare un termometro normale di Geissler, diviso in decimi di grado; i centesimi di grado sono per conseguenza stati apprezzati coll'aiuto di una lente di ingrandimento; credo però che l'errore commesso non superi i 0°.02-0°.03. Questa approssimazione la quale è insufficiente trattandosi di determinare per piccole concentrazioni la costante dell'abbassamento molecolare, è però sufficiente per decidere della grandezza della molecola. La soluzione da congelarsi veniva continuamente agitata coll'aiuto di un grosso filo di platino come nell'apparecchio di Beckmann, ed il raffreddamento che si verificava al di sotto del punto di congelamento della soluzione era costantemente di 0°.1-0°.3. Sebbene, come ho dettto, io non abbia avuto a mia disposizione che un termometro diviso in decimi di grado, pure ho voluto sperimentare in soluzione di naftalina il comportamento del timolo, per il quale il sig. Eykman deduce il valore dell'abbassamento molecolare da una esperienza fatta alla concentrazione cospicua del 7.97 (1) per cento. I risultati da me ottenuti, sebbene non possano raggiungere una esattezza molto grande, lasciano nullameno scorgere che il coefficiente di abbassamento del timolo in soluzione di naftalina va diminuendo col crescere della concentrazione.

« La naftalina è stata sublimata prima di adoperarla; fondeva a 79,60.

I. gr. 0,0321 di timolo sciolti in gr. 6,78 di naftalina dettero un abbassamento di 0°.26.

II. gr. 0,0435 di timolo sciolti in gr. 7,33 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,32.

III. gr. 0,0424 di timolo sciolti in gr. 7,07 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,33.

IV. gr. 0,0487 di timolo sciolti in gr. 6,96 di naftalina dettero un abbassamento di 0°.40.

V. gr. 0,1230 di timolo sciolti in gr. 7,33 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,81.

VI. gr. 0,4005 di timolo sciolti in gr. 7,07 di naftalina dettero un abbassamento di 2°,53.

la seguente determinazione è quella di Eykman:

VII. gr. 0,532 di timolo sciolti in gr. 6,669 di naftalina dettero un abbassamento di 3°,46.

(1) Calcolata secondo Raoult.

« Da questi risultati, riferendo le concentrazioni a 100 parti, in peso, di solvente, si calcola:

	concentrazione	coeff. di abbass.	abbass. molecolare
I.	0.472	0.550	82.5
II.	0.593	0.539	80.8
III.	0.599	0.550	82.5
IV.	0.699	0.572	85.8
V.	1.678	0.482	72.3
VI.	5.664	0.446	66.9
VII.	7.976	0.433	64.9

« Determinando il peso della molecola della pirocolla io ho fatto qualche osservazione col metodo di Fabinyi, il quale deduce il peso molecolare dall'abbassamento prodotto nel punto di fusione anzichè nel punto di congelamento. Parmi però che un siffatto modo di osservare non presenti grande vantaggio, essendo il punto di congelamento praticamente più comodo da determinarsi; inoltre il punto di fusione di una mescolanza non è, in generale, un fenomeno così netto come il punto di congelamento il quale si lascia ordinariamente stabilire con una approssimazione di 0 005 fino a 0.01 di grado. Il metodo di Fabinyi sarebbe utile sopratutto qualora si potesse determinare esattamente il punto di fusione del miscuglio in uno degli ordinari tubicini capillari, perchè allora pochissima sostanza sarebbe sufficiente per la determinazione del peso della molecola. Lo stesso Fabinyi però fa notare come questo metodo presenti molta incertezza. Del resto adoperando soltanto 4 gr. di naftalina si può benissimo, se il bulbo del termometro non è troppo grande, fare una determinazione di peso molecolare, sufficientemente esatta, anche con 0,01-0,02 gr. di sostanza, col metodo di Raoult.

Pirocolla ordinaria.

« Preparata dall'acido α-carbopirrolico per azione della anidride acetica e purificata per successive sublimazioni e cristallizzazioni dall'acido acetico glaciale.

I. gr. 0,0315 di sost. sciolti in gr. 7,45 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,19.

II. gr. 0,0531 di sost. sciolti in gr. 5,96 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,40.

III. gr. 0,0918 di sost. sciolti in gr. 7,45 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,52.

da cui si calcola:

	concentrazione	coefficiente	peso molecolare (1)
I.	0.422	0.450	182
II.	0.890	0.449	182
III.	1.232	0.422	194

Peso molecolare calcolato per $C_{10}H_6N_2O_2 = 186$.

(1) Calcolato colla costante di Raoult.

Tetrametilpirocolla.

« Questa sostanza è stata da me ottenuta lo scorso anno [1] distillando il sale ramico della imminanidride dell'acido α-β'-dimetilpirroldicarbonico in una corrente di anidride carbonica secca.

I. gr. 0,0301 di sost. sciolti in gr. 5,99 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,17.

II. gr. 0,0704 di sost. disciolti nella stessa quantità dettero un abbassamento di 0°,32.

da cui si calcola:

	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.502	0.338	242
II.	1.175	0.272	301

Peso molecolare calcolato per $C_{14} H_{14} N_2 O_2 = 242$.

Diacetilpirocolla.

« Questa pirocolla mi è stata favorita dal dott. Anderlini il quale l'ha ottenuta dall'acido α-α'-acetilcarbopirrolico per azione dell'anidride acetica. Su questa sostanza il dott. Anderlini farà quanto prima una comunicazione.

I. gr. 0,0181 di sost. disciolti in gr. 4,76 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,12.

II. gr. 0,0527 di sost. disciolti in gr. 4,67 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,29.

da cui si calcola:

	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.380	0.315	260
II.	1.128	0.257	319

Peso molecolare calcolato per $C_{14} H_{10} N_2 O_3 = 254$.

Imminanidride dell'acido α-indolcarbonico.

« Preparata dall'acido α-indolcarbonico per azione dell'anidride acetica e purificata sublimandola diverse volte e facendola bollire con acido acetico.

I. gr. 0,0147 di sost. disciolti in gr. 6,33 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,08.

II. gr. 0,0169 di sost. disciolti in gr. 5,80 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,10.

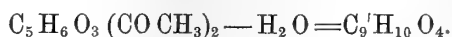
	concentrazione	coefficiente	peso molecolare
I.	0.232	0.344	238
II.	0.291	0.343	239

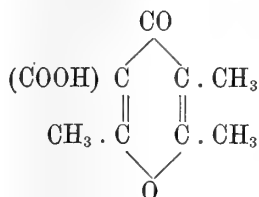
Peso molecolare calcolato per $C_9 H_5 NO = 286$ ».

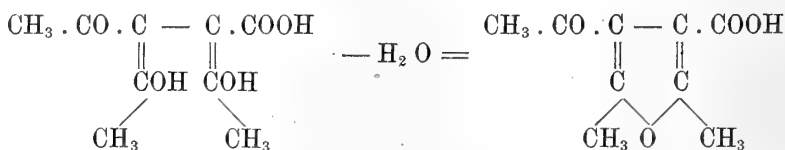
[1] Rendiconti vol. IV, 179.

Chimica. — *Azione della ammoniaca sull'acido deidrodiacetillevulinico.* Nota di Gaetano Magnanini (1), presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

« Lo scorso anno, in una Nota presentata a questa Accademia (2) io descrissi una nuova sostanza $C_9H_{10}O_4$ da me ottenuta riscaldando in tubi chiusi l'acido levulinico con anidride acetica alla temperatura di 200°-225°. Come dimostrai allora, la sostanza è un'acido monobasico e corrisponde per la sua composizione a quelle di un'acido diacetillevulinico meno una molecola di acqua:

$$C_5H_6O_3(COCH_3)_2 - H_2O = C_9H_{10}O_4.$$

« Sulla costituzione di questo acido, che, in relazione alla sua composizione chiamerò per ora acido deidrodiacetillevulinico, io non potei fare allora che delle ipotesi, ed emisi l'opinione che l'acido deidrodiacetillevulinico potesse essere, o un derivato del pirone, formatosi in condizioni comparabili a quelle nelle quali si forma l'acido deidroacetico, ed avere per conseguenza probabilmente la costituzione seguente:

```
                CO
               /  \
    (COOH) C    C . CH3
           ||   ||
    CH3 . C    C . CH3
               \  /
                O
```

ovvero che potesse venire considerato come un derivato del furfurano formatosi per eliminazione di acqua da un acido diacetillevulinico ipotetico, passando attraverso alla forma desmotropica labile:

```
CH3 . CO . C — C . COOH                  CH3 . CO . C — C . COOH
           ||   ||          — H2 O =                ||   ||
          COH  COH                                  C    C
          /      \                                 / \  / \
       CH3        CH3                          CH3   O    CH3
```

analogamente alla formazione dell'etere pirotritarico dall'etere acetonilacetoacetico (3), dell'α-α'-difenilfurano dal difenacile (4), del lepidene dai due bidesili (5) e di altri simili composti.

« Quantunque le esperienze fatte in seguito non abbiano portato molta luce sulla costituzione dell'acido deidrodiacetillevulinico, pure credo utile di

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) Rendiconti, vol. IV, 1° sem. 477.

(3) C. Paal, Berl. Berichte XVII, 2759.

(4) S. Kapf e C. Paal, ibd. XXI, 3057.

(5) G. Magnanini ed A. Angeli, vedi questo Rendiconto pag. 547.

pubblicare i pochi risultati ottenuti, facendo notare però che la ricerca procede molto lentamente sopratutto per la difficoltà che si incontra nel procurarsi quantità notevoli di materiale (¹).

Preparazione dell'acido deidrodiacetillevulinico.

« La formazione dell'acido deidrodiacetillevulinico ha luogo in condizioni tali che quasi tutto l'acido levulinico che si adopera viene resinificato. Il rendimento è, per conseguenza, piccolissimo, ed io mi sono occupato prima di tutto di stabilire bene le circostanze nelle quali la quantità dell'acido deidrodiacetillevulinico che si forma è maggiore. Riscaldando a 100° l'acido levulinico con anidride acetica esso viene trasformato quantitativamente nel suo derivato monoacetilico, il quale è stato studiato da Bredt (²) ed è, a quanto sembra, un vero lattone. Riscaldando a 150°-155° in tubi chiusi l'acido levulinico, per 6 ore, con 5 volte il suo peso di anidride acetica, il contenuto dei tubi è ancor formato da un liquido, poco colorato, il quale liberato dalla anidride acetica per distillazione nel vuoto passa, la maggior parte, da 100° a 135° alla pressione di 10 mm. circa di mercurio. Questa frazione, che è acida alle carte, venne agitata con una soluzione acquosa di carbonato sodico, estratta con etere, seccata e sottoposta alla distillazione frazionata nel vuoto. Ho separato così una frazione bollente costantemente a 129°-130°, alla pressione di 10 mm., o a 115° alla pressione di 5 mm. di mercurio. Questa frazione ha le proprietà e la composizione dell'acido acetillevulinico di Bredt: gr. 0,2829 di sost. dettero gr. 0,5533 di CO_2 e gr. 0,1620 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{10}O_4$
C	53.33	53.16
H	6.39	6.32

« Le frazioni inferiori rappresentano prodotti di scissione dell'acido acetillevulinico e sono, molto probabilmente, costituiti da una mescolanza di questa combinazione cogli α- e β-angelicalattoni di Wolff, i quali bollono a temperatura più bassa, e secondo Bredt si formano quando l'acido acetillevulinico viene distillato a pressione ordinaria. Infatti le analisi di due frazioni I e II, delle quali la prima bolliva a temperatura più bassa della seconda, mi hanno

(¹) L'acido levulinico adoperato è stato ottenuto dall'amido, per azione dell'acido cloridrico, col metodo di P. Rischbieth (Berichte XX, 1873); anzichè distillare i liquidi spremuti dalla massa ulmica, nel vuoto, come fa l'a., è assai più comodo concentrarli direttamente a bagnomaria fino ad $^1/_5$ del loro volume e distillare il residuo nel vuoto in un bagno ad olio; il rendimento (13 %) non viene per questo diminuito. Ora che l'acido levulinico si trova in commercio, mi riescirà meno difficile proseguire questa ricerca.

(²) Liebig's Annalen 236, 225.

dato numeri i quali stanno fra quelli richiesti dalla formola dell'acido acetillevulinico e fra quelli richiesti da un angelicalattone della formola $C_5H_6O_2$.

I gr. 0,2440 di sost. dettero gr. 0.5012 di CO_2 e gr. 0.1358 di H_2O.
II gr. 0.2073 di sost. dettero gr. 0.4110 di CO_2 e gr. 0.1171 di H_2O.

« In 100 parti:

	calcol. per un angelicalattone $C_5H_6O_2$	trovato I	trovato II	calcol. per l'a. acetillevulinico $C_7H_{10}O_4$
C	61.22	56.02	54.07	53.16
H	6.12	6.18	6.27	6.32

« Sembra dunque che alla temperatura di 150° non sia ancor cominciato il processo di formazione dell'acido deidrodiacetillevulinico. È solo vicino ai 200° che il contenuto dei tubi comincia ad annerirsi e che si nota la formazione di questa sostanza. Il massimo di rendimento lo si ottiene riscaldando alla temperatura di 220°-225°, e lo si raggiunge riscaldando per un periodo non inferiore alle 10 ore, sembra che la formazione dell'acido deidrodiacetillevulinico sia collegata alla formazione della resina; se si riscalda per un tempo minore (5-6 ore), il contenuto dei tubi è meno colorato e la resina è in minor copia ma si trovano formate solo traccie dell'acido in discorso. Riscaldando a temperature superiori ai 230° non si ha alcun rendimento di acido deidrodiacetillevulinico e la maggior parte dell'acido levulinico viene carbonizzato.

« Il metodo migliore per estrarre l'acido deidrodiacetillevulinico dal prodotto della reazione è il seguente. Si distilla nel vuoto tutto l'acido acetico e la poca anidride rimasta inalterata, e si tratta il residuo con acqua, bollendo a più riprese con carbonato di soda fino ad esaurire la massa resinosa completamente. I liquidi alcalini, di colore rosso-bruno, filtrati, vengono riuniti ed estratti molte volte con etere. L'etere esporta un olio, di odore aggradevole, il quale distillato a pressione ridotta passa per la maggior parte quasi incoloro, alla temperatura di 73°-85° a 9-10 mm. di mercurio (rendimento: circa 1-2 % della quantità di acido levulinico impiegato). Avendo trovato qualche difficoltà nello studio di questo olio, ne riprenderò la ricerca allorquando potrò disporne di una quantità maggiore. Si acidifica poi la soluzione del sale sodico con un forte eccesso di acido solforico e si estrae molte volte con etere fino a che un saggio della soluzione, svaporato, non lascia scorgere, sopra un vetro da orologio, più nessuno degli aghi caratteristici dell'acido deidrodiacetillevulinico. L'etere abbandona poi, per distillazione, delle croste cristalline le quali si lavano con poco etere e si fanno cristallizzare replicatamente dall'acqua bollente. Il rendimento in prodotto puro, anche nelle preparazioni meglio riuscite, non supera il 4 % dell'acido levulinico impiegato.

« Abbandonando alla evaporazione spontanea soluzioni eteree di acido

deidrodiacetillevulinico, ho ottenuto dei cristalli che sono stati studiati cristallograficamente dal dott. G. B. Negri il quale mi comunica quanto segue:

Sistema cristallino: monoclino.

Costanti cristallografiche $a:b:c = 1.5897574:1:0.8770735$

$\beta = 69°.41'.13''$

Forme osservate: (001), (100), (010), (110), $(\bar{2}01)$, $(\bar{1}11)$, (hko), (hol).

Combinazioni osservate: 1ª (001) (100) (110) $(\bar{2}01)$

2ª (001) (100) (110) $(\bar{2}01)$ $(\bar{1}11)$

3ª (001) (100) (110) $(\bar{2}01)$ $(\bar{1}11)$ (010)

le quali talvolta mostrano appena accennate le due forme (hko) e (hol), che non permisero misure tali da potere calcolare simboli sicuri.

Angoli	misurati limiti	medie	n [1]	p [2]	calcolati	differenze fra esperienza e calcolo.
	° ′ ° ′	° ′			° ′ ″	′ ″
100:110	55.50 — 56.14	56. 8	16	29	56.08.55	— 0.55
100:001	69.29 — 70.00.30″	69.44.52	16	31	69.41.13	3.39
$\bar{2}01$:001	59.00 — 59.26.30	59.08.44	8	11	59.11.46	— 3·02
110:$\bar{1}10$	67.31.30 — 68.15	67.44.43	12	23	67.42.10	2.33
010:110	33.41 — 33.52	33.47.15	6	12	33.51.05	— 3.50
110:001	78.42 — 78.57.30	78.48.34	29	65	78.51.00	— 2.26
$\bar{1}00$:$\bar{2}01$	50.58 — 51.12.30	51.10	7	10	51.07.02	2.58
$\bar{1}10$:$\bar{1}11$	50.17 — 51.10	50.51.45	6	10	50.54.38	— 2.53
$\bar{1}11$:001	50.02 — 50.53	50.21.37	6	9	50.14.22	7.15
$1\bar{1}0$:$\bar{1}\bar{1}1$		63.07	1	2	63.14.24	— 7.24
$\bar{1}11$:$\bar{2}01$		47.13	1	2	47.13.38	— 0.38
$\bar{2}01$:$\bar{1}10$		69.41.30	1	2	69.31.58	9.32
$0\bar{1}0$:$\bar{1}\bar{1}1$	49.25.30 — 49.26	49.25.45	2	4	49.24.21	1.24
$\bar{1}00$:$\bar{1}\bar{1}1$	80.42 — 80.52.40	80.47.20	2	2	80.41.15	6.05
[3]010:001	89.54.30 — 90.02.30	89.59.45	4		90.00.00	
100:hko	25.10 — 33.10	29.28	7			
100:hol	3.50 — 8.10	5.50	8			

Le costanti cristallografiche furono determinate col metodo dei minimi quadrati e si ebbero i seguenti risultati:

per il 1° calc.: $a_{\prime}:b_{\prime}:c_{\prime} = 1.588216:1:0.875891$; $\beta_{\prime} = 69°.44'.52''$; $\mu_{I} = 3''.59$

» 2° $a_{\prime\prime}:b_{\prime}:c_{\prime} = 1.5885 \quad :1:0.875891$; $\beta_{\prime} = 69.44.52$; $\mu_{II} = 3.56$

» 3° $a_{\prime}:b_{\prime}:c_{\prime\prime} = 1.588216:1:0.8763$; $\beta_{\prime} = 69.44.52$; $\mu_{III} = 3.56$

» 4° $a_{\prime}:b_{\prime}:c_{\prime} = 1.588216:1:0.875891$; $\beta_{\prime\prime} = 69.44.00$; $\mu_{IV} = 3.49$

(1) numero degli angoli misurati.

(2) peso complessivo di ogni angolo.

(3) i tre ultimi angoli sono esclusi dal calcolo dei minimi quadrati.

mentre con le costanti definitive:

$$a:b:c = 1.5897574:1:0.8770735$$
$$\beta = 69^\circ.41'.13''$$

si ha $\mu = 3'.24''$

« Le dimensioni dei cristallini studiati non superano mai un millimetro; l'abito loro è prismatico secondo (110); talvolta, predominando due faccie di questa ultima forma, assumono un aspetto tabulare. Le forme predominanti e costantemente presenti sono: (001) (110) con faccie lucentissime, riflettenti belle immagini, raramente multiple. Anche la (100) è costantemente presente, però talvolta è stretta nel senso (100:110), altre volte si presenta con faccie di sviluppo assai differente. Le ($\bar{2}$01), ($\bar{1}$11), (010) nella maggior parte dei casi sono assai strette, sempre secondarie e raramente diedero misure alquanto buone. Si notano anche aggruppamenti di più individui in posizione prossimamente parallela, uniti secondo la (001); talvolta due individui si compenetrano intimamente in posizione parallela. L'abito dei cristalli più caratteristici, è dato dalle tre figure seguenti:

« Proprietà fisiche:

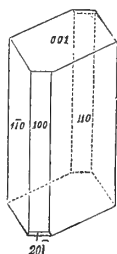



Fig. 1.

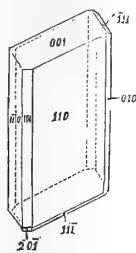



Fig. 2.

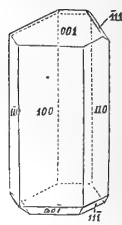



Fig. 3.

« Sfaldatura facile e perfetta secondo (001).

« Piano degli assi ottici normale a (010); la bisettrice acuta positiva forma con c verso $+a$ un angolo di 5° circa a luce bianca.

« Dispersione orizzontale evidente $\varrho > v$.

« Attraverso lamine di sfaldatura $+(001)$ si vedono tutti due gli assi ottici, che nell'olio formano un angolo di 81° (rosso); 79°.10′ (azzurro).

Dallo spigolo rifrangente 001:$\bar{1}$00 $= 69^\circ.44'$
e dalla deviazione minima $= 51\ .48$
si calcola per la luce del sodio $\alpha = 1.5265$

« Inoltre dallo spigolo rifrangente [110:1$\bar{1}$0], poichè esso è inclinato sulla bisettrice acuta di solo 5° circa, si hanno approssimativamente gli altri due indici.

Spigolo rifrangente 110:1$\bar{1}$0 $= 67^\circ.44'$
Deviazione minima del raggio ordinario $= 72\ .20$
" " " straordinario $= 55\ .40$

dai quali dati si calcola rispettivamente:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{,} &= 1.6866 \\ \beta_{,} &= 1.5800 \end{aligned}\right\} \text{(luce del sodio)}$$

« E dai tre indici di rifrazione avuti si ha approssimativamente:

$$2\ V_{,} = 74^{\circ}.43' \ \text{(luce del sodio).}$$

il quale valore non ho potuto paragonare a quello che si avrebbe avuto dalle misure dirette, perchè non mi è stato possibile di ottenere delle lamine normali alle due bisettrici, causa l'estrema piccolezza dei cristalli e la grande loro facilità a sfaldarsi.

Prodotto di azione della ammoniaca sopra l'acido deidrodiacetillevulinico.

« Lo studio dell'azione dell'ammoniaca sull'acido deidrodiacetillevulinico è stato intrapreso allo scopo di vedere se questa sostanza fosse o no un derivato del pirone. Lieben ed Haitinger (1) hanno invero dimostrato che l'acido chelidammico ottenuto prima da Lietzenmayer e poi da Lerch (2), per azione della ammoniaca sull'acido chelidonico, non è altro che un acido piridondicarbonico, ed Haitinger (3) ha ottenuto una ossilutidina dall'acido deidroacetico col mezzo dello stesso reagente. Conrad e Guthzeit (4) hanno pure ottenuto un etere lutidondicarbonico dall'etere dimetilpirondicarbonico per azione dell'ammoniaca.

Un grammo di acido deidrodiacetillevulinico venne riscaldato, in tubo chiuso, con 12-13 gr. di ammoniaca ($d = 0{,}905$) per 5-6 ore a 100°. Dopo raffreddamento ed in seguito ad un riposo di 12 ore si separarono dalla soluzione limpida degli splendidi aghi lunghi sino a 2 centimetri. La nuova sostanza formatasi venne estratta con etere dalla soluzione ammoniacale diluita, cristallizzata ripetutamente dall'acqua, nella quale è discretamente solubile anche a freddo, ed analizzata:

I. gr. 0,1741 di sost. dettero gr. 0,4457 di CO_2 e gr. 0,1326 di H_2O.

II. gr. 0,2307 di sost. dettero 20,5 c. c. di azoto misurati alla temperatura di 5°,0 ed alla pressione di 770,0 mm.

III. (5) gr. 0,2680 di sost. dettero 24,6 c. c. di azoto misurati alla temperatura di 5°,0 ed alla pressione di 755,8 mm.

« In 100 parti:

	I	II	III
C	69,82	—	—
H	8,36	—	—
N	—	10,99	11,11

(1) Monatshefte für Chem. 1885, 289.
(2) Ibid. 1884, 383.
(3) Ibid. 1885, 105.
(4) Berichte der deutschen chem. Gesellschaft XX, 154.
(5) Le due determinazioni di azoto vennero fatte con differenti preparati.

« La determinazione del peso molecolare della nuova sostanza azotata, è stata fatta col metodo di Raoult in soluzione di acido acetico glaciale, e coll'apparecchio di Beckmann.

I. gr. 0,0399 di sost. disciolti in gr. 14,72 di acido acetico (p. c. 16°,44) dettero un abbassamento nel punto di congelamento del solvente di 0°,085.

II. alla soluzione ottenuta vennero aggiunti gr. 0,1267 di sostanza e si ebbe un abbassamento totale di 0°,325;

da cui si calcola:

	concentrazione	coefficiente di abbass.	peso molecolare
I.	0,2710	0,3136	124
II.	1,1317	0,2871	135

« Da tutti questi dati risulta la formola $C_8 H_{11} NO$ che richiede:

C	70,07
H	8,02
N	10,21
peso molecolare	137

« Come si vede la coincidenza fra i valori calcolati e quelli trovati è soddisfacente, fatta eccezione per l'azoto pel quale si ha una differenza in più che non è imputabile ad errore di analisi. Io ho cercato, per conseguenza, altre vie allo scopo di ottenere un preparato puro, distillando la sostanza e cristallizzandola dall'etere. Una determinazione di azoto del prodotto così ottenuto mi ha dato il seguente risultato:

gr. 0,1782 di sost. dettero 16,9 c. c. di azoto misurati alla temperatura di 8° ed alla pressione di 762,5 mm.

« In 100 parti:

N 11,47

« Nel dubbio che la sostanza potesse contenere traccia di qualche prodotto amidato e nella speranza di potere eliminare ogni impurezza, io ho fatto bollire la nuova combinazione, in soluzione acquosa, con un forte eccesso di barite caustica in un apparecchio a ricadere, per qualche ora. La sostanza, rimasta in gran parte inalterata, venne estratta con etere e purificata con successive cristallizzazioni dall'acqua e dall'etere; fondeva intorno ai 94°,5 e sottoposta all'analisi ha dato il seguente risultato:

I. gr. 0,1736 di sost. dettero gr. 0,4436 di CO_2 e gr. 0,1256 di H_2O.

II. gr. 0,1564 di sost. dettero 14,2 c. c. di azoto misurati alla temperatura di 3°,5 ed alla pressione di 750,0 mm.

« In 100 parti:

C	69,69	—
H	8,04	—
N	—	11,01

« Per deficienza di materiale io ho dovuto rinunciare ad ottenere una determinazione di azoto più soddisfacente. Credo però che, in base alle analisi fatte e tenendo conto del peso molecolare trovato col metodo di Raoult, si possa ritenere che la formula $C_8H_{11}NO$ sia da attribuirsi al prodotto di azione della ammoniaca sopra l'acido deidrodiacetillevulinico. Probabilmente la piccola differenza di azoto trovata, dipende da traccie di ammoniaca, difficili ad eliminarsi; anche Haitinger e Lieben [1] hanno osservato che l'acido ammonchelidonico, che si forma per azione della ammoniaca sull'acido chelidonico può trattenere una piccola quantità dell' alcali, che si lascia soltanto eliminare trattando la sostanza con un eccesso considerevole di acido cloridrico.

« La reazione fra l'ammoniaca e l'acido deidrodiacetillevulinico avviene dunque, nettamente, giacchè il rendimento è quasi quantitativo, secondo l'equazione:

$$C_9H_{10}O_4 + NH_3 = C_8H_{11}NO + H_2O + CO_2$$

e si può paragonare a quella che ha luogo coll'acido deidroacetico nel qual caso si forma, se il riscaldamento fu protratto sufficientemente, in modo netto, una ossilutidina:

$$C_8H_8O_4 + NH_3 = C_7H_9NO + H_{20} + CO_2$$

« La mia sostanza non sembra però un derivato piridico giacchè distillata sulla polvere di zinco svolge un olio il quale non ha proprietà piridiche, ma ha invece proprietà pirroliche. Infatti questo olio ricorda all'odore gli omologhi del pirrolo, arrossa intensamente un fuscello di legno di abete umettato con acido cloridrico e viene resinificato da questo reattivo. L'odore della sostanza $C_8H_{11}NO$ ricorda infatti quello dei c-acetilpirroli, ed è possibile che la sua costituzione sia realmente quella di un c-acetilpirrolo. La sua formazione si spiegherebbe ammettendo per l'acido deidrodiacetillevulinico la formula furfuranica di un acido acetilpirotritarico.

« Ho sperimentato l'azione della idrossilamina sulla combinazione ottenuta riscaldando in tubo chiuso 0,95 gr. di sostanza con altrettanto cloridrato di idrossilamina, 1,9 gr. di carbonato sodico anidro e 19 c. c. di alcool (94 %) per 6-7 ore [2]. Distillando la soluzione alcoolica nel vuoto non ho ottenuto una ossima, ma bensì il sale sodico di un acido vero e proprio il quale acido si lascia purificare precipitandolo con molto etere dalle sue soluzioni alcooliche concentrate. Ha reazione acida alle carte, si decompone intorno ai 162° ed ha una composizione assai differente da quella di una vera ossima. Lo studio di questo acido sarà oggetto di ulteriori ricerche ».

[1] Monatshefte für Chemie 1885, 285.

[2] Bollendo semplicemente, anche per diverse ore, la sostanza è rimasta inalterata.

Chimica. — *Sulla costituzione del lepidene.* Nota di GAETANO MAGNANINI ed ANGELO ANGELI [1], presentata a nome del Corrispondente G. CIAMICIAN.

« Nel corso di una ricerca istituita allo scopo di portar luce sulla natura delle numerose isomerie che si riscontrano nei derivati del lepidene, e di determinare i pesi molecolari dei diversi isomeri col metodo di Raoult, noi ci siamo accorti che l'idrossilepidene $C_{28}\ H_{22}\ O_2$ che si forma nella riduzione dell'ossilepidene ottaedrico [2] è identico al bidesile ottenuto alcuni mesi or sono, accanto all'isobidesile, da Knoevenagel [3] per azione del jodio sul composto sodico del desossibenzoino.

« Diremo prima di tutto che, come punto di fusione dell'idrossilepidene, cristallizzato dall'acido acetico, Zinin da la temperatura di 251°. Noi abbiamo però fatto cristallizzare l'idrossilepidene dal benzolo ed abbiamo trovato, come punto di fusione, la temperatura di 254° - 255°, la quale rimane la stessa anche facendo cristallizzare diverse volte la sostanza dallo stesso solvente. Questa temperatura è quella che Knoevenagel dà come punto di fusione del bidesile cristallizzato dal benzolo. Noi abbiamo inoltre preparato il bidesile, lo abbiamo purificato da questo solvente, ed abbiamo trovato che il bidesile e l'idrossilepidene fissati allo stesso termometro fondono nel modo identico a 254° - 255°. Recentemente H. C. Fehrlin [4] ha osservato che il bidesile, dopo di essere stato bollito per qualche ora con una grande quantità di alcool, fonde a 260° - 261°; ora noi abbiamo fatto bollire l'idrossilepidene per cinque ore con molto alcool e siamo anche riusciti ad innalzarne il punto di fusione fino a 260°.

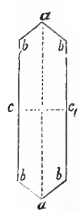
« Abbandonando soluzioni benzoliche di bidesile e di idrossilepidene alla evaporazione spontanea, abbiamo ottenuto dei cristalli imperfettamente sviluppati delle due sostanze. Il dott. G. B. Negri ha avuto la compiacenza di confrontarli cristallograficamente, ed ecco quanto egli ci ha comunicato:

« *Bidesile.* In mezzo a formazioni dentritiche, irregolari, senza limiti cristallograficamente definiti, notansi delle sezioni esagonali piccolissime con due lati allungati e gli altri quattro spesso eguali tra loro e più corti. Tali esagoni sono simmetrici rispetto alla bissettrice degli angoli in a e secondo una retta normale ad essa ($c\ c_1$) fig. 1. L'angolo in $a = 108°.20'$, media di 7 angoli coi limiti 109.°10′ e 107°.05′; quello in $b = 126°.15'$, media di 7 angoli misurati coi limiti 127°. 20′ e 125°. 30′. Oltre alle sezioni esagonali si osservano dei cristallini di

Fig. 1.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) Jahresberichte über die Fortschritte der Chemie, 1875, 409.

(3) Berl. Berichte XXI, 1358.

(4) Berl. Berichte XXII, 553.

dimensioni microlitiche, sotto forma di bastoncini, rettangolari alcune volte, altre volte con contorno assimmetrico, i quali si estinguono nella maggior parte dei casi nel senso della loro lunghezza, mentre le sezioni maggiori esagonali, di natura polisintetica, non si estinguono mai sotto alcuna orientazione rispetto ai nicol. Tali cristalli microscopici perdono poche ore dopo estratti dal solvente la loro trasparenza e si mostrano bianchi ed opachi.

« *Idrossilepidene*. Cristalli microscopici di aspetto assai simile ai precedenti. Anche in questa sostanza si osservano sezioni esagonali, talvolta con lati pressochè uguali, e con angoli piani quasi eguali a quelli del bidesile. Dalle misure si ebbe analogamente:

$a = 107°.40'$ media di 8 angoli coi limiti $108°.20'$ e $107°$
$b = 125°.30$ " " 8 " " " $124°$ e $126°.40'$

« Come nel bidesile si notano cristalli di dimensioni microlitiche, allungati, rettangolari od assimmetrici, i quali quasi sempre si estinguono quando coincidono nel senso della loro lunghezza con una sezione principale dei nicol. I cristalli di questa sostanza appena estratti dal solvente si mostrano trasparenti e con vivi colori di interferenza, però poche ore dopo diventano interamente opachi.

« L'apparenza molto simile delle due sostanze, tanto da scambiarle, le sezioni esagonali con angoli piani eguali, per l'approssimazione colla quale vennero misurati, e la estinzione retta nei cristalli semplici non lasciano dubbio sulla identità del bidesile e dell'idrossilepidene.

« Noi abbiamo trovato inoltre che l'idrossilepidene trattato con acido solforico concentrato dà una soluzione verde, la quale è identica a quella che nelle medesime condizioni danno il bidesile e l'isobidesile; dopo un certo tempo il color verde scompare e si ottiene una soluzione bruna.

« L'identità dell'idrossilepidene col bidesile di Knoevenagel è un fatto importante giacchè permette di dedurre la natura chimica del lepidene, la costituzione del quale è ancora un problema non risolto ([1]). Noi abbiamo potuto ottenere il lepidene per eliminazione di acqua dal bidesile e dall'isobidesile; inoltre per meglio caratterizzare la natura dell'idrossilepidene lo abbiamo trasformato in tetrafenilpirrolo per azione della ammoniaca, analogamente a quanto è stato fatto da Garret ([2]) coi due bidesili. È unicamente

([1]) Quando questa ricerca era quasi compiuta ci siamo accorti che Francis Japp e Felix Klingemann (Berl. Berichte XXI, 2934) in un lavoro sopra un modo di formazione del benzoamarone, in una nota a pie' di pagina, hanno espresso l'idea che il lepidene possa essere un tetrafenilfurfurano. Gli autori non hanno però portato alcun fatto in appoggio della loro ipotesi. Del resto già 20 anni fa Dorn (Jahresb. 1869, 498) aveva sopposto che il lepidene ed il tionessal fossero rispettivamente derivati del furfurano e del tiofene, sebbene quest'ultimo non fosse ancora conosciuto.

([2]) Berl. Berichte XXI, 3107.

di queste esperienze che noi ci occupiamo in questa Nota, riservandoci di esporre le ricerche già iniziate sui derivati del lepidene in un'altra comunicazione.

Azione dell'acido cloridrico sui due bidesili.

« La trasformazione del bidesile e dell'isobidesile in lepidene avviene nelle stesse condizioni e quantitativamente, riscaldando per due ore in tubo chiuso le due sostanze con dieci volte il loro peso di acido cloridrico concentratissimo, saturo ad 8°, alla temperatura di 130°-140°. Il contenuto di ciascun tubo venne trattato con molta acqua, filtrato e fatto cristallizzare ripetutamente dall'acido acetico glaciale e finalmente dall'alcool assoluto.

« L'analisi del lepidene ottenuto dal bidesile ha dato il seguente risultato:

gr. 0,2141 di sost. dettero g. 0,7082 di CO_2 e gr. 0,1086 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{28}H_{20}O$
C	90,21	90,32
H	5,63	5,37

« Una determinazione di peso molecolare col metodo di Raoult fatta in soluzione di naftalina (p. f. 79°. 60) fusa, giacchè il lepidene è quasi insolubile nell'acido acetico glaciale a freddo, ha dato il risultato seguente: gr. 0,0526 di sostanza disciolti in gr. 7,16 di naftalina dettero un abbassamento di 0°,16.

« Da cui si calcola, assumendo come abbassamento molecolare, la costante di Raoult:

concentrazione	coeff. di abb.	peso molecol. trov.	calcolato per $C_{28}H_{20}O$
0,734	0,218	376	372

« L'analisi del lepidene ottenuto dall'isobidesile ha dato il seguente risultato:

gr. 0,2376 di sost. dettero gr. 0,7870 di CO_2 e gr. 0,1173 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{28}H_{20}O$
C	90,33	90,32
H	5,49	5,37

« Tanto il lepidene ottenuto dal bidesile quanto quello ottenuto dall'isobidesile fondevano esattamente a 172°-172°,5 e non ci è riuscito per successive cristallizzazioni dell'acido acetico e per ultimo dell'alcool assoluto, di innalzarne il punto di fusione che Zinin [1] ha trovato per il suo lepidene alla temperatura di 175°. Diremo però che anche un saggio del lepidene di Zinin, purificato alla stessa guisa, fondeva, allo stesso termometro, costantemente

[1] Loco citato.

a 172°-172°,5. L'identità poi dei lepideni ottenuti dai due bidesili col lepidene di Zinin è dimostrata inoltre dal seguente confronto cristallografico, fatto sopra cristalli imperfettamente sviluppati, il quale dobbiamo alla consueta cortesia del dott. G. B. Negri; i cristalli si sono separati dalle soluzioni in alcool assoluto.

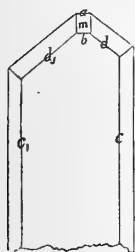



Fig. 2.

« *Lepidene dal bidesile.* Cristalli laminari, trasparenti i quali veduti al microscopio mostrano delle sezioni come la fig. 2 con piccole modificazioni da questo tipo; talvolta manca la faccettina terminale m. Gli angoli piani fra c, d e c', d', sono uguali; gli spigoli a e b formano angolo retto con c, c'.

« Dalle misure si ebbe:

$c : d = 127,°10$ $n = 12$ limiti: 126°,05′ e 128°

« Estinzione retta secondo c.

« *Lepidene di Zinin.* Ha la stessa apparenza come il precedente, e si presenta sotto forma di pagliuzze estremamente sottili che danno vivi colori di interferenza e si estinguono secondo i lati maggiori, mostrandosi quasi sempre in sezioni rettangolari assai allungate, rotte alle due estremità. Raramente si trovano sezioni terminate alle estremità le quali mostrano simmetria ed angoli piani uguali alle sezioni effiggiate nella fig. 2.

« Infatti dalle misure si ebbe:

$c : d = 127°,20'$ $n = q$ limiti: 126° e 128°,30′

« Estinzione sempre retta.

« *Lepidene dall'isobidesile.* Anche questo lepidene è perfettamente identico ai due primi per l'estinzione ed angoli piani osservati.

Azione dell' ammoniaca sopra l'idrossilepidene.

« Un grammo di idrossilepidene venne riscaldato a 150° per 6-7 ore in tubo chiuso, con 10 gr. di ammoniaca alcoolica. Il contenuto dei tubi venne poi filtrato, lavato con alcool e trattato con etere il quale lo discioglie quasi completamente. La soluzione eterea abbandona una sostanza la quale venne purificata cristallizzandola diverse volte dall'acido acetico glaciale bollente, dal quale si separa per raffreddamento in aghi filiformi bianchissimi. Fonde costantemente a 214° e possiede la composizione e le proprietà del tetrafenilpirrolo [1].

« Una determinazione di azoto ha dato il seguente risultato:

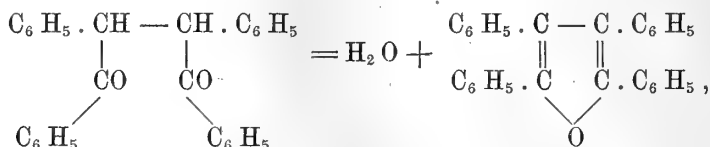
gr. 0,2452 di sost. dettero 8,1 c. c. di azoto misurati alla temperatura di 10°,6 ed alla pressione di 765,9 mm.

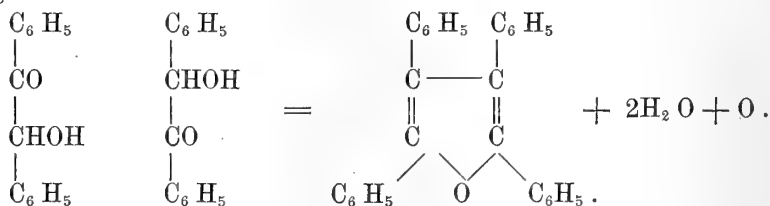
[1] Garret (loco citato) dà come un punto di fusione del tetrafenilpirrolo la temperatura di 211°-212°. Noi abbiamo preparato anche il tetrafenilpirrolo dall'isobidesile per confrontarne le proprietà con quello che abbiamo ottenuto dall'idrossilepidene, ed abbiamo trovato il punto di fusione più elevato 214°.

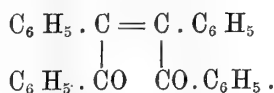
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{28}H_{21}N$
N	3,97	3,77

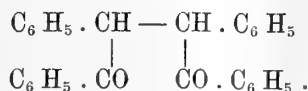
« Dai fatti esposti risulta che il lepidene, ottenuto 22 anni sono da Zinin per azione dell'acido cloridrico sul benzoino, ha la costituzione di un tetrafenilfurfurano. Noi abbiamo infatti dimostrato che il lepidene si forma dai due bidesili per eliminazione di acqua e questa reazione è senza dubbio da rappresentarsi colla seguente eguaglianza:

$$\begin{matrix} C_6H_5 . CH - CH . C_6H_5 \\ | \quad\quad | \\ CO \quad\quad CO \\ / \quad\quad\quad \backslash \\ C_6H_5 \quad\quad\quad C_6H_5 \end{matrix} = H_2O + \begin{matrix} C_6H_5 . C - C . C_6H_5 \\ \| \quad\quad \| \\ C_6H_5 . C \quad C . C_6H_5 \\ \backslash \; / \\ O \end{matrix},$$

analogamente alla formazione di altri derivati del furfurano dai γ-dichetoni, ed ammettendo il passaggio attraverso la forma desmotropica. Questa attitudine a dare un derivato del furfurano è senza dubbio la causa della colorazione verde che danno il bidesile e l'isobidesile coll'acido solforico concentrato, giacchè abbiamo constatato che anche il lepidene purissimo dà la medesima reazione, trattato collo stesso reattivo; anche il difenacile (1), il quale si trasforma quantitativamente per azione dell'acido cloridrico concentrato in difenilfurfurano, dà con acido solforico concentrato la medesima colorazione verde che dà lo stesso difenilfurfurano. La formazione del lepidene dal benzoino si può interpretare facilmente se si tiene conto che nella sua preparazione si ottiene sempre una certa quantità di benzile; questo benzile evidentemente è il prodotto della ossidazione del benzoino, da due molecole del quale si può eliminare un atomo di ossigeno per la formazione del lepidene nel seguente modo:

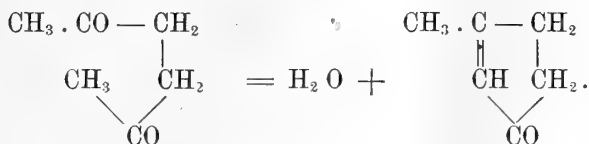
$$\begin{matrix} C_6H_5 \\ | \\ CO \\ | \\ CHOH \\ | \\ C_6H_5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} C_6H_5 \\ | \\ CHOH \\ | \\ CO \\ | \\ C_6H_5 \end{matrix} = \begin{matrix} C_6H_5 \quad C_6H_5 \\ | \quad\quad | \\ C - C \\ \| \quad\quad \| \\ C \quad\quad C \\ / \; \backslash \; / \; \backslash \\ C_6H_5 \quad O \quad C_6H_5 . \end{matrix} + 2H_2O + O .$$

« Evidentemente poi la costituzione dell'ossilepidene (almeno della modificazione aghiforme e di quella ottaedrica), che si ottiene nettamente per ossidazione del lepidene con acido nitrico, deve essere quella di un γ-dichetone non saturo della formula:

$$\begin{matrix} C_6H_5 . C = C . C_6H_5 \\ | \quad\quad | \\ C_6H_5 . CO \quad CO . C_6H_5 . \end{matrix}$$

(1) C. Paal Berl. Berichte XXI, 3057.

« Lo prova l'identità dell'idrossilepidene col bidesile e per conseguenza il fatto che l'ossilepidene addizionando direttamente idrogeno si trasforma in un dichetone della costituzione:

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . CH — CH . C_6H_5 \\ \qquad\quad | \qquad\quad | \\ C_6H_5 . CO \quad CO . C_6H_5 . \end{array}$$

« Vogliamo però far notare che l'addizione di un atomo di ossigeno in un derivato furfuranico come ha luogo nel passaggio del lepidene in ossilepidene, è un fatto nuovo, non ancora osservato. Noi ci proponiamo di studiare l'azione dell'acido nitrico sopra altri derivati furfuranici, in particolar modo su quelli più stabili (per es. il difenilfurfurano di Paal) per vedere se in generale i derivati del furfurano possano, quando non vengono distrutti, per ossidazione trasformarsi nei γ-dichetoni non saturi corrispondenti.

« Inoltre si può far notare che, senza dubbio, la trasformazione dei due bidesili in lepidene è della stessa natura di quella degli altri γ-dichetoni, i quali per eliminazione di una molecola di acqua possono trasformarsi, e molte volte quasi quantitativamente, in derivati furfuranici. A questa reazione generale, che osservata da Harrow [1] nella sintesi degli eteri pirotritarico e carbopirotritarico dall'etere diacetilsuccinico, ha ricevuto la sua vera interpretazione sopratutto per opera di L. Knorr e di C. Paal, diede invece Fittig [2], qualche tempo fa, una interpretazione differente, quando riconobbe che l'acido metronico poteva, perdendo anidride carbonica, trasformarsi in un acido identico all'acido pirotritarico di Harrow. Secondo Fittig le sostanze che si formano per eliminazione di acqua dai γ-dichetoni, non sarebbero derivati furfuranici, ma invece derivati di un diidrochetopentametilene, e la formazione per es. del composto C_6H_8O dall'acetonilacetone sarebbe da esprimere colla eguaglianza:

$$\begin{array}{c} CH_3 . CO — CH_2 \\ \qquad\qquad | \\ CH_3 \quad CH_2 \\ \diagdown \diagup \\ CO \end{array} = H_2O + \begin{array}{c} CH_3 . C — CH_2 \\ \quad \| \qquad | \\ CH \quad CH_2 . \\ \diagdown \diagup \\ CO \end{array}$$

« Nel caso dei due bidesili invece, siccome non sono disponibili, per la formazione del nuovo nucleo, che quattro atomi di carbonio, non è possibile che si formi un derivato pentametilenico. Questo è un fatto, che, per la analogia già messa in rilievo, parla molto in favore della interpretazione di Knorr e di Paal. Recentemente poi L. Knorr [3] ha dimostrato che nell'acido carbopirotritarico i due carbossili occupano due posizioni simmetriche.

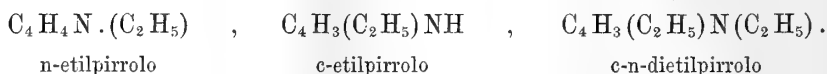
(1) Liebig's Annalen 201, 145.
(2) Berl. Berichte XVIII, 3410.
(3) Berl. Berichte XXII, 146.

« Diremo per ultimo che noi crediamo che realmente il tionessal $C_{28} H_{20} S$, il quale è stato ottenuto in diversi modi, e da differenti sperimentatori [1], ed il quale si trasforma in ossilepidene per ossidazione col clorato potassico ed acido cloridrico, sia il derivato tiofenico corrispondente al lepidene. Noi abbiamo già iniziato tentativi diretti allo scopo di ottenere il tionessal dai due bidesili e ci riserbiamo di fare a suo tempo in proposito una comunicazione a questa Accademia ».

Chimica. — *Sull' azione dei joduri di etile e di propile sul composto potassico del pirrolo* [2]. Nota di CARLO UMBERTO ZANETTI, presentata a nome del Corrispondente G. CIAMICIAN.

« In una recente comunicazione [3] venne dimostrato che per azione dei joduri alcoolici sul composto potassico del pirrolo, si formano contemporaneamente i pirroli terziarii ed i derivati in cui il radicale alcoolico rimpiazza uno degli idrogeni metinici del pirrolo.

« Col joduro etilico si ottengono in questo modo i tre seguenti composti:

$C_4 H_4 N . (C_2 H_5)$	$C_4 H_3 (C_2 H_5) NH$	$C_4 H_3 (C_2 H_5) N (C_2 H_5)$.
n-etilpirrolo	c-etilpirrolo	c-n-dietilpirrolo

Avendo proseguite le ricerche allora accennate, sono arrivato ai seguenti risultati, che descrivo nella presente comunicazione.

Sul n-etilpirrolo.

« Questo composto, ottenuto dal composto pirrolpotassico con joduro di etile, venne per prolungata ebollizione con potassa fusa di recente, liberato da alcune traccie di pirrolo e di pirroli superiori, da cui non si può liberare completamente mediante la distillazione frazionata.

« La sostanza così ottenuta bolle a 129°-130° (corr) a 762 mm.; per assicurarmi che il prodotto era esente da pirrolo, con il quale ha vicinissimo il punto di ebollizione, lo ho analizzato:

0,1455 gr. di sostanza dettero 0,4048 gr. di CO_2 e 0,1257 gr. di $H_2 O$

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4 H_4 N . C_2 H_5$
C	75,87	75,79
H	9,52	9,47

(1) Laurent, Märcher, Fleischer e Font. Vedi Beilstein's, *Handbuch der organischen Chemie* (2ª ediz.) vol. III, pag. 115.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.

(3) *Sopra una sintesi diretta degli omologhi del pirrolo.* G. Ciamician e C. U. Zanetti. Rendiconti R. Acc. dei Lincei.

« Allo scopo di ottenere l'*etilimide bibromomoleica*, ho preparato il tetrabromo-n-etilpirrolo già descritto da Bell [1], seguendo il processo indicato da Hepp [2] per la bromurazione del pirrolo.

« Il prodotto della reazione venne purificato con ripetute cristallizzazioni dell'alcool. Si ottengono in questo modo piccoli aghetti bianchi, che fondono costantemente a 83° e che diedero all'analisi numeri corrispondenti a quelli richiesti dal tetrabromo-n-etilpirrolo.

0,2846 gr. di sostanza diedero 0,5196 gr. di Ag Br.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_5Br_4N$
Br	77,69	77,85

« La trasformazione del tetrabromo-n-etilpirrolo in bibromomalein-etilimide, avviene in modo analogo a quella del tetrabromo-n-metilpirrolo in bibromomalein-metilimide descritta da De Varda [3] l'anno scorso.

« A tre parti di acido nitrico (d = 1,49) raffreddato a 0°, si aggiunge a piccole porzioni per volta, una parte del tetrabromo-composto, il quale vi si discioglie con reazione viva e svolgimento di bromo, dando una soluzione limpida, che versata in 10 volte il suo volume d'acqua, dà un precipitato cristallino.

« Il prodotto greggio, così ottenuto, si purifica cristallizzandolo parecchie volte dall'alcool diluito bollente, dal quale si depositano per raffreddamento piccoli aghetti colorati leggermente in giallo, che fondono a 93°-94°.

« L'analisi dette numeri che conducono alla formula:

$$C_4Br_2O_2N \,.\, C_2H_5$$

I. 0,1660 gr. di sostanza dettero 0,1534 gr. di CO_2 e 0,0342 gr. di H_2O.
II. 0,2276 gr. di sostanza dettero 0,3030 gr. di AgBr.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_6H_5Br_2O_2N$
C	25,20	—	25,44
H	2,28	—	1,76
Br	—	56,42	56,53

Azione dell' anidride acetica sul c-etilpirrolo.

« Allo scopo di studiare la composizione di quella parte del prodotto dell'azione del joduro etilico sul composto potassico del pirrolo, che si combina colla potassa e che ha la composizione di un c-etilpirrolo, ho trasformato questa frazione, che bolle fra 150°-190°, nei composti acetilici per trattamento con l'anidride acetica.

(1) Berl. Berichte 1878, pag. 1810.
(2) Kalle e C° Berl. Berichte 20, 123 P.
(3) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. IV, 1° sem., pag. 755.

« In questo modo, ottenendo prodotti solidi e cristallizzabili, era sperabile di poter decidere se nella frazione 150°-190° fossero contenuti uno o più isomeri della formula:

$$C_4 H_3 (C_2 H_5) N H .$$

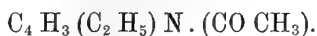
« Ho riscaldato in un apparecchio a ricadere per 10 ore circa una parte di c-etilpirrolo con tre parti di acetato sodico fuso di recente e dieci di anidride acetica. Terminata la reazione eliminai, distillando a pressione ridotta, l'anidride acetica ed ottenni mediante opportuni trattamenti, un olio denso, che distillai frazionatamente, raccogliendo le due frazioni:

I) 210°-235°, II) 240°-255°.

« La frazione inferiore, la quale è volatile in corrente di vapor acqueo, era costituita da prodotti che contengono il gruppo acetilico attaccato all'azoto, perchè non dava composti argentici.

« Distillata frazionatamente, raccolsi la frazione che passava a 225°-228°.

« Questa frazione dette all'analisi numeri concordanti con quelli richiesti dalla formola:

$$C_4 H_3 (C_2 H_5) N . (CO CH_3).$$

0,2151 gr. di materia diedero 0,5248 gr. di CO_2 e 0,1520 gr. di $H_2 O$.

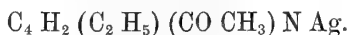
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_{11} ON$
C	69,78	70,07
H	8,23	8,03

« La seconda frazione, che bolle fra 240-255°, venne posta in un miscuglio di neve e sale, nel quale si solidificò parzialmente. I prodotti che si separarono successivamente fondevano a 41° ed in fine a 47° e per ultimo rimase un residuo che non mostrava più alcuna tendenza a solidificarsi.

« La materia solida così ottenuta venne fatta cristallizzare dall' alcool diluito bollente, e si ottennero per raffreddamento pagliette che fondevano a 42°-44°. Non mi sembra improbabile che questo prodotto sia identico al c-etil-c-acetilpirrolo di Dennstedt e Zimmermann [1], che secondo questi autori fonde a 47° e bolle a 249°-250°.

« Essendo poca la quantità di sostanza ottenuta, l'ho trasformata nel composto argentico, il quale diede all'analisi numeri corrispondenti con la formula:

$$C_4 H_2 (C_2 H_5) (CO CH_3) N Ag.$$

0,2072 gr. di prodotto dettero 0,0918 gr. di argento.

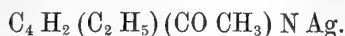
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_{10} O N Ag$.
Ag.	44,30	44,26

[1] Berl. Berichte 1886, p. 2189.

« La parte non cristallizzabile della frazione 240°-255° venne fatta bollire prolungatamente a ricadere con soluzione concentrata di potassa caustica per liberarla da alcune traccie del n-acetilcomposto che poteva contenere. La soluzione potassica venne quindi distillata in corrente di vapor acqueo onde eliminare i pirroli risultanti dalla scomposizione delle combinazioni n-acetilate, e finalmente il residuo della distillazione venne estratto con etere. Ottenni così un olio solubile nell' acqua, che non si solidificava nel miscuglio frigorifero.

« Anche questo prodotto dà facilmente un composto argentico che ha la formula:

$$C_4 H_2 (C_2 H_5)(CO\, CH_3) N\, Ag.$$

0,1050 gr. di composto argentico dettero 0,0466 gr. di argento.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_{10} ON\, Ag$.
Ag.	44,38	44,26

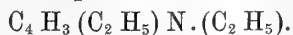
« Da questi fatti risulta dunque che la frazione bollente fra 150°-190° contiene almeno due c-etilpirroli, di cui uno dà un derivato acetilico chetonico solido, e l'altro uno liquido.

« Il primo sarà forse identico a quello descritto da Dennstedt e Zimmermann, e perciò si può dire che il c-etilpirrolo ottenuto da questi autori si forma probabilmente anche per azione del joduro d'etile sul composto potassico del pirrolo.

L'n-c-dietilpirrolo.

« Questo pirrolo terziario, due volte etilato, venne accennato nella Nota già citata. Avendo avuto una quantità maggiore di materiale disponibile potei ripeterne l'analisi, che non era stata fatta finora con sostanza sufficientemente pura.

« La porzione analizzata bolliva fra 165°-175° e dette numeri che si avvicinano molto a quelli corrispondenti alla formola di un dietilpirrolo:

$$C_4 H_3 (C_2 H_5) N . (C_2 H_5).$$

0,1472 gr. di sostanza dettero 0,4196 gr. di CO_2 e 0,1436 gr. di $H_2 O$.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_{13} N$
C	77,76	78,05
H	10,84	10,59

Azione del joduro di propile sul composto potassico del pirrolo.

« Il joduro di propile reagisce sul composto potassico del pirrolo in modo quasi del tutto analogo al joduro di etile. La differenza principale che si osserva, nell'azione del joduro di propile, risiede nella quantità di n-pro-

pilpirrolo, che è relativamente molto inferiore a quella del pirrolo terziario, che si forma nella reazione col joduro di etile.

« La parte del prodotto che si combina con la potassa contiene un miscuglio di c-propilpirroli e di c-dipropilpirroli.

« Il modo di operare è quello già descritto, e l'esperienza venne fatta su venti grammi di composto potassico del pirrolo con quarantotto grammi di joduro alcoolico.

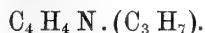
« Compiuta la reazione, il che avvenne in tre ore circa di ebollizione, e separato l'eccesso di joduro propilico, distillando in corrente di vapor acqueo, ottenni un olio il quale bollito a ricadere con potassa fusa di recente in parte vi si combinò, ed in parte rimase inalterato.

« In tal modo separai i pirroli terziarii da quelli nei quali il radicale alcoolico sostituisce l'idrogeno metinico del nucleo tetrolico.

L' n-propilpirrolo

è, appena distillato, un liquido incoloro di odore che ricorda quello dei pirroli terziarii, ma meno marcatamente dei suoi omologhi inferiori; il suo punto di ebollizione è di 145,5°-146,5° a 755,8 mm. di pressione,

« All'analisi dette numeri corrispondenti perfettamente con quelli calcolati per la formula:

$$C_4 H_4 N . (C_3 H_7).$$

0,2158 gr. di sostanza dettero 0,6090 gr. di CO_2 e 0,1972 gr. di H_2O.

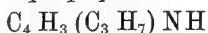
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_7 H_{11} N$
C	76,97	77,06
H	10,15	10,09

c-Propilpirroli.

« La combinazione potassica dei c-propilpirroli venne scomposta con acqua; distillando con vapor acqueo ed estraendo con etere, ebbi un olio il quale bolliva da 140° a 220°. Di questo prodotto vennero raccolte due frazioni.

« La prima passò a 160°-180° ed all'analisi dette numeri che corrispondono alla formula di un *c-propilpirrolo.*

$$C_4 H_3 (C_3 H_7) NH$$

0,1929 gr. di materia dettero 0,5452 gr. di CO_2 e 0,1786 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_7 H_{11} N$
C	77,08	77,06
H	10,28	10,09

« La seconda frazione, la quale bolliva fra 180°-200°, dette all'analisi numeri che stanno fra quelli richiesti da un propilpirrolo e da un dipropilpirrolo: 0,2066 gr. di sostanza dettero 0,5906 gr. di CO_2 e 0,1998 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4H_3(C_3H_7)NH$	e per $C_4H_2(C_3H_7)_2NH$
C	77,96	77,06	79,47
H	10,74	10,09	11,26

« Dalle esperienze descritte in questa Nota risulta dunque che i joduri alcoolici reagiscono realmente sul composto potassico del pirrolo come i cloruri degli acidi organici.

« Comparando fra di loro il comportamento dei joduri di metile, di etile e di propile, si nota che la quantità dei pirroli terziarii a cui danno origine, diminuisce col crescere del peso molecolare del joduro alcoolico impiegato, perciò è probabile che coi joduri di radicali alcoolici superiori, non si otterranno che i prodotti di sostituzione degli idrogeni metinici.

« Queste differenze di comportamento dipendono probabilmeute dalla temperatura di ebollizione del joduro alcoolico che si impiega nella reazione ».

Patologia vegetale. — *Sui bacteri della rogna della vite.* Nota del prof. Giuseppe Cuboni, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

« Coi nomi di *rogna* o *roviglione* (*broussins* dei Francesi, *Grind* o *Krebs* dei Tedeschi) viene indicata una malattia dei tralci della vite, probabilmente antica quanto le viti stesse, consistente nella produzione di una massa talvolta voluminosa di tubercoli, di forma irregolare, molli e spugnosi sul principio e in seguito duri e lignificati.

« Tale massa tubercolosa nasce specialmente sui tronchi a 10-30 cent. da terra; la vegetazione delle parti superiori alla zona rognosa è arrestata, i rami isteriliscono e qualche volta muoiono.

« La malattia è frequente in tutti i paesi viticoli e in certe località; specialmente dove il suolo è soverchiamente umido, è causa della morte delle viti su vaste proporzioni.

« Le opinioni dei naturalisti sulla causa di questa malattia sono finora molto contraddittorie. Il Goethe [1], che è l'autore della migliore monografia finora pubblicata sulla rogna della vite, ritiene che la malattia sia prodotta dai geli primaverili, i quali determinano delle piccole piaghe profonde sui tessuti molto delicati della zona generatrice, e i tubercoli non sarebbero altro che le cicatrici formate intorno a queste piaghe. Contro l'ipotesi di Goethe è stato osservato da Prillieux che la rogna si forma anche nei paesi caldi, per esempio al Capo di Buona Speranza, dove non gela mai.

(1) Goethe, Mittheilungen über den schwarzen Brenner und den Grind der Reben. Berlin und Leipzig 1878.

« Thümen (1) attribuisce la rogna ad un fungo parassita del genere *Fusisporium*; ma la presenza di questo fungillo non è stata confermata da nessun altro osservatore, e il Thümen è solo nel sostenere questa genesi dei tubercoli rognosi della vite.

« Recentemente Prillieux (2) ha sostenuto che la formazione dei tumori rognosi dipende dalla distruzione delle gemme e dalla mancanza dei getti normali in primavera, al momento in cui le riserve alimentari sono ordinariamente impiegate allo sviluppo dei giovani sarmenti. In queste condizioni essendo impedita la vegetazione normale i tessuti giovani si ipertrofizzano sopra certi punti del legno antico, e così si formano le masse tubercolose caratteristiche della malattia.

« Alla teoria di Prillieux si oppone il fatto che qualche volta, sebbene raramente, i tubercoli rognosi si formano anche sopra i giovani sarmenti dell'anno che presentano una vegetazione normale. Nello scorso anno ho avuto l'opportunità di studiare due casi di tali formazioni patologiche sopra parti verdi: in un caso trovato a Soriano nel mese di luglio la massa rognosa della forma di un grappolo, lungo 12 centim. e largo 6, nasceva direttamente sopra un giovane sarmento al posto di un grappolo vero; nell'altro caso, inviatomi dal prof. Cavazza da Alba, la massa rognosa era di forma analoga ma più piccola e nasceva sopra un grappolo normale colle bacche in via di maturazione prendendo il posto di un grappolino secondario.

« Convinto che nessuna delle teorie finora proposte per ispiegare la genesi della malattia è soddisfacente, ho voluto esaminare se entro i tubercoli rognosi non si trovassero quelle colonie di bacteri che recenti scoperte di Villemin (3) e di Prillieux (4) hanno dimostrato essere la causa di formazioni tubercolose nel Pino d'Aleppo e nell'Olivo, formazioni che nella forma e nella struttura hanno molta somiglianza colla malattia della vite in discorso.

« L'esame di sezioni microscopiche fatte sui tralci rognosi raccolti nell'anno scorso e conservati in alcool, ha dimostrato che effettivamente in tutti i tubercoli si trovano delle masse di bacteri del tutto identici a quelli che si osservano nei tubercoli dell'Olivo. Tali bacteri sono riuniti in zooglee da una sostanza mucillaginosa insolubile nell' alcool, e riempiono i canalicoli o le lacune che si trovano sparse irregolarmente in tutto il tubercolo. Le

(1) Thümen, *Der Pilz-Gring der Weinreben* (Aus den Laboratorium der Versuchs-Station fur Wein und Obstbau. Klosternenburg 1884.

(2) Prillieux, *Tumeurs ligneuses ou broussins des vignes* (Bulletin de la Société botanique de France. Tome XXXV, p. 793).

(3) Villemin, *Sur une bactériocécidie ou tumeur bacillaire du Pin d'Alep.* (Comptes Rendus. Tome CVII, n. 22).

(4) Prillieux, *Les tumeurs a Bacilles de l'Olivier comparées à celles du Pin d'Alep* (Comptes-Rendus. Tome CVIII, n. 5).

dimensioni dei bacteri oscillano fra 1 - 1,5 μ e sono larghi appena 0.3 μ. Nelle sezioni non colorate poste in glicerina tali bacteri rifrangono fortemente la luce: trattati col violetto di metile si colorano assai debolmente.

« Le cellule che circoscrivono le lacune occupate dai bacteri sono morte e in gran parte corrose: le pareti delle cellule rimaste sono di un color giallo-bruno per cui anche ad occhio nudo si riconoscono in una sezione i noduli e i canalicoli dove stanno le colonie di bacteri. Intorno alle lacune, al di là della zona delle cellule morte, si trovano delle cellule parenchimatose ripiene di protoplasma con nucleo, molte cellule ripiene di granuli d'amido e poi qua e là degli strati di cellule suberificate alternati con cordoni di grosse fibre di libro, e finalmente gli elementi legnosi, specialmente tracheidi contorte in modo bizzarro, e il tutto disposto in modo irregolarissimo e tale che riesce molto difficile orizzontarsi sulla genesi dei vari elementi.

« Questa breve descrizione è sufficiente, credo, per dimostrare la grande analogia che passa fra la rogna della vite e i tubercoli dell'Olivo. Se le colonie di bacteri che si trovano in questi ultimi sono, secondo Prillieux, la causa della produzione patologica, sarà lecito ammettere che anche le colonie di bacteri che si osservano nei tumori rognosi della vite siano la vera causa della malattia.

« Questa supposizione si convertirà in certezza se, come spero, avendo a mia disposizione del materiale fresco, mi sarà possibile riprodurre artificialmente la malattia inoculando nelle viti sane i bacteri presi dalle viti rognose ».

Anatomia. — *Ricerche sulla struttura dell'ipodermide nella Periplaneta orientalis.* Nota del dott. P. Mingazzini, presentata dal Socio Todaro.

« In un lavoro recentemente pubblicato, il Minchin [1] dimostrava che l'ipodermide della parete dorsale dei segmenti addominali nella *Periplaneta orientalis* è costituita da due strati di cellule, uno dei quali, il superiore, appartenente allo strato di matrice della chitina, e l'altro, inferiore, di cellule più grandi, formato da elementi nervosi ganglionari.

« Queste ricerche, se esatte, avrebbero certamente avuta una grande importanza, perchè finora si era descritta l'ipodermide degli insetti come costituita da un solo strato di cellule epiteliari, e nessuno aveva mai trovato sotto ad esso uno strato di cellule ganglionari; quindi il fatto non solamente avrebbe avuto un valore speciale per la *Periplaneta*, ma anche generale per gli insetti.

[1] *Note on a new organ, and on the structure of the hypodermis in Periplaneta orientalis* by Edward A. Minchin in Quart. Journ. Micr. Sc. Vol. XXIX, Dec. 1888. pag. 229-233. Tav. 22.

« Per consiglio del dott. Paul Mayer, della Stazione Zoologica di Napoli, ho intrapreso delle ricerche su questo soggetto, allo scopo di verificare i dati del Minchin.

« Gli individui della *Periplaneta* presi in esame per queste ricerche erano di grandezza differ nte: da quelli adulti e che misuravano un centimetro e mezzo o due di lunghezza a quelli ancor molto giovani e la cui lunghezza appena raggiungeva i cinque od i sette millimetri; ed usai tanto gli esemplari immediatamente dopo la muta, quanto quelli che da un certo tempo non l'avevano subìta.

« Per fissare i tessuti ho adoperato il sublimato, il liquido del Kleinenberg, l'alcool assoluto e l'acido osmico. I pezzi sono stati colorati col carminio boracico, col picrocarminio, con l'ematossilina di Boehmer, con l'ematossilina al metodo di Heidenhain modificato da Apathy, ed anche colla colorazione semplicemente nera che si ottiene dalla fissazione del tessuto coll'acido osmico, e le sezioni trasverse e longitudinali di tutta la parete dorsale dell'addome sono state fatte nella paraffina col microtomo di Yung.

« Ecco quanto risulta dalle mie ricerche:

« L'ipodermide fuori che nelle membrane intersegmentali, non è sempre costituita, anche negli individui adulti, da due strati di cellule, come vuole il Minchin, ma talvolta da uno strato semplice, altre volte da due o più.

« Là dove si inseriscono dei fasci muscolari vi è un solo strato di cellule; queste hanno il corpo molto piccolo, modificato verso la parte interna in lunghi e sottili fittoni i quali abbracciano le terminazioni nette delle fibre muscolari; i loro nuclei sono pure diversi da quelli delle cellule comuni come il corpo cellulare; essi hanno forma più regolare degli altri, sono generalmente più piccoli, ed hanno una figura ovale od ellissoidale, sono provvisti di poca sostanza cromatica e quindi prendono meno il colore che non i nuclei delle cellule comuni. Non esiste punto nella parte interna una membrana basilare.

« Nelle altre parti sempre si vede al disotto dell'ipodermide una membrana basilare, la quale non è, come taluni opinano, una secrezione interna delle cellule dell'ipodermide, ma bensì un tessuto connettivo, come sarà in appresso dimostrato.

« Lo strato cellulare ipodermico può constare o di un solo strato di cellule, generalmente piccole, oppure di due strati, il superiore formato da cellule piccole, l'inferiore di cellule assai maggiori, oppure di più strati di cellule disposte senza ordine, le grosse miste alle piccole e con varie gradazioni nelle dimensioni fra le une e le altre; ma generalmente le maggiori sono nella parte inferiore, le minori nella superiore.

« Quando avviene che lo strato cellulare ipodermico sia costituito da un solo ordine di cellule, queste generalmente son disposte piuttosto con regolarità, hanno i nuclei di forma allungata a contorni irregolari, e che si tingono

piuttosto intensamente colle sostanze coloranti; essi sono disposti col loro asse maggiore in direzione perpendicolare alla superficie della chitina. Le cellule hanno il corpo generalmente piccolo, sì che lo strato da esse formato è sempre di spessore minore dello strato cuticolare soprastante: o uguale allo strato trasparente della chitina o di poco superiore. Ma talvolta può accadere di trovare in altre sezioni anche una variazione al tipo ora descritto. Tra le cellule piccole, formanti un solo strato, si vede qua e là qualche cellula grossa, che si distingue dalle altre per avere un nucleo assai più grosso, che generalmente mostrasi allungato in direzione parallela alla superficie della chitina. Il corpo di queste cellule maggiori non è diverso in altezza da quello delle altre, però in lunghezza lo supera più volte. Il nucleo si colora intensamente e presenta nel suo interno abbondanti granulazioni cromatiche assai minute e può esser provveduto o di un grosso nucleolo o di quattro o cinque granuli maggiori, inoltre la sua parete è piuttosto spessa e si colora intensamente.

« In altri casi invece le cellule piccole ancora predominano, ma sono assai strettamente unite fra loro ed i loro nuclei non stanno in una linea così regolare, come nei casi precedenti. Qua e là, irregolarmente disposte, trovansi cellule maggiori di grandezza varia, visibili specialmente per il loro nucleo tondeggiante, molto grosso, a parete di notevole spessore e provvisto di un grosso nucleolo. Queste cellule si possono trovare tanto verso la superficie, quanto verso la parte interna.

« Quando esiste ciò che ha descritto il Minchin come struttura normale, vale a dire un doppio strato di cellule, le une superiori più piccole, le altre inferiori maggiori, si trova generalmente che i nuclei delle cellule superiori non sono così regolarmente disposti come quando si ha un unico strato di cellule piccole. Infatti qua e là superiormente ai nuclei delle cellule maggiori quelli delle piccole cellule mancano, mentre in altri luoghi sono assai ravvicinati.

« Queste modificazioni del tipo primitivo sono ancor più accentuate se le cellule maggiori, invece di essere disposte regolarmente in un solo strato, ne formano due o più; anche in questo caso le cellule piccole, vicine alla chitina, sono più irregolarmente disposte che non quelle del tipo precedente.

« Infine, come vedesi in tutta l'estensione dell'ultimo segmento addominale, gli strati possono essere assai numerosi e le cellule piccole e le grosse miste insieme fra loro e molto strettamente anche le une alle altre.

« Dalla descrizione precedente si potrà già arguire quale significato debbasi dare alle grosse cellule che spesso riscontransi sotto lo strato di piccole cellule nell'ipodermide della *Periplaneta*. Ad esse il Minchin dà il significato di cellule nervose e dice che sono senza dubbio cellule ganglionari. Ma se consultiamo le ricerche del Viallanes ([1]) sull'istologia e lo sviluppo degli

([1]) H. Viallanes, *Recherches sur l'histologie des insectes* in: Ann. sc. nat. (6) T. XIV, 1882, p. 10-13.

insetti, vedremo che egli pure ha decritto nella ipodermide della *Musca* e dell'*Eristalis* degli elementi ramificati analoghi a quelli trovati dal Minchin nella *Pleriplaneta.* Viallanes le chiamò *cellule sotto-ipodermiche* e stabilì che benchè a prima vista potessero sembrare cellule nervose, pure dopo un attento esame non si poteva accettare questa supposizione, ma dovevano essere analoghe alle cellule del corpo adiposo. Benchè esista una differenza fra le cellule vedute dal Viallanes a quelle che il Minchin ha descritto, perchè le prime stanno al disotto della membrana basilare e le altre sono comprese fra questa e la cuticola, pure l'analogia che esiste fra le une e le altre non potrà sfuggire ad alcuno, perchè la *facies* generale delle une corrisponde abbastanza completamente a quella delle altre, e del resto sembra che un giudizio definitivo su quelle di *Musca* e di *Eristalis* non possa darsi, non portando il Viallanes figure mostranti sezioni trasverse della ipodermide colle cellule sotto-ipodermiche, anzi sembra dalle sue figure come il giudizio da lui espresso sia stato dato da preparati *in toto.*

« Ma da quanto è qui detto, si vede che può aversi una ragione di dubitare dell'asserzione del Minchin, esistendo già prima di lui una ricerca che egli non conosceva, e che negava la natura nervosa di queste cellule ramificate sotto-ipodermiche. Questo dubbio si farà anche maggiore se si considera che il Minchin non porta alcuna ragione in appoggio al suo modo di vedere, ma che emette il giudizio affatto categoricamente. Non viene dimostrato che esista fra esse ed il sistema nervoso centrale alcuna diretta relazione e neppure che il comportamento da esse mostrato coi vari reagenti sia simile a quello delle cellule nervose tipiche.

« Già partendo dalla descrizione superiormente data, si vede come ben altra sia l'interpretazione da darsi a queste cellule maggiori. Si è visto infatti che esse possono esistere tanto nello strato superiore quanto nell'inferiore ed inoltre che tra le cellule grosse e le piccole vi sono numerose gradazioni intermedie, specialmente là ove le cellule sono disposte in più strati. *Sono dunque le grosse cellule inferiori dell'ipodermide della Periplaneta, da considerarsi non come cellule nervose, ma come cellule di natura epiteliare, derivate dallo strato superiore, e che subiscono un notevole ingrossamento, forse dovuto a varie cagioni, e che si dispongono inferiormente non essendo più atte alla secrezione della cuticola chitinosa.* Non deve essere estraneo a questo ingrossamento lo specializzarsi di alcune a determinate funzioni, come la secrezione di particolari materie oleose da spargersi al disopra della cuticola chitinosa, come lo mostrano i particolari canalini (prolungamenti cellulari del Minchin) che talvolta partendo dal corpo [1] di queste cellule,

[1] Questi canalini furono visti anche dal Graber e da lui interpretati come fibre della membrana basilare. Vedi *Eine Art fibrilloiden Bindegewebes inder Insectenhaut* in Arch. f. Mikr. Anat. Bd. 10, p. 128-129.

passano attraverso allo strato delle cellule minori, e vanno poi a sboccare nei pori-canali della cuticola chitinosa, oppure la funzione tricogena, come sembra accennare l'enorme sviluppo dello strato epiteliare nell'ultimo segmento addominale provvisto sempre di peli più numerosi che non gli altri segmenti, o l'una e l'altra insieme. La costituzione del nucleo e la sua forma, come anche la natura del protoplasma cellulare parlano in favore della natura glandolare di queste cellule.

« Nè le ricerche fatte su individui non adulti mostrano veritiera l'asserzione del Minchin. Osservando le sezioni fatte sugli animali ancor giovani si trova assai meno sviluppata quella duplicità di strati che si osserva negli individui adulti. È più facile di riscontrare negli individui di piccola mole delle sezioni con un solo strato di cellule tra le quali osservansene spesso delle maggiori, e le adiacenti a queste sono più ristrette fra loro che non le altre, forse così disposte per la pressione esercitata dall'accrescersi della cellula maggiore; negli individui di media grossezza vi sono le condizioni di passaggio fra i piccoli e gli adulti. *Va dunque considerata l'ipodermide della Periplaneta non differente da quella degli altri insetti per la natura delle cellule che la costituiscono, ma solo perchè gradatamente che l'animale ingrandisce, molte cellule della matrice, specializzandosi per particolari funzioni, s'ingrossano, prendono una forma ramificata e si portano al disotto delle cellule comuni di matrice.* Nè siamo autorizzati a ritenere questo come un caso particolare, perchè le ricerche di Viallanes e Graber fra gli altri, ci mostrano come le cellule ipodermiche segreganti i peli siano maggiori delle comuni.

« Una controprova dell'asserzione testè enunciata si può ricercare appunto collo studio dell'organo particolare scoperto da Minchin nella parte dorsale della membrana intersegmentale del sesto anello addominale della Periplaneta.

« Quest'organo di natura glandolare costituito da due borse formate dall'introflessione del tegumento, si compone di peli chitinosi ramificati che si ergono sulla superficie della cuticola e da cellule glandolari grosse provviste di particolari canalini, veduti dopo una leggiera macerazione colla potassa al 30 % dal dott. Mayer e da me, che sboccano all' esterno; non sono però riuscito a vedere se vadano ad intromettersi nel l'interno della cavità del pelo.

« È da considerare innanzi tutto che nelle membrane intersegmentali, come il Minchin ha dimostrato e come io ho potuto confermare, l'ipodermide è sempre costituita da un semplice strato di cellule, molto più piccole di quelle minori dei segmenti, mentre solo là ove esistono le dette glandole, non solamente le cellule grosse glandolari sono disposte in due o più strati, ma bensì quelle appartenenti alle cellule proprie di matrice. Al Minchin è inoltre sfuggito un particolare nella descrizione delle glandole, che ha un certo interesse anche per lo sviluppo dell'organo, vale a dire che molte volte

nelle sezioni trovansi frammiste cellule simili a quelle di matrice in mezzo alle cellule grosse glandolari, il qual particolare ci conferma nella supposizione, che ha moltissime probabilità, che queste si siano originate da una moltiplicazione e differenziazione delle cellule matrici della chitina, alla qual supposizione fa da conferma anche il fatto che tutta la glandola è circondata dalla membrana basale che limita le cellule ipodermiche.

« La forma delle cellule secretrici di queste glandole si avvicina a quella delle cellule maggiori dell'ipodermide ed anche i nuclei ed il loro contenuto. Nessuno altresì potrà negare l'identità fra la natura dell'ipodermide dei segmenti e delle membrane intersegmentali; e seguendo il concetto del Minchin verrebbe a credersi che cellule di natura glandolare si siano originate dalle trasformazioni dello strato inferiore vale a dire da cellule di natura nervosa, mentre secondo quanto qui è esposto *le cellule di questa glandola sarebbero perfettamente omologhe a quelle maggiori del resto dell'ipodermide e che in quest'organo si sarebbero specializzate funzionalmente per dare una secrezione particolare.*

« La membrana basilare, che limita inferiormente l'epidermide, viene da taluni creduta una cuticola interna, una membrana segregata internamente dalla parte inferiore delle cellule ipodermiche (Graber), da altri invece viene ritenuta come un semplice connettivo membraniforme. Oltrechè dall'ipodermide della *Periplaneta* le mie osservazioni, fatte su quella di altri insetti allo stato di larva e di insetto perfetto, mi inducono a ritenere la membrana basilare non come una cuticola interna ma come un connettivo. Le cellule sono limitate internamente da ogni parte da una ben netta membrana cellulare, mentre dalla parte in cui segregano la cuticola, la membrana non esiste ma vi è contatto diretto fra il protoplasma cellulare e la cuticola da esso segregata. Per credere a ciò vi è anche molta ragione dalla presenza di nuclei allungati lungo il decorso della detta membrana basilare dalla sua mancanza là ove si inseriscono fibre muscolari ed anche perchè nella glandola scoperta dal Minchin essa manda sottili sepimenti laterali fra l'una e l'altra cellula secernente come io ho potuto vedere ».

Storia. — *Galileo Galilei a Roma nel 1624.* Nota del dott. A. Wolynski, presentata dal Socio Govi.

« Esaminando attentamente il carteggio di Galileo Galilei tanto pubblicato, che finora inedito, ma raccolto nella Biblioteca Nazionale di Firenze, vi si avverte con sorpresa la mancanza delle lettere da lui scritte ai Medici, Granduchi di Toscana, ed ai loro ministri, non che di quelle a lui dirette durante il suo viaggio e soggiorno a Roma, cioè dal 1 aprile (giorno della partenza da Firenze) al 15 giugno 1624 (giorno del suo ritorno), mentre si

conoscono di quel tempo tre lettere del filosofo fiorentino indirizzate al Principe Cesi (1) e quattro di quest'ultimo a Galileo (2).

« Per colmare questa lacuna, od almeno per trovare la ragione di essa, noi avevamo fatto le più scrupolose ricerche nell'Archivio di Stato a Firenze (*Archivio Mediceo, parte diplomatica*) e, ad eccezione della lettera di Ferdinando II, scritta il 27 febbraio 1624 a Francesco Niccolini a Roma, già da noi pubblicata (3), non avevamo trovato alcun documento relativo al Galilei, neppur una semplice menzione di lui, e particolarmente nelle filze 3518, 3339 e 100 contenenti: la prima le minute dei dispacci della Corte di Toscana all'Ambasciatore di Roma dal 1622 al 1626; la seconda le relazioni di Francesco Niccolini del 1624, e la terza le minute delle lettere di Curzio Picchena, segretario di Stato, dal 1620 al 1630. Ma più di questo silenzio ci sorprendeva la condotta del Niccolini, il quale durante il soggiorno del Galilei a Roma ebbe più volte udienza dal Papa, il 27 aprile, l'11 il 25 maggio e l'8 giugno (precisamente nello stesso giorno, nel quale Urbano VIII diresse a Ferdinando II il suo breve per lodare ed esaltare i meriti del filosofo fiorentino) e mai non aveva fatto menzione di lui nei suoi colloqui col Pontefice.

« I fatti sopra esposti ci fecero concludere, che il Galilei durante il suo soggiorno a Roma nel 1624 non ebbe stanza nel palazzo Medici al Pincio, ma fu ospitato nel palazzo del principe Federico Cesi, quantunque questi si trovasse ancora in Acquasparta (4).

« All'illustre prof. Gilberto Govi, che ultimamente pubblicò un brano della lettera di Giovanni Faber, scritta da Roma l'11 maggio 1624 al principe Cesi (5), dobbiamo la notizia sicura, che il Galilei *abitava* allora *vicino alla Maddalena*, ma non si sa ancora presso chi dimorasse.

« Ora siamo lieti di poter offrire alla curiosità degli studiosi una lettera inedita di G. Galilei, che finalmente abbiamo scoperta nelle Corrispondenze di Curzio Picchena conservate nell'Archivio di Stato a Firenze, e colla quale Galileo informava il segretario Granducale dei particolari del suo viaggio e del suo arrivo a Roma, e particolarmente del cordiale ricevimento di Urbano VIII e dei suoi congiunti, per dimostrargli, quanto fossero infondati i di lui sospetti e timori riguardo alla buona disposizione della Corte Pontificia verso di lui.

(1) Albèri. *Opere complete di Galileo Galilei*, vol. 6, pag. 292-297.

(2) *Ib.* vol. 9, pag. 56-60, e Wolynski Arturo, *Lettere inedite a G. Galilei*, Firenze 1872, pag. 74.

(3) *La Diplomazia toscana e G. Galilei.* Firenze 1874, pag. 28.

(4) *La Diplomazia toscana e G. Galilei* Firenze 1874, pag. 25.

(5) La lettera autografa si trova nella Collezione del principe Baldassare Boncompagni, e fu pubblicata a pag. 3 della Memoria del prof. Govi, intitolata: *Il microscopio composto inventato da Galileo*, Napoli, 1888 pag. 33 in 4°, che fu estratta dagli *Atti della R. Accademia delle scienze fis. e mat.* Vol. II, ser. 2, n. 1.

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena (1).

Illm̃o Sig^{re} e Pad^{ne} Col^{mo}.

« *La certezza, che ho della affezione di V. S. Illm̃a verso di me, mi assicura, che gli sarà grato l'intendere come dopo essermi trattenuto i giorni santi in Perugia e 15 giorni poi in Acquasparta, giunsi li 23 stante in Roma alle 3 hore di notte. La mattina seguente fui a' piedi di N. S. introdotto dall'Eccm̃o Sig. D. Carlo, e per un'ora di tempo fui in diversi ragionamenti trattenuto da S. S. con mio singolarissimo gusto. Il giorno seguente per simile spazio di tempo fui coll'Illm̃o Sig. Card Barberino e con altrettanta sodisfazione. Presentai la lettera di Madama Serenissima all'Illm̃o et Revm̃o Sig. Card. Medici* (2), *ricevuto pure con lieta fronte e con humanissime offerte; l'altro tempo vo spendendo in varie visite, le quali in ultima conclusione mi fanno toccar con mano, che io son vecchio e che il corteggiare è mestiero da giovani, li quali per la robustezza del corpo, e per l'allettamento delle speranze son potenti a tollerar simili fatiche, onde io per tali mancamenti desidero ritornare alla mia quiete e lo farò quanto prima; intanto favoriscami V. S. Illm̃a di baciare umilmente le vesti alle Loro AA. Serenissime in mio nome e in sè stessa mantenga viva la memoria della mia vera e devotissima servitù et il Signor la colmi di felicità. Di Roma li 27 di Aprile 1624.*

« *Di V. S. Illma*

« *Dev.mo et Oblig.smo Ser^{re}*

« Galileo Galilei ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

V. Schimkewitsch. *Sur les Pentapodes récueillis par M. le lieutenant de vaisseau G. Chierchia pendant le voyage de la Corvette « Vettor Pisani » en 1882-1885.* Presentata a nome del Socio Trinchese.

G. Mazzarelli e R. Zuccardi. *Aplysiidae dell'Oceano Pacifico raccolte dal tenente di vascello G. Chierchia nel viaggio della « Vettor Pisani » (1882-1885).* Presentata id.

L. Savastano. *La Patologia vegetale dei Greci, Latini ed Arabi.* Presentata dal Socio Tommasi-Crudeli.

(1) Filza 3883 dell'*Archivio Mediceo* nell'Archivio di Stato a Firenze.

(2) La lettera di Cristina di Lorena, avola di Ferdinando II e madre del cardinale Carlo Medici porta la data: Firenze il 4 Gennaio 1624, e fu pubblicata nelle *Opere complete di G. Galilei*, vol. IX, pag. 56, e nella *Diplomazia Toscana e Galileo Galilei* pag. 28. L'autografo, tolto dall'*Archivio Mediceo* filza 3803, attualmente si trova fra i *Manoscritti Galileiani* della Biblioteca Nazionale di Firenze: parte I, vol. 15, n. 60.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Blaserna, a nome dei Socî Felici e Roiti, relatore, legge una Relazione colla quale si approva la pubblicazione negli Atti accademici della Memoria: *Di una nuova costruzione dell'ohm legale*, del dott. E. Salvioni.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi annuncia con rammarico alla Classe la perdita da questa fatta nella persona del Socio prof. Angelo Genocchi, mancato ai vivi il 7 marzo scorso, che faceva parte dell'Accademia dall'11 aprile 1875; aggiungendo che del defunto Socio egli si riserba di leggere una Commemorazione in una delle prossime sedute. Lo stesso Presidente partecipa anche la morte avvenuta il 24 marzo scorso, del Socio straniero Francesco Cornelio Donders, che apparteneva all'Accademia come Corrispondente dal 13 giugno 1879 e come Socio straniero dal 26 luglio 1883.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai seguenti Socî e da estranei:

T. Taramelli. *Commemorazione del Socio Giuseppe Meneghini.*

H. von Helmholtz. *Handbuch der physiologischen Optik.* 2ª edizione, 5ª puntata.

A. Cayley. *The collected Mathematical Papers,* vol. I.

F. Hann. *Untersuchungen über die tägliche Oscillation des Barometers.*

F. Bocci. *Opuscoli varî* (presentati dal Ministero della pubblica Istruzione).

Lo stesso Segretario presenta inoltre la *Carta geologica della Campagna romana e regioni limitrofe,* rilevata e pubblicata per cura del R. Ufficio Geologico.

CORRISPONDENZA

Il Presidente dà comunicazione alla Classe di una lettera del prof. Fouqué, membro dell'Istituto di Francia, il quale invia all'Accademia un saggio dell'antico « azzurro egizio » che egli giunse a riprodurre.

Lo stesso Presidente presenta alla Classe il prof. Jordan, membro dell'Istituto di Francia, e il sig. Mond, presidente della Società inglese di Chimica industriale, i quali assistono alla seduta.

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Emden e di Basilea; La Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la R. Università di Roma; l'Università di Oxford; il Museo di storia naturale di Vienna.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società geologica di Berlino; l'Osservatorio meteorologico di Batavia; il Collegio degli ingegneri ed architetti di Palermo.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 28 aprile 1889.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie* per lo scorso mese di marzo, e lo accompagna con la Nota seguente:

« Un rapporto riassuntivo dell'ispettore cav. De Stefani, tratta dei vari rinvenimenti avvenuti nella città di Verona (Regione X) durante lo scorso anno 1888. Si riferiscono tutti all'età romana; e merita di essere ricordato un tesoretto di monete di argento da Nerone a Lucio Vero; monete che si fanno ascendere a poco meno di tremila.

« Tombe romane si rinvennero a Quinto di Volpantena; ed avanzi di costruzioni romane riapparvero in Casaleone, pure del veronese, ove fu anche scoperto un ripostiglio di monete consolari di argento.

« Un tesoretto di quattrocentocinquanta monete imperiali del terzo secolo fu trovato a Mompantero presso Susa (Regione XI).

« A Bologna (Regione VIII) furono riconosciuti gli avanzi di una strada romana sotto l'attuale via di *Porta Nuova*.

« Resti architettonici romani si scoprirono nel comune di s. Ippolito presso Fossombrone (Regione VI), dove furono esplorate alcune tombe pure di età romana, con oggetti di suppellettile funebre in bronzo ed in vetro.

« Una stele etrusca, arcaica, rinvenuta tra i materiali di fabbrica nella chiesa di s. Maria a Peretola, nel comune di Brozzi (Regione VII), fu aggiunta alle collezioni del Museo etrusco di Firenze. Quivi entrò un' altra stele etrusca scoperta in s. Agata del Mugello, nel comune di Scarperia, donata alle raccolte pubbliche dal cav. Ranieri Aiazzi.

« Un sepolcro romano con iscrizione di *L. Volusenus* fu trovato in Arezzo poco fuori dell'abitato, lungo la via che si dirige al Casentino. A questa famiglia dei Voluseni, che tenne in Arezzo, negli ultimi tempi della repubblica una fabbrica di vasi corallini, appartiene un'altra iscrizione scoperta dal ch. Gamurrini in Sestino nell'Umbria, ove i Voluseni, nel periodo imperiale, avevano trasferito la loro dimora.

« Proseguirono le scoperte della necropoli meridionale volsiniese in contrada *Cannicella*, sotto la rupe di Orvieto; e vi fu esplorata una tomba con specchi graffiti e fittili di arte locale.

« Importantissimi rinvenimenti si fecero in Vetulonia, dove tra la suppellettile funebre di tombe a pozzo con cinerarî ed urne a capanna, furono trovati quattro braccialetti di oro, conservatissimi, del peso di grammi 88. Con essi si ebbero cinque fibule di oro; scarabei con incisioni; ambre, ed altri ornamenti personali di raro pregio.

« Continuarono pure gli scavi della necropoli di Veio, ove fu esplorata la piccola collina presso la strada di Formello, collina tutta traforata di tombe appartenenti a gente povera.

« Si scavò anche nell'area della città, e specialmente nel deposito di oggetti votivi, dal quale di sole teste di donne velate si raccolsero quattrocentoquarantasette. Furono riconosciuti in questi ex-voto cinquantadue varietà di tipi.

« In Roma (Regione I) gli scavi intrapresi a non molta distanza dal sepolcro degli Scipioni, condussero alla scoperta di cripte profondissime, scavate nella viva roccia; ma tutto il luogo era già stato spogliato in antico. Tra non poche epigrafi rinvenute entro il recinto urbano, meritano speciale ricordo un cippo iugerale dell' acqua Marcia, trovato in via Merulana, nell'area della ex villa Giustiniani, ed un cippo relativo all'arginatura delle sponde del Tevere, scoperto tra le fondazioni della spalla sinistra dell'antico ponte Cestio. Eleganti costruzioni dell'età augustea rividero la luce nei cavi pel monumento al Re Vittorio Emanuele sul Campidoglio; ed un gruppo di tombe di non comune importanza fu incontrato sulla via Portuense presso il pozzo Pantaleo.

« Un nuovo rapporto del prof. Lanciani tratta di altre scoperte della caserma dei vigili in Ostia, in cui tornarono in luce altri sei piedestalli iscritti.

« Importantissimo fu il rinvenimento fatto nell'antica necropoli di Gabii, dove il Ministero della Pubblica Istruzione, coadiuvato dalla solerzia dell'egregio ingegnere Pavari, direttore dell'ufficio di bonifica dell'agro romano, potè salvare per le raccolte pubbliche una rara tomba del settimo secolo avanti l'era volgare, formata da un grande tronco di quercia, con cui si conservarono gli avanzi dello scheletro ed una serie di buccheri graffiti di arte locale e fittili portati dal commercio orientale.

« Resti di edificio termale riapparvero in Baia, e vi si rinvennero pavimenti in musaico di pasta vitrea colorata.

« In Benevento (Regione II) si scoprirono epigrafi sepolcrali latine ed altri avanzi di età romana.

« Resti di antichissimo abitato si riconobbero presso Cersosimo nel circondario di Lagonegro (Regione III); ed altre epigrafi latine, oltre quelle annunziate precedentemente, si scoprirono tra i materiali di costruzione nell'antica sala termale di Reggio Calabro.

« Un ripostiglio di monete medievali fu dissotterrato in Siracusa, presso il cimitero comunale; altri frammenti epigrafici latini tornarono all'aperto in Termini-Imerese; ed un'antica fonderia di bronzo fu riconosciuta in Sardegna, non lungi da Calangianus ».

Storia. — *Le origini della Università di Bologna.* Memoria del Socio F. Schupfer.

« Il Socio prof. Schupfer presenta una Memoria: *Intorno alle origini della Università di Bologna.* Si tratta principalmente di uno studio critico su alcune pubblicazioni fatte in occasione del centenario. L'autore tratta prima degli elementi, che sono concorsi a formare lo Studio, e ne distingue due, che sono: la scuola di grammatica e rettorica e il collegio dei giudici. Passa quindi a considerare le influenze che la scuola di diritto romano di Ravenna e quella di diritto longobardo di Pavia possono aver esercitato su Bologna. Infine tratta della importanza della Università e delle circostanze intrinseche ed estrinseche che l'hanno determinata ».

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Archeologia. — *Sul così detto gruppo di Amore e Psiche.* Nota del Socio V. Helbig.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Archeologia. — *Di una epigrafe sepolcrale latina e della sua derivazione da un' epigramma greco attribuito ad Epicarmo.* Nota del Corrispondente Alessandro Chiappelli.

« Due anni or sono, nella demolizione d'una casa in via Rua in questa città, fu rinvenuta una lastra di marmo (lunga m. 0.32 × 0,11) sulla quale si legge la seguente epigrafe sepolcrale, pubblicata dal prof. Gatti nel *Bullettino della Comm. Arch. Comunale* 1887, p. 150 (1).

CARA · MEIS · VIXI · VIRGO · VITAM · REDDIDI ·
MORTVA · HEIC · EGO · SVM · ET · SVM · CINIS · IS · CINIS · TERRA · ST ·
SEIN · EST · TERRA · DEA · EGO · SVM · DEA · MORTVA · NON · SVM ·
ROGO · TE · HOSPES · NOLI · OSSA · MEA · VIOLARE ·
MVS · VIXIT · ANNOS · XIII ·

Alla diligenza del dotto pubblicatore sembra sia sfuggito il fatto che le due linee di mezzo dell'epitafio non sono che la evidente riproduzione d'un antico epigramma greco conservato dallo scoliaste dell' Iliade, come riferito ad Epicarmo il poeta comico e filosofo. Schol. Hom. Il. X, 144 (2) *Κατὰ κόπρον. ἀντὶ τοῦ κατὰ τὸ συρφετὸν τῆς γῆς· ἔστι δὲ καὶ ἐπίγραμμα ὃ εἰς Ἐπίχαρμον ἀναφέρεται.*

Εἰμὶ νεκρός, νεκρὸς δὲ κόπρος, γῆ δ' ἡ κόπρος ἐστίν·
εἰ δέ τε γῆ νεκρός ἐστ', οὐ νεκρός, ἀλλὰ θεός.

« Questo epigramma, che a torto l'Haupt volle credere un vero epitafio (3), sembra avesse molta diffusione nel mondo latino, poichè è una riproduzione di esso, oltre l'epigrafe sepolcrale ora riferita, anche un'altra esistente nel museo di Monaco e pubblicata dall' Haupt e dal Lorenz (4); fatto assai curioso ed importante, ma che non sorprende, poichè sappiamo da altre fonti che queste gnome epicarmee erano molto conosciute e riprodotte. Iambl. *Vita Pith.* 29 (p. 352 Kiessl.), *Οἵ τε γνωμολογῆσαί τι τῶν κατὰ τὸν βίον βουλόμενοι τὰς Ἐπιχάρμου διανοίας προφέρονται, καὶ σχεδὸν πάντες αὐτὰς οἱ φιλόσοφοι κατέχουσιν.*

(1) Cfr. *Not. d. scavi*, a. 1887, p. 180; E. Caetani Lovatelli, *Thanatos*, p. 23 Roma. 1888.

(2) Lorenz, *Leben und Schriften des Koers Epicharmos*, Fragmentensamml. C, 20, p. 299. Berlin, 1864, Bergk, *Poetae Lyr. Graec.* 4 II, 239.

(3) Haupt. *Index lect. Berol.* 1861, riprodotto negli *Opuscula* II, p. 190-94; cfr. Bergk, l. c.; Lorenz, op. cit. l. c.

(4) Haupt. l. c.; Lorenz, op. cit., p. 300 e prima dal Gori, Inscr. ant. part. III, p. CIV.

INVIDA · SORS · FATI · RAPVISTI · VITALEM ·
SANCTAM · PVELLAM · BIS · QVINOS · ANNOS ·
NEC · PATRIS · AC · MATRIS · ES · MISERATA · PRECES ·
ACCEPTA · ET · CARA · SVEIS · MORTVA · HIC · SITA · SVM ·
CINIS · SVM · CINIS · TERRA · EST · TERRA · DEA · EST ·
ERGO · EGO · MORTVA · NON · SVM ·

« Chè l'epigramma greco sia da annoverarsi fra gli ψευδεπιχάρμεια non sembra possa cader dubbio; ma non c'è ragione di crederlo, come fecero il Grysar, il Bergk e lo Schneidewin (1), una satira della filosofia d'Epicarmo. Poichè anzi risponde nel concetto suo alle dottrine epicarmee. Ed è anche molto antico, ed opera forse di qualche antico imitatore o seguace di Epicarmo; un dato quindi, che non si può trascurare nella ricomposizione del pensiero filosofico del commediografo di Coos (2). Sappiamo difatti che la produzione pseudoepicarmea cominciò già molto anticamente: poichè Diogene scrive d'Epicarmo VIII, 78. *καὶ παραστιχίδια ἐν τοῖς πλείστοις τῶν ὑπομνημάτων πεποίηκεν, οἷς διασαφεῖ ὅτι αὐτοῦ ἐστι τὰ συγγράμματα:* il che fa credere che non solo Diogene aveva notizia di scritture pseudoepicarmee, ma dimostra anche che tali erano quelle ch'egli teneva come genuine, poichè i *παραστιχίδια* appartengono all'epoca alessandrina (3). E da un luogo di Ateneo (4) rileviamo che già prima di Aristosseno, all'età dunque di Aristotele e poco più di un secolo dopo la morte di Epicarmo, si conoscevano degli scritti pseudoepicarmei, come la ***Πολιτεία*** di un ignoto Crisogono l'aulete, dalla quale attinse in buona fede alcuni frammenti epicarmei Clemente Alessandrino; e circa lo stesso tempo il ***Κανών*** di Axiopistos e le ***Γνῶμαι***, che già Filocoro (circa 300-250 av. Cr.) aveva dimostrate spurie. Fra queste *γνῶμαι* poteva bene esser compreso l'epigramma nostro, la cui antichità è in ogni modo assicurata da vari indizi. I quali sono in parte nella forma in parte nel contenuto dell'epigramma.

« Già la citazione dello Scoliaste *ἔστι δὲ κ. ἐπίγραμμα ὃ εἰς Ἐπίχαρμον ἀναφέρεται* è redatta in modo che non lascia dubbio sull'antichità dell'epigramma; il quale d'altra parte ha una forma che sappiamo essere stata propria di Epicarmo, e conosciuta dagli antichi col nome di *λόγος αὐξανόμενος* (di cui il sorite è una specie), la quale bene si prestava all'elemento comico e sofistico (5). Nè solo quest'essere l'epigramma quasi un giuoco dialettico e

(1) Grysar, *De Com. Dorica,* p. 213; Bergk, l. c. Schneidewin, *Exerc. crit.* cap. VIII, p. 54 ss.

(2) Questo epigramma è taciuto dal Mullach, *Fragm. phil. graec.* I, 152 ss. nè se ne vale lo Zeller I4, p. 462.

(3) Lorenz, op. cit., p. 67.

(4) Athen. XIV, 648 d. (Lorenz p. 296)... *τὰ δὲ ψευδεπιχάρμεια ταῦτα ὅτι πεποιήκασιν ἄνδρες ἔνδοξοι, Χρυσόγονος τε ὁ αὐλητής, ὥς φησιν Ἀριστόξενος ἐν ὀγδόῳ πολιτικῶν νόμων, τὴν Πολιτείαν ἐπιγραφομένην. Φιλόχορος δ' ἐν τοῖς περὶ μαντικῆς Ἀξιόπιστον τὸν εἴτε Λοκρὸν γένος ἢ Σικυώνιον τὸν Κανόνα καὶ τὰς Γνώμας πεποιηκέναι φησίν, ὁμοίως δὲ ἱστορεῖ κ. Ἀπολλόδωρος.*

(5) Plutarch. adv. Stoic. de com. not. 1083 a-d. *Ὁ τοίνυν περὶ αὐξήσεως λόγος ἐστὶ μὲν ἀρχαῖος. ἐρώτηται γάρ, ὥς φησι Χρύσιππος, ὑπὸ Ἐπιχάρμου κτλ.* De Sera num. vind. 559 b. *Μᾶλλον δὲ ὅλως ταῦτά γε τοῖς Ἐπιχαρμείοις ἔοικεν, ἐξ ὧν ὁ αὐξανόμενος ἀνέφυ τοῖς σοφισταῖς λόγος. κτλ.* Suid. v. *Ἐπίχαρμος* cfr.; Bernays Rhein. Mus. VIII, p. 280-88; Lorenz, op. cit., p. 116 ss.

di sottigliezza quasi enigmatica, che è un carattere dei più certi frammenti d'Epicarmio ([1]), e di quelli scherzi ch'egli stesso chiamava *λόγοι ἐν λώγῳ* ([2]), ma anche quella certa grossolanità di concetto, che ha quasi l'aria d'uno scherzo, ben risponde al tono volgare e pedestre proprio della lingua e dello stile d'Epicarmo, che incontrava il gusto dei Siculi ([3]).

« E assai affine ad Epicarmo apparisce anche la dottrina che l'epigramma presuppone. Che il corpo sia terra, e che ritorni alla terra allorchè diviene cadavere, è un concetto che apparisce assai chiaro dal frammento B, 8. (Lorenz p. 258) presso Plutarco Cons. ad Apoll. 15 ([4]). *Καλῶς οὖν ὁ Ἐπίχαρμος.*

Συνεκρίθη (φησι) καὶ διεκρίθη κἀπῆλθεν, ὅθε ἦλθεν, πάλιν,
γᾶ μὲν εἰς γᾶν, πνεῦμα δ' ἄνω. τί τῶνδε χαλεπόν; οὐδὲ ἕν,

Come anche da due versi dell'Epicarmo di Ennio Fr. 5 ([5]) *Terris gentes omnes peperit et resumit denuo*, e Fr. 6. (Vahlen 5. ib.) *Terra corpus est, et mentis ignis est.* D'altra parte che la terra sia una divinità secondo Epicarmo, lo dice Menandro nei celebri versi (Stob. Flor. 91, 29) B. 11 (Lorenz) ([6])

Ὁ μὲν Ἐπίχαρμος τοὺς θεοὺς εἶναι λέγει
ἀνέμους, ὕδωρ, γῆν, ἥλιον, πῦρ, ἀστέρας.

e si rileva anche da ciò che Ennio nel suo *Epicarmo* aveva dedotta la voce *Proserpina* da *proserpere* (Varro, de L. V, § 68; Lorenz, p. 102 s.) « *hinc Epicharmus Ennii Proserpinam quoque appellat, quod solet esse sub terris* ».

« C'erano dunque nelle dottrine di Epicarmo gli elementi di quel concetto della deificazione del corpo quale apparisce dall'epigramma greco e dalla epigrafe sepolcrale latina. Se dunque dovessimo considerar quello come diretto contro una speciale dottrina filosofica, non sarebbe già la dottrina epicarmea quella a cui si potrebbe pensare, bensì piuttosto alla dottrina d'Eraclito, che nel fr. 53 (Bywater) dice *Νέκυες γὰρ κοπρίων ἐκβλητότεροι.* Non sarebbe infatti esatto il ravvicinare questo frammento eracliteo all'epigramma del pseudo-Epicarmo, come lo Schuster ed io avevamo fatto ([7]), considerando questo quasi come una riproduzione del concetto di Eraclito. Se anche il trovarvi ravvicinati i concetti di *κόπρος* e di *νεκρὸς* potrebbe far pensare ad un rapporto dell'uno e dell'altro, il concetto con cui termina l'epigramma

([1]) Fr. B, 40, 41 (Lorenz) Diog. III, 12 ss.

([2]) Eustath. in Od. IX, 366... *καὶ οἱ μὲν παλαιοὶ τὸ ῥηθὲν τοῦ Ἐπιχάρμου νόημα ἔτι δὲ καὶ τὸ τοῦ ἐπιγράμματος, καὶ ὅσα δὲ ἀρχαῖα τοιαῦτα, θαυμασίως ἐκάλουν ὡς ἐνομοθέτησεν ὁ Ἐπίχαρμος, λόγον ἐν λόγῳ αὐτὰ εἰπών, κτλ.*

([3]) Grysar, op. cit. 209; Welcker, *Epicharmos* in *Kl. Schr.* I, 314.

([4]) Mullach. Fragm. I, 145; Zeller, I⁴, 462.

([5]) Vahlen, *Ennianae poesis reliq.* p. 167; Lorenz, op. cit., 102; Mullach, I, 145.

([6]) Meineke, *Comic. graec.* fr. IV, p. 233; Mullach, I, 142.

([7]) Schuster, *Heraklit von Ephesus* 1873, p. 367 v. il mio scritto, *Sopra alcuni frammenti delle XII tavole nelle relazioni con Eraclito e Pitagora.* Archivio giuridico, 1885, p. 7.

sembra piuttosto una voluta antitesi al concetto eracliteo della abiezione dei cadaveri (1).

« Ma lasciando da parte le congetture, il paragone colla epigrafe latina da poco scoperta a Roma, ci dà anche modo di ristabilire la più vera lezione dell'epigramma greco, che così com'è apparisce confusa ed oscura; mentre per questo in nulla ci aiuta l'epigrafe del museo di Monaco, nella cui ultima linea manca il concetto della deificazione dell'estinto. Nella seconda linea dell'epigramma l'*εἰ δέ τε γῆ νεκρὸς ἐστ'* apparisce già di per sè una inutile ripetizione del *γῆ δ' ἡ κόπρος ἐστίν* del verso precedente. Invece se si pone mente che l'epigrafe romana SEIN · EST · TERRA · DEA, apparirà che debba leggersi il secondo verso così

εἰ δέ τε γῆ θεὸς ἐστ', οὐ νεκρὸς, ἀλλὰ θεὸς ».

Fisiologia. — *La temperatura del cervello studiata in raffronto con quella di altre parti del corpo.* Memoria del Socio A. Mosso.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Matematica.— *Sulle forme quadratiche a coefficienti e a indeterminate complesse.* Nota del Corrispondente Luigi Bianchi.

« Nella celebre Memoria di Dirichlet, inserita nel 24° volume del Giornale di Crelle, viene introdotta per le forme quadratiche

$$ax^2 + 2bxy + cy^2,$$

dove a, b, c sono numeri *interi* complessi della forma $m + n\sqrt{-1}$ e x, y variabili che assumono i valori interi complessi, una classificazione analoga a quella data da Gauss per le forme a coefficienti e variabili reali.

« Il massimo comun divisore σ dei numeri $a, 2b, c$ dicesi il divisore della forma. Se la forma è primitiva, se cioè a, b, c non hanno alcun divisore comune eccetto l'unità, il divisore σ della forma può avere uno dei tre valori

$$\sigma = 1\,, \quad \sigma = 1 + i\,, \quad \sigma = 2\,,$$

e corrispondentemente la forma primitiva dicesi di 1a, di 2a o di 3a specie. Per le forme di 1a specie, di un dato determinante $D = b^2 - ac$, Dirichlet perviene alla determinazione del numero h delle classi per mezzo di serie infinite, la cui sommazione dipende dalle funzioni ellittiche col modulo

(1) Cfr. su questo punto la mia Memoria negli Atti dell'Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, 1888.

$k = \sqrt{\frac{1}{2}}$ [1]. Coi metodi stessi di Dirichlet si potrebbero determinare i numeri h_2, h_3 delle classi per le forme di 2ª e 3ª specie collo stesso determinante e trovarne le relazioni col numero h. Ma queste relazioni possono anche stabilirsi con metodi puramente aritmetici e a questo scopo si presentano due diverse vie. L'una, come ebbi occasione d'osservare dopo che il presente lavoro era condotto a termine, è stata indicata dal sig. Lipschitz nel 54° volume del Giornale di Crelle e consiste nell'applicare alle forme di 1ª e di 2ª specie le sostituzioni $\begin{pmatrix} \alpha, \beta \\ \gamma, \delta \end{pmatrix}$ a coefficienti interi complessi e a determinante $\alpha\delta - \beta\gamma = 1 + i$. L'altra, seguìta da Gauss per l'analoga ricerca relativa alle forme reali, è quella a cui conduce la teoria della composizione delle forme ed è appunto a questa estensione del metodo di Gauss che è dedicata la presente Nota.

« Nè ho creduto inutile pubblicare le dimostrazioni di questi teoremi, che nella citata Nota del sig. Lipschitz trovansi soltanto enunciati.

« 1. Dovrò far uso costantemente del seguente teorema che si dimostra precisamente come l'analogo per le forme reali [2]:

I. Affinchè due forme complesse

$$(a, b, c) \quad (a', b', c')$$

dello stesso determinante D siano equivalenti, è necessario e sufficiente che esistano due numeri interi [3] x, y, che soddisfino alla eguaglianza

$$ax^2 + 2b\,xy + cy^2 = a' \tag{1}$$

ed alle congruenze

$$\left.\begin{aligned} ax + (b + b')\,y &\equiv 0 \\ (b - b')\,x + cy &\equiv 0 \end{aligned}\right\} \pmod{a'} . \tag{2}$$

« Ciò premesso e trattandosi di applicare al caso attuale la teoria della composizione delle forme, basterà accennare alla proposizione fondamentale poichè le susseguenti teorie si trasportano inalterate nel nostro campo.

« Siano Γ, Γ' due classi di forme dello stesso determinante D coi rispettivi divisori σ, σ' primi fra loro. Scegliamo nelle rispettive classi due forme

$$(a, b, c) \quad (a', b', c')$$

i cui primi coefficienti a, a' siano primi fra loro, il che è sempre possibile [4], indi determiniamo un numero B dalle congruenze compatibili

$$B \equiv b \pmod{a} \qquad B \equiv b' \pmod{a'} .$$

[1] Cf. anche Bachmann, *Ergänzung einer Untersuchung von Dirichlet.* Mathem. Annalen Bd. 16.

[2] Cf. le *Vorlesungen über Zahlentheorie* di Dirichlet (3ª ediz.) § 60 Nota

[3] Qui ed in seguito per numeri interi s'intendono numeri interi complessi.

[4] Cf. *Vorlesungen* ecc. § 93.

« Ne risulta

$$B^2 \equiv D \pmod{aa'}$$

e ponendo

$$\frac{B^2 - D}{aa'} = C\,,$$

le forme

$$(a,\ b,\ c) \quad (a',\ b',\ c')$$

sono rispettivamente equivalenti alle iorme

$$(a, B, a'C) \qquad (a', B, aC)\,.$$

« La forma (aa', B, C) collo stesso determinante D e col divisore $\sigma\sigma'$ dicesi *composta* delle due $(a, B, a'C)$, $(a' B, aC)$ o delle equivalenti (a, b, c), (a', b', c').

« Esaminando ora le dimostrazioni delle proprietà relative alla teoria della composizione come sono esposte nel X Supplemento delle citate *Vorlesungen* dal § 145 sino a tutto il § 150, si vedrà che esse conservano il loro valore per le forme complesse e in particolare sussiste il teorema, su cui devesi fondare la presente ricerca:

II. Se h indica il numero delle classi primitive di 1ª specie per un dato determinante D e h' il numero delle classi a divisore σ dello stesso determinante, è sempre h un multiplo di h' e il quoziente $r = \frac{h}{h'}$ è eguale al numero di quelle forme primitive di 1ª specie non equivalenti il cui primo coefficiente è un quadrato ϱ^2 che divide σ^2.

« È da osservarsi inoltre che per ogni tale valore di ϱ^2 basta costruire quelle forme i cui coefficienti medii sono incongrui $(\mathrm{mod}\ \varrho^2)$.

Forme di 2ª specie.

« 2. Supponiamo ora che insieme alle h classi primitive di 1ª specie ne esistano altresì di 2ª specie e indichiamone il numero con h_2. In una forma di 2ª specie (a, b, c) i coefficienti estremi a, c sono divisibili per $1+i$ e, la forma essendo primitiva, b è impari per cui si ha

$$D = b^2 - ac \equiv 1 \pmod 2\,. \tag{3}$$

« Per le forme di 2ª specie avendosi

$$\sigma = 1 + i\,,$$

potremo dare al numero ϱ del teorema II i valori

$$\varrho = 1\,,\quad 1 + i\,.$$

« Al primo valore corrisponde la forma di 1ª specie $(1, 0, -D)$ ed al secondo, il coefficiente medio b dovendo soddisfare alla condizione $b^2 \equiv D \equiv 1$ (mod 2), le due forme

$$\left((1+i)^2, 1, \frac{1-D}{(1+i)^2}\right), \quad \left((1+i)^2, i, -\frac{1+D}{(1+i)^2}\right). \tag{A}$$

« Ora, sussistendo la (3), avrà luogo l'una o l'altra delle seguenti congruenze

$$D \equiv 1 \pmod{(1+i)^3}, \qquad D \equiv -1 \pmod{(1+i)^3}.$$

« Nel 1° caso delle due forme (A) soltanto la 2ª apparterrà alla prima specie e nel 2° caso invece la 1ª soltanto.

« Separando la trattazione dei due casi, esaminiamo dapprima il

1° caso — $D \equiv 1 \pmod{(1+i)^3}$.

« Le forme primitive di 1ª specie da esaminarsi, in base al teorema II, saranno le due:

$$\text{(A')} \qquad (1, 0, -D) \qquad \left((1+i)^2, i, -\frac{1+D}{(1+i)^2}\right).$$

« Perchè esse siano equivalenti si richiede e basta (teorema I) l'esistenza di due numeri x, y, che soddisfino l'equazione di Pell

$$\text{(4)} \qquad x^2 - Dy^2 = (1+i)^2$$

e insieme la congruenza

$$\text{(5)} \qquad x - iy \equiv 0 \pmod{(1+i)^2}.$$

« Due tali numeri sono necessariamente impari poichè dalla (4) e da $D \equiv 1 \pmod{(1+i)^3}$ segue

$$(x-iy)(x+iy) = x^2 + y^2 \equiv (1+i)^2 + 2y^2 \pmod{(1+i)^3}.$$

« Ora se uno dei due numeri x, y e quindi l'altro fosse divisibile per $1+i$, il 1° membro della precedente congruenza in forza della (5) sarebbe divisibile per $(1+i)^4$ e il 2° soltanto per $(1+i)^2$.

« Inversamente se x, y sono soluzioni impari della (4), dalla congruenza

$$(x-y)(x+y) = x^2 - y^2 \equiv (1+i)^2 \pmod{(1+i)^3}$$

segue che $x-y$ non può essere divisibile per 2 poichè lo sarebbe anche $x+y$; sarà dunque

$$x - y \equiv 1 + i \pmod{(1+i)^2}$$

e conseguentemente

$$x - iy \equiv 1 + i + y + iy \equiv (1+i)(y+1) \equiv 0 \pmod{(1+i)^2},$$

cioè la (5) sarà soddisfatta. Le due forme (A') sono quindi equivalenti o no secondo che l'equazione di Pell: $t^2 - Du^2 = (1+i)^2$ è solubile o no in numeri impari.

« Passiamo ora al

2° caso — $D \equiv -1 \pmod{(1+i)^3}$.

« Per quanto precede le forme da esaminarsi sono qui le due

$$(1, 0, -D) \qquad \left((1+i)^2, 1, \frac{1-D}{(1+i)^2}\right).$$

« Esse sono equivalenti se si può soddisfare in numeri interi l'equazione

$$\text{(4')} \qquad x^2 - Dy^2 = (1+i)^2$$

e la congruenza

$$\text{(5')} \qquad x - y \equiv 0 \pmod{(1+i)^2}.$$

« Osservando che $D \equiv -1 \pmod{(1+i)^3}$ si conclude, con un calcolo del tutto simile a quello del caso precedente, che due tali numeri x, y sono necessariamente impari e inversamente se x, y sono soluzioni impari della (4′) soddisfano altresì la (5′).

« Abbiamo dunque il teorema:

III. Il numero h_2 delle classi di 2ª specie è eguale al numero h delle classi di 1ª specie o ne è soltanto la metà secondo che l'equazione di Pell

$$t^2 - Du^2 = (1+i)^2$$

è solubile o no in numeri impari t, u [1].

« A complemento di questo teorema si osserverà che il determinante $D \equiv 1 \pmod 2$ può offrire rispetto al modulo 4 i casi seguenti:

$$D \equiv \pm 1 \pmod 4 \quad \text{o} \quad D \equiv 2i \pm 1 \pmod 4,$$

e siccome il quadrato di ogni numero impari x soddisfa la condizione $x^2 \equiv \pm 1 \pmod 4$, soltanto nella 2ª ipotesi potrà l'equazione di Pell ammettere soluzioni impari. Dopo ciò si vedrà che il teorema III coincide colle formole (10) (11) della citata Nota di Lipschitz (p. 196).

Forme di 3ª specie.

« 3. In una forma primitiva di 3ª specie (a, b, c) i coefficienti estremi a, c essendo divisibili per 2, mentre il coefficiente medio b è impari, si ha

$$D = b^2 - ac \equiv \pm 1 \pmod 4. \tag{6}$$

« Se questa condizione è soddisfatta esistono classi di 3ª specie [2], il cui numero s' indicherà con h_3. Notiamo poi che dalla osservazione fatta alla fine del precedente numero discende che nell' ipotesi (6) si ha

$$h_2 = \frac{1}{2} h.$$

« Per trovare il rapporto fra i numeri delle classi h, h_3 bisogna cercare in primo luogo (teorema II) quelle forme di 1ª specie non equivalenti il cui primo coefficiente ha uno dei valori

$$\varrho^2 = 1, \quad \varrho^2 = (1+i)^2, \quad \varrho^2 = 4.$$

« Ora un numero impari b può offrire rispetto al modulo 4 i casi seguenti:

$$b \equiv \pm 1, \ \pm i, \pm (2+i), \ \pm (2i+1) \pmod 4$$

e corrispondentemente si ha

$$b^2 \equiv +1, \ -1, \ -1, \ +1 \pmod 4.$$

[1] Accade l'una cosa o l'altra secondo che la soluzione fondamentale (T, U) è composta di numeri impari o no.

[2] La forma semplicissima di 3ª specie è data da $\left(2, 1, \frac{1-D}{2}\right)$ se $D \equiv 1 \pmod 4$ e da $\left(2, i, -\frac{1+D}{2}\right)$ se $D \equiv -1 \pmod 4$.

« Le forme cercate sono dunque le seguenti:

$$(B) \qquad (1, 0, -D), \left((1+i)^2, 1, \frac{1-D}{(1+i)^2}\right), \quad \left((1+i)^2, i, -\frac{1+D}{(1+i)^2}\right),$$

$$\left(4, \pm 1, \frac{1-D}{4}\right), \quad \left(4, \pm(2i+1), \; i-1+\frac{1-D}{4}\right)$$

per $\qquad D \equiv +1 \pmod 4$

e invece

$$(B') \qquad (1, 0, -D), \left((1+i)^2, 1, \frac{1-D}{(1+i)^2}\right), \quad \left((1+i)^2, i, -\frac{1+D}{(1+i)^2}\right)$$

$$\left(4, \pm i, -\frac{1+D}{4}\right), \quad \left(4, \pm(2+i), \; i+1-\frac{1+D}{4}\right)$$

per $\qquad D \equiv -1 \pmod 4$;

ma nel 1° caso la 2ª forma è da escludersi perchè di 3ª specie e nel 2° è da escludersi per la stessa ragione la 3ª forma. Il seguito della discussione ci porta a suddistinguere il determinante rispetto al modulo $(1+i)^5$, il che dà luogo ai quattro casi seguenti:

$$a)\ D \equiv +1, \quad b)\ D \equiv -1, \quad c)\ D \equiv +5, \quad d)\ D \equiv -5 \ (\mathrm{mod}\,(1+i)^5).$$

« Nel caso *a*), fra le forme (B) solo la 1ª e la 3ª sono di 1ª specie ed appartenendo a classe diversa, perchè l'equazione di Pell $t^2 - Du^2 = (1+i)^2$ è insolubile in numeri impari (n. 2), avremo

$$h_3 = \frac{1}{2} h = h_2 .$$

« Analogamente, nel caso *b*), le uniche forme di 1ª specie fra le (B′) sono la 1ª e la 2ª e queste non sono certamente equivalenti, per cui si ha ancora

$$h_3 = \frac{1}{2} h = h_2 .$$

« Passiamo ora a trattare gli altri due casi *c*) e *d*).

« 4. Nel caso

$$c) \ D \equiv 5 \ (\mathrm{mod}\,(1+i)^5)$$

fra le forme (B) si hanno le 6 seguenti, che appartengono alla 1ª specie:

$$(\mathrm{I}) \qquad (1, 0, -D) \;, \qquad\qquad (\mathrm{II}) \quad \left((1+i)^2, i, -\frac{1+D}{(1+i)^2}\right)$$

$$(\mathrm{III}_1) \qquad \left(4, 1, \frac{1-D}{4}\right), \qquad\qquad (\mathrm{III}_2) \quad \left(4, -1, \frac{1-D}{4}\right)$$

$$(\mathrm{IV}_1) \quad \left(4, 2i+1, \; i-1+\frac{1-D}{4}\right), \quad (\mathrm{IV}_2) \quad \left(4, -(2i+1), \; i-1+\frac{1-D}{4}\right).$$

« Le due prime appartenendo certamente a classe diversa (n. 2), cominciamo dal ricercare le condizioni della equivalenza della forma (I) o della forma (II) con una delle forme (III) o (IV).

« Per la equivalenza della forma (I) con una delle forme (III) è necessario e sufficiente, secondo il teorema I e a causa di $D \equiv 1 \pmod 4$, che si possa soddisfare in numeri interi t, u alle condizioni

$$(7) \qquad t^2 - Du^2 = 4\,, \qquad t \pm u \equiv 0 \pmod 4\,.$$

« Similmente la equivalenza della forma (I) con una delle forme (IV) porta il verificarsi delle altre condizioni

$$(7') \qquad t^2 - Du^2 = 4 \qquad t \pm (2i+1)\,u \equiv 0 \pmod 4.$$

« Supponiamo ora che la forma (II) sia equivalente alla (III_1); dovranno per ciò esistere due numeri interi x, y che soddisfino alle condizioni:

$$(1+i)^2 x^2 + 2\,i\,x\,y - \frac{1+D}{(1+i)^2}\,y^2 = 4$$

$$\left.\begin{aligned}(1+i)^2\,x + (1+i)\;y &\equiv 0\\ (i-1)\;x - \frac{1+D}{(1+i)^2}\,y &\equiv 0\end{aligned}\right\} \pmod 4.$$

« Essendo nel caso attuale

$$\frac{1+D}{(1+i)^2} \equiv i \pmod{(1+i)^3}\,,$$

ne segue che y deve essere divisibile per $1+i$ e se poniamo

$$y = (1+i)\,u\,, \qquad (1+i)\,x + iu = t\,,$$

le condizioni precedenti si traducono nelle altre

$$t^2 - Du^2 = 4 \qquad t - (2i+1)\,u \equiv 0 \pmod 4\,,$$

cioè nelle (7′), ove sia scelto il segno inferiore.

« Ove si supponga invece la forma (II) equivalente alla (III_2) si dovrà avere ancora

$$(1+i)^2\,x^2 + 2i\,xy - \frac{1+D}{(1+i)^2}\,y^2 = 4$$

e, ponendo di nuovo

$$y = (1+\mathrm{i})\,u\,, \qquad (1+i)\,x + iu = t\,,$$

ne risulteranno le condizioni stesse (7′) colla determinazione superiore pel segno.

« Similmente perchè la forma (II) sia equivalente ad una delle (IV) si ritrovano nuovamente le condizioni (7).

« Se la coppia (t, u) di soluzioni dell'equazione di Pell $t^2 - Du^2 = 4$ verifica le (7) o le (7′) con un determinato segno, l'altra coppia $(t, -u)$ verifica evidentemente le condizioni stesse colla scelta opposta del segno. È poi facile vedere che una tal coppia di soluzioni è necessariamente composta di numeri impari. E infatti da $D \equiv 5 \pmod{(1+i)^5}$ segue:

$$(8) \qquad (t-u)\,(t+u) \equiv 4\,(1+u^2) \pmod{(1+i)^5}\,,$$

che si può anche scrivere

$$(8') \qquad (t-(2i+1)\,u)\;(t+(2i+1)\,u) \equiv 4\,(1+iu^2) \pmod{(1+i)^5}.$$

« Ora quando sia soddisfatta la congruenza (7) o la (7'), uno dei due fattori

$$t - u, \quad t + u,$$

o uno degli altri

$$t - (2i + 1)u, \qquad t + (2i + 1)u$$

sarà divisibile per $(1+i)^4$. Se uno dei due numeri t, u, e quindi l'altro, fosse divisibile per $1+i$, l'altro fattore nel 1° membro della (8) o della (8') sarebbe divisibile per $(1+i)^3$, mentre il 2° membro lo sarebbe solo per $(1+i)^4$, il che è assurdo.

« Inversamente suppongo che t, u sia una coppia di soluzioni impari dell'equazione di Pell: $t^2 - Du^2 = 4$; dico che sarà soddisfatta o la (7), o la (7'). E invero dalla (8), u essendo impari, segue che $(t-u) \times (t+u)$ è divisibile per $(1+i)^5$ e per conseguenza uno dei due fattori, poniamo

$$t - u,$$

sarà divisibile per $(1+i)^3$. Allora o sussisterà la congruenza

$$t - u \equiv 0 \pmod 4$$

o l'altra

$$t - u \equiv 2i(1+i) \pmod 4.$$

« Quest'ultima, essendo u impari, quindi

$$(1+i)^3 u \equiv (1+i)^3 \pmod 4$$

può anche scriversi

$$t + (2i+1)u \equiv 0 \pmod 4$$

e così è dimostrata l'asserzione.

« Di qui e dal significato delle condizioni (7), (7') per le esaminate equivalenze, risulta che se l'equazione di Pell: $t^2 - Du^2 = 4$ è solubile in numeri dispari, delle 6 forme esaminate le due prime soltanto appartengono a classe diversa, poichè, ove siano soddisfatte le (7), le due forme (III) sono equivalenti alla (I) e le (IV) alla (II), mentre se sono soddisfatte le (7') le due forme (III) sono invece equivalenti alla (II) e le forme (IV) alla (I) (¹). Si ha dunque in questo caso

$$h_3 = \frac{1}{2} h = h_2.$$

« 5. Restando ancora nel caso c) $D \equiv 5 \pmod{(1+i)^5}$, dimostriamo che se l'equazione di Pell è insolubile in numeri impari le 6 forme (I), (II), (III_1), (III_2), (IV_1), (IV_2) appartengono tutte a classe diversa e in conseguenza si ha

$$h_3 = \frac{1}{6} h = \frac{1}{3} h_2.$$

« Dopo quanto si è visto al numero precedente la proprietà da dimo-

(¹) È facile vedere che si presenterà il 1° o il 2° di questi casi secondo che $D \equiv 5 \pmod 8$ o $D \equiv 4i + 1 \pmod 8$.

strarsi sarà stabilita ove si provi che nell' ipotesi fatta nè le due forme (III), nè le due forme (IV) possono essere fra loro equivalenti nè una delle forme (III) ad una delle forme (IV).

« Ora se le due forme (III_1) (III_2) fossero equivalenti, ne risulterebbe pel teorema I l'esistenza di due numeri x, y determinati dalle condizioni

$$4x^2 + 2xy + \frac{1-D}{4} y^2 = 4$$

$$2x + \frac{1-D}{4} y \equiv 0 \pmod 4 .$$

« Essendo $\frac{1-D}{4}$ impari, ne segue che y deve essere multiplo di 2 e se poniamo

$$y = 2u , \quad 2x + u = t ,$$

avremo pei numeri t, u le condizioni

$$t^2 - Du^2 = 4$$

$$t - u + \frac{1-D}{2} u \equiv 0 \pmod 4 .$$

« Ora se si osserva che, per ipotesi, t, u sono divisibili per $1+i$, mentre

$$\frac{1-D}{1+i} \equiv (1+i)^3 \pmod 4 ,$$

l'ultima congruenza si muta nell'altra $t + u \equiv 0 \pmod 4$, che pel n. 4 è impossibile a verificarsi non essendo t, u impari.

« Similmente l'equivalenza delle due forme (IV_1) (IV_2) porterebbe alle condizioni

$$4x^2 + 2(2i+1)\,xy + \left(i - 1 + \frac{1-D}{4}\right) y^2 = 4$$

$$2(2i+1)\,x + \left(i - 1 + \frac{1-D}{4}\right) y \equiv 0 \pmod 4 ;$$

qui sarebbe necessariamente y pari e ponendo

$$y = 2u \qquad 2x + (2i+1)\,u = t ,$$

avremmo

$$t^2 - Du^2 = 4 , \quad t + (2i+1)\,u \equiv 0 \pmod 4 ,$$

cioè le (7') n. 4.

« Supponiamo ora che sia (III_1) equivalente a (IV_1), o ciò che torna lo stesso (III_2) a (IV_2). Avremo le formole

$$4x^2 + 2xy + \frac{1-D}{4} y^2 = 4$$

$$-2ix + \frac{1-D}{4} y \equiv 0 \pmod 4 ,$$

dove y sarà pari, e ponendo

$$y = 2u \qquad 2x + u = t$$

ne risulteranno nuovamente le (7').

« In fine supponiamo (III_1) equivalente a (IV_2) ossia (III_2) a (IV_1) e dovranno verificarsi le condizioni

$$4x^2 + 2xy + \frac{1-D}{4}y^2 = 4$$

$$2(1+i)x + \frac{1-D}{4}y \equiv 0 \pmod 4,$$

dove essendo y pari, se si pone

$$y = 2u \qquad 2x + u = t,$$

risulta

$$t^2 - Du^2 = 4$$

$$t - (2-i)u \equiv 0 \pmod{(1+i)^3}.$$

« Ma da quest'ultima, essendo t, u divisibili per $1+i$, quindi anche $t + (2-i)u \equiv 0 \pmod{(1+i)^3}$, segue

$$(9) \qquad t^2 + (4i-3)u^2 = \{t-(2-i)u\}\{t+(2-i)u\} \equiv 0 \pmod 8.$$

« Ora abbiamo $D \equiv 5 \pmod{(1+i)^5}$ e quindi

$$\text{o } D \equiv 5 \pmod 8, \quad \text{o } D \equiv 4i+1 \pmod 8,$$

da cui

$$t^2 + (4i-3)u^2 \equiv 4 + 2(2i+1)u^2 \pmod 8, \text{ per } D \equiv 5 \pmod 8$$

$$t^2 + (4i-3)u^2 \equiv 4 - 2u^2 \pmod 8, \text{ per } D \equiv 4i+1 \pmod 8;$$

d'altra parte si ha

$$u^2 \equiv 0 \pmod 4 \quad \text{se} \quad u \equiv 0 \pmod 2$$

$$u^2 \equiv 2i \pmod 4 \quad \text{se} \quad u \equiv 1+i \pmod 2$$

e le precedenti diventano

$$t^2 + (4i-3)u^2 \equiv 4 \pmod 8$$

o

$$t^2 + (4i-3)u^2 \equiv 4(1+i) \pmod 8,$$

risultato che contraddice la (9).

« 6. Passando ora all'esame dell'ultimo caso

$$d) \quad D \equiv -5 \pmod{(1+i)^5},$$

basterà accennare ai calcoli del tutto simili ai precedenti. Fra le forme (B') n. 3 le 6 seguenti sono di 1ª specie:

$$(\mathrm{I}) \quad (1, 0, -D) \qquad , \quad (\mathrm{II}) \quad \left((1+i)^2, 1 \; \frac{1-D}{(1+i)^2}\right)$$

$$(\mathrm{III}_1) \quad \left(4, i, -\frac{1+D}{4}\right) \qquad , \quad (\mathrm{III}_2) \quad \left(4, -i, -\frac{1+D}{4}\right)$$

$$(\mathrm{IV}_1) \quad \left(4, 2+i, i+1-\frac{1+D}{4}\right), \quad (\mathrm{IV}_2) \quad \left(4, -(2+i), i+1-\frac{1+D}{4}\right)$$

e le prime due appartengono certamente a diversa classe (n. 2).

« Se l'equazione di Pell $t^2 - Du^2 = 4$ ammette una coppia di soluzioni, necessariamente impari, che soddisfino alla condizione

$$(10) \qquad t - iu \equiv 0 \pmod 4,$$

le due forme (III) sono equivalenti alla (I) e le (IV) alla (II); che se invece è soddisfatta l'altra

(10′) $$t-(2+i)\,u\equiv 0 \pmod 4,$$

le forme (III) sono equivalenti alla (II) e le (IV) alla (I). Ogni qualvolta l'equazione di Pell ammette soluzioni impari, si verifica la (10) o la (10′) (¹).
e perciò si ha

$$h_3=\frac{1}{2}h=h_2.$$

« Se invece non esistono di tali soluzioni impari le 6 forme appartengono tutte a classi diverse e si ha

$$h_3=\frac{1}{6}h=\frac{1}{3}h_2.$$

« Possiamo raccogliere i risultati ottenuti nel teorema:

IV. Il numero delle classi di 3ª specie per un dato determinante $D\equiv\pm 1 \pmod 4$ è la metà del numero delle classi di Iª specie se $D\equiv\pm 1 \pmod{(1+i)^5}$, oppure quando, essendo $D\equiv\pm 5 \pmod{(1+i)^5}$, l'equazione di Pell $t^2-Du^2=4$ ammetta soluzioni impari; altrimenti esso ne eguaglia soltanto la sesta parte (Cf. Lipschitz, l. c., formole (12) (13)) ».

Matematica. — *Sulle funzioni coniugate.* Nota del Corrispondente Vito Volterra.

« 1. È ben noto il legame esistente fra la teoria della equazione differenziale $\Delta^2 u=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ (*a*) e la teoria delle funzioni di una variabile complessa. Cauchy mise in evidenza una tale relazione che servì di fondamento alle ricerche di Riemann.

« Si sa che, se si parte dalla (*a*), ad ogni integrale u_1 corrisponde una funzione coniugata v_1, tale che $\frac{\partial u_1}{\partial x}=\frac{\partial v_1}{\partial y}$, $\frac{\partial u_1}{\partial y}=-\frac{\partial v_1}{\partial x}$, e se u_2 è un altro integrale della (*a*) e v_2 ne è la corrispondente funzione coniugata $u_1+i\,v_1$ resulta una funzione *monogena* di $u_2+i\,v_2$.

« Ora, se da uno spazio a due dimensioni si passa ad uno a tre dimensioni, alla equazione differenziale (*a*) viene a corrispondere l'altra (*b*) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0$. La teoria di questa equazione differenziale ha preceduto quella su mentovata; anzi i metodi di Gauss, di Dirichlet e di Green

(¹) Si presenta l'un caso o l'altro secondo che
$$D\equiv -5 \pmod 8 \quad \text{o} \quad D\equiv 4i-1 \pmod 8.$$

relativi alla (*b*) hanno dato origine a quelli applicati alla (*a*) da Riemann, Neumann ecc. Però, nel caso dello spazio a tre dimensioni, allo studio della funzione u non venne mai collegato, in generale, lo studio di un' altra funzione coniugata. Solo nel caso dei potenziali simmetrici fu riconosciuta la esistenza di una funzione che, sotto il nome di *funzione associata*, venne elegantemente applicata dal prof. Beltrami in varie ricerche.

« Se si passa dalle tre alle quattro e in generale alle n variabili si ottiene la equazione differenziale $\sum_1^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0$. Le ricerche fatte su di essa da Beltrami, Kronecker ecc., sono state eseguite senza prendere in considerazione nessuna funzione coniugata alla u. Lo stesso si dica per gli spazi curvi: l'equazione differenziale che si ottiene annullando il parametro differenziale del 2° ordine ha dato luogo allo studio di una funzione coniugata solo nel caso in cui lo spazio curvo fosse a due dimensioni.

« La teoria delle funzioni coniugate è però suscettibile di essere estesa al caso generale delle n variabili e una tale generalizzazione forma appunto il soggetto della presente Nota. Nel caso di $n = 2$ essa dà la teoria ordinaria delle funzioni coniugate e nel caso dei potenziali simmetrici porta alle funzioni associate del prof. Beltrami.

« 2. Prenderò le mosse dal caso di uno spazio ordinario a tre dimensioni mediante le considerazioni seguenti.

« Nell'elettromagnetismo si esaminano due elementi, cioè i poli magnetici e le correnti elettriche. Ogni polo magnetico è individuato dalla posizione di un punto dello spazio e dalla massa magnetica in esso concentrata, mentre ogni corrente elettrica è individuata da una linea chiusa che è il circuito che essa percorre e dalla intensità della corrente.

« Abbiasi ora un sistema qualunque di masse magnetiche. Prendiamone il potenziale rispetto ad un polo di massa 1 e di posizione variabile nello spazio; si otterrà una funzione dei punti dello spazio tale che la sua derivata secondo una direzione qualunque sarà la componente dell'azione magnetica in quella direzione.

« Analogamente, prendiamo il potenziale delle stesse masse sopra una corrente di intensità 1 il cui circuito sia una linea chiusa qualunque dello spazio. Otterremo una funzione che, secondo una denominazione che ho adottato in alcune ricerche [1], potrà chiamarsi una funzione delle linee dello spazio. Ora da un dato circuito passiamo ad un altro infinitamente prossimo deformando di infinitamente poco il circuito iniziale in prossimità di un certo punto. Una tale deformazione si potrà evidentemente ottenere facendo descrivere ad un elemento d'arco del circuito un'area piana infinitesima.

[1] Atti d. R. Acc. d. Lincei vol. III, fasc. 9-10, 2° sem.

« Consideriamo il rapporto della variazione del potenziale alla detta area piana infinitesima. Il limite di esso può per analogia chiamarsi la derivata della funzione di linee rispetto all'area piana considerata. Ora, come è ben noto, il rapporto al limite diviene eguale alla componente dell'azione magnetica secondo la normale all'area suddetta. Dunque il potenziale magnetico sul polo e quello sulla corrente, considerati respettivamente come funzioni di punti e di linee dello spazio, godono della proprietà caratteristica delle funzioni coniugate; cioè adottando i simboli usati nella Nota citata per denotare le derivate delle funzioni di linee, avremo

$$\frac{d\mathrm{F}}{d\sigma}=\frac{df}{dn},$$

ove, F rappresenta il potenziale sulla corrente, f quello sul polo, σ l'elemento di superficie normale alla direzione n.

« In particolare, prendendo un sistema di assi coordinati, avremo,

$$\left\{\begin{aligned}\frac{d\mathrm{F}}{d(y,z)}&=\frac{\partial f}{\partial x}\\ \frac{d\mathrm{F}}{d(z,x)}&=\frac{\partial f}{\partial x}\\ \frac{d\mathrm{F}}{d(x,y)}&=\frac{\partial f}{\partial z}\end{aligned}\right.$$

« Vediamo che cosa corrisponde, nel caso del piano, a ciò che venne qui esposto. Nel caso del piano al potenziale newtoniano corrisponde il potenziale logaritmico ad una corrente elettrica un *punto vorticoso* (¹). Si comprende dunque perchè, nel caso del piano, la funzione e la sua coniugata siano ambedue funzioni di punti.

« Nel caso dei potenziali simmetrici, se ci limitiamo a considerare la F per le sole linee circolari normali all'asse di simmetria ed aventi il centro su di esso, otteniamo una funzione che dipende dai due soli parametri che individuano i detti cerchi; essa non è altro che la funzione *associata* alla funzione potenziale.

« Per trattare in generale la teoria delle funzioni coniugate, noi partiremo dalla definizione seguente:

« In uno spazio ad n dimensioni diremo che le due funzioni di primo grado F $|[S_{r-1}]|$, Φ $|[S_{n-r-1}]|$ (²) sono coniugate quando

$$\frac{d\mathrm{F}}{d\left(x_{i_1}\ldots x_{i_r}\right)}=\frac{d\Phi}{d\left(x_{i_{r+1}}\ldots x_{i_n}\right)}$$

essendo $i_1 \ldots i_n$ una permutazione pari dei numeri $1, 2 \ldots n$; ciò che rappresenteremo scrivendo $(i_1 \ldots i_n) \equiv (1, 2 \ldots n)$.

(¹) Klein, *Ueb. Riemann's Theorie d. algebraischen Functionen und ihrer Integrale* §. 2.

(²) Atti d. R. Acc. d. Lincei Vol. V°, 1° sem., pag. 159.

« Da questa definizione resulta che, essendo S_r e S_{n-r} due iperspazii normali fra loro in un punto comune, scegliendo convenientemente le loro direzioni, si ha

$$\frac{dF}{dS_r} = \frac{d\Phi}{dS_{n-r}}$$

« 3. Prima di procedere allo studio delle proprietà delle funzioni coniugate ed alla loro effettiva costruzione dimostreremo alcuni teoremi fondamentali sopra dei sistemi di equazioni differenziali simultanee alle derivate parziali.

« Teorema 1°. La condizione necessaria e sufficiente affinchè il sistema di equazioni differenziali simultanee

$$(1) \qquad \sum_1^{r+1}{}_t (-1)^t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_t}} = p_{i_1\, i_2 \dots i_{r+1}}$$

sia integrabile, è che si abbia

$$(2) \qquad \sum_1^{r+2}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_s}} = 0$$

supponendo che le x_i siano in numero di n, $(x_1, x_2 \dots x_n)$, e le (1) siano ottenute per tutte le combinazioni $r+1$ a $r+1$ degli indici $1, 2, \dots n$; oltre a ciò le p e le P mutino segno per una trasposizione degli indici ([1]).

« Che la condizione sia necessaria resulta dall'osservare che, se sono soddisfatte le (1), si ha

$$\sum_1^{r+2}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_s}} =$$

$$= \sum_1^{r+2}{}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \left[\sum_1^{s-1}{}_t (-1)^t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_t}} - \right.$$

$$\left. - \sum_{s+1}^{r+2}{}_t (-1)^t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_t}} \right] = 0 .$$

Dimostriamo ora che la condizione posta è anche sufficiente.

« Prendiamo $M_{h_1 h_2 \dots h_{r-1}, n}$ arbitrarie e $M_{h_1 h_2 \dots h_r}$ (con $h_1, h_2 \dots h_r \gtrless n$) date da

$$\frac{\partial M_{h_1 \dots h_r}}{\partial x_n} = (-1)^{r+1} \left\{ p_{h_1 \dots h_r n} - \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial M_{h_1 \dots h_{s-1}\, h_{s+1} \dots h_r\, n}}{\partial x_{h_s}} \right\} .$$

« Otterremo in tal modo le $M_{h_1 h_2 \dots h_r}$ determinate a meno di funzioni arbitrarie di $x_1, x_2 \dots x_{n-1}$.

([1]) Qui, come in seguito, supporremo sempre che i vari elementi mutino segno per una trasposizione degli indici.

« Ora avremo

$$\frac{\partial}{\partial x_n}\sum_{1}^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial \mathrm{M}_{h_1\dots h_{s-1}h_{s+1}\dots h_{r+1}}}{\partial x_{h_s}}=$$

$$=(-1)^{r+1}\sum_{1}^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial p_{h_1\dots h_{s-1}h_{s+1}\dots h_{r+1}n}}{\partial x_{h_s}}=\frac{\partial p_{h_1h_2\dots h_{r+1}}}{\partial x_n},$$

onde

$$\sum_{1}^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial \mathrm{M}_{h_1\dots h_{s-1}h_{s+1}\dots h_{r+1}}}{\partial x_{h_s}}=p_{h_1h_2\dots h_{r+1}}+p'_{h_1h_2\dots h_{r+1}}$$

essendo $p'_{h_1h_2\dots h_{r+1}}$ una funzione di $x_1\,x_2\dots x_{n-1}$ soltanto. Ma in virtù delle (2), dalle equazioni precedenti si ottiene

$$(2')\qquad \sum_{1}^{r+2}(-1)^s\frac{\partial p'_{h_1\dots h_{s-1}h_{s+1}\dots h_{r+2}}}{\partial x_{h_s}}=0\,.$$

« Affinchè dunque si possano trovare le P che soddisfino le (1) basterà poter determinare le P′ tali che si abbia

$$(3)\qquad \sum_{1}^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial \mathrm{P}'_{i_1\dots i_{s-1}i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}}=0\qquad(\text{per } i_{r+1}=n)$$

$$(1')\qquad \sum_{1}^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial \mathrm{P}'_{h_1\dots h_{s-1}h_{s+1}\dots h_{r+1}}}{\partial x_{h_s}}=p'_{h_1h_2\dots h_{r+1}}\qquad(\text{per } h_1h_2\dots h_{r+1}\lesseqgtr n)$$

perchè, se queste equazioni saranno verificate, prendendo

$$\mathrm{P}_{h_1\dots h_r}=\mathrm{M}_{h_1\dots h_r}+\mathrm{P}'_{h_1\dots h_r}$$

resulteranno soddisfatte le (1).

« Ora per soddisfare le (3) prenderemo $\mathrm{P}'_{h_1\dots h_{r-1}n}=0$, $\mathrm{P}'_{h_1h_2\dots h_r}$ funzione di $x_1\,x_2\dots x_{n-1}$ soltanto, e quindi basterà tener conto solo delle (1′) nelle quali non comparisce più la variabile x_n nelle funzioni incognite, e nei termini noti $p'_{h_1h_2\dots h_{r+1}}$.

« La questione quindi di vedere se si possono integrare le (1) colle condizioni (2) è ricondotta a cercare se si possono integrare le equazioni analoghe (1′) colle condizioni (2′) nelle quali comparisce una variabile di meno. Si può ora ricondurre questo problema a vedere se si può integrare un sistema di equazioni analoghe alle (1′), con delle condizioni analoghe alle (2′) e in cui manchino le variabili x_n e x_{n-1}. Così procedendo si ridurrà la questione a riconoscere se possono determinarsi le $\mathrm{P}^{(\nu)}$ $(\nu=n-r-1)$ funzioni di $x_1\,x_2\dots x_{r+1}$, tali che soddisfino l'unica equazione

$$\sum_{1}^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial \mathrm{P}^{(\nu)}{}_{1,2\dots s-1\,s+1\dots r+1}}{\partial x_s}=p^{(\nu)}{}_{1,2\dots r+1}$$

essendo $p^{(\nu)}_{1,2\dots r+1}$ funzione soltanto di $x_1, x_2 \dots x_{r+1}$. Ora ciò è evidentemente possibile prendendo $P^{(\nu)}_{1,2\dots s-1,s+1\dots r+1}$ arbitrariamente e determinando quindi $P^{(\nu)}_{1,2\dots r}$ in modo che

$$\frac{\partial P^{(\nu)}_{1,2\dots r}}{\partial x_{r+1}} = (-1)^{r+1} \left\{ p^{(\nu)}_{1,2\dots r+1} - \sum_1^r {}_s (-1)^s \frac{\partial P^{(\nu)}_{1,2\dots s-1,s+1\dots r+1}}{\partial x_s} \right\}.$$

« Il processo di dimostrazione che ha servito a provare il teorema, ci mostra anche che le $P_{1,2\dots r}$ possono determinarsi con sole quadrature.

« Cominciamo dal dare alcune conseguenze del teorema ora dimostrato.

« Corollario 1°. Affinchè si possa porre

$$q_{i_1\dots i_r} = \sum_1^n {}_t \frac{\partial Q_{i_1\dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}} \tag{4}$$

è necessario e sufficiente che si abbia

$$\sum_1^n {}_s \frac{\partial q_{i_1\dots i_{r-1} i_s}}{\partial x_{i_s}} = 0 . \tag{5}$$

« Poniamo infatti

$$\begin{aligned} Q_{i_1\dots i_{r+1}} &= P_{i_{r+2}\dots i_n} \\ q_{i_1\dots i_r} &= p_{i_{r+1}\dots i_n} \end{aligned} \qquad (i_1\, i_2 \dots i_n \equiv 1, 2 \dots n).$$

« Avremo che le (4) e (5) potranno scriversi

$$p_{i_{r+1}\dots i_n} = (-1)^{r+1} \sum_{r+1}^n {}^t (-1)_t \frac{P_{i_{r+1}\dots i_{t-1} i_{t+1}\dots i_n}}{\partial x_{i_t}}$$

$$\sum_r^n (-1)^s \frac{\partial p_{i_r\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_n}}{\partial x_{i_s}} = 0$$

il che dimostra il teorema.

« Corollario 2°. Ogni funzione di primo grado di iperspazii S_r potrà esprimersi mediante un integrale multiplo esteso agli iperspazii S_r.

« Sia infatti $F|[S_r]|$ la funzione che si considera.

« Poniamo

$$\frac{dF}{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_{r+1}}\right)} = p_{i_1\dots i_{r+1}},$$

avremo

$$\sum_1^{r+2} {}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_s}} = 0 \quad (^1)$$

onde, pel teorema 1°, potremo porre

$$p_{i_1\dots i_{r+1}} = \frac{dF}{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_{r+1}}\right)} = \sum_1^{r+1} {}_t (-1)^t \frac{\partial P_{i_1\dots i_{t-1} i_{t+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_t}} .$$

(1) Atti Acc. Lincei, vol. V, 1° sem., pag. 162.

« Ora, se S_{r+1} è un iperspazio avente per contorno S_r, si avrà (1)

$$F\,|[S_r]| = \int \Sigma_i\, p_{i_1 \dots i_{r+1}}\, \alpha_{i_1 \dots i_{r+1}}\, dS_{r+1}\,,$$

essendo $\alpha_{i_1 \dots i_{r+1}}$ i coseni di direzione dell' iperspazio S_{r+1}. Pel teorema che abbiamo dato come estensione di quello di Stokes (2) avremo quindi

$$F\,|[S_r]| = \int \Sigma_i\, P_{i_1 \dots i_r}\, \beta_{i_1 \dots i_r}\, dS_r\,,$$

in cui $\beta_{i_1 \dots i_r}$ rappresentano i coseni di direzione dell' iperspazio S_r.

« Reciprocamente si ha che ogni integrale multiplo dato da una espressione come la precedente è una funzione di primo grado di iperspazii S_r.

« Teorema 2°. Posto

$$p_{i_1 \dots i_{r+1}} = \sum_1^{r+1}{}_t\, (-1)^t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_t}}$$

avremo

$$\sum_1^n{}_s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_r i_s}}{\partial x_{i_s}} = (-1)^{r+1} \Delta^2 P_{i_1 \dots i_r} + \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \sum_1^n{}_t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_r\, i_t}}{\partial x_{i_t}}.$$

« Infatti abbiamo

$$\sum_1^n{}_s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_r i_s}}{\partial x_{i_s}} = \sum_1^n{}_s \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \sum_1^r{}_t (-1)^t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_r\, i_s}}{\partial x_{i_t}} + (-1)^{r+1} \sum_1^n{}_s \frac{\partial^2 P_{i_1 \dots i_r}}{\partial x^2_{i_s}}$$

$$= (-1)^{r+1} \Delta^2 P_{i_1 \dots i_r} + \sum_1^r{}_t (-1)^t \frac{\partial}{\partial x_{i_t}} \sum_1^n{}_s \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_r\, i_s}}{\partial x_{i_s}}.$$

« Teorema 3°. Posto

$$q_{i_1 \dots i_r} = \sum_1^n{}_t \frac{\partial Q_{i_1 \dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}}$$

avremo

$$\sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial q_{i_1 \dots i_{s-1}\, i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} =$$

$$= (-1)^{r+1} \Delta^2 Q_{i_1 \dots i_{r+1}} + \sum_1^n{}_{i_{r+2}} \frac{\partial}{\partial x_{i_{r+2}}} \sum_1^{r+2}{}_t (-1)^t \frac{\partial Q_{i_1 \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_t}}.$$

« Si ponga

$$\left.\begin{aligned} q_{i_1 \dots i_r} &= p_{i_{r+1} \dots i_n} \\ Q_{i_1 \dots i_{r+1}} &= P_{i_{r+2} \dots i_n} \end{aligned}\right\} (i_1\, i_2 \dots i_n \equiv 1\,,\, 2 \dots n)$$

sarà

$$p_{i_{r+1} \dots i_n} = -\sum_{r+1}^n{}_t (-1)^{t-r} \frac{\partial P_{i_{r+1} \dots i_{t-1}\, i_{t+1} \dots i_n}}{\partial x_{i_t}}\,,$$

(1) Ibid., pag. 161.

(2) Ibid., pag. 162.

onde pel teorema 2°,

$$\sum_1^n{}_s \frac{\partial p_{i_{r+2}\dots i_n i_s}}{\partial x_{i_s}} =$$

$$= (-1)^{n+r+1} \Delta^2 P_{i_{r+2}\dots i_n} - \sum_{r+2}^n{}_s (-1)^{s-r-1} \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \sum_1^n{}_t \frac{\partial P_{i_{r+2}\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_n i_t}}{\partial x_{i_t}}$$

e per conseguenza

$$\sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial q_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = (-1)^n \sum_1^n{}_s \frac{\partial p_{i_{r+2}\dots i_n i_s}}{\partial x_{i_s}} =$$

$$= (-1)^{r+1} \Delta^2 P_{i_{r+2}\dots i_n} + (-1)^{n+r} \sum_{r+2}^n{}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \sum_1^n{}_t \frac{\partial P_{i_{r+2}\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_n i_t}}{\partial x_{i_t}} =$$

$$= (-1)^{r+1} \Delta^2 Q_{i_1\dots i_{r+1}} + \sum_1^n{}_{i_{r+2}} \frac{\partial}{\partial x_{i_{r+2}}} \sum_1^{r+2}{}_t (-1)^t \frac{\partial Q_{i_1\dots i_{t-1} i_{t+1}\dots i_{r+2}}}{\partial x_{i_t}} .$$

« 4. Possiamo ora procedere alla costruzione effettiva delle funzioni coniugate mediante il teorema seguente:

« Se le funzioni $M_{i_1\dots i_r}$ sono tali che

$$\Delta^2 M_{i_1\dots i_r} = 0 ,$$

e se poniamo

$$(6)\quad \begin{cases} \sum_1^n{}_t \dfrac{\partial M_{i_1\dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = P_{i_1\dots i_{r-1}} , & \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \dfrac{\partial M_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = Q_{i_1\dots i_{r+1}} \\ \sum_1^r{}_s (-1)^s \dfrac{\partial P_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_r}}{\partial x_{i_s}} = p_{i_1\dots i_r} , & \sum_1^n{}_t \dfrac{\partial Q_{i_1\dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}} = q_{i_{r+1}\dots i_n} , \end{cases}$$

si ha,

1° le $p_{i_1\dots i_r}$, $q_{i_{r+1}\dots i_n}$ soddisfano alle condizioni di integrabilità, onde si può porre

$$(7)\qquad p_{i_1\dots i_r} = \frac{dF}{d(x_{i_1}\dots x_{i_r})} , \qquad q_{i_1\dots i_{n-r}} = \frac{d\Phi}{d(x_{i_1}\dots x_{i_{n-r}})}$$

2° le due funzioni F e Φ sono coniugate.

« Infatti, dal teorema primo e dal corollario 1° al teorema 1°, si deduce

$$\sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0 , \qquad \sum_1^{n-r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial q_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{n-r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0$$

il che prova che sono soddisfatte le condizioni affinchè si possano stabilire le (7). Pel teorema 2° abbiamo poi

$$q_{i_{r+1}\dots i_n} = (-1)^{r-1} \Delta^2 M_{i_1\dots i_r} + \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial x_{i_s}} \sum_1^n{}_t \frac{\partial M_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}} =$$

$$= \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_r}}{\partial x_{i_s}} = p_{i_1\dots i_r}$$

il che dimostra che F e Φ sono coniugate.

« 5. Il teorema precedente prova la effettiva esistenza delle funzioni coniugate in ogni iperspazio; anzi, poichè se si ha

$$F = F\,|[S_{r-1}]|,\ \text{deve resultare}\ \Phi = \Phi\,|[S_{n-r-1}]|,$$

segue che se $n = 2\mu$, oppure $n = 2\mu + 1$, si avranno μ specie di funzioni coniugate.

« Prima di passare al teorema reciproco di quello dato nel § prec., dimostriamo alcune proprietà delle funzioni coniugate.

1° Se

$$F\,|[S_{r-1}]|, \qquad \Phi\,|[S_{n-r-1}]|$$

sono coniugate, saranno funzioni coniugate

$$\Phi|[S_{n-r-1}]|, \qquad F\,|[S_{r-1}]|,$$

se $r(n-r)$ è pari; e saranno invece funzioni coniugate

$$\Phi|[S_{n-r-1}]|, \qquad -F\,|[S_{r-1}]|,$$

se $r(n-r)$ è dispari.

« Posto infatti

$$\frac{dF}{d(x_{i_1}\dots x_{i_r})} = p_{i_1\dots i_r}, \quad \frac{d\Phi}{d(x_{i_1}\dots x_{i_{n-r}})} = q_{i_1\dots i_{n-r}} \tag{8}$$

deve aversi

$$p_{i_1\dots i_r} = q_{i_{r+1}\dots i_n} \quad \text{se} \quad i_1\dots i_n \equiv 1, 2 \dots n$$

onde, se $r(n-r)$ è pari, sarà

$$q_{i_1\dots i_{n-r}} = p_{i_{n-r+1}\dots i_n};$$

mentre se $r(n-r)$ è dispari sarà

$$q_{i_1\dots i_{n-r}} = -p_{i_{n-r+1}\dots i_n}.$$

2° Se $F|[S_{r-1}]|$ e $\Phi\,|[S_{n-r-1}]|$ sono coniugate e si fanno le posizioni (8) dovrà aversi

$$(9)\ \begin{cases} \sum_1^n{}_t \dfrac{\partial p_{i_1\dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0 \\ \sum_1^{r+1}{}_t (-1)^s \dfrac{\partial p_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{s}} = 0 \end{cases} \qquad (9')\ \begin{cases} \sum_1^n{}_t \dfrac{\partial q_{i_1\dots i_{n-r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0 \\ \sum_1^{n-r+1}{}_s (-1)^s \dfrac{\partial q_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{n-r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0 \end{cases}$$

$$\Delta^2 p_{i_1\dots i_r} = 0, \quad \Delta^2 q_{i_1\dots i_{n-r}} = 0. \tag{10}$$

Reciprocamente se le p soddisfaranno le (9), avremo che esisterà nna funzione Φ coniugata alla F.

« Le relazioni (9) e (9′) resultano immediatamente dalle condizioni di integrabilità a cui debbono soddisfare le p e le q; così pure il teorema reciproco. Per trovare le (10) osserviamo che, posto

$$0 = \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1\dots i_{s-1} i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = \varpi_{i_1\dots i_{r+1}},$$

pel teorema secondo, si avrà

$$0=\sum_1^n{}_t \frac{\partial \varpi_{i_1\dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}}=(-1)^{r+1}\Delta^2 p_{i_1\dots i_r}+\sum_1^r{}_s(-1)^s\frac{\partial}{\partial x_{i_s}}\sum_1^n{}_t\frac{\partial p_{i_1\dots i_{s-1}i_{s+1}\dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}}$$
$$=(-1)^{r+1}\Delta^2 p_{i_1\dots i_r}.$$

Analogamente si trova l'altra delle (10).

« 6. Possiamo ora dimostrare il teorema reciproco di quello del § 4; cioè, se F e Φ sono due funzioni coniugate, possono sempre trovarsi le $M_{i_1\dots i_r}$ da cui esse dipendono mediante le (6) e (7).

« Per provar ciò basterà poter risolvere la seguente questione:

« Se le $p_{i_1\dots i_r}$ soddisfano le condizioni

$$\sum_1^n{}_t \frac{\partial p_{i_1\dots i_{r-1}i_t}}{\partial x_{i_t}}=0 \qquad \sum_1^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial p_{i_1\dots i_{s-1}i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}}=0$$

determinare le $M_{i_1\dots i_r}$ in modo che

$$\Delta^2 M_{i_1\dots i_r}=0$$

$$\sum_1^n{}_s \frac{\partial M_{i_1\dots i_{r-1}it}}{\partial x_{i_t}}=P_{i_1\dots i_{r-1}} \qquad \sum_1^r{}_s(-1)^s\frac{\partial P_{i_1\dots i_{s-1}i_{s+1}\dots i_r}}{\partial x_{i_s}}=p_{i_1\dots i_r}.$$

« Infatti, se si porrà

$$\sum_1^{r+1}{}_s(-1)^s\frac{\partial M_{i_1\dots i_{s-1}i_{s+1}\dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}}=Q_{i_1\dots i_{r+1}},$$

avremo

$$\sum_1^n{}_t \frac{\partial Q_{i_1\dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}}=p_{i_1\dots i_r}.$$

« Cominciamo dal risolvere la questione precedente nei casi in cui le p abbiano un solo indice, oppure due indici.

Caso 1° — Si abbiano le p_i che verificano le condizioni

$$\sum_1^n{}_i \frac{\partial p_i}{\partial x_i}=0, \qquad -\frac{\partial p_{i_2}}{\partial x_{i_1}}+\frac{\partial p_{i_1}}{\partial x_{i_2}}=0.$$

« Esisterà una funzione P, che soddisfa alla condizione $\Delta^2 P=0$, tale che

$$p_i=\frac{\partial P}{\partial x_i}.$$

« Quindi si potranno determinare le $M_1, M_2\dots M_n$, in modo che $\Delta^2 M_i=0$ e

$$\frac{\partial M_1}{\partial x_1}+\frac{\partial M_2}{\partial x_2}+\dots+\frac{\partial M_n}{\partial x_n}=P.$$

« Le M_1, M_2, M_n saranno in questo caso le funzioni richieste.

Caso 2° — Sono le $p_{i,s}$ tali che

$$(11)\quad \sum_1^n{}_s \frac{\partial p_{is}}{\partial x_s}=0, \qquad (12)\quad -\frac{\partial p_{i_2 i_3}}{\partial x_{i_1}}+\frac{\partial p_{i_1 i_3}}{\partial x_{i_2}}-\frac{\partial p_{i_1 i_2}}{\partial x_{i_3}}=0.$$

« Mediante le operazioni di quadratura indicate nella dimostrazione del teorema 1°) potremo determinare le P'_i, in modo che

$$(13)\qquad p_{is} = -\frac{\partial P'_s}{\partial x_i} + \frac{\partial P'_i}{\partial x_s}.$$

Se le funzioni arbitrarie che debbono introdursi si sceglieranno tali da soddisfare alla equazione $\Delta^2 = 0$, come debbono soddisfarvi per dato le $p_{i,s}$, otterremo le P'_i che verificheranno anche esse alle equazioni differenziali

$$(13')\qquad \Delta^2 P'_i = 0.$$

« Sostituendo nelle (11) avremo quindi

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_1^n \frac{\partial P'_s}{\partial x_s} = 0 \qquad (i = 1, 2 \dots n),$$

onde, essendo c una costante,

$$\sum_1^n{}_t \frac{\partial P'_s}{\partial x_s} = c$$

« Le (13) e (13') restano soddisfatte prendendo invece delle P'_s, le P_s date da

$$P_s = P'_s + a_s x_s$$

essendo le a_s delle costanti arbitrarie. Ora abbiamo

$$\sum_1^n \frac{\partial P_s}{\partial x_s} = c + \sum_1^n a_s.$$

« Basterà dunque scegliere le costanti a_s in modo che sia $\sum_1^n a_s = -c$, perchè si abbia

$$\sum_1^n{}_s \frac{\partial P_s}{\partial x_s} = 0.$$

« Pel teorema 1° potremo dunque prendere le M_{is} tali che

$$P_i = \sum_1^n{}_s \frac{\partial M_{is}}{\partial x_s}$$

e, come nel caso precedente, se sceglieremo le funzioni arbitrarie che è necessario introdurre, in modo che verifichino la condizione $\Delta^2 = 0$, otterremo le M che soddisfaranno questa equazione e quindi il problema propostoci sarà risoluto anche in questo caso.

Caso generale. — Per trattare la questione nel caso delle p con r indici supporremo di averla già risoluta nel caso delle p con $r-2$ indici, e mostreremo che la soluzione nel caso degli r indici si può far dipendere dall'altra. Essendo dunque già sciolto il problema nel caso di $r = 1$ e di $r = 2$, potremo ritenerlo risoluto nel caso generale.

« Partiamo dalle $p_{i_1 \dots i_r}$ ed eseguiamo su di esse le operazioni di quadratura indicate nella dimostrazione del teorema 1°) per trovare le $P_{i_1 \dots i_{r-1}}$ che soddisfano le equazioni

$$\sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_r}}{\partial x_{i_s}} = p_{i_1 \dots i_r}.$$

« Se al solito si sceglieranno le funzioni arbitrarie che man mano debbono introdursi in modo da verificare la equazione $\Delta^2 = 0$, come debbono soddisfarvi per dato le $p_{i_1 \dots i_r}$, otterremo le $P_{i_1 \dots i_{r-1}}$ che soddisfaranno anche esse alla stessa equazione differenziale.

« Poniamo

$$\sum_1^n \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{r-2} i}}{\partial x_{i_t}} = p'_{i_1 \dots i_{r-2}},$$

troveremo

$$\sum_1^n {}_t \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{r-3} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0$$

$$\sum_1^{r-1} {}_s (-1)^s \frac{\partial p'_{1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r-1}}}{\partial x_{i_s}} = (-1)^{r-s} \Delta^2 P_{i_1 \dots i_{r-1}} +$$

$$+ \sum_1^n \frac{\partial}{\partial x_{i_r}} \sum_1^r {}_t (-1)^t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{t-1} i_{t+1} \dots i_r}}{\partial x_{i_t}} = \sum_1^n {}_s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{r-1} i_s}}{\partial x_{i_s}} = 0.$$

Dunque, le p' essendo con $r-2$ indici, per l'ipotesi fatta avremo che potranno trovarsi le M', tali che

$$\Delta^2 M'_{i_1 \dots i_{r-2}} = 0$$

$$\sum_1^n {}_t \frac{\partial M'_{i_1 \dots i_{r-3} i_t}}{\partial x_{i_t}} = P'_{i_1 \dots i_{r-3}}, \qquad \sum_1^{r-2} {}_s (-1)^s \frac{\partial P'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r-2}}}{\partial x_{i_s}} = p'_{i_1 \dots i_{r-2}}.$$

« Poniamo

$$\sum_1^{r-1} {}_s (-1)^s \frac{\partial M'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r-1}}}{\partial x_{i_s}} = Q'_{i_1 \dots i_{r-1}},$$

resulterà

$$\sum_1^r (-1)^s \frac{\partial Q'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_r}}{\partial x_{i_s}} = 0 \qquad \sum_1^n {}_t \frac{\partial Q'_{i_1 \dots i_{r-2} i_t}}{\partial x_{i_t}} = p'_{i_1 \dots i_{r-2}},$$

onde, se

$$\pi_{i_1 \dots i_{r-1}} = P_{i_1 \dots i_{r-1}} - Q'_{i_1 \dots i_{r-1}},$$

avremo

$$(14) \qquad \sum_1^r {}_s (-1)^s \frac{\partial \pi_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_r}}{\partial x_{i_s}} = p_{i_1 \dots i_r}$$

$$(15) \qquad \sum_1^n {}_t \frac{\partial \pi_{i_1 \dots i_{r-2} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0.$$

« Pel corollario 1° potremo quindi, a cagione delle (15), determinare le $M_{i_1 \dots i_r}$, tali che soddisfino le equazioni

$$\sum_1^n {}_t \frac{\partial M_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = \pi_{i_1 \dots i_{r-1}}$$

e se le funzioni arbitrarie che dovremo man mano introdurre le sceglieremo in modo da verificare la condizione $\Delta^2 = 0$ otterremo le M che soddisfaranno questa equazione, e la questione propostaci sarà così risoluta.

« 7. I teoremi che abbiamo dimostrato, facendo dipendere le funzioni coniugate da funzioni ordinarie di n variabili, ci danno modo di interpretare le proprietà relative alle funzioni coniugate senza abbandonare le ordinarie funzioni.

« In una Nota, che spero di potere presentare prossimamente, mi propongo di esporre una estensione del teorema di Green ed alcune altre conseguenze dei risultati ora esposti ».

Botanica. — *Ricerche sulla fosforescenza del Pleurotus olearius* D. C. Memoria del Corrisp. G. Arcangeli.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Meccanica. — *Sui moti elicoidali dei fluidi.* Nota di G. Morera, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

« Nel fascicolo II dei « Rendiconti del R. Istituto lombardo » per quest'annata, il prof. Beltrami (1) ha chiamato l'attenzione dei meccanici sopra una classe di moti speciali dei fluidi, nei quali ogni particella ruota e scorre lungo la stessa retta, ossia, nei quali ad ogni istante le linee di flusso coincidono colle linee vorticali. Per distinguere questi moti il prof. Beltrami ha proposto la denominazione di « moti elicoidali », che noi qui adottiamo.

« Le componenti: u, v, w della velocità, nel punto di coordinate: x, y, z, sono funzioni, in generale, di: x, y, z e del tempo t.

« Riguardando t come una costante, qualunque sieno le dette funzioni, si può sempre porre:

$$udx + vdy + wdz = d\varphi + \lambda d\psi \,,$$

dove φ, ψ e λ indicano tre funzioni, cioè, si ha in generale:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda\frac{\partial\psi}{\partial x} \\ v &= \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \lambda\frac{\partial\psi}{\partial y} \\ w &= \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \lambda\frac{\partial\psi}{\partial z} \end{aligned}\right\}.$$

(1) Vedi la Nota intitolata: *Considerazioni idrodinamiche.*

« Di qui per le componenti: p, q, r della velocità angolare, colla quale ruota la particella fluida contigua al punto di coordinate: x, y, z, si hanno le espressioni:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(y, z)} \\ q &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial z}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(z, x)} \\ r &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \lambda}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(x, y)} \end{aligned}\right\}.$$

« Da queste formule segue facilmente [1] che le linee vorticali sono le intersezioni delle superficie dei due sistemi:

$$\lambda = \text{cost.}, \qquad \psi = \text{cost.};$$

mentre le linee, intersezioni dei due sistemi di superficie:

$$\varphi = \text{cost.}, \qquad \psi = \text{cost.},$$

sono dirette perpendicolarmente alle linee di flusso.

« Se il moto è elicoidale, nel senso indicato, dev'essere:

$$2\mu p = u, \quad 2\mu q = v, \quad 2\mu r = w,$$

dove μ indica una funzione delle coordinate e del tempo.

« E però allora avremo:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda\frac{\partial \psi}{\partial x} &= \mu\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(y, z)} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \lambda\frac{\partial \psi}{\partial y} &= \mu\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(z, x)} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \lambda\frac{\partial \psi}{\partial z} &= \mu\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(x, y)} \end{aligned}\right\} (a)$$

« Ricordando l'identità:

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(z, x)} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(x, y)} \equiv 0$$

e l'equazione fondamentale dell'idrodinamica:

$$\frac{d \log \varepsilon}{dt} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right),$$

[1] Basta ricordare che le equazioni differenziali della linea:

$$f \equiv f(x, y, z) = \text{cost.}, \quad g \equiv g(x, y, z) = \text{cost.}$$

sono:

$$\frac{dx}{\dfrac{\partial(f, g)}{\partial(y, z)}} = \frac{dy}{\dfrac{\partial(f, g)}{\partial(z, x)}} = \frac{dz}{\dfrac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)}}.$$

dove ε rappresenta la densità, si conclude tosto dalle equazioni precedenti:

$$\frac{d \log \varepsilon}{dt} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial x} & \frac{\partial \lambda}{\partial y} & \frac{\partial \lambda}{\partial z} \\ \frac{\partial \mu}{\partial x} & \frac{\partial \mu}{\partial y} & \frac{\partial \mu}{\partial z} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} & \frac{\partial \psi}{\partial y} & \frac{\partial \psi}{\partial z} \end{vmatrix}.$$

« Di qui scende subito che se il fluido, che si muove di moto elicoidale, è incompressibile μ dev'essere una funzione di λ, ψ, t, cioè:

$$\mu \equiv \mu(\lambda, \psi, t).$$

« Affinchè le relazioni (a) sieno soddisfatte le tre funzioni: λ, φ, ψ, che bastano a definire il moto del fluido, debbono soddisfare a due equazioni alle derivate parziali, le quali si ottengono eliminando μ fra le equazioni (a). L'eliminazione in discorso si effettua subito in modo simmetrico come segue. Si moltiplichino le (a) ordinatamente per: $\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}$ e si sommino membro a membro; di poi, si moltiplichino le stesse equazioni ordinatamente per: $\frac{\partial \lambda}{\partial x}, \frac{\partial \lambda}{\partial y}, \frac{\partial \lambda}{\partial z}$ e si sommino di nuovo; si ottengono così le due equazioni:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta(\varphi, \psi) + \lambda \Delta \psi = 0 \\ \Delta(\lambda, \varphi) + \lambda \Delta(\lambda, \psi) = 0 \end{array}\right\} (b)$$

dove col simbolo $\Delta \psi$ s'intende il primo parametro differenziale di ψ e col simbolo $\Delta(\psi, \psi)$ è designato il primo parametro differenziale misto di φ, ψ, cioè:

$$\Delta \psi \equiv \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2;$$

$$\Delta(\varphi, \psi) \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

« Queste equazioni presentano il vantaggio di contenere soltanto simboli di significato invariantivo, per rapporto alla forma differenziale quadratica, che dà il quadrato dell'elemento lineare; e però, nota la espressione di questo, esse possono essere subito formate in un sistema qualunque di coordinate curvilinee.

« Tra queste due equazioni si può immediatamente eliminare λ; basta ricavarne l'espressione dalla prima e sostituirla nella seconda. Si giunge in tal guisa ad una equazione alle derivate parziali del second'ordine, di tipo invariantivo, fra le funzioni φ e ψ, che reputiamo inutile di qui trascrivere.

« Adunque, noi possiamo assegnare ad arbitrio l'una delle funzioni φ, ψ e determinare l'altra come soluzione dell'equazione alle derivate parziali

anzi detta: allora la prima delle (b) ci somministra immediatamente la funzione λ. L'unica limitazione, imposta dalla natura della questione, alle funzioni φ e ψ è che esse abbiano le derivate prime monodrome, continue e finite in tutto il campo occupato dal fluido.

« Trovate tre funzioni: λ, φ, ψ, soddisfacenti alle (b), le (a) dànno subito μ: per esempio, moltiplicandole ordinatamente per: $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ e sommandole menbro a menbro, esse conducono all'equazione:

$$\mu \begin{vmatrix} \frac{\partial\lambda}{\partial x} & \frac{\partial\lambda}{\partial y} & \frac{\partial\lambda}{\partial z} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial x} & \frac{\partial\varphi}{\partial y} & \frac{\partial\varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial\psi}{\partial x} & \frac{\partial\psi}{\partial y} & \frac{\partial\psi}{\partial z} \end{vmatrix} = -(\varDelta\varphi + \lambda\varDelta(\varphi, \psi)),$$

dalla quale si ha immediatamente μ. Anche quest'ultima equazione è in fondo di tipo invariantivo; giacchè il determinante funzionale delle tre funzioni diviso per la radice quadrata del discriminante, del quadrato dell'elemento lineare, è un invariante assoluto, il quale si riduce semplicemente al determinante funzionale, quando le coordinate sieno le ordinarie, cioè le cartesiane ortogonali.

« In un moto elicoidale le linee di flusso, coincidendo colle vorticali, sono le intersezioni dei due sistemi di superficie:

$$\lambda = \text{cost.}, \qquad \psi = \text{cost.}\ .$$

« In base a quanto sopra abbiamo notato affatto in generale, le superficie: $\psi = \text{cost.}$ son qui tagliate dalle superficie: $\varphi = \text{cost.}$ lungo le traiettorie ortogonali alle linee di flusso, che sovr'esse tracciano le superficie: $\lambda = \text{cost.}$

« Possiamo agevolmente verificare a posteriori che così avviene di fatto. In vero, la condizione di ortogonabilità dei due anzi detti sistemi di linee è:

$$\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(y, z)} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(z, x)} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(z, x)} + \frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(x, y)} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(x, y)} = 0.$$

« Ma ricorrendo ad un notissimo teorema, concernente il prodotto di due matrici, si ha l'identità:

$$\frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(y, z)} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(z, x)} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(z, x)} + \frac{\partial(\lambda, \psi)}{\partial(x, y)} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} \varDelta(\lambda, \varphi) & \varDelta(\lambda, \psi) \\ \varDelta(\psi, \varphi) & \varDelta\psi \end{vmatrix}$$

e però la condizione di ortogonalità, sovra scritta, è una immediata conseguenza delle (b).

« Prima di occuparci di soluzioni particolari delle (b) sarà bene aggiungere un'altra osservazione generale.

« Consideriamo una superficie di flusso, cioè, il luogo di una successione continua di linee di flusso. Designamo col simbolo n la normale alla superficie e con σ una porzione qualunque di essa, limitata dal contorno s. Allora dalla ben nota formula:

$$\int_\sigma \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cos(nx) + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cos(ny) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cos(nz) \right\} d\sigma = \int_s (udx + vdy + wdz)$$

trattandosi di moti elicoidali segue ovviamente:

$$\int_s (udx + vdy + wdz) = 0 \quad [1].$$

« Supponiamo che la superficie di flusso sia una superficie tubolare, cioè, il luogo di tutte le linee di flusso, che passano per una linea chiusa. Prendiamo una porzione σ di tubo limitata, tra due superficie qualunque, che tagliano tutte le linee di flusso della superficie tubolare e diciamo s e s' gli orli di questa porzione. Applicando il lemma ricordato, si ha qui:

$$\int_s (udx + vdy + wdz) = \int_{s'} (udx + vdy + wdz)\,,$$

dove le linee rientranti s e s' s'intendono percorse nello stesso verso. Da questa formula segue subito che « generalmente parlando, su una superficie tubolare di flusso le traiettorie ortogonali alle linee di flusso non possono essere linee chiuse ». Infatti, se la s' fosse una linea che taglia ad angolo retto tutte le linee di flusso, lungo di essa sarebbe:

$$u \frac{dx}{ds'} + v \frac{dy}{ds'} + n \frac{dz}{ds'} = 0$$

e però anche lungo qualsivoglia linea chiusa s, circondante il tubo, sarebbe:

$$\int_s (udx + vdy + wdz) = 0\,;$$

ossia, l'espressione: $udx + vdx + wdz$ riuscirebbe un differenziale esatto, circostanza che esclude l'esistenza della rotazione delle particelle fluide. E però, sulle superficie tubolari di flusso, almeno in generale, le linee di flusso non possono ammettere traiettorie ortogonali chiuse.

[1] Si noti che:

$$p\cos(nx) + q\cos(ny) + r\cos(nz) \equiv \frac{1}{2\mu}\Big[u\cos(nx) + v\cos(ny) + w\cos(nz)\Big] = 0\,.$$

« È facile, in base alle equazioni (b), trovare estese classi di moti elicoidali, oltre quelle indicate dal prof. Beltrami nella nota ricordata. Ci limiteremo ad indicarne una abbastanza semplice.

« Facciamo uso di un sistema di coordinate cilindriche: ϱ, θ, z.

« Il quadrato dell'elemento lineare è qui:

$$d\varrho^2 + \varrho^2 d\theta^2 + dz^2 ;$$

quindi il suo discriminante è uguale a ϱ^2, e si ha immediatamente:

$$\Delta(\varphi, \psi) = \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\frac{\partial\psi}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial\psi}{\partial z} .$$

« Assumiamo: $\psi = \theta$, allora la prima delle (b) ci dà subito:

$$\lambda = -\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} ,$$

e la seconda, sostituendovi per λ, ψ le espressioni precedenti, diviene:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\varrho\,\partial\theta} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta\,\partial z} = 0$$

ossia:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\} = 0 .$$

« Non è difficile trovare soluzioni particolari di questa equazione: anzi un procedimento per formarne, quante se ne vogliono, è stato esposto dal prof. Beltrami nella nota citata. Una soluzione, che offre un certo grado di generalità, è la seguente.

« Si assumano due funzioni arbitrarie: $\mathrm{R}(\varrho)$ e $\mathrm{Z}(z)$ dei rispettivi argomenti ϱ e z (s'intende, il tempo vi può anche figurare); e due altre funzioni arbitrarie: $\Theta(\theta)$ e $\Theta_1(\theta)$ della sola θ; allora la funzione:

$$\varphi = \int\sqrt{\mathrm{R}(\varrho) + \Theta(\theta)}\,.\,d\varrho + \int\sqrt{\mathrm{Z}(z) - \Theta(\theta)}\,dz + \Theta_1(\theta)$$

soddisfa alla nostra equazione alle derivate parziali, giacchè per tal funzione si ha manifestamente:

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 = \mathrm{R}(\varrho) + \mathrm{Z}(z) .$$

« Adottando la soluzione precedente, si ha subito:

$$\lambda = -\frac{1}{2}\Theta'(\theta)\left\{\int\frac{d\varrho}{\sqrt{\mathrm{R}(\varrho) + \Theta(\theta)}} - \int\frac{dz}{\sqrt{\mathrm{Z}(z) - \Theta(\theta)}}\right\} - \Theta'_1(\theta) ,$$

e questa relazione, ritenendovi λ e θ costanti, dà le equazioni delle linee di flusso nei piani meridiani (in coordinate ortogonali: ϱ e z).

« In generale, trovata una qualsivoglia funzione φ soddisfacente alla nostra equazione alle derivate parziali, si ha:

$$u dx + v dy + w dz = d\varphi - \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} d\theta = \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho} d\varrho + \frac{\partial\varphi}{\partial z} dz ,$$

e per conseguenza:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} \cos \theta \,; \qquad v = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} \operatorname{sen} \theta \,; \qquad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \,.$$

« Dunque le linee di flusso sono contenute nei piani meridiani: $\theta = \text{cost.}$, e le componenti radiale ed assiale della velocità sono rispettivamente: $\frac{\partial \varphi}{\partial \varrho}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}$.

« Prendendo per φ la funzione precedentemente indicata, si ha:

$$\left.\begin{aligned} u &= \sqrt{R(\varrho) + \Theta(\theta)} \,.\, \cos \theta \\ v &= \sqrt{R(\varrho) + \Theta(\theta)} \,.\, \operatorname{sen} \theta \\ w &= \sqrt{Z(z) - \Theta(\theta)} \end{aligned}\right\} ,$$

formule che definiscono una categoria estesa di moti elicoidali.

« Si verifica facilmente che si ha qui:

$$\frac{\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}}{u} = \frac{\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}}{v} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}}{w} = - \frac{\Theta'(\theta)}{2\varrho \sqrt{R(\varrho) + \Theta(\theta)} \sqrt{Z(z) - \Theta(\theta)}} \,.\text{ »}$$

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

T. Costa. *Sulle correlazioni tra il potere rifrangente e il potere dispersivo dei derivati aromatici a catene laterali sature.* Presentata dal Socio Cannizzaro.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Schupfer, che funziona da Segretario in assenza del Socio Ferri, presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Socî:

M. Amari. *Ad rerum italicarum scriptores Cl. Muratorii, T. I, p. 2ª. Additamenta, quae sub titulo Bibliothecae arabico-siculae collegit atque italice transtulit Michael Amari. — Appendix.*

E. Lovatelli. *Antichi monumenti illustrati. — Thanatos. — La festa delle rose. — Tramonto romano.*

A. Scacchi. *Cenno istorico del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli.— Catalogo dei minerali e delle rocce vesuviane per servire alla storia del Vesuvio ed al commercio dei suoi prodotti. — Sulle ossa fossili trovate nel tufo dei vulcani fluoriferi della Campania.*

A. D'Ancona. *Poemetti popolari italiani.*

Á. Kanitz. *Magyar Növénytani Lapok.* XII Évfoliam.

R. von Jehring. *Der Besitzwille.*
E. Levasseur. *Les Alpes et les grandes ascensions.*
F. Bücheler. *Oskische Funde.*

Lo stesso Socio Schupfer presenta inoltre il vol. 4° dei *Discorsi parlamentari di Q. Sella;* il vol. 4° delle *Inscriptiones christianae* pubblicate dal prof. G. B. De Rossi, dono del Ministero della pubblica istruzione; il vol. 4° del *Regesto di Farfa*, pubblicato per cura dei signori I. Giorgi e U. Balzani; e finalmente varie pubblicazioni dei signori F. Ambrosi, C. Antona-Traversi, V. Forcella, e U. Chevalier, il cui elenco sarà pubblicato nel Bollettino bibliografico.

Il Socio Tabarrini fa omaggio di un volume pubblicato dall'Istituto storico italiano, contenente la: *Historia Johannis de Cermenate, notarii mediolanensis*, e di un libro del sig. M. Besso: *Roma nei proverbi e nei modi di dire.*

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Fiorelli presenta, a nome del sig. Fouqué membro dell'Istituto di Francia, un saggio del colore azzurro egiziano che gli antichi adoperavano nelle loro pitture, e che il sig. Fouqué annunzia di aver ottenuto più puro ma con processo analogo a quello anticamente usato.

Il Socio Schupfer dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Società zoologica di Amsterdam; la Società filosofica americana di Filadelfia; la Società di scienze naturali di Emden; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Osnabrück; la Società Reale di Edimburgo; la Società filosofica di Birmingam; il Museo di storia naturale di Bruxelles; il Museo di Bergen; l'Università di California; l'Osservatorio di Parigi; l'Osservatorio meteorologico di Vienna; l'Istituto meteorologico di Bucarest; il Comitato geologico di Pietroburgo.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Le Università di Cristiania e di Bonn.

F. S.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 maggio 1889.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Botanica. — *Contribuzione alla flora delle Galapagos.* Nota del Socio T. Caruel.

« Le isole Galapagos, situate nel Pacifico sotto l'equatore a 150 leghe dalla costa americana, hanno avuto il loro assetto naturale disturbato ben poco dall'azione dell'uomo. Sono isole deserte, di rado visitate da navi, e dove i tentativi d'impiantarvi colonie non hanno avuto seguito.

« La flora ne è stata esplorata da pochi naturalisti: principalissimi C. Darwin, che vi si trattenne alcune settimane del 1835, e N. J. Andersson, botanico svedese, che nel 1852 vi potè approdare pochi giorni soltanto. Le raccolte di Darwin e di altri esploratori furono usufruite da J. D. Hooker, che nel 1847 pubblicò nei « Transactions of the Linnnean society » i due scritti: *An enumeration of the plants of the Galapagos Archipelago*, e *On the vegetation of the Galapagos Archipelago*. Andersson fece noti egli stesso i risultati delle sue ricerche pubblicando negli Atti dell'Accademia di Stocolma del 1857 lo scritto: *Om Galapagos-öarnes vegetation* [1]; al quale fece

[1] Tradotto in tedesco nella Linnaea 1861-62 sotto il titolo: *Ueber die Vegetation der Galapagos Inseln.*

seguito nel 1861 una *Enumeratio plantarum in insulis Galapagensibus hucusque observatarum*, ultimo documento che si abbia su quella flora.

« L'anno 1884 la corvetta italiana *Vettor Pisani*, facendo il giro del globo visitò le Galapagos, dal 21 al 31 marzo. Il tenente G. Chierchia, incaricato delle raccolte di storia naturale, abbenchè fosse più occupato a ricercare animali e specialmente marini, non trascurò di far raccogliere piante nelle due isole Chatham e Floriana. Al ritorno furono affidate al prof. Passerini di Parma per studiarsi; e da questi passate a me.

« Sono in numero di 56, che vanno ridotte a 51 a causa dei duplicati. Lo stato imperfetto di parecchie (11) ne ha impedita la completa determinazione; ma ciò nonostante la raccolta è riuscita altamente pregevole per i nuovi dati che somministra, come risulterà da una breve analisi.

« Delle 40 specie determinate, più della metà e precisamente 22 non erano peranco state trovate nelle isole; e di esse 2, un *Cyperus* e un *Polygonum*, sono assolute novità. Vi si può aggiungere buona parte delle piante indeterminate, non riferibili a specie già note delle Galapagos. Cosicchè la flora, che dall'ultimo censimento di Andersson n'era stata portata a 392, da 239 ch'era in quello di Hooker, ora va innalzata a 414—425 forme specifiche.

« Delle 18 specie già note, 11 sono state trovate in una località nuova, l'isola di Chatham, che per l'innanzi erano state raccolte in altre isole, e principalmente nell'isola Floriana.

« Fra le molte importanti considerazioni svolte e da Hooker e da Andersson intorno alla flora delle Galapagos, su tre hanno particolarmente insistito: 1° il carattere essenzialmente americano della flora; 2° la enorme proporzione di piante endemiche, costituenti una metà del numero totale; 3° la localizzazione delle piante, la più parte in un'isola sola, poche in due, pochissime estese a un maggior numero.

« Il primo punto è pienamente confermato dalle raccolte della *Vettor Pisani*. Le specie aggiunte sono tutte o dell'America soltanto, o sono di quelle largamente sparse per tutti i paesi tropicali e subtropicali. Una sola, il *Paspalum scrobiculatum*, era nota fino adesso del Vecchio Mondo soltanto.

« Il secondo punto, concernente la prevalenza delle piante endemiche, pare invece che venga alquanto infirmato; poichè su 22 specie aggiunte, non più di due sono assolutamente nuove e proprie di quell'isole. È ben vero che delle altre certune, come *Vitis vinifera*, o *Plantago major*, sono di evidente introduzione per opera dell'uomo; onde il sospetto che altre ancora abbiano la medesima origine, abbenchè il tenente Chierchia mi abbia assicurato che tutte fossero allo stato salvatico, avvertendo però che furono prese nelle macchie a' lati di viottoli che conducevano alla colonia di Chatham ed al posto dell'antica colonia di Floriana.

« Il terzo punto poi, concernente la localizzazione, mi pare molto invalidato. Delle 18 specie già note, 7 passano per le raccolte della *Vettor Pisani*

dalla categoria di quelle di un'isola sola, all'altra di due isole; e 4 da quella di due isole all'altra di tre isole. E la cosa non recherà meraviglia, qualora si ripensi alla scarsezza e brevità delle esplorazioni eseguite; mentre bisognerebbe che fossero e ripetute e prolungate per meglio chiarire la questione.

« Segue l'elenco delle piante che hanno somministrato i materiali del presente lavoro. Sono disposte sistematicamente. Le già notate nei lavori di Hooker e di Andersson sono seguite dall'indicazione del numero che portano in quelli. Vien poi il nome dell'isola in cui ciascuna è stata raccolta; e se nel relativo cartellino v'è qualche altra notizia, questa è trascritta fra parentesi. Poi è indicato lo stato del campione. In fine, per le novità, n'è data la distribuzione geografica.

PHANEROGAMAE

Monocotyledones.

Lirianthae.

Labelliflorae.

COMMELINACEA ?

1\. . . . . . Floriana. (Fiori di color bianco). — Sterile, a quanto pare.

Glumiflorae.

POACEAE.

2\. Paspalum scrobiculatum *Linn.* — Chatham. — Fiorito. — Abita i paesi tropicali del Vecchio Mondo.

3\. Panicum fuscum *Sw.*, *And. n. 60.* — Floriana. — Fiorito.

4\. Panicum molle *Sw.* — Chatham. — Fiorito. — Abita l'America tropicale a nord dell'equatore.

5\. Panicum ? — Chatham. — Sterile.

6\. Oplismenus. — Chatham. — Sterile.

7\. Sporobolus indicus *R. Br.*, *And. n. 77.* — Chatham. — Fiorito.

8\. Dactyloctenium aegyptiacum *Willd.* — Chatham. — Fiorito. — Abita tutti i paesi tropicali e subtropicali.

9\. Eleusine indica *Gaertn.*, *And. n. 81.* — Chatham. — Sterile.

CYPERACEAE.

10\. Cyperus galapagensis *sp. n.* ut videtur perennis, foliis caespitosis $\frac{1}{2}$ m. longis lineari - attenuatis inferne 1 centim. latis planis strictis margine et carina scabris, scapo ut videtur elato triquetro laevi, involucro 11 - phyllo foliis exterioribus magnis anthelam longe superantibus, anthela magna multiradiata, radiis

longis inaequalibus, maioribus longo tractu nudis superne paniculatis, vaginis 2 - cuspidatis, spiculis patentissimis 6—8 millim. longis 4—6 - floris flavis, glumis ovatis obtusiusculis fortiter multinervatis, stylo 3 - partito basi piloso. — Chatham. — Fiorito.

Mi sono azzardato a dare questa specie come nuova, perchè avendola sottoposta all'esame dei botanici di Kew, non l'hanno trovata in quell'erbario. È del gruppo dei *Cyperus strigosus, C. insignis, C. densiflorus* ecc.

11. Heleocharis fistulosa *Schult.* — Chatham. — Fruttificata. — Abita tutti i paesi tropicali.

Dicotyledones.

Dichlamydanthae.

Corolliflorae.

BIGNONIACEA ?

12. Tecoma ? — Chatham. — Sterile.

SCROFULARIACEA.

13. Scoparia dulcis *Linn.*, *Hook. n. 127*, *And. n. 262.* — Chatham. — Fruttificata.

SOLANACEAE.

14. Solanum Berterii *Hort. Par. 1835!* (*ex herb. Webb*). — Chatham. — Fruttificato. — Questa specie, posta nel *Prodromus* fra quelle note solamente per nome, e data del Cile, è vicinissima al *S. nigrum.*

15. Nicotiana Tabacum *Linn.* — Floriana. — Fruttificata. — Ritenuta della Sud-America, è coltivata in tutte le contrade calde e temperate.

HELIOTROPIACEAE.

16. Tournefortia syringaefolia *Vahl*, *And. n. 227.* — Chatham. — Sterile.

17. Tournefortia hirsutissima *Linn.* — Chatham. — Fruttificata. — Abita l'America tropicale.

18. Tournefortia? — Chatham. — Sterile. — Somiglia alla precedente, ma è glabra.

VERBENACEAE.

19. Stachytarpheta dichotoma *Vahl.* — Floriana. — Fiorita e fruttificata. — Abita l'America tropicale.

20. Clerodendron molle *Humb. Bonpl. Kunth*, *Hook. n. 109*, *And. n. 213.* — Chatham. — Fiorito.

LAMIACEA.

21. . . . . . Chatham. — Sterile.

Asteriflorae.

RUBIACEA?

22. . . . . . Chatham. — Sterile.

ASTERACEAE.

23. Coelestinia latifolia *Benth.*, *And. n. 142.* — Chatham. — Sterile.
24. Eclipta erecta *Linn.* — Chatham. — Fruttificata. — Abita i paesi caldi di tutto il globo.
25. Macraea laricifolia *Hook. n. 159.*, *And. n. 166!* — Chatham. — Sterile.
26. Bidens leucantha *Willd.*, *And. n. 169.* — Chatham. — Fiorita e fruttificata.
27. Tagetes erecta *Linn.* — Chatham. — Fiorita. — Del Messico, coltivata ovunque.

Umbelliflora.

APIACEA.

28. Hydrocotyle repanda *Pers.* — Chatham. — Sterile. — Abita gli Stati-uniti meridionali e le Antille.

Celastriflora.

VITACEA.

29. Vitis vinifera *Linn.* — Floriana. — Sterile. — Oriunda del Vecchio Mondo.

Primuliflora.

PLUMBAGINACEA.

30. Plumbago scandens *Linn.*, *Hook. n. 104, And. n. 136.* — Floriana. — Fiorita.

Rutiflorae.

SAPINDACEA.

31. Cardiospermum molle *Humb. Kunth*, *Hook. n. 228*, *And. n. 310.* — Chatham. — In boccio.

DIANTHACEA.

32. Drymaria glaberrima *Bartl.*, *Hook. n. 234, And. n. 296.* — Chatham. — Fiorita.

Rosiflorae.

MIMOSACEA.

33. Acacia. — Floriana. — Sterile.

CESALPINIACEAE.

34. Poinciana pulcherrima *Linn.*, *Hook.*, *And. n. 381.* — Chatham. — Fiorita.

35. Cassia occidentalis *Linn.*, *And. n. 383.* — Chatham. — Fruttificata.

PHASEOLACEAE.

36. Desmodium incanum *Cand.* — Chatham. — Fruttificata. — Abita le Antille.

37. Desmodium incanum var. ? — Chatham. — Sterile. — Differisce dalla pianta che sopra per le foglioline ovato - lanciolate.

Lythriflora.

LYTHRACEA.

38. Cuphea patula *St. Hil.* — Chatham. — Fiorita. — Abita il Brasile.

Monochlamydanthae.

Daphniflora.

RHAMNACEA ?

39. . . . . . Floriana. — Sterile. — Arbusto spinoso, dell'aspetto di una *Sageretia.*

Raniflora.

MENISPERMACEA.

40. Cissampelos Pareira *Linn.*, *Hook. n. 239*, *And. n. 271.* — Floriana. — In boccio.

Involucriflorae.

PLANTAGINACEA.

41. Plantago maior *Linn.* — Chatham. — Fruttificata. — Del Vecchio Mondo, pedisequa dell'uomo.

POLYGONACEA.

42. Polygonum (Amblygonon ?) galapagense *sp. n.* caule longe procumbente radicante ascendente crasso striato nodis inflatis approximatis, foliis late lanceolatis 1 decim. circiter longis 3—4 centim. latis acutatis utrinque pilis rufescentibus pubescenti - hirsutis, ochreis amplis scariosis cupreis longe dissite ciliatis, racemis in ramulis axillaribus binis ternis longe pedunculatis tenuibus, e glomerulis approximatis multifloris.... — Chatham. — Passato di fiore e di frutto.

I botanici di Kew, ai quali avevo inviata la pianta, avendomi avvisato ch'è nell'erbario colà quale *Polygonum n. sp.*, io mi sono azzardato a nominarla, e descriverla per quanto lo permettesse lo stato del saggio, essendo specie ben distinta dalle affini.

AMARANTACEA.

43. Telanthera frutescens *Moq.!* — Chatham. — Fiorita. — Abita la Sud-America occidentale.

Dimorphanthae.

Euphorbiflorae.

EUPHORBIACEAE.

44. Croton flavens var. — Chatham. — Fiorito. — La specie abita le Antille.
45. Croton. — Chatham. — Sterile.
46. Manihot utilissima *Pohl.* — Chatham. — Sterile. — Diffusa e coltivata per tutti i paesi tropicali.
47. Phyllanthus carolinensis *Walt.* — Phyllanthus obovatus *Hook. n. 77*, *And. n. 330.* — Chatham. — Fiorito e fruttificato.

PROTHALLOGAMAE

Filicariae.

POLYPODIACEAE.

48. Blechnum occidentale *Sw.*, *Hook. n. 31*, *And. n. 42.* — Chatham. — Sporificato.
49. Gymnogramne tartarea *Desv.* — Chatham. — Sporificata. — Abita l'America tropicale.
50. Polypodium pectinatum *Linn.* — Chatham. — Sterile. — Abita l'America tropicale.
51. Nephrodium unitum *R. Br.* — Chatham. — Sporificato. — Abita tutta la zona tropicale e subtropicale ».

Storia della navigazione. — *La Ragione del Martilogio, ossia il metodo adoperato dai Navigatori del secolo XV per calcolare i loro viaggi sul mare.* Memoria del Socio G. Govi.

« Il Socio Govi legge una sua Memoria intitolata: *La Ragione del Martilogio*, ossia il metodo adoperato dai Navigatori del secolo XV per calcolare i loro viaggi sul mare. Questo scritto, che sarà stampato nel volume delle *Memorie Accademiche*, riproduce quel

poco che ne rimane del metodo chiamato *Martilogio*, o *Martelojo* (in dialetto Veneziano) dai Navigatori del XIV e del XV secolo, indagandone l'origine probabile e derivandone il nome dal vocabolo corrotto: *Martilogium*, usato nell' Evo medio per indicare il *Martyrologium*, un Registro, un Elenco, un Calendario, e forse, per analogia, ogni tavola composta di parole e di numeri. Ritenendo poi che le cifre notate nelle *Tavolette* del *Martilogio* siano state dedotte da costruzioni grafiche piuttostochè da calcoli, l'autore mostra come la soluzione dei varî problemi Nautici ottenuta col *Martilogio*, dipendesse non già dalle dottrine della Trigonometria, troppo imperfetta ancora e troppo poco nota in quel tempo, ma da sole relazioni Geometriche di proporzionalità, facili a intendersi anche dai meno istruiti. Egli adduce infine alcune prove per dimostrare, che la divisione decimale delle lunghezze, ossia l'uso delle frazioni decimali, e quindi l'espressione delle funzioni trigonometriche in decimali del *Raggio*, si può far risalire almeno al cominciare del secolo XIV, ossia al primo apparire della *Raxon del Martelojo* ».

Questo lavoro sarà pubblicato nei Volumi delle Memorie.

Mineralogia. — *Ematite di Stromboli.* Memoria del Socio G. Struever.

Questo lavoro sarà pubblicato nei Volumi delle Memorie.

Meccanica. — *Sulle forze atte a produrre eguali spostamenti.* Nota del Corrispondente F. Siacci.

« Un punto o un sistema di punti può passare per una stessa successione di luoghi sotto l'azione di diversi sistemi di forze, se si prescinde dal tempo. Le relazioni che passano tra tali sistemi di forze si stabiliscono assai facilmente, e mi paiono degne di nota pei teoremi che se ne possono dedurre immediatamente. Uno di essi contiene come caso particolare quello dato da Ossian Bonnet nella Nota IV al secondo volume della Meccanica Analitica (edizione Bertrand) anche coll'estensione datagli nel 1883 dal prof. Ernesto Padova [1].

§ 1.

« Diremo col Padova omologhi due sistemi quando le loro posizioni sono determinate dallo stesso numero di coordinate indipendenti $q_1 q_2 \dots q_n$, e le loro forze vive hanno la stessa espressione. Diremo anche *traiettoria* di un

[1] *Un teorema di Meccanica* di Ernesto Padova (Atti del Reale Istituto Veneto, 21 maggio 1883).

sistema l'insieme delle posizioni compatibili con $n-1$ equazioni tra le n coordinate, e *direzione* di un sistema l'insieme degli n incrementi subiti dalle n coordinate, quando il sistema passa ad una posizione infinitamente vicina.

« Siano s ed S_k due sistemi omologhi che descrivano la stessa traiettoria; $q_1 q_2 \dots q_n$ le coordinate che determinano una posizione comune ad entrambi; T e T_k le loro forze vive in quella posizione.

« Siccome il tempo che impiegano le coordinate $q_1 q_2 \dots q_n$ per assumere gl'incrementi $dq_1 dq_2 \dots dq_n$ non è il medesimo pei due sistemi, se pel primo è dt pel secondo potrà essere indicato con $dt:\tau_k$. Onde, se i vincoli sono indipendenti dal tempo, si avrà

$$T_k = \tau_k^2 T ;$$

e se le equazioni del moto del primo sistema sono

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial q'_r} - \frac{\partial T}{\partial q_r} = Q_r , \quad (r = 1, 2 \dots n) ,$$

quelle del secondo saranno

$$\frac{\tau_k d}{dt} \cdot \tau_k \frac{dT}{\partial q'_r} - \tau_k^2 \frac{\partial T}{\partial q_r} = Q_{rk}$$

ossia

$$\tau_k^2 \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial q'_r} - \frac{\partial T}{\partial q_r} \right) + \frac{\tau_k \, d\tau_k}{dt} \frac{\partial T}{\partial q'_r} = Q_{rk} ;$$

onde tra Q_r e Q_{rk} risulta la relazione

$$Q_{rk} = \tau_k^2 Q_r + \frac{\tau_k \, d\tau_k}{dt} \frac{\partial T}{\partial q'_r} ;$$

e le n equazioni rappresentate da questa equivalgono a

$$(1) \qquad \delta U_k = \tau_k^2 \delta U + \frac{\tau_k \, d\tau_k}{dt} \delta V ,$$

avendo posto per compendio

$$\delta U_k = \Sigma_r Q_{rk} \delta q_r , \quad \delta U = \Sigma_r Q_r \delta q_r , \quad \delta V = \Sigma_r \frac{\partial T}{\partial q'_r} \delta q_r .$$

« Notiamo di passaggio che se nel moto del sistema s si verifica l'equazione delle forze vive, cioè

$$T - U = h ,$$

nel sistema S_k si verificherà anche

$$T_k - U_k = \text{costante}.$$

Infatti se nella (1) mutiamo δ in d, avremo $dV = 2T\,dt = 2(U + h)\,dt$, e la (1) integrata dà $U_k = (U + h)\tau^2_k + \text{costante}$; onde sottraendo questa da $T_k = \tau^2_k T$ viene l'equazione enunciata. Devesi però avvertire, che l'equazione $\frac{\partial U_k}{\partial q_r} = Q_{rk}$ non si verifica in generale; perchè si verifichi, τ_k può bensì avere un valore qualunque, ma la sua espressione in funzione delle q deve avere una forma, che sarà determinata in una prossima Nota.

§ 2.

« Dalla (1) discende immediatamente questo teorema:

« Siano $s_1 s_2 \dots s_m$ m sistemi omologhi, i quali partendo da una comune posizione iniziale, descrivano la stessa traiettoria; e quando passano per una posizione comune qualsivoglia, siano $T_1 T_2 \dots T_m$ le espressioni delle loro forze vive, $\delta U_1, \delta U_2, \dots, \delta U_m$ i momenti virtuali delle forze. Quando sopra un altro sistema S omologo agisca il momento virtuale

$$\lambda_1 \delta U_1 + \lambda_1 \delta U_2 + \dots + \lambda_m \delta U_m ,$$

esso percorrerà la stessa traiettoria, se le forze saranno indipendenti dal tempo, se si verificherà

$$T_1 d\lambda_1 + T_2 d\lambda_2 + \dots T_m d\lambda_m = 0 ,$$

e se nella posizione iniziale, la direzione essendo eguale a quella degli altri sistemi, la sua forza viva sarà

$$T_1 \lambda_1 + T_2 \lambda_2 + \dots T_m \lambda_m .$$

« Gli m sistemi $s_1, s_2, \dots, s_m$, si potranno infatti considerare come omologhi ad un altro sistema s, che percorra la medesima traiettoria, e per ciascuno di essi varrà l'equazione (1), mettendo successivamente $k = 1, 2 \dots m$. Ora sommando le (1) moltiplicate rispettivamente per λ_k si ha

$$\Sigma_k \lambda_k \delta U_k = \delta U \Sigma_k \lambda_k \tau_k^2 + \delta V \Sigma_k \lambda_k \tau_k \frac{d\tau_k}{dt} .$$

Ma se le λ_k soddisfano alla condizione

$$\Sigma_k T_k d\lambda_k = 0 , \qquad \text{ossia} \qquad \Sigma_k \tau_k^2 d\lambda_k = 0 ,$$

allora ponendo

$$\Sigma_k \tau_k^2 \lambda_k = \tau^2$$

si avrà

$$\Sigma \lambda_k \delta U_k = \tau^2 \delta U + \frac{\tau\, d\tau}{dt} \delta V .$$

E questa equazione rappresenta appunto la condizione necessaria perchè un sistema omologo ad s, e per conseguenza ad $s_1 s_2 \dots s_m$, sotto l'azione del momento $\Sigma_k \lambda_k \delta U_k$ percorra la medesima traiettoria. Ma a questa condizione bisognerà aggiungere le condizioni iniziali, le quali sono che il sistema S parta dalla posizione iniziale comune agli altri sistemi, e in quella posizione i valori delle derivate di q rispetto al tempo siano

$$\frac{\tau\, dq_1}{dt} , \frac{\tau\, dq_2}{dt} , \dots \frac{\tau\, dq_n}{dt} ;$$

vale a dire, che S abbia la stessa direzione iniziale degli altri, ed una forza viva rappresentata da

$$\tau^2 T = \Sigma_k \lambda_k T_k .$$

« Il teorema citato del prof. Padova, che contiene come caso particolare quello di Ossian Bonnet, corrisponde al caso

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 1 .$$

« *Es.* Si sa che un punto può percorrere un'ellisse, attratto dall'uno o dall'altro foco in ragione inversa dei quadrati delle distanze, r_1 e r_2. Nei due casi le forze vive sono

$$T_1 = \frac{\mu_1}{r_1} - \frac{\mu_1}{2a} \quad , \quad T_2 = \frac{\mu_2}{r_2} - \frac{\mu_2}{2a}$$

ossia

$$T_1 = \frac{\mu_1 r_1 r_2}{2a r_1^2} \quad , \quad T_2 = \frac{\mu_2 r_2 r_1}{2a r_2^2} .$$

« Poniamo

$$\lambda_1 = \mu_2 r_1^3 \quad , \quad \lambda_2 = \mu_1 r_2^3 :$$

si avrà

$$T_1 \, d\lambda_1 + T_2 \, d\lambda_2 = 0 , \tag{2}$$

e le forze attrattive divengono

$$\mu_2 \mu_1 r_1 \quad , \quad \mu_1 \mu_2 r_2 ,$$

che hanno per risultante $2\mu_1 \mu_2 R$ che passa per il centro ed è proporzionale alla distanza R. E la forza viva sarà $T_1 \lambda_1 + T_2 \lambda_2 = \mu r_1 r_2$.

« I valori più generali che soddisfano alla (2) sono (posto $r_2 - r_1 = z$)

$$\lambda_1 = \mu_2 r_1^3 \left(\tau^2 + \frac{\tau \, d\tau}{dz} r_2\right) \quad , \quad \lambda_2 = \mu_1 r_2^3 \left(\tau^2 - \frac{\tau \, d\tau}{dz} r_1\right) ,$$

quindi le forze che producono il moto per una ellisse si decompongono in due

$$\mu_1 \mu_2 r_1 \left(\tau^2 + \frac{\tau \, d\tau}{dz} r_2\right) \quad , \quad \mu_1 \mu_2 r_2 \left(\tau^2 - \frac{\tau \, d\tau}{dz} r_1\right)$$

e la forza viva in ogni punto è

$$\mu_1 \mu_2 r_1 r_2 \tau^2 .$$

Ponendo $\tau = \frac{1}{P}$, dove P è una funzione lineare qualunque di x e di y, la forza risultante passa per un punto fisso, che è il polo, rispetto all'ellisse, della retta $P = 0$.

§ 3.

« Per il moto di un corpo rigido intorno a un punto sono più comuni le equazioni di Eulero

$$\left\{ \begin{aligned} & A \frac{dp}{dt} + (C - B) \, qr = L , \\ & B \frac{dq}{dt} + (A - C) \, rp = M , \\ & C \frac{dr}{dt} + (B - A) \, pq = N . \end{aligned} \right. \tag{3}$$

« Per un sistema omologo, che percorra la stessa traiettoria, porremo $dt' = dt : \tau$, $p' : p = q' : q = r' : r = \tau$, ed otterremo per le coppie corrispondenti ad L, M, N:

$$L' = L\tau^2 + \frac{\tau\, d\tau}{dt} Ap = L\tau^2 + \frac{d\tau}{\tau\, dt'} Ap',$$

$$M' = M\tau^2 + \frac{\tau\, d\tau}{dt} Bq = M\tau^2 + \frac{d\tau}{\tau\, dt'} Bq',$$

$$N' = N\tau^2 + \frac{\tau\, d\tau}{dt} Cr = N\tau^2 + \frac{d\tau}{\tau\, dt'} Cr'.$$

« Onde si deduce che le tre equazioni

$$A \frac{dp}{dt} + (C - B)\, qr = L\tau^2 + \frac{d\tau}{\tau\, dt} Ap$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

saranno soddisfatte dagli stessi integrali delle (3), mutatovi t in $\int \frac{dt}{\tau}$ [1] ».

Matematica. — *Sulle funzioni di iperspazii e sui loro parametri differenziali.* Nota del Corrispondente VITO VOLTERRA.

« 1. Nella Memoria: *Sulla teorica generale dei parametri differenziali*, il prof. Beltrami ha esteso il teorema di Green al caso degli iperspazii. Questo teorema può enunciarsi nella maniera seguente:

« Siano $p_1, p_2, \dots p_n$; $p'_1, p'_2 \dots p'_n$ delle funzioni di $x_1, x_2 \dots x_n$ che soddisfano le relazioni

$$\frac{\partial p_i}{\partial x_s} = \frac{\partial p_s}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial p'_i}{\partial x_s} = \frac{\partial p'_s}{\partial x_i},$$

tali cioè che si abbia $p_i = -\frac{\partial P}{\partial x_i}$ e $p'_i = -\frac{\partial P'}{\partial x_i}$.

« Sia S_n uno spazio ad n dimensioni entro cui le P, P', p_i, p'_i sono monodrome finite e continue insieme alle loro derivate. Denotiamo con S_{n-1} il contorno di S_n, con ν la normale ad S_{n-1} diretta verso l'interno di S_n. Avremo

$$\int_{S_n} \sum_1^n {}_i\, p_i p'_i \, dS_n = \int_{S_{n-1}} P \sum_1^n {}_i\, p'_i \cos(\nu\, x_i)\, dS_{n-1} + \int_{S_n} P \sum_1^n {}_i \frac{\partial p'_i}{\partial x_i} dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} P' \sum_1^n {}_i\, p_i \cos(\nu\, x_i)\, dS_{n-1} + \int_{S_n} P' \sum_1^n {}_i \frac{\partial p_i}{\partial x_i} dS_n.$$

« Si può osservare ora che quando si passa dallo spazio a due o a tre

[1] Cfr. Padova, *Sul moto di rotazione di un corpo rigido* (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 15 nov. 1885).

dimensioni ad uno spazio ad n dimensioni possono ottenersi, come estensione del teorema di Green, oltre che il teorema citato, anche altri (di cui daremo in appresso (§ 4) l'interpretazione riferendoci alle funzioni d'iperspazii) i quali possono comprendersi nei due seguenti:

« Teorema 1°. Siano $p_{i_1 \dots i_r}$ e $p'_{i_1 \dots i_r}$ tali che soddisfino le condizioni

$$(1)\quad \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0\,,\quad \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0\,.$$

Potremo allora [1] porre

$$p_{i_1 \dots i_r} = \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_r}}{\partial x_{i_s}}\,,\quad p'_{i_1 \dots i_r} = \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}}\,.$$

Se entro S_n le P, P', p, p' sono monodrome finite e continue insieme alle loro derivate si avrà

$$(2)\qquad (-1)^{r-1} \int_{S_n} \sum{}_i\, p_{i_1 \dots i_r}\, p'_{i_1 \dots i_r}\, dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} \sum{}_i P_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n{}_t\, p'_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \cos(\nu x_{i_t}) \right\} dS_{n-1} + \int_{S_n} \sum{}_i P_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n{}_t \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} \right\} dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} \sum{}_i P'_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n{}_t\, p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \cos(\nu x_{i_t}) \right\} dS_{n-1} + \int_{S_n} \sum{}_i P'_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n{}_t \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} \right\} dS_n .$$

« Nel caso delle p e p' con un solo indice questo teorema diviene quello precedentemente citato.

« Per dimostrarlo osserviamo che

$$\int_{S_n} \sum{}_i\, p_{i_1 \dots i_r}\, p'_{i_1 \dots i_r}\, dS_n = \int_{S_n} \sum{}_i\, p'_{i_1 \dots i_r} \left\{ \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_r}}{\partial x_{i_s}} \right\} dS_n =$$

$$= (-1)^r \int_{S_n} \sum{}_i \sum_1^n{}_t \frac{\partial P_{i_1 \dots i_{r-1}}}{\partial x_{i_t}}\, p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}\, dS_n .$$

« Mediante una integrazione per parti si otterrà quindi la formula contenuta nel teorema precedente.

« Teorema 2°. Siano $p_{i_1 \dots i_r}, p'_{i_1 \dots i_r}$ tali che soddisfino le condizioni

$$(1')\qquad \sum_1^n{}_t \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0\,,\quad \sum_1^n{}_t \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0\,.$$

Potremo in tal caso porre [2]

$$p_{i_1 \dots i_r} = \sum_1^n{}_t \frac{\partial Q_{i_1 \dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}}\,,\quad p'_{i_1 \dots i_r} = \sum_1^n{}_t \frac{\partial Q'_{i_1 \dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}}\,.$$

(1) Vedi il teorema 1° della Nota: *Sulle funzioni coniugate* pubblicata nel fasc. prec.

(2) Teorema 2° della Nota citata.

Se entro S_n le Q, Q', p, p' sono monodrome finite e continue insieme alle loro derivate, si avrà

$$(2') \qquad (-1)^r \int_{S_n} \sum_i p_{i_1 \dots i_r} p'_{i_1 \dots i_r} dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} \sum_i Q_{i_1 \dots i_{r+1}} \left\{ \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s p'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} \cos(\nu x_{i_s}) \right\} dS_{n-1} +$$

$$+ \int_{S_n} \sum_i Q_{i_1 \dots i_{r+1}} \left\{ \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} \right\} dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} \sum_i Q'_{i_1 \dots i_{r+1}} \left\{ \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} \cos(\nu x_{i_s}) \right\} dS_{n-1} +$$

$$+ \int_{S_n} \sum_i Q'_{i_1 \dots i_{r+1}} \left\{ \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} \right\} dS_n .$$

« Ponendo infatti $p_{i_1 \dots i_r} = q_{i_{r+1} \dots i_n}$, questa formula resulta come conseguenza della (2).

« 2. Se le p e p' sono funzioni monodrome finite e continue insieme alle loro derivate, saremo sicuri che le stesse proprietà valgono per le P e le P' quando il campo in cui le p e le p' sono date sia per esempio un campo T ad n dimensioni limitato fra i valori x_i^0 e x_i^1 delle x_i. Supporremo perciò nel seguito di questa Nota che il campo S_n sia interno ad un tal campo T.

« Supponiamo ora che siano contemporaneamente soddisfatte le (1) e (1'), e si prendano le p eguali alle p'; otterremo

$$(3) \quad (-1)^{r-1} \int_{S_n} \sum_i p^2_{i_1 \dots i_r} dS_n = \int_{S_{n-1}} \sum_i P_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n{}_t p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \cos(\nu x_{i_t}) \right\} dS_{n-1} =$$

$$= - \int_{S_{n-1}} \sum_i Q_{i_1 \dots i_{r+1}} \left\{ \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} \cos(\nu x_{i_s}) \right\} dS_n .$$

« Da questa formula segue immediatamente il teorema:

« Se le $p_{i_1 \dots i_r}$ soddisfano le equazioni differenziali simultanee

$$(4) \qquad \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0 \ , \quad \sum_1^n{}_t \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0$$

esse sono definite nello spazio S_n, quando si conoscono al contorno i valori delle quantità

$$(5) \qquad \sum_1^n{}_t p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \cos(\nu x_{i_t}) = a_{i_1 \dots i_{r-1}} ,$$

oppure quando si conoscono al contorno i valori delle quantità

$$(6) \qquad \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} \cos(\nu x_{i_s}) = b_{i_1 \dots i_{r+1}} .$$

« Infatti se le p e le p' soddisfacessero alle condizioni (4) e (5) poste per le p, si avrebbe che le $p''' = p' - p''$, oltre a verificare le (4), sarebbero tali che

$$\sum_1^n{}_t p'''_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \cos(\nu x_{i_t}) = 0 ,$$

onde per la (3) resulterebbe

$$\int_{S_n} \sum_i p_i'''^2 \, dS_n = 0$$

e quindi $p_i''' = p_i' - p_i'' = 0$. Allo stesso resultato si giungerebbe supponendo che le p' e le p'' soddisfacessero le (4) e (6).

« 3. Proponiamoci la questione:

« Dati nello spazio S_{n-1} i valori delle $b_{i_1 \dots i_{r+1}}$ e supponendo che le p verifichino le equazioni

$$(1) \qquad \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0 ,$$

determinare le p in modo che

$$V = \tfrac{1}{2} \int_{S_n} \sum_i p^2_{i_1 \dots i_r} \, dS_n$$

sia massimo o minimo.

« Dovremo perciò porre

$$\delta V = \int_{S_n} \sum_i p_{i_1 \dots i_r} \, \delta p_{i_1 \dots i_r} \, dS_n = 0 .$$

Applicando il metodo dei moltiplicatori, a cagione delle (1), si troverà

$$0 = \int_{S_n} \Big[\sum_i p_{i_1 \dots i_r} \, \delta p_{i_1 \dots i_r} +$$

$$+ (-1)^{r+1} \sum_i \lambda_{i_1 \dots i_{r+1}} \Big\{ \sum_1^{r+1}{}_s (-1)^s \frac{\partial \delta p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} \Big\} \Big] dS_n =$$

$$= \int_{S_n} \Big[\sum_i p_{i_1 \dots i_r} \, \delta p_{i_1 \dots i_r} + \sum_i \sum_1^n{}_t \frac{\partial \delta p_{i_1 \dots i_r}}{\partial x_{i_t}} \lambda_{i_1 \dots i_r i_t} \Big] dS_n ,$$

onde con una integrazione per parti,

$$0 = \int_{S_n} \sum_i \delta p_{i_1 \dots i_r} \Big\{ p_{i_1 \dots i_r} - \sum_1^n{}_t \frac{\partial \lambda_{i_1 \dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}} \Big\} dS_n + (-1)^r \int_{S_{n-1}} \sum_i \lambda_{i_1 \dots i_{r+1}} \, \delta b_{i_1 \dots i_{r+1}} \, dS_{n-1}$$

e, poichè il secondo integrale è nullo, avremo

$$p_{i_1 \dots i_r} = \sum_1^n {}_t \frac{\partial \lambda_{i_1 \dots i_r i_t}}{\partial x_{i_t}} ;$$

quindi, pel corollario 1° della Nota citata,

$$(1') \qquad \sum_1^n {}_t \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0 .$$

« Analogamente, dati nello spazio S_{n-1} i valori delle $a_{i_1 \dots i_{r-1}}$, e supponendo

$$(1') \qquad \sum_1^n {}_t \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0 ,$$

volendo determinare le $p_{i_1 \dots i_r}$ in modo che sia

$$V = \tfrac{1}{2} \int_{S_n} \sum {}_i p^2_{i_1 \dots i_r} \, dS_n$$

massimo o minimo, si trovano le condizioni

$$(1) \qquad \sum_1^{r+1} {}_s (-1)^s \frac{\partial p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0 .$$

« Si può dimostrare che in ambedue i casi si ottiene per V un minimo assoluto.

« Infatti supponiamo che le p soddisfino contemporaneamente le (4), mentre le p' soddisfino le

$$(7) \left\{ \begin{aligned} & \sum_1^n {}_t \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{r-1} i_t}}{\partial x_{i_t}} = 0 \\ & \sum_1^n {}_t p'_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \cos(\nu x_{i_t}) = 0 \end{aligned} \right. \quad \text{oppure le (8)} \left\{ \begin{aligned} & \sum_1^{+1} {}_s (-1)^s \frac{\partial p'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}}}{\partial x_{i_s}} = 0 \\ & \sum_1^{+1} {}_s (-1)^s p'_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} \cos(\nu x_{i_s}) = 0. \end{aligned} \right.$$

« Applicando le (2) o le (2'), avremo

$$(9) \qquad \int_{S_n} \sum {}_i (p_{i_1 \dots i_r} + p'_{i_1 \dots i_r})^2 \, dS_n =$$

$$= \int_{S_n} \sum {}_i p^2_{i_1 \dots i_r} \, dS_n + 2 \int_{S_n} \sum {}_i p_{i_1 \dots i_r} p'_{i_1 \dots i_r} \, dS_n + \int_{S_n} p'^2_{i_1 \dots i_r} \, dS_n =$$

$$= \int_{S_n} \sum {}_i p^2_{i_1 \dots i_r} \, dS_n + \int_{S_n} \sum {}_i p'^2_{i_1 \dots i_r} \, dS_n$$

il che dimostra la proposizione enunciata.

« 4. Passiamo ad interpretare i resultati ottenuti mediante la considerazione delle funzioni di iperspazii e delle funzioni coniugate [1].

[1] Vedi Nota precedentemente citata.

« Le (1) esprimono le condizioni di integrabilità, cioè le condizioni affinchè esistano le funzioni $F\,|[S_{r-1}]|$, $F'|[S_{r-1}]|$, tali che

$$p_{i_1 \dots i_r} = \frac{dF}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_r}\right)} \quad , \quad p'_{i_1 \dots i_r} = \frac{dF'}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_r}\right)} \,.$$

« Sia σ un iperspazio parallelo alle direzioni $x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}}, \nu$. I suoi coseni di direzione saranno

$$\alpha_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} = \frac{\cos(\nu x_{i_t})}{\sqrt{\sum_r^n \cos^2(\nu x_{i_t})}} \,,$$

mentre tutti gli altri saranno nulli, onde

$$\frac{dF}{d\sigma} = \sum_1^n {}_t\, p_{i_1 \dots i_{r-1} i_t} \frac{\cos(\nu x_{i_t})}{\sqrt{\sum_r^n \cos^2(\nu x_{i_t})}} = \frac{a_{i_1 \dots i_{r-1}}}{\sqrt{\sum_r^n \cos^2(\nu x_{i_t})}} \,.$$

« Rappresenteremo quindi $a_{i_1 \dots i_{r-1}}$ con

$$\sqrt{\sum_r^n \cos^2(\nu x_{i_t})} \cdot \frac{dF}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}}\, \nu\right)} \,.$$

« Denotiamo con $S_{i_1 \dots i_{r+1}}$ un iperspazio ad r dimensioni normale alle direzioni $\nu, x_{i_{r+2}}, \dots x_{i_n}$. Esso sarà tangente all'iperspazio S_{n-1}. I suoi coseni di direzione saranno

$$\alpha_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} = (-1)^s \frac{\cos(\nu x_{i_s})}{\sqrt{\sum_1^{r+1} {}_s \cos^2(\nu x_{i_s})}} \,,$$

mentre tutti gli altri saranno nulli; onde

$$\sqrt{\sum_1^{r+1} {}_s \cos^2 \nu x_{i_s}} \frac{dF}{dS_{i_1 \dots i_{r+1}}} = \sum_1^{r+1} {}_s (-1)^s p_{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_{r+1}} \cos(\nu x_{i_s}) = b_{i_1 \dots i_{r+1}} \,.$$

« La formula (2) può quindi scriversi

$$(10) \qquad (-1)^{r-1} \int_{S_n} \sum \frac{dF}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_r}\right)} \cdot \frac{dF'}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_r}\right)} dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} \sum_i P_{i_1 \dots i_{r-1}} \frac{dF'}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}}\, \nu\right)} \sqrt{\sum_r^n \cos^2 \nu x_{i_t}}\, dS_{n-1} +$$

$$+ \int_{S_n} \sum_i P_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n {}_t \frac{\partial}{\partial x_{i_t}} \frac{dF'}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}}\, x_{i_t}\right)} \right\} dS_n =$$

$$= \int_{S_{n-1}} \sum_i P'_{i_1 \dots i_{r-1}} \frac{dF}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}}\, \nu\right)} \sqrt{\sum_r^n \cos^2 \nu x_{i_t}}\, dS_{n-1} +$$

$$+ \int_{S_n} \sum_i P'_{i_1 \dots i_{r-1}} \left\{ \sum_1^n {}_t \frac{\partial}{\partial x_{i_t}} \frac{dF}{d\left(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}}\, x_{i_t}\right)} \right\} dS_n \,.$$

« Tenendo conto che le (4) (vedi Nota citata) sono le condizioni affinchè esista una funzione Φ coniugata ad F, il teorema contenuto nel § 2 può enunciarsi nella maniera seguente: Se F e Φ sono coniugate, basterà conoscere al contorno di S_n i valori delle $\frac{dF}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}} \nu)}$, oppure delle $\frac{dF}{dS_{i_1 \dots i_{r+1}}}$, perchè le due funzioni coniugate siano determinate a meno di costanti additive.

« Osservando poi che gli iperspazii $S_{i_1 \dots i_{r+1}}$ sono tangenti ad S_{n-1}, si ha che basterà conoscere al contorno S_{n-1} i valori di F, perchè questa sia determinata, e la Φ sia determinata a meno di una costante additiva.

« 5. Le espressioni

$$\sum_1^n {}_t \frac{\partial}{\partial x_{i_t}} \frac{dF}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}} x_{i_t})}$$

hanno, nella teoria che andiamo esponendo, un ufficio analogo a quello del parametro differenziale secondo nella ordinaria teoria; come pure

$$\sum_i \frac{dF}{d(x_{i_1} \dots x_{i_r})} \cdot \frac{dF'}{d(x_{i_1} \dots x_{i_r})}$$

ha l'ufficio del parametro differenziale misto.

« Passiamo a trasformare le equazioni differenziali

$$\sum_1^n \frac{\partial}{\partial x_{i_t}} \frac{dF}{d(x_{i_1} \dots x_{i_{r-1}} x_{i_t})} = 0 \tag{11}$$

in coordinate curvilinee qualunque. Sia

$$ds^2 = \sum_1^n {}_i \, dx_i^2 = \sum_r \sum_s E_{rs} \, d\xi_r \, d\xi_s \, .$$

« Dimostreremo che le equazioni trasformate dipendono soltanto dai coefficienti E_{rs} del quadrato dell'elemento lineare.

« Per eseguire la trasformazione seguirò il seguente processo che mi sembra abbastanza rapido.

« Se le equazioni (11) sono soddisfatte, ciò significa che esiste una funzione Φ coniugata alla F, onde, posto

$$\frac{dF}{d(x_{i_1} \dots x_{i_r})} = p_{i_1 \dots i_r} \, , \quad \frac{d\Phi}{d(x_{i_{r+1}} \dots x_{i_n})} = q_{i_{r+1} \dots i_n} \, ,$$

avremo

$$p_{i_1 \dots i_r} = q_{i_{r+1} \dots i_n} \, .$$

« Poniamo

$$\frac{dF}{d\left(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r}\right)}=\varpi_{h_1\dots h_r}\,,\qquad \frac{d\Phi}{d\left(\xi_{h_{r+1}}\dots\xi_{h_n}\right)}=\chi_{h_{r+1}\dots h_n}\,,$$

avremo [1]

$$(12)\left\{\begin{aligned}\varpi_{h_1\dots h_r}&=\sum_i p_{i_1\dots i_r}\frac{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_r}\right)}{d\left(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r}\right)}\,,\\ \chi_{h_{r+1}\dots h_n}&=\sum_i q_{i_{r+1}\dots i_n}\frac{d\left(x_{i_{r+1}}\dots x_{i_n}\right)}{d\left(\xi_{h_{r+1}}\dots\xi_{h_n}\right)}=\sum_i p_{i_1\dots i_r}\frac{d\left(x_{i_{r+1}}\dots x_{i_n}\right)}{d\left(\xi_{h_{r+1}}\dots\xi_{h_n}\right)}\,.\end{aligned}\right.$$

« Moltiplicando le ultime equazioni per $\frac{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_r}\right)}{d\left(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r}\right)}$ e sommando per tutte le combinazioni degli indici $h_1,\dots h_r$, si ottiene

$$\sum_h \frac{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_r}\right)}{d\left(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r}\right)}\chi_{h_{r+1}\dots h_n}=p_{i_1\dots i_r}\frac{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_n}\right)}{d\left(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_n}\right)}\,,$$

onde

$$p_{i_1\dots i_r}=\frac{1}{\dfrac{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_n}\right)}{d\left(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_n}\right)}}\sum_k \frac{d\left(x_{i_1}\dots x_{i_r}\right)}{d\left(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r}\right)}\chi_{k_{r+1}\dots k_n}\,.$$

« Sostituendo questi valori nelle (12), abbiamo

$$\varpi_{h_1\dots h_r}=\frac{1}{\dfrac{d(x_{i_1}\dots x_{i_n})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_n})}}\sum_k \chi_{k_r\dots k_n}\sum_i \frac{d(x_{i_1}\dots x_{i_r})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})}\cdot\frac{d(x_{i_1}\dots x_{i_r})}{d(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r})}\,.$$

« Ora si ha

$$\sum_i \frac{d(x_{i_1}\dots x_{i_r})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})}\cdot\frac{d(x_{i_1}\dots x_{i_r})}{d(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r})}=\begin{vmatrix}E_{h_1k_1},\dots E_{h_1k_r}\\ \dots\dots\dots\\ E_{h_rk_1},\dots E_{h_rk_r}\end{vmatrix}$$

$$\left[\frac{d(x_{i_1}\dots x_{i_n})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_n})}\right]^2=\begin{vmatrix}E_{11}\dots E_{1n}\\ \dots\dots\\ E_{n1}\dots E_{nn}\end{vmatrix}=D.$$

« Adottando per semplicità il simbolo

$$\begin{bmatrix}h_1\dots h_r\\ k_1\dots k_r\end{bmatrix}=\frac{1}{D}\begin{vmatrix}E_{h_1k_1}\dots E_{h_1k_r}\\ \dots\dots\dots\\ E_{h_rk_1}\dots E_{h_rk_r}\end{vmatrix}$$

potremo scrivere

$$(14)\qquad \varpi_{h_1\dots h_r}=\sqrt{D}\sum_k\begin{bmatrix}h_1\dots h_r\\ k_1\dots k_r\end{bmatrix}\chi_{k_{r+1}\dots k_n}\,.$$

[1] Atti Acc. Lincei, vol. V, 1° sem., pag. 162.

« Analogamente si troverebbe

$$(14)\qquad \chi_{k_{r+1},\dots k_n} = \sqrt{D} \sum_h \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots h_n \\ k_{r+1}\dots k_n \end{bmatrix} \varpi_{h_1\dots h_r}.$$

« Ora per le condizioni di integrabilità a cui debbono soddisfare le χ si ottiene

$$(11')\qquad \sum_r^n {}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial \xi_{k_s}} \left\{ \sum_k \sqrt{D} \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots\dots\dots h_n \\ k_r\dots k_{s-1},\, k_{s+1}\dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} \right\} = 0 .$$

« Queste equazioni non sono altro che le trasformate delle equazioni (11).

« 6. Nasce ora spontaneamente il pensiero di studiare le espressioni differenziali

$$(15)\qquad \sum_h \sum_k \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots h_n \\ k_{r+1},\dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} \cdot \frac{dF'}{d(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r})}$$

$$(16)\qquad \sum_r^n {}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial \xi_{k_s}} \left\{ \sum_h \sqrt{D} \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots\dots\dots h_n \\ k_r\dots k_{s-1}\; k_{s+1}\dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} \right\} = \theta_{k_r\dots k_n} ;$$

nelle quali si ritengono le $F|[S_{r-1}]|$, $F'|[S_{r-1}]|$ due funzioni arbitrarie di primo grado, in relazione alla forma quadratica differenziale

$$(17)\qquad \sum_r \sum_s E_{rs}\, d\xi_r\, d\xi_s = ds^2 ,$$

senza che si ponga alcuna restrizione per i coefficienti E_{rs}, salvo quella di essere $E_{rs} = E_{sr}$.

« Cominciamo dal dimostrare che l'espressione (15) è un invariante differenziale della forma (17).

« Supponiamo infatti che sia

$$\sum_r \sum_s E_{rs}\, d\xi_r\, d\xi_s = \sum_r \sum_s E'_{rs}\, d\xi'_r\, d\xi'_s .$$

« Avremo

$$\frac{dF}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} = \sum_l \frac{dF}{d(\xi'_{l_1}\dots\xi'_{l_r})} \cdot \frac{d(\xi'_{l_1}\dots\xi'_{l_r})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})}$$

$$\frac{dF'}{d(\xi_{h_1}\dots,\xi_{h_r})} = \sum_m \frac{dF'}{d(\xi'_{m_1}\dots\xi'_{m_r})} \cdot \frac{d(\xi'_{m_1}\dots\xi'_{m_r})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} .$$

« Onde

$$\sum_h \sum_k \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots h_n \\ k_{r+1}\dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} \frac{dF'}{d(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r})} =$$

$$= \sum_l \sum_m \frac{dF}{d(\xi'_{l_1}\dots\xi_{l_r})} \frac{dF'}{d(\xi'_{m_1}\dots\xi'_{m_r})} \sum_h \sum_k \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots h_n \\ k_{r+1}\dots k_n \end{bmatrix} \frac{d(\xi'_{l_1}\dots\xi'_{l_r})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} \frac{d(\xi'_{m_1}\dots\xi'_{m_r})}{d(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r})} .$$

« Ma, con un calcolo semplice, si ottiene

$$\sum_h \sum_k \begin{bmatrix} h_{r+1}\dots h_n \\ k_{r+1}\dots k_n \end{bmatrix} \frac{d(\xi'_{l_1}\dots\xi'_{l_r})}{d(\xi_{h_1}\dots\xi_{h_r})} \cdot \frac{d(\xi'_{m_1}\dots\xi'_{m_r})}{d(\xi_{k_1}\dots\xi_{k_r})} = \begin{bmatrix} l_{r+1}\dots\dots l_n \\ m_{r+1}\dots m_n \end{bmatrix}' ,$$

mettendo un apice al simbolo analogo a quello introdotto precedentemente per denotare che ci si riferisce ai coefficienti E'_{rs} invece che ai coefficienti E_{rs}.

« Quindi

$$(18)\quad \sum_h \sum_k \begin{bmatrix} h_{r+1} \dots h_n \\ k_{r+1} \dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1} \dots \xi_{h_r})} \cdot \frac{dF'}{d(\xi_{k_1} \dots \xi_{k_r})} = \\ = \sum_l \sum_m \begin{bmatrix} l_{r+1} \dots l_n \\ m_{r+1} \dots m_n \end{bmatrix}' \frac{dF}{d(\xi'_{l_1} \dots \xi'_{l_r})} \cdot \frac{dF'}{d(\xi'_{m_1} \dots \xi'_{m_r})}$$

il che dimostra la proprietà invariantiva enunciata.

« 7. Poniamo, il che è possibile,

$$\frac{dF'}{d(\xi_{h_1} \dots \xi_{h_r})} = \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P'_{h_1 \dots h_{s-1}\, h_{s+1} \dots h_r}}{\partial \xi_{h_s}}$$

$$(19)\quad \Pi'_{l_1 \dots l_{r-1}} = \sum_h P'_{h_1 \dots h_{r-1}} \frac{d(\xi_{h_1} \dots \xi_{h_{r-1}})}{d(\xi'_{l_1} \dots \xi'_{l_{r-1}})}.$$

« Con un calcolo facile avremo

$$\frac{dF'}{d(\xi'_1 \dots \xi'_{l_r})} = \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial \Pi'_{l_1 \dots l_{s-1}\, l_{s+1} \dots l_r}}{\partial \xi'_{l_s}}.$$

« Ciò premesso dalla (18) si deduce

$$(20)\quad \int_{S_n} \sum_h \sum_k \begin{bmatrix} h_{r+1} \dots h_n \\ k_{r+1} \dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1} \dots \xi_{h_r})} \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial P'_{k_1 \dots k_{s-1}\, k_{s+1} \dots k_r}}{\partial \xi_{k_s}} dS_n = \\ = \int_{S_n} \sum_l \sum_m \begin{bmatrix} l_{r+1} \dots l_n \\ m_{r+1} \dots m_n \end{bmatrix}' \frac{dF}{d(\xi'_{l_1} \dots \xi'_{l_r})} \sum_1^r{}_s (-1)^s \frac{\partial \Pi'_{m_1 \dots m_{s-1}\, m_{s+1} \dots m_r}}{d\xi'_{m_s}} dS'_n,$$

essendo $dS_n = \sqrt{D}\, d\xi_1 \dots d\xi_n$, $\quad dS'_n = \sqrt{D'}\, d\xi'_1, \dots d\xi'_n$.

« Ora, con integrazioni per parti, l' integrale a sinistra può trasformarsi in

$$-\int_{S_n} \sum_k P'_{k_1 \dots k_{r-1}} \sum_r^n{}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial \xi'_{k_s}} \left\{ \sum_h \sqrt{D} \begin{bmatrix} h_{r+1} \dots \dots \dots h_n \\ k_r \dots k_{s-1} k_{s+1} \dots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi'_{h_1} \dots \xi'_{h_r})} \right\} d\xi_1 \dots d\xi_n = \\ -\int_{S_n} \sum_k P'_{k_1 \dots k_{r-1}}\, \theta_{k_r \dots k_n}\, d\xi_1 \dots d\xi_n$$

supponendo le P' nulle al contorno di S_n. Analogamente l' integrale del secondo membro della (20) si trasforma in

$$-\int_{S_n} \sum_m \Pi'_{m_1 \dots m_{r-1}} \sum_r^n{}_s (-1)^s \frac{\partial}{\partial \xi'_{m_s}} \left\{ \sum_h \sqrt{D'} \begin{bmatrix} l_{r+1} \dots \dots \dots l_n \\ m_r \dots m_{s-1} m_{s+1} \dots m_n \end{bmatrix}' \frac{dF}{d(\xi'_{l_1} \dots \xi'_{l_r})} \right\} d\xi'_1 \dots d\xi'_n = \\ -\int_{S_n} \sum_m \Pi'_{m_1 \dots m_{r-1}}\, \theta'_{m_r \dots m_n}\, d\xi'_1 \dots d\xi'_n.$$

« Ne segue che

$$\int_{S_n} \sum_k P'_{k_1\ldots k_{r-1}}\, \theta_{k_r\ldots k_n}\, d\xi_1 \ldots d\xi_n = \int_{S_n} \sum_m \Pi'_{m_1\ldots m_{r-1}}\, \theta'_{m_r\ldots m_n}\, d\xi'_1 \ldots d\xi'_n .$$

« Possiamo sostituire nella precedente equazione alle Π' i loro valori (19), e poichè le P' sono funzioni arbitrarie, così avremo

$$\theta_{k_r\ldots k_n} = \frac{1}{\frac{d(\xi_1\ldots\xi_n)}{d(\xi'_1\ldots\xi'_n)}} \left\{ \sum_m \frac{d(\xi_{k_1}\ldots\xi_{k_{r-1}})}{d(\xi'_{m_1}\ldots\xi'_{m_{r-1}})}\, \theta'_{m_1\ldots m_n} \right\} = \sum_m \frac{d(\xi'_{m_r}\ldots\xi'_{m_n})}{d(\xi_{k_r}\ldots\xi_{k_n})}\, \theta'_{m_r\ldots m_n} .$$

« Ora può porsi

$$\theta_{k_r\ldots k_n} = \sum_r^n {}_s(-1)^s \frac{\partial}{\partial \xi_{k_s}} \left\{ \sum_h \sqrt{D} \begin{bmatrix} h_{r+1} \ldots\ldots\ldots\ldots h_n \\ k_r \ldots k_{s+1} k_{s+1} \ldots k_n \end{bmatrix} \frac{dF}{d(\xi_{h_1}\ldots\xi_{h_r})} = \frac{d\Psi}{d(\xi_{k_r}\ldots\xi_{k_n})} , \right.$$

quindi, per la formula precedente, avremo

$$\theta'_{m_r\ldots m_n} = \sum_r^n {}_s(-1)^s \frac{\partial}{\partial \xi'_{m_s}} \left\{ \sum_l \sqrt{D'} \begin{bmatrix} m_r \ldots m_{s-1} m_{s+1} \ldots m_n \\ l_{r+1} \ldots\ldots\ldots\ldots l_n \end{bmatrix}' \frac{dF}{d(\xi'_{l_1}\ldots\xi'_{l_r})} = \frac{d\Psi}{d(\xi'_{m_r}\ldots\xi'_{m_n})} . \right.$$

« La funzione $\Psi \,|[S_{n-r}]|$ gode dunque, rispetto alla forma quadratica differenziale (17), delle seguenti proprietà:

1° Le sue derivate si esprimono mediante le derivate della F ed i coefficienti della forma differenziale (17);

2° l'espressione, mediante questi elementi, delle derivate non muta forma per un cambiamento qualunque delle variabili.

« 8. Chiuderò questa nota accennando che può risolversi completamente il problema della integrazione del sistema di equazioni differenziali (4) quando si conoscono al contorno i valori delle a, oppure delle b, nel caso in cui lo spazio S_n sia uno spazio sferico. È chiaro che questa questione comprende come caso particolare gli ordinari problemi sull'integrazione della equazione differenziale $\Delta^2 = 0$ ».

Matematica. — *Alcuni teoremi sulle frazioni continue.* Nota del Corrispondente S. Pincherle.

« Il numero dei criteri di convergenza delle frazioni continue ad elementi complessi essendo piuttosto scarso, spero che le seguenti proposizioni, benchè semplici al punto che tralascio di darne quì le dimostrazioni, potranno presentare qualche interesse.

« Sia α_n, $(n = 0, 1, 2, \ldots \infty)$, un sistema di numeri reali o complessi i

cui moduli siano tutti maggiori di $2+\eta$, essendo η una quantità positiva fissa comunque piccola.

I. Se un sistema di quantità p_n è definito dalle relazioni

$$p_{-1}=0\,,\quad p_0=1\,,\quad p_{n+1}=\alpha_n p_n - p_{n-1}$$
$$(n=0\,,1,2,\ldots\infty)$$

si ha per ogni n:

$$\left|\frac{p_{n+1}}{p_n}\right| > 1+\eta\,.$$

« Indicando con σ la frazione continua

$$\cfrac{1}{\alpha_0-\cfrac{1}{\alpha_1-\cfrac{1}{\alpha_2-\cdots}}}\,,$$

per la quale le p_n sono i denominatori delle successive ridotte, si ha pure:

II. La frazione continua σ è convergente.

« Inoltre:

III. Ogni ridotta della frazione continua σ è, in valore assoluto, minore di $\frac{1}{1+\eta}$.

Corollario. Il valore assoluto della frazione continua σ non è maggiore dell'unità.

« Si indichi con $\alpha_n - \sigma_{n+1}$ l' $n+1^{simo}$ quoziente completo della frazione continua σ, e sia $\frac{q_n}{p_n}$ l' n^{simo} resto, vale a dire la differenza fra σ e la sua n^{sima} ridotta. Ricordando che per un noto teorema sulle frazioni continue, si ha

$$\sigma_{n+1}=\frac{q_{n+1}}{q_n}\,,$$

ne segue il teorema:

IV. I numeratori dei resti della frazione continua σ dànno sempre

$$\left|\frac{q_{n+1}}{q_n}\right| \leq \frac{1}{1+\eta}\,.$$

« Fin qui le α_n erano soggette alla sola condizione di essere, in modulo, maggiori di $2+\eta$. Se ora si suppone di più che esse abbiano un unico punto limite α, è chiaro che il modulo di questo limite non potrà essere minore di $2+\eta$. Inoltre, poichè tanto le p_n che le q_n soddisfano alla relazione ricorrente

$$X_{n+1}=\alpha_n X_n - X_{n-1}\,,$$

ne segue, per un teorema del Poincaré, che i rapporti $\frac{q_{n+1}}{q_n}, \frac{p_{n+1}}{p_n}$ tendono ad un limite determinato, che è l'una o l'altra delle radici dell'equazione

$$t^2 - \alpha t + 1 = 0 .$$

Da ciò, e dai teoremi I e IV, segue immediatamente che:

V. *Al crescere di n, $\frac{p_{n+1}}{p_n}$ ha per limite quella delle quantità*

$$\tfrac{1}{2}\left(\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4}\right)$$

il cui modulo è maggiore, e $\frac{q_{n+1}}{q_n}$ quella il cui modulo è minore dell'unità.

« Dei teoremi precedenti si può fare l'applicazione alle frazioni continue cosidette *algebriche*, in cui cioè le α_n dipendono da una variabile complessa x. Poniamo ad esempio

$$\alpha_n = b_n x - a_n ,$$

dove supporremo che le b_n ed a_n abbiano, per $n = \infty$, un limite finito e determinato. Anzi, non essendovi restrizione essenziale nel dare a questi limiti valori prestabiliti, porremo per semplicità $\lim b_n = 2$, $\lim a_n = 0$. È ovvio poi di supporre che nessuna delle b_n sia zero, nessuna delle a_n sia infinita; sia dunque B quelle delle b_n che ha il minimo valore assoluto, e se non v'è, si fa $B = 2$; ed A quella delle a_n che ha il massimo valore assoluto. Ponendo allora

$$R = \frac{|A| + \eta + 2}{|B|},$$

si può enunciare:

VI. *Le radici dei polinomi p_n (di grado n in x), cadono tutte entro il cerchio descritto nel piano della variabile complessa x, dal centro $x = 0$ e con raggio R.*

VII. *Per ogni valore della variabile complessa x esterno al detto cerchio, la frazione continua σ è convergente, e trasformabile in una serie di potenze di $\frac{1}{x}$ convergente fuori del cerchio stesso.*

« Nel suo aureo « *Handbuch der Kugelfunctionen* », l'Heine dà lo sviluppo formale

$$\frac{1}{z - x} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n p_n(x) q_n(z) ,$$

senza però dare alcun criterio per la sua validità effettiva. Sotto le ipotesi che precedono, siamo in grado di dare la seguente condizione di validità per quello sviluppo:

VIII. Per ogni valore di x interno ad un'ellisse di fuochi ± 1, e per z esterno ad un tempo a questa ellisse ed al cerchio R, il secondo membro dello sviluppo precedente è convergente assolutamente ed in egual grado.

« Mediante questa condizione, si può applicare alla formola precedente il teorema di Cauchy, e trovare così lo sviluppo di una funzione data in serie di funzioni $p_n(x)$ ».

Matematica. — *Di un punto della teoria delle forme differenziali quadratiche ternarie.* Nota del prof. G. Ricci, presentata dal Socio Dini.

« Se, come proposi già [1], si chiama superficie ad n dimensioni una varietà n volte infinita, che possa immergersi senza alterazione del suo elemento lineare in una varietà piana ad $n+1$ dimensioni, o, in linguaggio analitico, una forma differenziale quadratica ad n variabili di classe non superiore alla prima, e si estendono al caso di n qualunque le definizioni, che valgono per le linee di curvatura di una superficie a due dimensioni, è noto che per ogni punto di una superficie ad n dimensioni passano in generale n e non più di n linee di curvatura e che esse sono ortogonali fra di loro due a due; mentre i casi di eccezione per $n > 2$ sono molteplici. In ogni caso però può porsi la seguente questione: In una superficie ad n dimensioni esistono sempre n sistemi di varietà ad $n-1$ dimensioni ortogonali fra di loro due a due e tali che, scelti *comunque* $n-1$ di tali sistemi ed una varietà in ciascuno di essi affatto ad arbitrio, il luogo dei punti comuni alle $n-1$ varietà sia una linea di curvatura della superficie ad n dimensioni? Tale questione che, per istudio di chiarezza, giova porre in linguaggio geometrico, è importante nella teoria puramente analitica delle forme differenziali quadratiche, poichè, come si rileva facilmente dalle equazioni delle linee di curvatura, essa equivale alla seguente: Data una forma differenziale quadratica di 1ª classe, per la quale esiste quindi almeno una forma covariante da me chiamata *sua forma derivata* [2], è possibile scegliere le variabili in modo che nella forma proposta e nella sua derivata compaiano soltanto i quadrati dei differenziali delle variabili? Do qui la risoluzione del problema enunciato per le forme ternarie di 1ª classe ed alcuni altri risultati, a cui sono giunto in questa ricerca, e che mi sembrano avere qualche importanza nella teoria delle forme stesse. Mi valgo perciò delle operazioni

[1] Si vedano i miei *Principî di una teoria delle forme differenziali quadratiche* nel tomo XII della serie 2ª degli Annali di matematica pura ed applicata.

[2] Vedasi ivi § 3.

di derivazione covariante e controvariante e delle proprietà loro esposte nella mia Nota *Sopra certi sistemi di funzioni* recentemente pubblicata in questi stessi Rendiconti. La forma differenziale quadratica φ^2 ivi considerata sarà qui appunto una forma ternaria di 1ª classe e varranno anche qui le posizioni fatte e le convenzioni e notazioni stabilite in quella Nota pei sistemi covarianti e controvarianti a φ^2; i sistemi di funzioni, che verrò introducendo, essendo tutti, come sarà facile riconoscere, dell'una o dell'altra natura. I limiti non indicati delle sommatorie si intenderanno essere *1* e *3* e gli indici superiori a *3* dovranno sempre intendersi sostituiti dai resti delle loro divisioni per *3*. In fine indicherò con a il discriminante della forma φ^2.

« Poichè φ^2 è una forma di 1ª classe esiste un sistema doppio β_{rs} covariante a φ^2, pel quale valgono insieme le equazioni algebriche:

I) $$\beta_{rs} = \beta_{sr} \qquad \beta_{pq}\,\beta_{rs} - \beta_{pr}\,\beta_{qs} = a_{pr,\,qs}$$

e il sistema di equazioni differenziali

II) $$\beta_{rst} = \beta_{rts}\,.$$

« La forma differenziale quadratica di coefficienti β_{rs} è quella appunto, che io ho chiamata forma derivata di φ^2, e le equazioni delle linee di curvatura della superficie di elemento lineare φ si hanno dalle

1) $$\Sigma_s\,(\beta_{rs} + \omega a_{rs})\,dx_s = 0\,,$$

ponendo successivamente per ω le tre curvature principali della superficie, cioè le tre radici tutte reali della equazione

$$\Sigma \pm (\beta_{11} + \omega a_{11})\;(\beta_{22} + \omega a_{22})\;(\beta_{33} + \omega a_{33}) = 0.$$

« 1. Se queste tre radici sono tutte eguali fra di loro e nelle (1) si pone per ω il loro valore comune, esse si riducono ad identità, cioè per questo valore di ω si hanno le

$$\beta_{rs} + \omega a_{rs} = 0$$

e, applicando a queste la derivazione covariante a φ^2 e ricordando che le a_{rst} sono identicamente nulle, le

$$\beta_{rst} + \omega_t\,a_{rs} = 0.$$

Poichè a è essenzialmente positivo, le (II) conducono in questo caso alle $\omega_t = 0$, cioè ci dicono che ω è costante. Questa stessa dimostrazione valendo per una superficie di quante si vogliano dimensioni, abbiamo così una dimostrazione semplice puramente analitica di un teorema geometricamente evidente, secondo il quale ogni superficie ad n dimensioni, le cui curvature principali siano tutte identicamente eguali fra di loro, è una sfera. Di più concludiamo che il sistema triplo β_{rst}, che per le (II) risulta dei coefficienti di una forma differenziale cubica covariante a φ^2, nel caso che φ rappresenti l'elemento lineâre di una sfera di quante si vogliano dimensioni, è identicamente nullo: o, in altri termini, che è identicamente nulla la forma cubica ricordata. In questo caso evidentemente ogni sistema triplo ortogonale di superficie a due

dimensioni contenuto nella sfera a tre dimensioni è tale che le superficie di due sistemi si tagliano secondo linee di curvatura della sfera: cioè φ^2 e la sua forma derivata si riducono sempre insieme a contenere soltanto i quadrati dei differenziali delle variabili.

« 2. Se la superficie di elemento lineare φ ha due curvature principali eguali fra di loro e ad ω e la terza eguale a ϱ, esistono un sistema semplice b_r ed una funzione λ, pei quali valgono insieme le

$$\beta_{rs} + \omega a_{rs} = \lambda b_r\, b_s \tag{2}$$

$$\Sigma_r\, b_r\, b^{(r)} = 1. \tag{3}$$

Notando poi che la somma delle tre curvature principali della superficie è eguale a $-\Sigma_{rs}\, a^{(rs)}\, \beta_{rs}$, dalle (2) si conclude facilmente che è

$$\lambda = \omega - \varrho.$$

In questo caso le (2) conducono alle

$$\beta_{rst} = \lambda_t\, b_r\, b_s + \lambda\,(b_r\, b_{st} + b_s\, b_{rt}) - \omega_t\, a_{rs} \tag{4}$$

e le (II) prendono la forma

$$\lambda(b_t b_{rs} - b_s b_{rt}) + \lambda b_r (b_{ts} - b_{st}) + b_r(\lambda_s b_t - \lambda_t b_s) + \omega_t a_{rs} - \omega_s a_{rt} = 0\,. \tag{II'}$$

Poichè dalle (3) si hanno le

$$\Sigma_r\, b^{(r)}\, b_{rs} = 0\,,$$

posto

$$\mu = \Sigma_t\, \omega_t\, b^{(t)}, \qquad \nu = \Sigma_t\, \varrho_t\, b^{(t)}\,, \tag{5}$$

le (II′) dànno successivamente le

$$\lambda b_{rs} = \mu(b_r b_s - a_{rs}) + b_r(\varrho_s + \lambda \Sigma_t b_{st} b^{(t)}) + \lambda b_s \Sigma_t b_{rt} b^{(t)} - \nu b_r b_s\,,$$

$$\varrho_s + \lambda\, \Sigma_t\, b_{st}\, b^{(t)} = \nu\, b_s\,,$$

$$\lambda\, b_{rs} = (\mu + \nu)\, b_r\, b_s - \mu\, a_{rs} - \varrho_r\, b_s\,,$$

così che alle (II′) possono sostituirsi queste ultime e le

$$b_r\,(\omega_s\, b_t - \omega_t\, b_s) + \mu\,(a_{rt}\, b_s - a_{rs}\, b_t) + \omega_t\, a_{rs} - \omega_s\, a_{rt} = 0\,,$$

ovvero le

$$\omega_t = \mu\, b_t \tag{α}$$

e le

$$\lambda\, b_{rs} = \nu\, b_r\, b_s - \mu\, a_{rs} + \lambda_r\, b_s \cdot \tag{β}$$

Da queste avendosi

$$\Sigma_r\, b_r\,(b_{r+1\;r+2} - b_{r+2\;r+1}) = \Sigma_r\, b_r \left(\frac{db_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{db_{r+2}}{dx_{r+1}}\right) = 0\,,$$

è dimostrato che le b_r sono proporzionali alle derivate di una stessa funzione ψ rispetto alle x_r, il che, se non è $\mu = 0$, è detto anche dalle (α), le quali in tal caso dicono di più che ψ è una funzione di ω, per la quale potremo prendere la stessa ω. Nel caso di $\mu = 0$ le (α) ci dicono invece che ω è una costante.

« Dalle (β) si traggono anche le

$$\begin{vmatrix} 0 & b_{r+1} & b_{r+2} \\ b_{r+1} & b_{r+1\;r+1} & b_{r+1\;r+2} \\ b_{r+2} & b_{r+2\;r+1} & b_{r+2\;r+2} \end{vmatrix} = \frac{\mu a}{\lambda} \{a^{(rr)} - b^{(r)}\, b^{(r)}\}\,,$$

le quali ci permettono di concludere (¹) che nella varietà di elemento lineare φ il sistema di superficie a due dimensioni di parametro ψ fa parte di infiniti sistemi tripli ortogonali, in quanto, scelto ad arbitrio un sistema $\varkappa$ ortogonale a ψ, ne esiste sempre un terzo ortogonale tanto a ψ quanto a $\varkappa$. Poichè $\frac{\mu}{\lambda}$ è una radice doppia della equazione di 2° grado, che nello spazio di elemento lineare φ costituisce la generalizzazione di quella che nello spazio euclideo ha per radici le curvature principali di una superficie di parametro ψ, possiamo da ciò concludere che le superficie a due dimensioni del sistema di parametro ψ nella superficie a tre dimensioni di elemento lineare φ hanno le curvature principali eguali fra di loro ed a $\frac{\mu}{\lambda}$.

« In questo caso tutte le linee situate sopra una superficie ψ essendo linee di curvatura della superficie a tre dimensioni corrispondenti alla curvatura principale ω, poichè $d\psi = 0$ è la equazione unica, a cui si riducono le equazioni delle linee stesse, e le linee di curvatura corrispondenti alla curvatura principale ϱ essendo normali alle superficie del sistema ψ, ogni sistema triplo ortogonale, a cui appartenga ψ, è tale che due qualunque dei sistemi di superficie, che lo compongono, si tagliano secondo linee di curvatura della superficie a tre dimensioni. In altri termini per ridurre tanto φ^2 quanto la sua forma derivata a contenere soltanto i quadrati dei differenziali delle variabili è necessario e basta scegliere per sistemi coordinati quello di parametro ψ e due qualunque degli infiniti sistemi che sono ortogonali a questo e fra di loro. Scelto così il sistema di coordinate e posto

$$\varphi^2 = L^2 d\psi^2 + H_1^2 dx_1^2 + H_2^2 dx_2^2 ,$$

si hanno le

$$b_1 = b_2 = b^{(1)} = b^{(2)} = 0 \qquad b_3 = \frac{1}{b^{(3)}} = L \qquad \mu = \frac{1}{L}\frac{d\omega}{d\psi}, \; \nu = \frac{1}{L}\frac{d\varrho}{d\psi}$$

e le (β) si riducono alle

$$\beta_1) \qquad \frac{d\lambda L}{dx_1} = 0 \qquad \frac{d\lambda L}{dx_2} = 0$$

$$\beta_2) \qquad \frac{dH_1\omega}{d\psi} = \varrho\frac{dH_1}{d\psi}, \qquad \frac{dH_2\omega}{d\psi} = \varrho\frac{dH_2}{d\psi}.$$

Le (β_1) ci dicono che si ha

$$\lambda L = h(\psi),$$

essendo h funzione soltanto di ψ, e quindi

$$\varphi^2 = \frac{1}{\lambda^2}\left\{ h(\psi)\, d\psi \right\}^2 + H_1^2 dx_1^2 + H_2^2 dx_2^2.$$

(¹) Vedasi il § 6 della mia Memoria *Sui sistemi di integrali indipendenti* ecc., pubblicata nel tomo XV della serie II degli Annali di matematica pura ed applicata.

Se ω è costante, essendo $\omega - \varrho \gtrless 0$, le (β_2) danno

$$\beta'_2) \qquad \frac{dH_1}{d\psi} = \frac{dH_2}{d\psi} = 0$$

e ci dicono che le superficie del sistema ψ sono tutte applicabili fra di loro. Per le (β'_2) calcolando la curvatura di Gauss di una qualunque di queste superficie, in quanto si consideri trasportata nello spazio euclideo, si trova per essa la espressione $\frac{a_{12,\,12}}{H_1^2\, H_2^2}$, dal che si conclude che essa è eguale ad ω^2, avendosi dalle (I) $a_{12,\,12} = \beta_{11}\, \beta_{22}$ e dalle (2) $\beta_{11} = -\omega H_1^2$ $\beta_{22} = -\omega H_2^2$. Dunque le superficie del sistema ψ, quando ω sia costante, sono applicabili nello spazio euclideo a delle sfere di raggio ω. In questo caso φ rappresenta l'elemento lineare di una *superficie canale a tre dimensioni* e a φ^2 si può dare la forma

$$\varphi^2 = \left(\frac{d\psi}{\lambda}\right)^2 + \omega^2\,(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta d\chi^2).$$

« Se ω non è costante prenderemo $\psi = \omega$ ed avremo dalle (β_2) le

$$\beta''_2) \qquad \frac{d \log H_1}{d\omega} = \frac{d \log H_2}{d\omega} = -\frac{1}{\lambda}\,.$$

Indicata poi con k^2 la curvatura totale di una superficie del sistema ω trasportata nello spazio euclideo, si ha

$$H_1^2\, H_2^2\, k^2 = a_{12,\,12} + \frac{H_1\, H_2\, \lambda^2}{h^2\,(\omega)}\, \frac{dH_1}{d\omega}\, \frac{dH_3}{d\omega}$$

e per le (β''_2)

$$k^2 = \omega^2 + \frac{1}{h^2(\omega)}\,.$$

Dunque le superficie del sistema (ω), le quali nella superficie a tre dimensioni, che consideriamo, hanno amendue le curvature principali eguali a $\frac{1}{h(\omega)}$, poichè è $\frac{\lambda}{\mu} = h(\omega)$, nello spazio euclideo hanno la curvatura totale positiva ed eguale a $\frac{1}{h^2(\omega)} + \omega^2$. In questo caso φ^2 rappresenta il quadrato dell'elemento lineare di una superficie generata dal movimento di una sfera a due dimensioni di raggio variabile e gli si può dare la forma

$$\varphi^2 = \frac{h^2\,(\omega)}{\lambda^2}\, d\omega^2 + \left(\omega^2 + \frac{1}{h^2\,(\omega)}\right)\left(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta d\chi^2\right)\cdot$$

« Posto

$$H = \frac{1}{\Sigma_r\, \psi'_r\, \psi^{(r)}}\,,$$

si hanno le $b_r = \mathrm{H}\, \psi_r$ quindi dalle (β) le

$$\lambda\, \Sigma_{rs}\, b_{rs}\, dx_r\, dx_s = \mathrm{H}\, d\,\psi\, \{\nu\, \mathrm{H}\, d\,\psi + d\,\lambda\} - \mu\, \varphi^2$$

e dalle (4) la

$$6)\quad \Sigma_{rst}\, \beta_{rst}\, dx_r\, dx_s\, dx_t = \mathrm{H}^2\, (3\, d\,\lambda + 2\,\nu\, \mathrm{H}\, d\psi)\, d\psi^2 - (d\omega + 2\mu\, \mathrm{H}\, d\psi)\, \varphi^2\,.$$

Nel caso di ω costante questa ci dice che, se la forma differenziale cubica di coefficienti β_{rst} è identicamente nulla, si ha identicamente

$$3\, d\,\varrho = 2\,\nu\, \mathrm{H}\, d\,\psi\,,$$

cioè si hanno le

$$3\,\varrho_r = 2\,\nu\, \mathrm{H}\, \psi_r$$

e da queste per le (5) $\nu = 0$ e quindi $\varrho_r = 0$ cioè ϱ costante. Avendosi quindi

$$\varphi^2 = d\psi_1{}^2 + \omega^2\, (d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\, \theta d\chi^2)\,,$$

è facile vedere che è $\varrho = 0$ e che φ rappresenta l'elemento lineare di un cilindro retto a tre dimensioni avente per base una sfera di raggio ω.

« Se ω non è costante si ha $\psi = \omega$, $\mu\, \mathrm{H} = 1$ e la (6) prende la forma

$$\Sigma_{rst}\, \beta_{rst}\, dx_r\, dx_s\, dx_t = d\omega\, \{\mathrm{H}^2 (3\, d\,\lambda + 2\,\nu\, \mathrm{H}\, d\omega)\, d\omega - 3\,\varphi^2\}\,,$$

così che dall'annullarsi identicamente della forma cubica ricordata verrebbe la identità

$$\varphi^2 = \mathrm{H}^2\, \{d\,\lambda + \tfrac{2}{3}\,\nu\, \mathrm{H}\, d\omega\}\, d\omega\,,$$

la quale si scinde nelle

$$a_{rs} = \mathrm{H}^2\, \{\lambda_r + \tfrac{2}{3}\,\nu\, \mathrm{H}\, \omega_r\}\, \omega_s\,.$$

Queste non potendo sussistere, poichè avrebbero per conseguenza $a = 0$, possiamo concludere che nel caso studiato in questo paragrafo le β_{rst} non possono essere tutte identicamente nulle a meno che le curvature principali della superficie di elemento lineare φ non siano tutte costanti.

« 3. Consideriamo in fine il caso generale, in cui le tre curvature principali della superficie sono, eccettuati punti speciali di questa, tutte differenti fra di loro. Indicandone una qualunque con ω, con ω_1 e ω_2 le altre e ponendo

$$\gamma^{(rs)} = \frac{\beta_{r+1\ s+1}\, \beta_{r+2\ s+2} - \beta_{r+2\ s+1}\, \beta_{r+1\ s+2}}{a}$$

$$\sigma = \omega + \omega_1 + \omega_2\,,$$

esistono un sistema semplice $\lambda^{(r)}$ ed una funzione $\varDelta$, pei quali si hanno le identità

$$7)\quad \varDelta\, \lambda^{(r)}\, \lambda^{(s)} = a^{(rs)}\, \omega^2 + (a_{r+1\ s+1}\, \beta_{r+2\ s+2} - a_{r+2\ s+1}\, \beta_{r+1\ s+2} +$$
$$+ \beta_{r+1\ s+1}\, a_{r+2\ s+2} - a_{r+1\ s+2}\, \beta_{s+1\ r+2})\, \frac{\omega}{a} + \gamma^{(rs)}\,,$$

$$\Sigma_r\, \lambda^{(r)}\, \lambda_r = 1$$

e le equazioni delle linee di curvatura corrispondenti alla curvatura principale ω, indicato con μ un fattore indeterminato, sono le

$$d\, x_r = \mu\, \lambda^{(r)}.$$

In questo caso le condizioni necessarie e sufficienti per la esistenza del sistema triplo ortogonale cercato sono che per ciascuna delle curvature principali ω le funzioni λ_r, che costituiscono il sistema reciproco a quello delle $\lambda^{(r)}$, siano proporzionali alle derivate di una stessa funzione rispetto alle x_r. Dalle (7) si traggono successivamente le

$$7') \qquad \Delta\, \lambda^{(r)}\, \lambda_s = -\,\omega\, \Sigma_t\, a^{(rt)}\, \beta_{st} + \Sigma_t\, a_{st}\, \gamma^{(rt)} - \omega\, (\sigma - \omega)\, \Sigma_t\, a_{rs}\, a^{(rt)}$$

$$7'') \qquad \Delta\, \lambda_r\, \lambda_s = \gamma_{rs} - \omega\, \{\beta_{rs} + (\sigma - \omega)\, a_{rs}\}$$

e da queste ultime, ricordando che $\Sigma_{rs}\, a^{(rs)}\, \beta_{rs}$ e $\Sigma_{rs}\, a^{(rs)}\, \gamma_{rs} = \Sigma_{rs}\, a_{rs}\, \gamma^{(rs)}$ sono rispettivamente i coefficienti del quadrato e della prima potenza della incognita nella equazione, che ha per radici ω, ω_1 e ω_2, si ha

$$\Delta = (\omega - \omega_1)\,(\omega - \omega_2).$$

Le (7″) poi danno ancora

$$8) \qquad \Delta\, \lambda_r\, \lambda_{st} = \gamma_{rst} - \lambda_r\, \lambda_s\, \Delta_t - \omega_t\, \{\beta_{rs} + (\sigma - 2\omega)\, a_{rs}\} - \\ -\, \omega\, (\beta_{rst} + \sigma_t\, a_{rs}) - \Delta\, \lambda_s\, \lambda_{rt}$$

e avendosi $\Sigma_r\, \lambda^{(r)}\, \lambda_{rt} = 0$

$$9) \qquad \Delta\, \lambda_{st} = \Sigma_r\, \gamma_{rst}\, \lambda^{(r)} - \lambda_s\, \Delta_t + \omega_t\, \{\Sigma_r\, \beta_{rs}\, \lambda^{(r)} + (\sigma - 2\omega)\, \lambda_s\} - \\ -\, \omega\, \{\Sigma_r\, \beta_{rst}\, \lambda^{(r)} + \sigma_t\, \lambda_s\}.$$

Queste, tenuto conto delle (II) e notando che dalle (7′) si ha

$$\Sigma_{rs}\, (\beta_{rs+2}\, \omega_{s+1} - \beta_{rs+1}\, \omega_{s+2})\, \lambda^{(r)}\, \lambda_s = 0,$$

dànno

$$10) \qquad \Delta\, \Sigma_s\, \lambda_s\, (\lambda_{s+1\ s+2} - \lambda_{s+2\ s+1}) = \Sigma_{rs}\, (\gamma_{rs+1\ s+2} - \gamma_{rs+2\ s+1})\, \lambda^{(r)}\, \lambda_s.$$

Siccome poi, confrontando le espressioni delle $\gamma^{(uvw)}$ e delle $a_{pq,\,rst}$ si trovano le

$$\gamma^{(uvw)} = \frac{1}{a}\, \Sigma_q\, a^{(wq)}\, a_{u+1\ u+2\,,\ v+1\ v+2q},$$

dalle quali si traggono le

$$\Sigma_r\, \gamma_{rst}\, \lambda^{(r)} = \frac{1}{a}\, \Sigma_{uv}\, a_{vs}\, a_{u+1\ u+2\,;\ v+1\ v+2t}\, \lambda_u$$

avremo le

$$\Sigma_{rs}\, (\gamma_{rs+1\ s+2} - \gamma_{rs+2\ s+1})\, \lambda^{(r)}\, \lambda_s = \Sigma_{rstu}\, a^{(tu)}\, a_{s+2\ s+1\,,\ rtu}\, \lambda_s\, \lambda^{(r)}$$

o anche, avendosi dalle (I) le

$$a_{s+2\ s+1\,,\ rtu} = \beta_{s+2t}\, \beta_{s+1ru} - \beta_{s+2r}\, \beta_{s+1tu} + \beta_{s+1r}\, \beta_{s+2tu} - \beta_{s+1t}\, \beta_{s+2ru},$$

tenuto conto delle (II) e delle (7′), le

$$\Sigma_{rs}\, (\gamma_{rs+1\ s+2} - \gamma_{rs+2\ s+1})\, \lambda^{(r)}\, \lambda_s = \Sigma_{rstuv}\, a_{st}\, a^{(uv)}\, \gamma^{(rt)}\, a_{s+2\ s+1\,,\ ruv}.$$

Poichè la condizione necessaria e sufficiente perchè le λ_s siano proporzionali alle derivate di una stessa funzione rispetto alle x_s è data dall'annullarsi del 1° membro della (10), possiamo concludere che, quando le tre curvature principali di una superficie a tre dimensioni sono tutte differenti fra di loro, una sola condizione è necessaria e sufficiente perchè sulla superficie stessa

esistano tre sistemi di superficie a due dimensioni, i quali si taglino due a due secondo le linee di curvatura di quella a tre dimensioni. Tale condizione consiste in ciò che i coefficienti della forma differenziale quadratica φ^2, che rappresenta il quadrato dell'elemento lineare della superficie, soddisfacciano alla equazione a derivate parziali di 3° ordine

$$\text{(III)} \qquad \Sigma_{rstuv}\, a^{(uv)}\, a_{st}\, a_{r+1\, r+2\,,\, t+1\, t+2}\, a_{s+1\, s+2\,,\, ruv} = 0\,,$$

alla quale si può anche dare la forma

$$\text{(III')} \qquad \Sigma_{rstuv}\, a^{(uv)}\, \beta_{rsv}\, (a_{s+2t}\, \beta_{s+1u} - a_{s+1t}\, \beta_{s+2u})\, a_{r+1\, r+2\,,\, t+1\, t+2} = 0.$$

« Verificata questa condizione, si possono prendere le linee di curvatura come linee coordinate $x_1\, x_2\, x_3$ e posto

$$\varphi^2 = \Sigma_r\, \mathrm{H}^2_r\, dx^2_r$$

e indicata con ω_r la curvatura principale, che corrisponde alle linee di curvatura intersezioni dei sistemi x_{r+1} ed x_{r+2}, si hanno le

$$\beta_{rs} = 0 \qquad \text{per } r \lesseqgtr s$$
$$\beta_{rr} = -\, \omega_r\, \mathrm{H}^2_r$$

e le

$$\beta_{rst} = \frac{d\beta_{rs}}{dx_t} + \omega_s\, a_{rt,\, s} + \omega_r\, a_{st,\, r}\,,$$

le quali equivalgano alle

$$\beta_{rst} = 0 \qquad (r \lesseqgtr s\,,\ s \lesseqgtr t\,,\ r \lesseqgtr t)$$
$$\beta_{rsr} = (\omega_r - \omega_s)\, \mathrm{H}_r \frac{d\mathrm{H}_r}{dx_s} \qquad (r \lesseqgtr s)$$
$$\beta_{rrs} = -\, \mathrm{H}^2_r \frac{d\omega_r}{dx_s}\,.$$

« Le (II) prendono dunque in questo caso la forma

$$\text{(II'')} \qquad (\omega_r - \omega_s)\, \frac{d \log \mathrm{H}_r}{dx_s} + \frac{d\omega_r}{dx_s} = 0 \qquad (r \lesseqgtr s).$$

« Se calcoliamo la curvatura K_r di Gauss di una superficie qualunque del sistema ω_r trasportata nello spazio euclideo senza alterazione del suo elemento lineare troviamo

$$\mathrm{K}_r = \omega_{r+1}\, \omega_{r+2} + \frac{1}{\mathrm{H}^2_r}\, \frac{d \log \mathrm{H}_{r+1}}{dx_r}\, \frac{d \log \mathrm{H}_{r+2}}{dx_r}\,.$$

« Se una delle quantità H_{r+1}, H_{r+2} è indipendente da x_r le equazioni (II'') dicono quindi che esiste nello spazio euclideo per ogni superficie del sistema x_r una superficie, a cui questa è applicabile e per la quale le linee x_{r+1} ed x_{r+2} sono linee di curvatura.

« Se poi supponiamo tutte le β_{rst} identicamente nulle (nel qual caso la (III) è verificata) troviamo le

$$\frac{d\mathrm{H}_r}{dx_{r+1}} = \frac{d\mathrm{H}_r}{dx_{r+2}} = 0\,,$$

le quali ci dicono che H_r è funzione soltanto di x_r e, siccome in questo caso φ^2 è di classe 0, concludiamo che per una forma differenziale quadratica di prima classe la forma cubica di coefficienti β_{rst} non può essere identicamente nulla se non nei due casi superiormente trovati. Siccome di più dall'ammettere che tutte le ω siano costanti e che sia soddisfatta la (III) si traggono le $\beta_{rst}=0$, possiamo anche concludere che, se esistono superficie a tre dimensioni, le cui curvature principali siano tutte costanti e differenti fra di loro, per esse la (III) non è soddisfatta, cioè non è possibile fare scomparire i prodotti dei differenziali delle variabili tanto dall'espressione del quadrato del suo elemento lineare, quanto dalla forma derivata di questa ».

Matematica. — *Sulle equazioni differenziali lineari.* Nota del dott. Carlo Bigiavi, presentata dal Socio Betti.

« 1. Negli studî che fino ad ora sono stati fatti sulle equazioni differenziali lineari a coefficienti doppiamente periodici, sono state considerate principalmente quelle che hanno l'integrale generale uniforme, conosciute sotto il nome di equazioni del Picard. Peraltro l'Halphen ne ha studiate altre per le quali invece soltanto i rapporti degli integrali sono uniformi, ed ha dimostrato che esse, al pari delle precedenti, possono integrarsi completamente. Ma esistono ancora altre equazioni che pure meritano di essere ricordate e sono quelle che hanno un numero di integrali uniformi inferiore al loro ordine.

« Queste equazioni differiscono da quelle del Picard e dell'Halphen per non essere completamente integrabili, ma soltanto riducibili, potendosi abbassare il loro ordine di k unità, supposto k il numero dei loro integrali uniformi. Esse inoltre godono delle due seguenti proprietà fondamentali.

1° I k integrali uniformi appartengono ad una equazione lineare d'ordine k e di quelle del Picard.

2° Le nuove equazioni che si ottengono abbassando il loro ordine di k unità, sono pure a coefficienti doppiamente periodici.

« Infatti sia

$$\frac{d^n y}{dx^n}+p_1\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\dots+p_n y=0 \tag{1}$$

una di tali equazioni e

$$y_1(x)\,,\,y_2(x)\dots y_k(x)$$

i suoi k integrali uniformi. Le funzioni

$$y_1(x+2\omega)\,,\,y_2(x+2\omega)\dots y_k(x+2\omega)$$

sono pure integrali uniformi e distinti dell'equazione. Esse quindi devono essere espressioni lineari a coefficienti costanti di $y_1\ y_2\dots y_k$, ed il determinante di questi coefficienti sarà differente da zero. Lo stesso si dica per

$$y_1(x+2\omega')\,,\,y_2(x+2\omega')\dots y_k(x+2\omega')\,.$$

Perciò il cambiamento di x in $x+2\omega$ e $x+2\omega'$ equivale a fare sopra gli integrali uniformi due sostituzioni lineari. Così si vede subito che l'equazione

$$(2) \qquad \begin{vmatrix} y & y_1 & \dots & y_k \\ y' & y'_1 & \dots & y'_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y^{(k)} & y_1^{(k)} & \dots & y_k^{(k)} \end{vmatrix} = 0$$

è di quelle del Picard.

« Di qui risulta che fra i k integrali uniformi ve ne è uno almeno, y_1 ad es:, di seconda specie. Se ora facciamo nella (1) e nella (2)

$$y = y_1 \int z dx$$

otteniamo due equazioni in z a coefficienti doppiamente periodici e d'ordine $n-1$ l'una e $k-1$ l'altra. Inoltre la seconda è di quelle del Picard, e tutti i suoi $k-1$ integrali uniformi appartengono anche alla prima. Fra questi ve ne sarà uno z_1 di 2ª specie; sicchè, facendo nelle due equazioni ottenute

$$z = z_1 \int t dx ,$$

se ne avranno altre due in t analoghe ad esse, d'ordine $n-2$ l'una e $k-2$ l'altra, sulle quali potremo operare come sulle precedenti. E dopo avere eseguito quest'operazione k volte l'equazione proveniente dalla (2) si ridurrà alla forma $u=0$, essendo u la funzione incognita; mentre che quella che discende dalla (1) sarà d'ordine $n-k$ ed a coefficienti doppiamente periodici.

« Quest'ultima equazione potrà essere di quelle del Picard o di quelle dell'Halphen, oppure apparterrà alla terza classe di equazioni citate, o finalmente sarà di quelle che non hanno alcun integrale uniforme. Nei primi due casi essa s'integrerà completamente, e potremo servirci dei suoi integrali per esprimere quelli della (1) che non sono uniformi. Nel terzo caso invece essa sarà soltanto riducibile come la (1), e potremo col metodo già applicato abbassare il suo ordine, e fare allora sulla nuova equazione che si ottiene considerazioni ed operazioni analoghe alle precedenti. E si proseguirà in questo modo finchè non si giunga ad una equazione del Picard o ad una dell'Halphen o ad una della forma $u=0$, il quale caso è ancora possibile, o finalmente ad una irriducibile, cioè che non abbia più alcun integrale uniforme.

« Quest'osservazione ci mostra che si possono avere ancora espressioni per tutti o per alcuni degli integrali non uniformi della (1). Se l'equazione finale irriducibile è d'ordine i, k saranno gl'integrali uniformi e $n-k-i$ quelli non uniformi pei quali possono aversi formule per esprimerli.

« Non faremo per ora alcun altra considerazione generale sopra le equazioni citate; ma ci limiteremo a mostrare con alcuni esempi come il loro studio possa talvolta riuscire utile ed interessante.

« 2. Consideriamo un' equazione del 2° ordine, alla quale potremo dare la forma

$$(3) \qquad y'' + p_1 y' + p_2 y = 0 ,$$

e supponiamo che i poli di p_1 e p_2 siano del 1° ordine per p_1 ed al più del secondo per p_2, di guisa che, indicando con a uno qualunque di essi, gli integrali della (3) si mantengono finiti quando sono moltiplicati per potenze convenienti di $x - a$. Fra i poli che p_1 e p_2 hanno entro il parallelogrammo dei periodi vi sia lo zero, e si indichino i rimanenti con $a_1\, a_2 \ldots a_l$. Siano r, s; r_1, s_1; r_2, s_2; r_l, s_l le radici delle determinanti della (3) relative a $0, a_1, a_2 \ldots a_l$. Queste radici siano tutte intere, e quelle relative ai punti a ancora positive, e si abbia inoltre $r_1 < s_1\; r_2 < s_2 \ldots r_l < s_l$. Supponiamo poi che per i punti a siano soddisfatte le relazioni esprimenti la condizione necessaria e sufficiente affinchè gli integrali della (3) non contengono logaritmi. Per il punto zero dovremo invece supporre che questa relazione non sia soddisfatta, poichè, se lo fosse, la (3) sarebbe una delle equazioni del Picard.

« Supponendo $r \leq s$, ricordiamo che la (3) ha due integrali particolari distinti, i quali nelle vicinanze dello zero possono mettersi sotto la forma:

$$x^s \varphi_{11}(x) \qquad x^r \left(\varphi_{21}(x) + \varphi_{22}(x) \log x\right),$$

essendo le φ funzioni regolari nel punto zero. Di più sappiamo che φ_{11} non si annulla per $x = 0$, e lo stesso deve sempre accadere per φ_{21} se è $r < s$ o per φ_{22} se è $r = s$.

« Se ora vogliamo che la (3) abbia un integrale particolare uniforme e quindi di 2ª specie, osserviamo che esso non potrà divenire, entro il parallelogrammo, infinito che nel punto zero, oppure sarà della forma $e^{\lambda x}$. In ogni caso quest'integrale nelle vicinanze di zero, all'infuori di un fattore costante, dovrà identificarsi con l'espressione.

$$x^s \varphi_{11}(x),$$

dal qual fatto risulta che s dovrà essere o lo zero o un numero negativo. Epperò potremo porre:

$$s = -n \qquad r = -(n + h)$$

essendo n ed h numeri interi nulli o positivi. Dunque l'integrale uniforme di 2ª specie della (3) diverrà nel punto zero infinito d'ordine n, o si manterrà finito se è $n = 0$

« Da una nota proprietà delle funzioni di 2ª specie sappiamo che quest'integrale deve avere n infinitesimi del 1° ordine entro il parallelogrammo dei periodi ma di questi r_i almeno sono riuniti nel punto a_i, poichè l'integrale generale della (3) diviene in a_i infinitesimo d'ordine r_i. Quindi perchè sia possibile l'esistenza di un integrale di 2ª specie dovrà essere

$$n \geq \Sigma r_i\,.$$

Ma può ancora avvenire che in alcuni dei punti a, per esempio a_h, a_k, l'integrale di 2ª specie divenga infinitesimo di ordini dati dalle maggiori radici s_h, s_k invece che dalle minori r_h, r_k. Perciò, chiamando con ϱ la somma degli zeri che quest'integrale ha nei punti a, si avrà sempre:

$$\varrho \geq \Sigma r_i \qquad n \geq \varrho\,.$$

In quanto ai rimanenti zeri, che l'integrale ha entro il parallelogrammo, si osserva che sono in numero di $n - \varrho$, ed inoltre che sono tutti del primo ordine, cioè distinti, poichè, se ve ne fossero alcuni coincidenti, essi, come si potrebbe facilmente vedere, sarebbero poli per p_1 e p_2, cioè punti di singolarità apparente per l'equazione.

« Supponiamo per ora che le radici $s_1\ s_2 \ldots$ abbiano valori tanto grandi che non si possa soddisfare alla relazione $n \leq \varrho$ altro che prendendo $\varrho = \Sigma\, r_i$. Ciò posto il miglior metodo per riconoscere se la (3) ha un integrale uniforme è il seguente. Si consideri la funzione y_1 di 2ª specie data da

$$y_1 = \frac{\prod_1^l {}_i\ \sigma^{r_i}(x - a_i) \prod_1^{n-\varrho} {}_s\ \sigma(x - \varepsilon_s)}{\sigma^n(x)}\, e^{\lambda x}\,.$$

Le ε e la λ sono $n + 1 - \varrho$ costanti, delle quali possiamo disporre per assoggettare la funzione y_1 a verificare l'equazione (3). Ma per questo occorrono $n + 1 - \varrho + l$ condizioni, poichè, sostituendo y_1 ad y nel primo membro della (3) e dividendo poi per y_1, si ottiene una funzione di prima specie con $n + 1 - \varrho + l$ poli del 1° ordine entro il parallelogrammo. Quindi per ridurre identicamente nulla una tal funzione bisogna eguagliare a zero $n - \varrho + l$ residui ed il valore costante al quale essa in tal caso si riduce, sicchè in tutto si hanno $n + 1 - \varrho + l$ relazioni.

« Avanti di procedere oltre osserviamo un fatto, che semplificherà molto le nostre considerazioni. Si cambi nella (3) funzione incognita ponendo

$$y = zt\,,$$

essendo

$$z = \prod_1^l {}_i \left[\frac{\sigma(x - a_i)}{\sigma(x)}\, e^{Z(a_i)x}\right]^{r_i};$$

si ottiene così l'equazione in t

$$t'' + ft' + gt = 0\,, \tag{4}$$

nella quale i coefficienti f e g sono sempre funzioni di prima specie della x. Essi risultano anche di 1ª specie rispetto ai parametri a, quando si suppone che p_1 e p_2 godano pure di questa proprietà.

« Le radici delle determinanti della (4) relative ai punti $0, a_1, a_2 \ldots$ sono rispettivamente $\varrho - n$, $\varrho - n - h$; $0, s_1 - r_1$; $0, s_2 - r_2 \ldots$ Possiamo per semplicità indicare con $-n$, s_1, $s_2 \ldots$ le differenze $\varrho - n$, $s_1 - r_1$, $s_2 - r_2 \ldots$ Cosicchè nella (4) le quantità corrispondenti a ϱ, r_1, $r_2 \ldots r_l$ della (3) risultano nulle. Questo ci mostra che basta considerare la (3) solo nel caso che sia $\varrho = r_1 = r_2 = \ldots r_l = 0$. Circa il valore di n e delle radici s avevamo fatto una restrizione, la quale equivale ora ad ammettere che n sia minore di s_1, $s_2 \ldots$

« Mediante queste osservazioni la funzione di 2ª specie, che deve assoggettarsi a verificare la (3), viene ad avere la forma più semplice

$$y_1 = \frac{\prod_1^n {}_s\, \sigma(x - \varepsilon_s)}{\sigma^n(x)}\, e^{\lambda x}\,.$$

Così essa contiene soltanto $n+1$ costanti, che devono verificare $n+1+l$ relazioni. Eliminando fra queste le $n+1$ costanti, si ottengono l relazioni, le quali devono essere soddisfatte dalle varie quantità che entrano nella costituzione di p_1 e di p_2. Anzi queste l relazioni esprimono la condizione necessaria e sufficiente affinchè la (3) abbia un integrale particolare uniforme. Quindi, quando esse sono soddisfatte, lo saranno pure quelle che si devono avere per i punti a, affinchè gli integrali non contengano logaritmi.

« 3. Applichiamo ora le considerazioni precedenti ad un esempio; ma osserviamo dapprima che i numeri interi e positivi n, h, l, s_1, $s_2 \ldots s_l$ devono soddisfare alla relazione:

$$\sum_1^l {}_i\, s_i - l - (2n + h + 1) = 0\,,$$

la quale esprime che la somma dei residui dei poli di p_1 entro il parallelogrammo è eguale allo zero. Inoltre ricordiamo che n deve essere minore delle radici s, e finalmente che 2 è il minimo valore che si possa attribuire a ciascuna delle s.

« 4. Nell'esempio che considereremo supporremo che si abbia $n = 1$, e $h = 0$, In questa ipotesi possono darsi tre casi, cioè

1°	$l = 3\ ,\ s_1 = s_2 = s_3 = 2$
2°	$l = 2\ ,\ s_1 = 2\ ,\ s_2 = 3$
3°	$l = 1\ ,\ s_1 = 4\,.$

« Essendo $n = 1$, l'integrale uniforme diverrà infinito del 1° ordine nel punto zero, e sarà quindi della forma:

$$y_1 = \frac{\sigma(x - \varepsilon)}{\sigma(x)}\, e^{\{Z(\varepsilon) + \lambda\} x}\,,$$

ove ε è un punto del parallelogrammo che non coincide con quelli di singolarità e λ una costante determinata.

« Ma invece di quest'integrale considereremo la sua derivata logaritmica, la quale è data da:

$$v_1 = \frac{y'_1}{y'} = -f(x, \varepsilon) + \lambda\,, \tag{5}$$

ponendo per semplicità $f(x, \varepsilon) = \frac{1}{2}\,\dfrac{p'(\varepsilon) + p'(x)}{p(\varepsilon) - p(x)}\,.$

« Prendiamo per funzione incognita $v = \frac{y'}{y}$; la equazione differenziale (3) si trasformerà nell'altra

$$(6) \qquad v' + v^2 + p_1 v + p_2 = 0 .$$

« Nel primo dei tre casi che si considerano vi sono entro il parallelogrammo oltre allo zero altri tre punti $a, b, c,$ di singolarità, e si vede subito che si può prendere:

$$(7) \begin{cases} p_1 = f(x, a) + f(x, b) + f(x, c) \\ p_2 = p(x) + \mathrm{A} f(x, a) + \mathrm{B} f(x, b) + \mathrm{C} f(x, c) + \mathrm{R}, \end{cases}$$

ove le A, B, C, R sono arbitrarie, ma tre di queste quantità possono determinarsi in funzione della quarta, quando si tenga conto delle relazioni che si devono avere affinchè gl'integrali non contengano logaritmi nei punti a, b, c.

« Queste relazioni sono:

$$(8) \begin{cases} \mathrm{A}^2 + p(a) + \mathrm{R} = (\mathrm{A} - \mathrm{B}) f(a, b) + (\mathrm{A} - \mathrm{C}) f(a, c) \\ \mathrm{B}^2 + p(b) + \mathrm{R} = (\mathrm{B} - \mathrm{C}) f(b, c) + (\mathrm{B} - \mathrm{A}) f(b, a) \\ \mathrm{C}^2 + p(c) + \mathrm{R} = (\mathrm{C} - \mathrm{A}) f(c, a) + (\mathrm{C} - \mathrm{B}) f(c, b) . \end{cases}$$

« Per quest'equazione come pure per le altre due, è inutile parlare del punto zero, poichè in esso l'equazione determinante ha le due radici eguali a -1, e quindi uno dei due integrali contiene sempre un logaritmo.

« Prendendo per p_1, p_2 le espressioni (7) e sostituendo a v nella (6) la funzione v_1 data dalla (5), si ottiene una nuova relazione di cui il secondo membro è sempre lo stesso, ed il primo una funzione di 1ª specie della x con cinque poli del 1° ordine entro il parallelogrammo, cioè 0, a, b, c, ε. Annullando i residui di 0, a, b, c ed il valore che la funzione prende in zero, quando si è annullato il residuo di questo punto, si hanno le cinque relazioni seguenti:

$$(9) \begin{cases} f(a, \varepsilon) - \lambda - \mathrm{A} = 0 \qquad f(b, \varepsilon) - \lambda - \mathrm{B} = 0 \\ f(c, \varepsilon) - \lambda - \mathrm{C} = 0 \\ \lambda + \mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C} = 0 \\ \lambda^2 - 2p(\varepsilon) - p(a) - p(b) - p(c) + \mathrm{R} = 0 . \end{cases}$$

« Se esiste un sistema di valori per ε e λ che le verifica tutte, questo sistema ci determina completamente la funzione v_1, la quale allora, quando venga sostituita a v, riduce la (6) ad una identità; sicchè solo in questo caso si può avere un' integrale uniforme.

« Ma se dalle (9) eliminiamo ε e λ, si ottengono le (8), le quali per ipotesi sono soddisfatte; quindi si può sempre determinare un sistema di valori per ε e λ. Dalla 4ª delle (9) abbiamo:

$$\lambda = -(\mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C}),$$

e dalla 5ª ponendo per λ il valore trovato, si ricava:

$$p(\varepsilon) = \frac{(\mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C})^2 + \mathrm{R} - p(a) - p(b) - p(c)}{2} .$$

Quest'ultima relazione ci dà due valori per ε; ma soltanto uno di essi è tale, che sostituito nelle prime tre delle (9), le verifica. Difatti da una di esse, dalla prima per es:, si ottiene:

$$p'(\varepsilon) = 2\,(B + C)\,[p\,(a) - p\,(\varepsilon)] - p'(a)$$

ma per simmetria, servendoci ancora delle altre due, si ha invece:

$$p'(\varepsilon) = \frac{2\Sigma\,(B + C)\,p\,(a) - 4\,(A + B + C)\,p\,(\varepsilon) - \Sigma p'(a)}{3}.$$

« Sostituendo a $p\ (\varepsilon)$ l'espressione che già abbiamo trovato si ottiene:

$$p'(\varepsilon) = \tfrac{1}{3}\big(2\Sigma\,(B + C)\,p\,(a) - \Sigma p'(a) - 2\,(A + B + C)^3 - \\ - 2R\,(A + B + C) + 2\,(A + B + C)\,\Sigma p\,(a)\big).$$

« Per quanto abbiamo detto vi deve sempre essere un valore di ε che verifica al tempo stesso quest'ultima relazione e quella che ci dà $p\,(\varepsilon)$; ma dalla natura stessa di queste relazioni si vede subito che di tali valori non ve ne può essere che uno. Quindi l'integrale uniforme y_1 è perfettamente determinato.

« L'altro y_2 è dato da:

$$y_2 = y_1 \int \frac{\sigma\,(x - a)\,\sigma\,(x - b)\,\sigma\,(x - c)}{\sigma\,(x)\,\sigma^2\,(x - \varepsilon)}\, e^{\{Z(a)+Z(b)+Z(c)-2Z(\varepsilon)-2\lambda\}x}.$$

« Tralasceremo di trattare gli altri due casi che abbiamo citato, pei quali del resto si procede nel medesimo modo. Osserveremo soltanto che per essi pure si verifica il fatto notevole, che per stabilire l'esistenza di un'integrale uniforme, è necessario e basta che siano verificate le relazioni che si devono avere, affinchè gl'integrali non contengano logaritmi nei punti di singolarità diversi da zero che si trovano entro il parallelogrammo ».

Fisica. — *Sul punto di affioramento negli areometri.* Nota del prof. C. Marangoni, presentata dal Socio Blaserna.

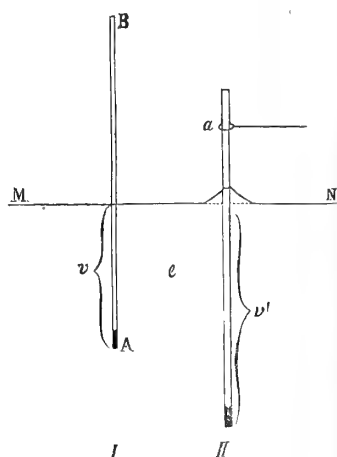
« 1. I fisici non accennano generalmente quale sia il punto che si deve leggere negli areometri come vero punto di affioramento; ovvero ammettono, come cosa evidente, che il punto di affioramento sia quello che corrisponde al livello della superfice piana del liquido, come hanno fatto Langberg [1], Van der Mensbrugghe [2], e Duclaux [3]. I costruttori di areometri sogliono

[1] *Ueber den Einfluss der Capillar-attraction auf Aräometer-Messungen* (Pogg. Ann. 1859 t. CVI p. 299).

[2] *Sur la tension superficielle des liquides considerée au point de vue de certains mouvements observés à leur surface.* 1869, 1e Mémoire, § 53 (Mém. des sav. étrang de l'Acad. de Belgique t. XXXIV). — *Sur les moyens d'évaluer et de combattre l'influence de la capillarité dans la densimétrie* (Bull. de l'Acad. R. de Belgique 1888 t. XVI p. 31).

[3] *Sur l'influence de la tension superficielle des liquides sur les mésures aréométriques* (Journal de Physique de D'Almeida 1872 t. I p. 197).

prendere, per punto di affioramento, una media fra la superfice piana e la sommità del menisco. Io poi asserii, in una mia Memoria [1], che bisognava leggere gli areometri alla sommità del menisco; parendomi giusto di tener conto della spinta sulla porzione di asticina che pure è immersa nella massa che forma il menisco. La mia induzione mi pareva giustificata dal considerare che una nave galleggia egualmente sia alla sommità di un' onda che alla sua base. Ma pensando poi che nelle onde si ha un liquido in movimento mi sono venuti dei dubbi, e per decidere la questione ho data la seguente dimostrazione.

« 2. Sia *AB* fig. I un volumetro di forma cilindrica per tutta la sua lunghezza. Supponendo che non esista la capillarità, che cioè la superfice MN del liquido sia piana fino a contatto dell'asticina, chiamando p il peso del volumetro, v il volume della parte immersa, e ∂ il peso specifico del liquido, la condizione di equilibrio è semplicemente:

$$p = v\,d \quad [1].$$

« Ora ammettendo che si formi il menisco, fig. II e chiamando q il peso del liquido sollevato sulla superfice orizzontale, in virtù di questo nuovo peso il volumetro si affonderà maggiormente.

« Stabilendo di leggere il volume immerso come precedentemente, cioè dal livello della superfice piana e chiamando v' questo volume, la nuova condizione di equilibrio è:

$$p + q = v'\,\partial.$$

Ma siccome il peso q è equilibrato dall'aumento di spinta [2], cioè:

$$q = (v' - v)\,\partial$$

così la formola precedente diventa

$$p + (v' - v)\,\partial = v'\,\partial$$

ovvero

$$p = v\partial.$$

Questa formola è identica alla [1] la quale è esatta.

[1] *Verificazione sperimentale della variazione di tensione al variare dell'area nei liquidi.* Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, § 3. Seduta 3 marzo 1889.

[2] Nella mia Memoria citata ho indicato il seguente modo per misurare la quantità $v' - v$. Si sospenda il volumetro capovolto ad una bilancia, si faccia equilibrio con tara, poi s' immerga l'asticina nell'acqua fino a ristabilire nuovamente l'equilibrio. La porzione immersa rappresenta appunto il volume $v' - v$.

« Dunque per leggere esattamente i volumetri bisogna proprio prendere per punto di affioramento quello che è al livello della superfice piana del liquido, e fare poi la correzione dovuta alla capillarità, col determinare il punto ridotto, come al § 2 m. c. [1]. Rettifico quindi con questa dimostrazione, la mia asserzione fatta nella suddetta Memoria.

« 3. Ma eccoci innanzi a una difficoltà pratica. Il menisco che sta intorno all'asticina agisce come un prisma; e siccome questo ha il vertice in alto — per effetto di rifrazione — rialza ed affittisce le divisioni della scala che si trova sotto il menisco; cosicchè, invece di cogliere il punto che sta sul piano, si leggono una o due divisioni più basse del vero punto di affioramento. Ecco adunque che la pratica dei costruttori, di prendere un punto medio fra il piano e la sommità del menisco è un buon compenso per accostarsi al vero punto di affioramento.

« Quando il liquido è trasparente è meglio guardare la scala tenendo l'occhio un poco al disotto della superfice orizzontale; così si evita l'incertezza di non leggere la scala sempre alla stessa maniera. Migliore però è il modo di lettura che ho visto adoperare dal prof. Grattarola, che vale anche pei liquidi opachi; egli si serve di un anellino *a* fig. II di sottilissimo e ben orizzontale filo di platino, fissato alle pareti del vaso, entro il quale anellino scorre l'asta dell'areometro. Così l'anellino, nello stesso tempo che serve a mantenere l'areometro nel centro, costituisce un piano di riferimento fisso e preciso per tutte le osservazioni. Ma bisogna che il vaso, che contiene l'areometro sia abbastanza grande affinchè le variazioni di livello del liquido sieno trascurabili.

« 4. Mi preme finalmente di fare osservare che le misure della tensione, date nella mia citata Memoria, le quali erano dedotte leggendo i volumetri alla sommità dei menischi, non sono perciò affette da errore; imperocchè avevo tenuto la stessa norma, sia leggendo i volumetri diritti, che capovolti per determinare l'errore dovuto alla capillarità. I valori dati nelle colonne $H - h'$ e $H - h''$, essendo differenze di letture fatte collo stesso criterio, sono indipendenti dal punto convenzionale di lettura ».

(1) Ma anche con questo metodo non si avrebbero misure esattissime, a volere le quali bisogna ricorrere al *doppio volumetro*. Vedi Nuovo Cimento. Serie 3ª fasc. sett.-ott. 1886.

Fisica terrestre. — *Riflessioni sopra una esperienza di Boillot concernente la dimostrazione del moto rotatorio della Terra.* Nota di Filippo Keller, presentata dal Socio Blaserna.

« Boillot descrive una esperienza molto semplice (¹) la quale, supposta vera l'interpretazione che egli dà ai risultati, sarebbe di un'importanza assai grande. Consiste il relativo apparecchio sostanzialmente di una sfera o di una qualunque altra massa sospesa liberamente a un sottilissimo filo di seta in guisa da ridurne la torsione al suo minimo valore. Ora asserisce l'autore che difeso l'apparecchio nel dovuto modo dalle cause perturbatrici, come correnti di aria ed altro, ha osservato che un' indice orizzontale, di cui era fornita la sfera, si muoveva assai lentamente nel senso del moto apparente del cielo.

« Dopo data questa breve esposizione aggiunge: « La durée d'une rotation apparente entière de la sphère devrait être à Paris, de $31^h 52^m$ et quelques secondes, d'après l'expression $\frac{24^h}{\sin L}$, qui donne cette durée pour une latitude L. Mais cette rigueur ne peut être obtenue. Les résultats ont varié entre 32^h et 33^h et 40^h; et, lorsque l'expérience est continuée pendant quelques jours, on constate que ce temps va en augmentant. La raison en est facile à comprendre, car la torsion du fil, quoique très faible, croit continuellement ».

« Da questo passo dell'autore risulta ad evidenza come egli ritenga, sebbene non lo dica esplicitamente, che la sfera del suo apparecchio e il rispettivo indice si comportano come il piano di oscillazione del pendolo di Foucault, vale a dire che l'indice medesimo ha la tendenza di conservare invariabilmente la sua posizione nello spazio, il quale fatto avrebbe poi pieno effetto ai soli poli della Terra. Ma è facile vedere che questa analogia non ha luogo, perchè non vi è ragione alcuna a credere, che la sfera dell'apparecchio non possegga il moto comune di tutti i corpi della Terra che si trovano in prossimità della medesima. Ma se ciò si verifica, come potrebbe accadere che essa cambi la sua posizione relativa? La sfera in questione allora soltanto avrebbe la tendenza di conservare la sua orientazione iniziale nello spazio, quando lo sperimentatore nell'atto di appenderla al filo di seta non partecipasse al moto rotatorio della Terra, il che in verun modo è mai possibile di realizzare.

« Ma se è facile di comprendere come la sfera, tolte le cause perturbatrici, non possa concepire verun moto rapporto ai corpi circonvicini, non è altrettanto facile di provare questo fatto sperimentalmente. Infatti trovandosi

(¹) Comptes Rendus, 11 juin 1888, pag. 1664. — Archives des sciences physiques et naturelles etc. tome 21°, pag. 249.

essa in un equilibrio quasi indifferente, diviene anche nel più alto grado sensibile alle azioni perturbatrici, similmente ai sismometri astatici più delicati; e a questo fatto contribuisce ancora maggiormente la sua sospensione assai perfetta. Il movimento osservato dal Boillot è senza dubbio da attribuire a cause perturbatrici e secondo ogni probabilità alla variazione della torsione, sulla quale influisce la umidità dell'aria in un modo molto marcato; potrebbe anche essere, che si facciano sentire i disquilibri di temperatura.

« Il tentativo di voler surrogare il piano del pendolo di Foucault semplicemente per un corpo in riposo come fa il Boillot non è punto nuovo, anzi rimonta fin dal 1851. A quest'epoca, vale a dire appena cinque mesi dopo la prima pubblicazione della celebre esperienza di Foucault, venne da Marx pubblicata una nota intitolata: *Ueber einen neuen experimentellen Beweis von der Umdrehung der Erde* [1]. Egli non ha messo in pratica il suo apparecchio perfettamente uguale a quello di Boillot, ma non dubita, che costruito colla dovuta precisione, dovrebbe funzionare non meno bene del pendolo di Foucault.

« Questa medesima erronea idea si trova poi di nuovo sostenuta da Hullmann in una sua opera pubblicata nel 1873; quantunque non abbia potuto procurarmi il lavoro originale, conosco il suo contenuto almeno in parte da una memoria di Tammen pubblicata nel 1882 [2]. La disposizione adottata da Hullmann coincide pur essa perfettamente con quella di Boillot, salvo che la sfera è rimpiazzata da una sbarra pesante orizzontale che riposa sopra un pernio acuminato in modo simile ad un ago magnetico. Hullmann non si è contentato di questa semplice proposta, egli volle anche sperimentare l'apparecchio, ma trovando i risultati ottenuti in contradizione colla legge dei seni, ideò anche una nuova teoria del pendolo di Foucault, dalla quale seguirebbe fra le altre cose che il piano di oscillazione non potrebbe nel suo moto azimutale compire un intero giro di 360°, che per le sole latitudini maggiori di 45°; per latitudini minori questo moto azimutale sarebbe oscillatorio! Tammen nel riportare il relativo brano di Hullmann non accetta la sua nuova teorica, è però pienamente d'accordo con lui riguardo l'asserto, che il piano del pendolo oscillante possa essere surrogato per una semplice sbarra orizzontale.

« Tammen trova l'apparecchio di Hullmann poco dissimile a quello ideato da Poinsot fin dall'anno 1851 [3]; ma qui sarà opportuno a far riflettere, che, per quanto spetta ai concetti fondamentali, i quali hanno guidati alla costruzione dei due rispettivi congegni, non esiste neppure un'ombra di analogia, sebbene taluno possa trovare forse qualche rassomiglianza nelle loro forme esterne. Veramente se alla sbarra di Hullmann, supposta di forma cilindrica assai

(1) Poggendorff's Annalen. Vol. 83, anno 1851, pag. 302.
(2) Carl's Repertorium der Experimental-Physik. 18° Band, pag. 278.
(3) Comptes Rendus, tome 32, pag. 206.

regolare, s'immaginano aggiunte due masse uguali e mobilissime a guisa di corsoi, le quali vengano in un dato istante spinte dalla parte centrale della sbarra verso gli estremi, (forse per mezzo di una molla o di simile congegno) allora si ha una completa analogia fra i due apparecchi, ma ognuno dovrà riconoscere, che l'indicata modificazione non è da considerarsi come cosa secondaria, ma invece come essenzialissima perchè il concetto dell'apparecchio viene totalmente cambiato.

« Pare che Poinsot non abbia mai eseguito il suo istrumento, verosimilmente per timore d'incontrare troppe difficoltà nella pratica, essendo l'attuazione oltremodo delicata e di dubbio successo. Ciò però non toglie che l'idea sia in astratto giustissima, e non si può escludere la possibilità di vederla un giorno eseguita con buon risultato; l'opposto si deve dire dell'idea di Hullmann, che è da considerarsi come uno sbaglio di concetto. Se però è stato detto non essere l'idea di Poinsot d'impossibile esecuzione pratica, ciò non si deve intendere nel senso che così fatto apparecchio si presterebbe ugualmente bene come il pendolo di Foucault; giacchè anche vinte le difficoltà pratiche si avrebbe colla sbarra di Poinsot un risultato molto meno spiccato.

« E qui cadrà opportuno di far rimarcare che i due apparecchi in discorso funzionano in un modo assai differente; difatti la causa che determina il moto azimutale del pendolo di Foucault si rinnova in ogni successiva oscillazione, mentre questa medesima causa agisce nella sbarra di Poinsot una sola volta, cioè nell'istante in cui scatta la molla che sposta i pesi corsoi.

« Da ciò segue, che nel primo apparecchio perdurerà il moto azimutale finchè il pendolo oscilla regolarmente e può essere protratto per molto tempo, quando si ha cura di mantenere il pendolo in oscillazione per mezzo di apposita forza motrice; la sbarra di Poinsot invece è meno persistente, perchè incontrando le inevitabili resistenze al moto, senza ricevere nuovi impulsi, finirà per fermarsi dopo un tempo più o meno lungo. Essendo la sua sospensione fatta a guisa di pernio acuminato, allora, prescindendo da qualunque altra causa perturbatrice, dipenderà la sua posizione finale dalla resistenza dell'aria e dall'attrito sul pernio; trattandosi invece di una sospensione a filo, il quale anche sottile che sia, possiede sempre una certa forza di torsione, la sbarra concepirà un moto oscillatorio più o meno lungo e si fermerà finalmente nella sua posizione di partenza.

« Rimane da fare un' ultima osservazione sullo scritto di Tammen. Nella esperienza di Poinsot eseguita colle dovute cautele, viene impressa alla sbarra una velocità angolare, che è necessariamente minore di quella del pendolo di Foucault; e il relativo fattore di riduzione dipende dalle masse o piuttosto dai momenti d'inerzia dei pesi corsoi in rapporto a quello della semplice asta, e Tammen stesso riporta la relativa formula di Poinsot. Ora Tammen, che ritiene erronee le dimostrazioni finora date della esperienza di Foucault, trova con un suo ragionamento per la sbarra di Hullmann la solita formula,

secondo la quale essa compirebbe al polo un'intiera rotazione nel tempo di ventiquattro ore. Non si giunge qui a comprendere come si possa quest'ultimo risultato conciliare colla suindicata formula di Poinsot ».

Chimica. — *Sopra alcuni derivati dell'acido α-carbopirrolico* [1]. Nota di FRANCESCO ANDERLINI presentata a nome del Corrispondente G. CIAMICIAN.

I. Derivati nitrici.

« In una nota precedente [2] ho dimostrato che per l'azione dell'acido nitrico sull'etere metilico dell'acido α-carbopirrolico si ottengono dei composti nitrici senza che si elimini il gruppo carbossimetilico, ed ho dato la descrizione di un acido nitrocarbopirrolico, il di cui etere metilico è insolubile nei carbonati alcalini. Questo acido nitrocarbopirrolico non è identico a quello preparato da Ciamician e Danesi dalla pirocolla [3].

« Nello stesso lavoro ho accennato inoltre alla presenza di altre sostanze contenute nelle parte del prodotto che non viene estratta dall'etere dalla soluzione nel carbonato sodico.

« Siccome la teoria prevede l'esistenza di tre isomeri dei composti bisostituiti del pirrolo, eravi la probabilità di rinvenire fra i prodotti solubili nei carbonati alcalini il terzo derivato nitrico dell'acido carbopirrolico. Le mie speranze non furono vane come si vedrà da quanto sto per esporre.

« Per isolare l'etere metilico dell'acido nitrocarbopirrolico, da me già descritto, si tratta il prodotto dell'azione dell'acido nitrico sull'etere metilico dell'acido α-carbopirrolico con un eccesso di carbonato sodico e si esaurisce con etere il liquido alcalino. Quest'ultimo contiene l'etere metilico di un nuovo acido nitrocarbopirrolico che ho potuto separare nel modo seguente.

« La soluzione alcalina viene acidificata con acido solforico diluito ed agitata ripetutamente con etere. Per svaporamento dell'estratto etereo si ottiene una massa cristallina, che viene fatta cristallizzare frazionatamente dall'acqua bollente.

« Dalla soluzione di una certa concentrazione si separa, per raffreddamento e riposo, un prodotto cristallizzato in aghi gialli, che venne purificato mediante alcune cristallizzazioni dall'acqua e dall'alcool diluito bollente, impiegando in principio il carbone animale per scolorare le soluzioni.

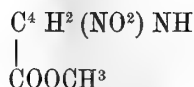
« Il nuovo composto fonde a 179° ed è, come lo dimostra la seguente

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica della R. Università di Padova.

[2] Acc. L., Rendiconti vol. V, 1889, (1° sem.) p. 41 e Gazz. chim. 19, p. 93.

[3] Acc. L., Memorie vol. XII, 1881-82, e Gazz. chim. p. 12, 28.

determinazione di azoto, un etere mononitro-carbopirrolico, isomero con quello da me descritto nella mia Nota già citata, e che ha perciò anch'esso la formula:

$$\begin{array}{l} C^4\,H^2\,(NO^2)\,NH \\ | \\ COOCH^3 \end{array}$$

0,0744 gr. di sostanza diedero 10,4 c. c. di azoto misurati a 9° e 764 mm.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^6\,H^6\,N^2\,O^4$
N	16,69	16,47

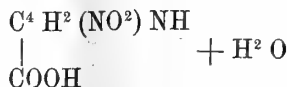
« Anche questo nuovo etere cristallizza in aghi leggermente colorati in giallo, che sono ordinariamente più grossi di quelli dell'altro isomero.

« È insolubile a freddo nell'acqua, dalla quale viene difficilmente bagnato, ed è pure poco solubile nell'etere e nel benzolo.

« Per preparare l'acido corrispondente all'etere ora descritto lo si fa bollire colla potassa caustica per circa $^3/_4$ di ora. Quando un saggio della soluzione raffreddata non cede più nulla all'etere la reazione è compiuta. La soluzione che in tal modo si ottiene è fortemente colorata in giallo; trattata con un eccesso di acido solforico diluito, si separa un precipitato giallo chiaro formato dall'acido nitro-carbopirrolico libero. Si estrae il tutto con etere ripetutamente e si fa cristallizzare più volte il nuovo acido dall'acqua bollente, scolorando la soluzione con nero animale. Per raffreddamento e riposo si separano aghi, che in massa appariscono leggermente colorati in giallo, sono poco solubili nell'acqua a freddo, molto invece a caldo e sono pure molto solibili nell'etere, nell'alcool e nel benzolo.

« Anche questo acido contiene acqua di cristallizzazione ed incomincia a fondere a 128°, continuando a scaldare ben presto la porzione liquida si solidifica nuovamente e non fonde completamente che a 160° circa. L'acido anidro fonde a 161°.

« L'analisi diede numeri corrispondenti alla formula:

$$\begin{array}{l} C^4\,H^2\,(NO^2)\,NH \\ | \\ COOH \end{array} + H^2\,O$$

0,5034 gr. di sostanza perdettero 0,0518 gr. di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^4\,H^2\,(NO^2)\,NH\,CO^2\,H + H^2\,O$
H^2O	10,29	10,34

0.1568 di acido deacquificato diedero 0,2204 gr. di CO^2 e 0,0406 di $H^2\,O$.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^5 H^4 N^2 O^4$
C	38,34	38,46
H	2,87	2,57

« Questo acido dà le stesse reazioni di quello già descritto nella mia Nota citata, ma è diverso da questo e da quello scoperto da Ciamician e Danesi segnatamente pel suo differente punto di fusione.

« Senza dubbio insieme ai due eteri nitrici da me descritti si forma anche quello corrispondente all'acido preparato da Ciamician e Danesi dalla pirocolla. Tuttavia non sono riuscito ad ottenerlo in uno stato di sufficiente purezza per poterlo analizzare malgrado i numerosi tentativi da me fatti.

« La separazione completa delle sostanze contenute nella parte del prodotto solubile nel carbonato sodico è molto difficile e richiede una grande quantità di materia prima, la quale pur troppo viene in parte distrutta dall'acido nitrico concentrato.

« È da notarsi però che fra i prodotti cristallini ho riscontrato una sostanza che deve essere considerata come un composto binitrico.

« Dopo un gran numero di cristallizzazioni dall'acqua, dall'alcool diluito e dal benzolo, esso aveva un aspetto abbastanza omogeneo ed un pnnto di fusione abbastanza netto a 115°.

« L'analisi diede i numeri seguenti:

0,1206 gr. di sostanza svolsero 20,8 c. c. di azoto misurato a 13° e 760^{mm} di pressione.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4 H (NO_2)_2 (COOCH_3) NH$
N	20,24	19,53

« Questo dunque è l'etere metilico di un acido dinitrocarbopirrolico.

« Cristallizza in laminette giallo chiare, brillanti e fonde nell'acqua bollente prima di sciogliervisi.

« Oltre alle sostanze menzionate in questa e nella mia precedente comunicazione si forma un prodotto oleoso che non ho ulteriormente esaminato.

« La quantità di materiale di cui disponeva non mi ha permesso per ora di determinare la posizione del residuo nitrico nei tré acidi nitro-α-carbopirrolici, che molto probabilmente si formano contemporaneamente nella reazione descritta. Le mie esperienze unite a quelle di Ciamician e Danesi dimostrano l'esistenza di tutti e tre gli acidi nitro-α-carbopirrolici, che la teoria prevede in base alla formula del pirrolo. Nella storia chimica del pirrolo questo è il primo caso in cui si conoscono tutti e tre i derivati bisostituiti possibili e perciò credo utile riunire nel seguente specchietto le proprietà principali dei tre acidi nitro-α-carbopirrolici isomeri.

Acidi nitro-α-carbopirrolici $C^4 H^2 (NO^2) (\overset{\alpha}{CO}OH) NH$

	a. Ciamician e Danesi	*b*. Anderlini	*c*. Anderlini
Punto di fusione	144°-146°	161°	217°
		Eteri metilici.	
Punto di fusione	—	179°	197°

II. Diacetilpirocolla.

(*Imminanidride dell'acido α-acetil-α-carbopirrolico*)

« Oltre alla pirocolla ordinaria non si conoscevano finora che due altre imminanidridi carbopirroliche, la tetrametilpirocolla e l'imminanidride dell'acido $\alpha\beta'$-dimetilpirroldicarbonico ed il suo etere dietilico, scoperte in questo Istituto l'anno scorso dal D.r Magnanini (1).

« Io ho voluto preparare l'amminanidride dell'acido $\alpha\alpha'$-acetilcarbopirrolico, descritto qualche anno fa da Ciamician e Silber (2), principalmente per vedere se per saponificazione con potassa alcoolica potesse dare origine ad un prodotto analogo all'acido tetrametilpirroilpirrolmonocarbonico, che il Magnanini ottenne per saponificazione parziale della tetrametilpirocolla (3). La diacetilpirocolla non dà però, secondo le mie esperienze, che l'acido da cui deriva.

« Per preparare questa pirocolla ho fatto bollire l'acido acetilcarbopirrolico con un eccesso di anidride acetica per circa un'ora in un apparato a ricadere. Distillando a b. m. a pressione ridotta l'anidride acetica rimase un residuo cristallino alquanto colorato in bruno, che è la pirocolla cercata.

« L'acido $\alpha\alpha'$-acetilcarbopirrolico si trasforma dunque nella sua imminanidride per semplice ebollizione con anidride acetica in modo analogo all'acido metadimetilpirroldicarbonico di Magnanini.

« Il prodotto greggio venne purificato mediante alcune cristallizzazioni dall'alcool bollente, impiegando in principio carbone animale, e si ottenne per raffreddamento del solvente, il composto in forma di aghi colorati in giallo, lunghi e sottili, che fondono a 225°.

« L'analisi del prodotto seccato, sull'acido solforico nel vuoto, diede numeri, che corrispondono alla formola:

$$C^{10} H^4 (C^2 H^3 O^2)^2 N^2 O^2,$$

che venne confermata dalla determinazione del peso molecolare fatta dal D.r Magnanini in soluzione di naftalina col metodo di Raoult.

(1) Acc. L., Rendiconti, Vol. IV (2° sem.) p. 174 e Gazz. chim. 18, p. 548.
(2) Acc. L., Memorie, (3) 18; Gazz. chim. 14, p. 162.
(3) Acc. L., Rendiconti, Vol. IV (2° sem.) p. 468 e Gazz. chim. 19, p. 80.

« Il D.r Magnanini ha già pubblicato i risultati delle sue esperienze nei Rendiconti di questa Accademia (1).

0,1360 gr. di sostanza diedero 0,3092 gr. di CO^2 e 0,0474 gr. di H^2O.

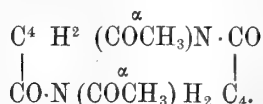
« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^4(C^2H^3O^2)^2N^2O^2$
C	62,00	62,22
H	3,87	3,70

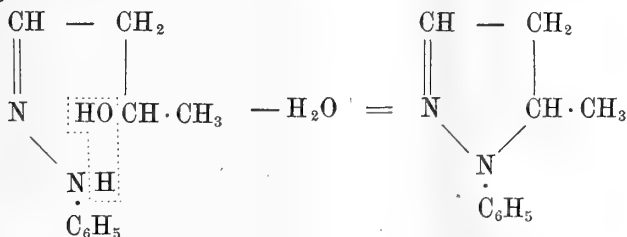
« La diacetilpirocolla è insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool bollente, nell'etere e nel benzolo bollente.

« Bollita con potassa alcoolica dà l'acido acetilcarbopirrolico da cui deriva.

« La sua costituzione è da rappresentarsi con la formola:

$$\begin{array}{l} C^4\,H^2\,(\overset{\alpha}{CO}CH_3)N\cdot CO \\ | \qquad\qquad\qquad\quad | \\ CO\cdot N\,(\overset{\alpha}{CO}CH_3)\,H_2\,C_4. \end{array}$$

Chimica. — *Sopra l'aldolo.* Nota di Gaetano Magnanini (2), presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

« Nel corso di questo anno io aveva preparato una certa quantità di aldolo il quale dopo i lavori di Wurtz non è, si può dire, stato quasi più oggetto dello studio dei chimici. Era sopratutto mia intenzione di preparare l'idrazone dell'aldolo non tanto per vedere quale fosse il comportamento dell'aldolo rispetto alla fenilidrazina, quanto nella speranza di potere poi dal composto ottenuto, avere per riduzione una ossiammina, ed inoltre per arrivare, eliminando acqua col mezzo di un disidratante, ad un pirazolino secondo l'eguaglianza seguente:

$$\begin{array}{lll} CH - CH_2 & & CH - CH_2 \\ \| \qquad\quad | & & \| \qquad\quad | \\ N \quad HO\,CH\cdot CH_3 & -H_2O = & N \qquad CH\cdot CH_3 \\ \diagdown & & \;\diagdown\;\diagup \\ \quad N\,H & & \quad N \\ \quad C_6H_5 & & \quad C_6H_5 \end{array}$$

« I tentativi fatti però non hanno avuto quasi risultato alcuno. Trattando una soluzione acquosa di aldolo con una soluzione di acetato di fenilidrazina, precipita un olio molto denso il quale, estratto con etere ed abbandonato nel vuoto per qualche giorno, costituisce una massa trasparente rossastra, di consistenza talmente vischiosa che si può capovolgere la capsula che la contiene senza che si noti movimento alcuno. Anche dopo un riposo di qualche mese

(1) Rendiconti, Vol. V°, (1° sem.) p. 547.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

questa sostanza non si è solidificata; per riscaldamento perde la sua vischiosità e si decompone anche alla pressione di soli 5 mm. di mercurio, mentre distillano sopra 160°-180° dei prodotti i quali danno con acido solforico e bicromato potassico la reazione dei pirazolini; si nota fra questi prodotti sopratutto la presenza di una quantità rilevante di anilina e di una sostanza, in piccolissima quantità, la quale ha l'odore e dà le reazioni degli indoli. Questo prodotto di azione della fenilidrazina sull'aldolo, che sarà probabilmente il vero idrazone, si decompone per azione dell'acido cloridrico concentrato a caldo, e si forma una materia colorante verde. I riducenti tentati (amalgama di sodio e sodio ed alcool) non mi hanno dato buona prova.

« Ho inoltre tentato di ottenere una ossima dell'aldolo, abbandonando la sostanza in soluzione acquosa a contatto di quantità corrispondenti di cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico, per due giorni. Io non ho ricavato che una certa quantità di un liquido mobile, neutro, il quale aveva lo stesso punto di ebullizione della ossima della acetaldeide.

« Avendo ottenuto nel corso di questi tentativi una certa quantità di *paraldolo* puro, ne ho determinato il peso molecolare col metodo di Raoult. Il risultato ottenuto in soluzione acetica, conduce pel paraldolo alla formula doppia $(C_4H_8O_2)_2$.

I gr. 0,0916 di paraldolo sciolti in gr. 16,06 di acido acetico dettero un abbassamento di 0°,13.

II gr. 0,1682 di paraldolo sciolti in gr. 15,71 di acido acetico dettero un abassamento di 0°,24.

III gr. 0,3643 di paraldolo sciolti in gr. 16,06 di acido acetico dettero un abbassamento di 0°,50.

da cui si calcola:

concentrazione	coefficiente di abbass.	peso molecolare
0,5703	0,2279	171
1,0707	0,2240	174
2,2683	0,2204	176

« Peso molecolare calcolato per $(C_4H_8O_2)_2 = 176$ ».

Fisiologia. — *Sull'origine dell'urea nell'organismo animale.* Nota di F. Coppola [1], presentata dal Socio Tommasi-Crudeli.

« È ormai fuori dubbio che l'urea nell'organismo animale si formi in principal modo a spese delle sostanze albuminoidi; ma è quasi con pari certezza dimostrato ch'essa non provenga direttamente dalla loro decomposizione, ma si generi invece per via sintetica da prodotti intermedi provenienti dalla metamorfosi delle sostanze proteiche.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto farmacologico della R. Università di Messina.

« È stato quindi pei fisiologi argomento di molte ma non decisive ricerche il definire quali corpi prendano parte immediata alla formazione dell'urea, e quale sia il processo biochimico che presiede a questa reazione. Colle ben note esperienze del Radziejewski e del Salkowski (1), dello Schultzen e Nencki (2), dello Knierim (3) etc. si credette dapprima di avere ottenuto la soluzione completa del quesito, essendo stato con esse dimostrato, che nella decomposizione delle sostanze albuminoidi, sia fuori che dentro l'organismo, si generano degli acidi amidati come la leucina, la tirosina, l'acido asparaginico, la glicocolla, e che questi acidi introdotti nell'organismo vengono in parte decomposti determinando un aumento nella eliminazione dell'urea. Senonchè pure ammettendo come rigorosamente dimostrata la trasformazione di questi acidi in urea, la quistione fondamentale resta sempre negli stessi termini; perchè soltanto in piccola parte l'azoto contenuto nelle sostanze albuminoidi si distacca in forma di acidi amidati; ed oltre a ciò, poichè questi acidi contengono un solo atomo di azoto e l'urea ne contiene due, resta sempre a definire quale sia il processo sintetico da cui essa prende origine.

« Una teoria invece più completa e generalmente accolta con favore è stata quella proposta dallo Schmiedeberg (4), secondo la quale nella decomposizione delle sostanze albuminoidi si formerebbe del carbonato ammonico, e da questo l'urea prenderebbe direttamente origine per un processo di disidratazione simile a quello per cui dall'acido benzoico e la glicocolla si ottiene acido ippurico.

« Questa ipotesi è fondata sul fatto osservato la prima volta dal Lohrer, e successivamente contradetto e poi confermato dal Knierim (5), dal Salkowski (6), dal Feder (7), dal Walter (8), dal Koranda (9), dallo Schmiedeberg (10); cioè a dire che introducendo nell'organismo carbonato ammonico o sali ammonici, i quali per ossidazione o per doppio scambio si trasformano in carbonato, si verifica un aumento nella eliminazione dell'urea, senza che venga sensibilmente a modificarsi il consumo organico e la eliminazione dell'ammoniaca. Però, senza escludere la partecipazione diretta dell'ammoniaca nella formazione dell'urea, la reazione proposta dallo Schmiedeberg incontra un ostacolo nel fatto che il carbonato ammonico si trasforma in urea molto difficilmente e a temperatura non inferiore ai 130°-140°; ed è inoltre contradetta da un'esperienza, secondo me, molto concludente del Salkowski (11), e confermata dallo stesso Schmiedeberg (12), dalla quale risulta che introducendo nell'organismo il carbonato di etilamina, si ottiene l'urea monoetilica invece dell'urea bisostituita come dovrebbe avvenire se la reazione procedesse nel modo indicato dallo Schmiedeberg.

(1) *Ber. d. deutsch. Chem. Ges.* VII. 1050. Zeitsh. f. phys. Chem. IV, 100. — (2) Zeitsch. f. Biol. VIII, 124. — (3) ib. X, 279. — (4) Arch. f. esep. Path. u. Pharm. VIII, 1. — (5) l. c. — (6) Zeitsch. f. phys. Ch. I, 1. — (7) Zeitsch. f. Biol. XIII, 256. — (8) Arch. f. exp. Path. u. Pharm. VII, 148. — (9) ib. XII, 76. — (10) l. c. — (11) l. c. — (12) l. c.

« Più di recente il Drechsel avendo riconosciuto nel sangue tracce di acido carbamico ed ottenuto artificialmente quest'acido per ossidazione della glicocolla e della leucina [1], ha emesso l'ipotesi che l'urea provenga dal carbamato ammonico [2]. Però questa ipotesi non può considerarsi come essenzialmente diversa da quella dello Schmiedeberg, rappresentando il carbamato ammonico il primo grado dalla disidratazione del carbonato, e d'altra parte essa non trova fondamento sufficiente nel fatto che dal carbamato ammonico sottoposto all'elettrolisi o ad una temperatura di 130-140° si ottenga urea.

« Una teoria invece essenzialmente diversa, molto razionale per il lato chimico, e non contradetta per il lato fisiologico da nessun fatto, benchè da nessun altro direttamente avvalorata, è quella sostenuta dal Hoppe-Seyler [3] e dal Salkowski [4] secondo i quali l'urea nell'organismo si formerebbe dall'acido cianico. Questa teoria finora non ha trovato una vera base sperimentale, perchè se è molto probabile che nella decomposizione delle sostanze albuminoidi si formi carbimide, è poi molto difficile che si riesca a dimostrarla, trattandosi di un corpo talmente instabile che appena generato deve trasformarsi; ed è così che l'osservazione del Gorup-Besanez, il quale trattando una soluzione alcoolica di leucina con ozono avrebbe constatato l'odore dell'acido cianico [5], è negata dal Drechsel [6]. D'altra parte poi non è stato nemmeno provato che l'organismo animale possegga l'attitudine a trasformare l'acido cianico in urea, per la difficoltà che a tale ricerca oppone la grande instabilità dell'acido e dei suoi sali.

« Però, occupandomi recentemente dello studio farmacologico di alcuni derivati della carbimide [7], pensai che l'acido cianurico forse avrebbe potuto servire a trasportare questa teoria dal campo puramente ipotetico in quello sperimentale, nel caso ch'esso introdotto nell'organismo vi trovasse le condizioni opportune per dissociarsi, servendo in tal modo a far pervenire nell'intima trama degli organi l'acido cianico allo stato nascente.

« A questo scopo cominciai dallo stabilire in una grossa cagna l'equilibrio dell'urea somministrandole ogni giorno alla stessa ora (9,15′ am.) la stessa alimentazione e in quantità insufficiente (gr. 200 di pane). Dopo circa un mese il peso del corpo si mantenne costante a gr. 9200. Allora per 5 giorni consecutivi fu determinata l'urea e l'acidità totale nell'urina delle 24 ore (dalle 9 am. alle 9 am.), di cui si raccoglievano le ultime porzioni per mezzo del catetere. Il dosamento dell'urea fu eseguito col metodo del Liebig precipitando anche il cloro col metodo del Mohr, e facendo le correzioni richieste dalla diversa concentrazione dell'urina; l'acidità fu determinata con una soluzione al $^{1}/_{10}$ normale di KOH. La media di queste determinazioni

(1) lib. XXII, 476. — (2) Journ. f. prakt. Chem. N. F. XII, 417 e XVI, 619. — (3) Physiologische Chemie. Berlin 1881, s. 808-810. — (4) l. c. — (5) Ann. Chem. Pharm. CXXV, 210 — (6) l. c. — (7) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei. Seduta del 3 Marzo 1889.

fu per l'urea delle 24 ore gr. 6,56 con oscillazioni massime di ± gr. 0,10; per l'acidità, espressa in acido ossalico, fu di gr. 0,39 con oscillazioni massime di ± gr. 0,01. Ritenendo sufficientemente costanti questi dati cominciai le esperienze coll'acido cianurico proveniente dalla fabbrica Trommsdorff di Erfurt.

« Nel seguente specchietto trovansi raccolti i risultati:

DATA	Acqua bevuta nelle 24h. in c. c.	Quant. della urina in c. c.	Peso spec.	Urea in gr.	Acidità in gr. di ac. ossalico	OSSERVAZIONI
29 marzo	190	181	1034	6.55	0,39	Si danno col pasto gr. 3 di ac. cianurico.
30 »	200	242	1031	7.18	0,58	L'urina contiene molto sedimento cristallino.
31 »	90	141	1042	6.60	0,40	
1° aprile	165	131	1044	6.56	0,40	
2 »	150	134	1040	6.60	0,39	Si dà gr. 1,5 di ac. cianurico.
3 »	70	129	1047	7.21	0,46	Scarso sedimento cristallino.
4 »	200	165	1036	6.68	0,40	
5 »	65	150	1040	6.62	0,38	Si danno gr. 4 ac. cianurico metà alle 9 ant. e metà alle 2 pom.
6 »	190	162	1042	7.20	0,49	Abbondante sedimento cristallizzato.
7 »	150	180	1036	6.65	0,40	
8 »	50	125	1045	6.48	0,40	Si dà 1 gr. ac. cianurico.
9 »	300	235	1026	7.15	0,41	Senza sedimento cristallino.
10 »	100	157	1040	6.57	0,40	
Si danno 400 gr. di pane invece di 200 al giorno.						
11 aprile	400	165	1045	10.88	0,51	
12 »	335	232	1042	11.05	0,53	Si dà 2 gr. di acido cianurico.
13 »	350	320	1032	11.80	0,64	Sedimento cristallino.
14 »	360	305	1030	11.31	0,52	
15 »	352	315	1029	11.25	0,51	

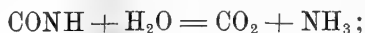
« Risulta da queste esperienze che in seguito alla somministrazione dell'acido cianurico (tricarbimide), si verifica costantemente un aumento nella quantità dell'urea eliminata nelle 24 h. di circa il 10 $^0/_0$, senza che sia cresciuto il consumo dell'organismo poichè il peso del corpo nella prima serie

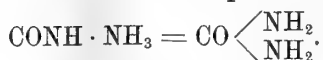
di esperienze si mantenne costante. Questo aumento è evidentemente indipendente dalla quantità di urina, poichè concide ora con una secrezione più abbondante, ora con una secrezione più scarsa; ma ciò che sembra a prima vista strano, si è ch'esso è anche indipendente dalla quantità di acido cianurico introdotto almeno per le dosi superiori al grammo.

« Però per la dose di 1 gr. l'acidità dell'urina non aumentò che di gr. 0,01, mentre si osservò un aumento corrispondente a gr. 0,07 di acido ossalico per la dose di gr. 1,5; di gr. 0,11 per 2 gr.; di gr. 0,19 per 3 gr. di gr. 0,11 per 4 gr., e ad eccezione del primo caso in tutti gli altri, l'urina presentò un sedimento cristallino, più abbondante secondo la dose somministrata, e che ho potuto facilmente identificare per acido cianurico inalterato. Somministrando la dose di 1 gr., sono riuscito a ricavar dall'urina soltanto tracce di acido cianurico inalterato; mentre ne ho ricuperato gr. 0,45 per la dose di gr. 1,5, gr. 0,87 per 2 gr. L'acido cianurico che si elimina inalterato, trattandosi di una sostanza poco solubile, per massima parte si presenta in forma di sedimento cristallino; il resto rimane in soluzione nell'urina di cui aumenta l'acidità. Ed è naturale che in presenza di un deposito di acido cianurico l'aumento nell'acidità dell'urina delle 24 h., determinata dopo filtrazione, deve essere anche in funzione della quantità di urina, e così si spiega perchè con 3 gr. di acido cianurico si ebbe un aumento nell'acidità di gr. 0,19 di acido ossalico e per 4 gr. di gr. 0,11, essendo stata eliminata nel primo caso c. c. 242 di urina e nel secondo c. c. 162. In una seconda serie di esperienze ho voluto anche provare se somministrando in due volte l'acido cianurico, ed aumentando l'alimentazione, una quantità maggiore di esso venisse trasformata; ma l'esperienza non confermò questa previsione.

« Sicchè riassumendo possiamo conchiudere che nelle condizioni delle mie esperienze soltanto 1 gr. circa di acido cianurico venne costantemente a decomporsi, determinando per conseguenza, malgrado la differenza della dose, un aumento sensibilmente costante nella quantità dell'urea, il quale in media si può fissare a gr. 0,60.

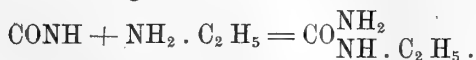
« Questo rapporto ponderale da una parte conferma che l'aumento dell'urea provenga dalla trasformazione dell'acido cianurico in urea, e d'altra parte ci permette di stabilire l'andamento della reazione. L'acido cianurico dissociandosi genera la carbimide. Una molecola di questa assorbendo una molecola di acqua sviluppa una molecola di ammoniaca e una di anidride carbonica:

$$CONH + H_2O = CO_2 + NH_3;$$

in presenza di questa ammoniaca un'altra molecola di carbimide si trasforma in cianato ammonico, da cui naturalmente prende origine l'urea:

$$CONH \cdot NH_3 = CO\begin{matrix} \diagup NH_2 \\ \diagdown NH_2 \end{matrix}.$$

« Con questo processo la formazione di una molecola di urea richiede due molecole di carbimide, e per conseguenza 1 gr. di acido cianurico può

dare soltanto gr. 0,69 di urea; e avuto riguardo all'indole di queste esperienze, i risultati ottenuti devono ritenersi come abbastanza concordanti colla teoria.

« Resta così provato che l'organismo animale possiede l'attitudine a trasformare l'acido cianico in urea; ma che questa sia la genesi fisiologica dell'urea non si può con certezza affermare, ma si deve ora ammettere come il fatto più probabile ove si consideri che nell'organismo si può generare l'urea anche nell'assenza completa dell'ammoniaca, come ha dimostrato l' Hoppe-Seyler [1], e che col carbonato di etilamina si ottiene la monoetilurea, la cui formazione si spiega facilmente colla seguente reazione:

$$CONH + NH_2 . C_2H_5 = CO\begin{matrix} NH_2 \\ NH . C_2H_5 \end{matrix} .$$

« Del resto questa teoria non viene a contradirsi col fatto generalmente ammesso e non vittoriosamente oppugnato dall'Axenfeld [2], cioè a dire che il carbonato ammonico e i sali di ammoniaca capaci di generarlo si trasformano nell'organismo in urea: inquantochè è facile il concepire che, ove si trovi in circolazione del carbonato ammonico, l'acido cianico venendo con esso in contatto formerà cianato ammonico e quindi urea. In questo caso l'urea non si forma soltanto a spese dell'acido cianico proveniente dalla decomposizione delle sostanze proteiche, ma vi concorre anche questa ammoniaca artificialmente aggiunta; dimodochè generandosi una molecola di urea da una sola molecola di carbimide anzichè da due si deve ottenere un aumento nella quantità dell'urea. L'aumento dell'urea dovuto agli acidi amidati avrebbe la stessa origine, poichè si ritiene che questi acidi nell'organismo si decompongano sviluppando ammoniaca.

« Per conchiudere, essendo molto difficile che si riesca a dimostrare che nella decomposizione delle sostanze proteiche si generi acido cianico, a me pare di aver aggiunto un argomento prezioso in favore della teoria che fa provenire dalla carbimide l'urea, coll'aver provato che l'organismo animale è veramente capace di determinare questa metamorfosi ».

Agronomia. — *La inoculazione preventiva del carbonchio in Campagna di Roma.* Osservazioni critiche del prof. E. PERRONCITO alla Nota del prof. CORRADO TOMMASI-CRUDELI, presentata alla R. Accademia dei Lincei nella seduta del 7 aprile scorso.

« Nella seduta del 7 aprile di codesta r. Accademia, il prof. Tommasi-Crudeli ha presentato una Nota sulla *inoculazione preventiva del carbonchio nella campagna di Roma* (riprodotta sul giornale l'*Opinione* del 12 aprile

(1) l. c.
(2) Ann. di Chim. e di Farmacologia, fasc. di sett. 1888.

scorso) che per l'importanza dell'argomento io mi credo in dovere di esaminare brevemente, tanto più che essa contiene gravi inesattezze sul modo con cui succedettero i fatti, ed anche qualche errore scientifico.

« Invero, egli nel tessere la storia della dolorosa polemica, che dovetti sostenere costì, si esprime subito in questo modo. « Nei primi del passato marzo i giornali di Roma annunziarono un vasto *esperimento di inoculazione preventiva*, che il prof. Perroncito si proponeva di fare sugli armenti dell'Agro Romano ». Invece, i giornali di Roma nell'annunciare il mio breve corso di *Parassitologia*, pel quale sono stato chiamato costì, aggiunsero che tale corso si sarebbe finito *con una vaccinazione carbonchiosa in massa sui bovini dell'Agro Romano*. Ciò che era già ben diverso. Ma la notizia non poteva certo aver alcun carattere di attendibilità dal momento che la vaccinazione carbonchiosa, anche quando si pratica in località infette, dev'essere richiesta dai proprietari stessi del bestiame ad innestarsi.

« Del resto, a nessuno poteva venire in mente che io volessi divertirmi a far vaccinare i bovini dell'Agro Romano! In ogni caso, non si è mai parlato di *esperimenti di inoculazione preventiva del carbonchio*, ma semplicemente di una *vaccinazione preventiva*. Chiamato però in causa sullo stesso giornale *Il Popolo Romano*, senza rispondere direttamente alla lettera del Tommasi-Crudeli, ed unicamente coll'idea di stabilire nettamente i fatti, sul numero del 9 marzo, io mi esprimevo nel modo seguente: « Premetto che « io non mi farò mai iniziatore delle vaccinazioni carbonchiose in località « dove non esiste il carbonchio e tanto meno poi nell'Agro Romano (e di « questo desidero che s'assicurino bene i grandi fittabili della campagna « Romana) a meno che non ne venissi richiesto da proprietari per una even- « tuale insorgenza del carbonchio sotto forma enzootica od epizootica ».

« Le vaccinazioni carbonchiose che in questi giorni si praticano dal di- « stinto dott. Forno, medico-veterinario municipale di Civitavecchia, si fanno « appunto nei dintorni di quella città (che pure appartiene alla provincia di « Roma), sopra un migliaio di pecore ed un centinaio di bovini al più, dopo « che si ebbe acquistata la prova dell'esistenza del vero carbonchio in quelle « località e fu richiesto dai proprietari il vaccino, per mezzo della Direzione « della Scuola veterinaria di Pisa, alla Direzione del laboratorio Pasteur di « Torino, in conformità della circolare del Ministero d' Agricoltura del 16 « settembre 1886. E siccome direttore del laboratorio Pasteur, fondato con « mezzi francesi, è il sottoscritto, così saputo delle vaccinazioni che si vole- « vano praticare nel circondario di Civitavecchia, e avendone parlato col di- « rettore della sanità pubblica e della scuola superiore per l'igiene, si è « pensato di condurre i distinti medici ed operosissimi allievi di questa Scuola « ad assistere all'applicazione pratica di questa vaccinazione, che pure ha la « più alta importanza dal punto di vista profilattico ».

« Stando così le cose, ben note allo stesso Tommasi-Crudeli che lesse

la mia lettera poich'egli l'ha qualificata lettera-lezione, non comprendo perchè egli abbia voluto insistere nel pretendere ch'io mi fossi proposto ciò che non mi passò mai neppure per la mente.

« Sventuratamente, attaccato (sebbene indirettamente) ed accusato di voler danneggiare le condizioni già infelici dell'Agro Romano, dovetti rispondere nei modi noti a tutti e che non potevano offendere nè amici nè avversarii. Ma come mi spiacque che il prof. Tommasi-Crudeli abbia portato la quistione, con quella forma, che per rispetto al collega vorrei dimenticare, davanti al parlamento; così m'ha dispiaciuto vederla risuscitata davanti a questo insigne corpo Accademico; e mi addolora tanto più inquantochè egli ha fatto la sua comunicazione come « *inscritto fra i soci della sezione di Agronomia* » evocando il nome illustre dello stesso Luigi Pasteur.

« Ma l'agronomia sta ai fatti quali succedono nei diversi luoghi, dove viene seriamente applicata e non ad esperienze già vecchie e mal riuscite, in qualunque luogo siano esse state compiute; e per di più citate collo scopo unico e solo di opporsi ad un esperimento innocentissimo che non si voleva fare e che per ciò non potè mai neppure essere progettato.

« A me poi che tenni sempre dietro agli studi del Tommasi-Crudeli con quella venerazione che è proprio di un convintissimo credente nei continui progressi scientifici e pratici, io che ho sempre creduto che egli mi precorresse in queste tanto importanti questioni, confesso che ha prodotto penosissima impressione vederlo giudicare attualmente le vaccinazioni carbonchiose non solamente non utili ma pericolose per l'Agro Romano, che si vorrebbe in certo qual modo fare intangibile come lo è Roma capitale d'Italia.

« E come non rimanere penosamente impressionati dopo che io ebbi l'unico esemplare di pustola maligna, che conservo nella mia collezione di parassitologia, dalla cortesia dell'illustre amico, raccolta su di un infelice morto negli ospedali di Roma?

« E come non meravigliarsi di quella incomprensibile ostinazione, dopo che il Tommasi-Crudeli aveva il 3 marzo 1882 pubblicato quanto segue, nel suo stimato libro di patologia?

« La cura antimicotica della infezione carbonchiosa generale è stata tentata da Maffucci per mezzo dell'acido carbolico, e a quel che pare, con « buon risultato. Ma fortunatamente sembra certo che noi possediamo adesso « un mezzo di prevenire questa malattia, molto più prezioso di qualunque « mezzo atto a reprimerla una volta sviluppata. *Il carbonchio non recidivo* ecc. » (1).

« Poco più sotto continuava:

« Ultimamente Pasteur è riuscito ad ottenere il *vaccino del carbonchio.*

(1) Corrado Tommaso-Crudeli, *Istituzioni di Anatomia patologica.* Torino 1882, pag. 144.

« In un suo lavoro precedente Pasteur aveva dimostrato come fosse possibile,
« mediante una speciale maniera di coltivazione del parassita scoperto da
« Perroncito che produce il colera dei polli, ridurne la potenza morbigena
« fino al punto di renderlo incapace di produrre una malattia grave ; ed inoltre
« servirsi di lui, quando la sua virulenza era stata così limitata, per preser-
« vare i polli dalle epidemie del colera. Pasteur è riuscito allo stesso risul-
« tato col bacillo del carbonchio ».

« Descrive in seguito il metodo per la preparazione del vaccino Pasteur del virus carbonchioso e quindi dichiara:

« A questo grado di riduzione della loro potenza morbigena, i bacilli
« costituiscono un vero *vaccino* ; perchè gli animali inoculati con essi vengono
« preservati dal carbonchio. Quando Pasteur rese conto di questa sua bella
« scoperta al Congresso medico internazionale di Londra (seduta dell'8 agosto
« 1881), egli aveva già fatto un esperimento in grande con 50 pecore, 25
« delle quali erano state da lui previamente inoculate col suo vaccino.

« Inoculando il virus carbonchioso a tutte le 50 pecore contemporanea-
« mente, nessuna delle 25 vaccinate ammalò, mentre nello spazio di cinquanta
« ore tutte le altre 25 pecore erano già morte di carbonchio ».

« Infine egli dichiarava che:

« Gli esperimenti fatti da Perroncito e da Ercolani in Italia, hanno con-
« fermato pienamente i risultati di Pasteur ».

« Ed è per questo che io, convinto della efficacia delle vaccinazioni per le località infette, le ho sempre calorosamente patrocinate, a cominciare dopo gli studi compiuti per incarico del Ministero di Agricoltura nel 1887. Ma egli continua a sostenere che nell'Agro Romano non esiste il carbonchio, ed intanto nel suo stimato libro ci narra che:

« Alcuni anni fa, qui a Roma, Marchiafava fece l'autopsia d'un uomo
« che aveva mangiato carne d'una pecora morta di carbonchio, nel quale la
« prima manifestazione della malattia si era avuta nell'intestino in forma di
« una enterite carbonchiosa primitiva ».

« Dunque, anche in Roma si ebbero casi di carbonchio non soltanto in animali, ma anche nell'uomo.

« E dalle statistiche ufficiali pubblicate dal nostro governo risulta che la provincia di Roma è la più infetta d'Italia ; od almeno è dove la pustola maligna si manifesta più frequente al punto di averne denunciati in un solo anno, ed in uno stesso circondario, 395 casi con 10 decessi. Si noti ancora, che a Civitavecchia, per es., i carboncelli o pustole maligne sono così comuni che i contadini le conoscono perfettamente, e quando non trovano subito il medico a cui ricorrono sempre, si cauterizzano da sè col ferro rovente.

« Del resto, sta il fatto che Tommasi-Crudeli nelle sue « *Istituzioni di anatomia patologica* » del 1882 aveva profetizzata la scoperta del vaccino per la rabbia ; ed è questo un grande merito, che io non solo non gli con-

testo, ma desidero che torni a suo completo onore. Ed infatti, a pag. 140, discorrendo della rabbia così si esprime:

« Se il fermento rabico verrà scoperto, e se la fortuna vorrà che si tro-
« vino mezzi di coltura atti a ridurre gradatamente la virulenza, è sperabile
« che si possa ottenere in tal modo un *vaccino della rabbia.* Trattandosi di
« un fermento che ha un nido di elezione così limitato, nulla si oppone a
« credere che si possa giungere a procurare una infezione mitissima, atta a
« preservare l'organismo da una accidentale infezione violenta, mediante una
« riduzione artificiale della virulenza dell'agente specifico, come Pasteur è
« riuscito a fare per l'agente specifico del colera dei polli e per quello del
« carbonchio ».

« Sempre però nel suo lodato libro, egli non solo si dichiarava convinto dell'eccellenza del metodo scientifico per la vaccinazione carbonchiosa, ma eziandio della sua eccellenza per la pratica.

« Ora, che cosa è avvenuto per giustificare questa completa trasformazione di idee relativamente alle vaccinazioni carbonchiose e l'accanimento con cui ora si è messo a combatterle? sia pure per l'Agro Romano! Gli insuccessi da lui invocati si riferiscono o a puri accidenti, o all'imperfezione di metodo di un'applicazione alla pratica di scoperte scientifiche, che nei primordii si verificano quasi sempre.

« Per mio conto, io continuerò ad essere coerente, incoraggiato anche dell'avviso dell'illustre Pasteur, che colla data del 9 scorso aprile mi indirizzava in proposito la seguente lettera:

Institut Pasteur. Paris, le 9 avril 1889.
25, rue Dutot.

Cher Monsieur Perroncito,

« Pourquoi donc toutes ces discussions, en Italie, au sujet des vaccinations charbonneuses ?

« M. Tommasi-Crudeli soutient que le « charbon » est totalement absent dans la campagne de Rome.

« Il est parfaitement clair que, dans une localité où le charbon n'existe pas, il n'y a pas lieu à vacciner préventivement contre ce mal. Mais l'assertion de M. Tommasi-Crudeli est-elle exacte? Vous affirmez le contraire et vous en donnez une preuve de fait palpable et d'un contrôle facile en assurant que chaque année on constate la mort de nombreux paysans par des pustules malignes. Le charbon régnerait donc dans la province de Rome. Certe c'est là une question de fait que les médecins et les vétérinaires peuvent juger immédiatement et sans contestation possible.

« De nombreux animaux doivent également périr du charbon, s'il y a des pustules malignes chez l'homme.

« En France la pratique des vaccinations est courante partout ou règne le charbon. La préparation des vaccins est en permanence à l'Institut Pasteur. En 1888, comme pendant les années précédentes, il y a eu des vaccinations par centaines de mille.

« Mille compliments empressés.

« L. Pasteur ».

« Or bene si studi e si indaghino sul serio i fatti e si provveda acciocchè l'Agro Romano, vergogna d'Italia, non sia più abbondonato a sè, senza alcuna sorveglianza, come se fosse un deserto. Si progredisca anche in esso nell'Agronomia pratica ; ma per carità, gli uomini che dovrebbero essere i pionieri del progresso non si adoperino a favorire i pregiudizi e l'ignoranza che i governi più illuminati hanno già bandito da un pezzo.

« L'on. Tommasi-Crudeli afferma che « fedele ai precetti dell' illustre inventore » egli ha « sempre raccomandato di praticare la vaccinazione carbonchiosa soltanto nelle località nelle quali il vero carbonchio già esiste, ed ha preso forma epizootica ». Egli qui pare che si compiaccia a rilevare, o a far credere, per poter combattere, ciò che nessuno ha mai asserito. Ancora una volta ripeto che è naturale che le vaccinazioni carbonchiose si debbano praticare soltanto dove esiste il vero carbonchio, altrimenti non solamente esse diventano inutili, ma costituiscono una spesa per gli stessi proprietari. Ma chi è colui che vuol preservare gli animali da una malattia che non hanno, od a cui non possono andare soggetti?

« Che però si debba praticare la vaccinazione soltanto nei casi, nei quali la malattia ha preso *forma epizootica*, è un errore grave dannosissimo per gli allevatori del bestiame e per l' igiene pubblica. Se per es. la malattia si manifestasse in una stalla di 50-60 capi bovini e che ne uccidesse uno; poi di lì a 15 giorni un 2°; dopo 40 giorni un 3°; dopo 3 mesi due altri; dopo 6 mesi un 6°, in modo da ammazzarne in un anno una dozzina soltanto, come è già accaduto ed accade abbastanza spesso, come si chiamerebbe innanzi tutto la forma, con cui domina il carbonchio? Non certo *epizoozia*, perchè non si è sviluppata in altre stalle vicine. Sarà semplicemente un'*enzoozia*, ed ancora stirando ben bene il significato di questo vocabolo medico. Quindi, il proprietario, secondo i precetti dell' illustre agronomo dell'Accademia de' Lincei, non dovrebbe far praticare la vaccinazione carbonchiosa! Chi ne pagherebbe le spese sarebbe però il proprietario! Ecco un esempio pratico:

« Ad un proprietario della Lomellina sopra 80 bovini della stessa stalla ne morirono 8 in meno di due mesi, alla distanza 4-5-10-15-20 giorni l'uno dall'altro. Il proprietario, che è anche veterinario, è un po' restio alle vaccinazioni; ma poi si decide, e fa praticare la vaccinazione sopra tutti i bovini superstiti. Cessa completamente la mortalità e l'esempio produce proseliti alla vaccinazione.

« 2° esempio:

« Un altro proprietario della Lomellina ha una stalla di 85 capi bovini. Gliene muore uno e si sospetta il carbonchio. Dopo 15 giorni ne muore un 2°, e si manda ad un competente laboratorio un pezzetto di milza ed un po' di sangue per vedere se si tratti di antrace. Si constata la malattia. Il proprietario è ancora perplesso sul da farsi. Se ne ammalano due altri quasi con-

temporaneamente di carbonchio; di essi uno muore, l'altro guarisce. Domanda la vaccinazione e la si fa praticare. Cessa completamente la morìa. — Ma sarà bene ch'io citi un esempio classico per dimostrare come la vaccinazione abbia anche una importanza igienica grandissima. In una stalla dei dintorni di Novara appartenente ad una coltissima persona, tre anni fa morirono sopra una sessantina di bovini in breve lasso di tempo tredici bovini, che furono causa della pustola maligna e di morte per carbonchio in contadini e lavoranti della tenuta. Coll'applicazione delle misure più scrupolose di pulizia sanitaria il carbonchio si è arrestato in quella stalla per due anni. In gennaio di quest'anno la malattia fece di nuovo capolino. Il distinto veterinario del luogo consigliò la vaccinazione che venne tosto praticata su tutto il bestiame della stalla (65 bovini) e d'allora in poi non si ebbero più casi di carbonchio.

« Del resto, che il Tommasi-Crudeli non sia fedele ai precetti dell'illustre inventore Luigi Pasteur, lo dimostrava meglio il fatto, che non ha tenuto dietro allo svolgimento completo della questione, ai perfezionamenti introdotti nella preparazione del vaccino per opera specialmente dello Chamberland ed ai risultati pratici delle vaccinazioni carbonchiose tanto in Francia, quanto negli altri Stati e nell'Italia nostra.

« Infatti, il Pasteur, rappresentato dallo Chamberland, al Congresso internazionale d'igiene a Vienna, nel settembre del 1887, ha proposto che la vaccinazione carbonchiosa si dovesse praticare in tutte quelle località ove la malattia produce perdite superiori all'1 p. % nei bovini, e del 2 al 3 p. % negli ovini. Quindi, nè il Pasteur, e tanto meno poi il suo distinto rappresentante l'on. Chamberland, parlano di epizoozie e di enzoozie, ciò che del resto io trovo razionalissimo. Essi stabilirono invece dei dati molto più sicuri, sui quali i proprietari ed i veterinari possono fondarsi per tutelare i loro interessi e compiere il loro dovere.

« Io sono d'altronde più che persuaso che il chiarissimo professor Tommasi-Crudeli, ragionando un po' più praticamente intorno al modo con cui si sviluppa e miete vittime il carbonchio, si convincerà che la sua raccomandazione di praticare la vaccinazione carbonchiosa soltanto nelle località, nelle quali il vero *carbonchio* ha *preso forma* epizootica, non può essere utilmente seguìta dai proprietari di bestiame e tanto meno poi dagli igienisti.

« Mi credo perciò dispensato dal seguirlo nelle sue considerazioni che fa paragonando il vaccino del carbonchio col vaiuolo delle vacche e col virus del vaiuolo umano; poichè il vaccino carbonchioso è oramai una preparazione di esattezza matematica; si tratta infatti di un virus noto nella sua natura e, suscettivo di essere attenuato a volontà, come ammette ora lo stesso illustre Koch, e capace di essere fissato nelle sue diverse gradazioni di virulenza. Invece, tanto il vaccino quanto il virus del vaiuolo umano non ci sono ancora, pur troppo, noti nella loro essenza. Il vaccino carbonchioso si prepara

artificialmente colle colture in termostati adatti; invece il vaccino delle vacche (Kow-pox), ed il virus del vaiuolo umano non si sanno coltivare fuori dell'organismo animale adatto, quindi in macchine sempre troppo complesse perchè lo studioso possa valutarne i risultati.

« Che quando si fanno estese vaccinazioni debbano sicuramente morire degli animali per effetto del vaccino è un'altra asserzione ormai dimostrata completamente errata, a meno che non riescano normali e per la qualità del vaccino e per la loro difettosa applicazione. Comprendo che quando si praticano la vaccinazioni in località infette, possono morire, durante il periodo della vaccinazione, animali che si infettarono della malattia, così detta spontanea, prima o durante l'effetto dell'operazione, ma questi casi a rigore di logica non devono essere attribuiti agli effetti del vaccino. Pel cultore di scienza, trovo poi strane e disdicevoli una serie di altre asserzioni, ad es. che il vaccino troppo attenuato abbia il valore di acqua fresca; come non è punto vero che le spore del *bacillus anthracis* abbondino nelle deiezioni degli animali malati di carbonchio, e nei corpi degli animali morti pel semplice fatto che il *Bacillus anthracis* è un bactere aerobo e quindi esso non può sporificare, finchè rimane nel sangue dentro i vasi sanguigni, ed anche nell'intestino. I soli bacilli che possono sporificare, sono quelli che vengono a contatto dell'aria col sangue, che talvolta nei cadaveri carbonchiosi esce dalle narici e dal retto.

« Nell'agro romano poi se avviene la morte di qualche animale per carbonchio, o si squarta e si mangia, oppure rimane inosservato a putrefare nelle campagne.

« I cadaveri che si consumano dentro e fuori Roma servono a regalare e a diffondere, oltrechè le pustole maligne, le forme di carbonchio intestinale di cui parla così bene nel suo pregevole libro lo stesso Tommasi-Crudeli. I cadaveri che si putrefanno godono, secondo il mio parere, del grande vantaggio di distruggere colla putrefazione il virus carbonchioso. Ed a questo riguardo riescirebbero interessanti delle esperienze che io mi propongo di incominciare subito.

« Non comprendo poi come mai l'on. Tommasi-Crudeli possa dichiarare che tutti gli uomini competenti, compresi i membri della Commissione per le malattie del bestiame, abbiano finito per riconoscere *la non esistenza del carbonchio in campagna di Roma*, dal momento che il Metaxà unico veterinario che conosceva bene le condizioni igieniche del bestiame dell'Agro, parlava appunto della presenza del carbonchio nella campagna romana, fondandosi quasi unicamente sulla circostanza che è una malattia che si trasmette all'uomo.

« Del resto, perchè Tommasi-Crudeli insiste tanto nell'assicurare che il carbonchio non esiste nella campagna di Roma, dopo che il congresso veterinario tenutosi in questa capitale nel 1876 ha ammesso prima, fra le ma-

lattie dominanti nell'agro romano, il *carbonchio*? Egli dirà che in quell'epoca si faceva confusione fra carbonchio vero e carbonchio sintomatico od acetone, ma badi che nella relazione del Betti e del Moratti si ammetteva pure quale forma di carbonchio esistente nella campagna di Roma la *splenite carbonchiosa.*

« E le osservazioni fatte del vero carbonchio in cavalli e nell'uomo stesso dentro la città di Roma, quelle su bovini alle porte di Roma debitamente controllate dovrebbero pure avere importanza; come non si può negare che la pustola maligna è frequente a Civitavecchia, nel circondario di Velletri e di Viterbo. — Ora, se la pustola maligna è frequente nell'uomo, come mai si può negare il carbonchio nelle specie animali? E se nell'agro e nella provincia di Roma non esiste quasi servizio veterinario, dovremo noi per questo negare l'esistenza di malattie che i proprietari non possono riconoscere, o non vogliono ammettere per un sentimento di malinteso interesse, o per timore che il governo penetri una buona volta nella campagna di Roma e faccia adottare quelle misure che da tanti anni si reclamano?

« Finisco persuaso che noi tutti saremo animati dalle stesse lodevoli intenzioni per il progresso dell'agricoltura e che l'on. Tommasi-Crudeli non vorrà aversela a male se io insisto perchè si esca da uno stato anormale per tutti, disdicevole per il governo, per il municipio e per gli stessi proprietari agricoltori della campagna di Roma ».

Il Socio Tommasi-Crudeli fa la seguente dichiarazione:

« Io non intendo di discutere partitamente questa Nota del prof. Perroncito. Ciò non avrebbe alcuna utilità scientifica o pratica, e si risolverebbe in un ozioso diverbio, del quale l'Accademia non potrebbe farsi giudice. Il nodo della questione, come lo dice benissimo il nostro Socio Pasteur nella sua lettera del 9 aprile, riprodotta dal prof. Perroncito, sta in questo: nel sapere cioè, innanzi tutto, se il vero carbonchio (*carbonchio ematico*) esista negli armenti dell'Agro Romano, oppur no.

« Il prof. Perroncito afferma che vi esiste. Ma egli è finora il solo che abbia espressa questa opinione. Di fronte alla sua, isolata, sta l'opinione concorde dell'ufficio sanitario municipale di Roma, della nostra Commissione sanitaria municipale, della Direzione generale di agricoltura, della Commissione per le malattie del bestiame istituita al Ministero di Agricoltura, e di tutti gli allevatori romani, dei quali la Camera di Commercio ed Arti di Roma si è fatta autorevole interprete presso il Ministero dell'Interno. Tutta questa gente, che ha qualche diritto ad aver riconosciuta la propria competenza in materia, è d'accordo nell'affermare che l'Agro romano è sinora immune dal carbonchio, e nel ritenere pericolosa la introduzione della vaccina-

zione carbonchiosa del medesimo, per le stesse ragioni che io ho esposte nella mia Nota del 7 aprile, e che stimo inutile di ripetere adesso.

« A questa unanimità di pareri il prof. Perroncito non oppone alcun fatto che risulti dalla sua esperienza personale. Da due mesi questa controversia si agita in Roma; e, ciò nonostante, nè egli, nè altri, ci ha portato innanzi un solo caso di carbonchio, trovato nell'Agro romano. Egli persiste nella sua tesi, fondandosi su opinioni espresse in altri tempi, da altri. Esse meritano di essere un poco vagliate. Mi trovo citato, p. es., quasi a testimone contro me stesso, perchè in un mio libro di patologia, pubblicato nel 1882 [1] ho riferito un caso di enterite carbonchiosa primitiva, studiato in Roma da Marchiafava alcuni anni innanzi. È verissimo il caso; ed anzi aggiungo che vari altri casi di pustula maligna nell'uomo furono da noi raccolti in quegli anni nello Spedale di S. Spirito. Senza di ciò non avrei potuto pubblicare la bella tavola (III), di quel volume, che illustra la infezione carbonchiosa. Ma negli spedali di Roma accorre gente da ogni parte della provincia di Roma (della quale l'Agro romano non è che una frazione); ed in quei tempi, nei quali era attiva la coltivazione del grano, accorrevano nell'Agro romano ogni anno parecchie migliaia di Abruzzesi, i quali davano un grosso contingente alla popolazioue spedaliera di Roma. L'uomo del quale si parla in quella pagina 144 del mio libro, era venuto dai monti di Subiaco; nessuno degli altri carbonchiosi che ho avuto agio di studiare, nei 12 anni durante i quali ho diretto (dal 1870 al 1882) l'istituto patologico di Roma, apparteneva all' Agro romano. Essi provenivano dagli Abruzzi o da altri circondari della provincia di Roma.

« L'argomento che il prof. Perroncito trae dai responsi del Congresso del 1876, per provare che il carbonchio esisteva allora (ciò che è ben lungi dal provare che vi esista adesso) in campagna di Roma, è fallace. In quel tempo non si sapeva fare una distinzione esatta fra il vero carbonchio (*carbonchio ematico*) e l'acetone (*carbonchio sintomatico*). Lo stesso dott. Betti, unica autorità attendibile che il prof. Perroncito invoca, riconosce adesso che in quel tempo egli, come tutti noi, faceva questa inevitabile confusione fra due malattie affatto diverse. Soltanto due anni dopo, nel 1878, Böllinger riuscì a stabilire le caratteristiche vere e proprie delle due infezioni.

« Il prof. Perroncito mi rimprovera una trasformazione d'idee. Io rimango invece fedele ai precetti dati dall'illustre Pasteur, e continuo a combattere come ho combattuto sempre, la introduzione del vaccino carbonchioso in armenti che sono immuni dal carbonchio, e che, per di più, sono bradi. Sei anni fa, nel 1883, riuscii ad impedire che questa pratica fosse introdotta nell'Agro romano dal prof. Perroncito, e nessuno ha avuto a lamentarsene.

[1] *Istituzioni di Anatomia Patologica.* Vol. I, pag. 144. Torino, Ermanno Loescher, 1882.

Adesso non io solo, ma tutti gli uomini competenti di Roma e del Ministero d'Agricoltura, protestano contro l'introduzione di questa pratica nell'Agro, ed io non credo che la opinione del prof. Perroncito arriverà a prevalere.

« Parlo, ripeto, dell'Agro romano, e non di altri circondari della provincia di Roma, dove, di quando in quando, è apparso il carbonchio. Se esso si stabilisce entro tali circondari in forma epizootica, io non mi opporrò certamente alla vaccinazione carbonchiosa nei medesimi. In ogni modo però, sarà bene che la cosa venga decisa da un corpo collettivo, e responsabile verso l'opinione pubblica e verso gl' interessati. Insisto su questo, perchè veggo che il prof. Perroncito nella sua Nota parla ancora con molta sicurezza del carbonchio esistente nel circondario di Civitavecchia, mentre il prof. Rivolta di Pisa, insigne patologo veterinario, in una ispezione recentissima non vi ha trovato carbonchio; come risulta da una relazione officiale inviata da lui al Ministero di Agricoltura, e da questo trasmessa al Ministero dell'Interno. Fra due autorità veterinarie, per lo meno pari, non si può pronunciare un giudizio sicuro, se non facendo intervenire nella quistione un corpo costituito, e competente.

« È appunto ciò che domandano gli allevatori dell'Agro romano, per mezzo della Camera di Commercio di Roma. Essi chiedono che non si ammetta la vaccinazione carbonchiosa nell'Agro e nei territori finitimi, se non quando vi sia previamente verificata la esistenza di una epizoozia carbonchiosa. Questa verificazione non può farsi, allo stato delle cose, con tanti amor propri ed interessi in conflitto, da uno o due uomini soli. Bisogna rimettersene al giudizio del Consiglio superiore di sanità, od a quello della Commissione per le malattie del bestiame, istituita al Ministero di Agricoltura. Il prof. Perroncito fa parte di quest'ultima, insieme ai più distinti patologi veterinari d'Italia; i professori Oreste, Baldassarre, Bassi, Cocconi, Generali, Gotti, Griffini, Lanzillotti-Buonsanti, Piana, Rivolta e Zanelli. Io mi appello al loro giudizio; e sarebbe molto strano che il prof. Perroncito, membro di quella Commissione, lo rifiutasse come inattendibile.

« La quistione è grave. Qui non si tratta di un innocente esperimento scientifico, come lo si dice pei giornali. Sarebbe innocente, se lo si facesse per burla; cioè inoculando, invece di un vero vaccino carbonchioso, un liquido indifferente. Ma una vaccinazione carbonchiosa *seria*, vuol esser fatta con un vaccino il quale determina una infezione carbonchiosa attenuata. Questa, col miglior metodo conosciuto, quello di Pasteur, determina sempre, fra le pecore, qualche infezione carbonchiosa fatale negli individui meno resistenti, calcolabile, al minimo, al 2 o 3 per cento degli animali inoculati. E siccome nell'Agro romano abbiamo mezzo milione di pecore, tutte brade, e finora immuni da carbonchio, gli allevatori romani hanno qualche diritto di pretendere che non si venga ad inocular loro il carbonchio, per il gusto di fare un esperimento ».

Fisiologia. — *Azione della luce sopra la durata della vita, la perdita in peso, la temperatura, e la quantità di glicogeno epatico e muscolare nei colombi sottoposti al digiuno* (¹). Nota del dott. VITTORIO ADUCCO, presentata dal Socio MOSSO.

« L'azione della luce sugli animali venne per la prima volta dimostrata scientificamente da Jac. Moleschott nel 1855 per mezzo di ricerche sulle rane. Moleschott trovò che le rane tenute al buio danno meno acido carbonico di quelle alla luce e che la eliminazione di CO_2 è approssimativamente proporzionale alla intensità dei raggi luminosi.

« Queste prime ricerche diedero l'impulso ad altri osservatori, che le ripeterono sopra le rane e sopra altri animali, ottenendo dei risultati, i quali in massima vanno d'accordo con quelli enunciati dal Moleschott fin dal 1855 e nuovamente confermati da altre ricerche, che nel 1881 egli pubblicò insieme al prof. Fubini.

« I fatti finora raccolti dei fisiologi si riferiscono specialmente all'azione esercitata dalla luce bianca e dalla luce monocromatica sopra l'eliminazione dell'acido carbonico, l'assorbimento di ossigeno e la perdita in peso.

« Altre azioni speciali della luce si manifestano sopra i tessuti contrattili provocando dei movimenti. Ricorderò fra questi le contrazioni dell'esofago osservate nel 1872 da A. Mosso in un pezzo di esofago staccato dal corpo, i movimenti dell'*Aethalium septicum* descritti da Baranetschy (1873), della *Pelomyxa palustris* visti da Engelmann nel 1879, del *Bacterium photometricum* riconosciuti dallo stesso Engelmann nel 1883, delle cellule pigmentali dello strato sensibile della retina e delle cellule pigmentali della cute in molti anfibi, rettili e pesci, dei segmenti esterni dei coni e dei bastoncini (Boll, Engelmann, Kühne, Angelucci, Gradenigo), del tubo respiratorio del *Pholas dactylus* messi in evidenza da Dubois nel 1887.

« I risultati, che ora comunico sommariamente, confermano, in un altro campo di ricerche, le conclusioni alle quali è giunto il prof. Moleschott.

« Mi servii per le esperienze di piccioni viaggiatori di razza belga e ho cercato di allargare il campo dell'indagine volgendo la mia attenzione ad alcuni problemi, che prima non si erano studiati, come quello dell'azione che esercita la luce sul glicogeno del fegato e dei muscoli, e sopra la durata della vita negli animali che si tengono a digiuno assoluto. I dati numerici e i protocolli delle esperienze, che devono essere il corredo indispensabile di simili ricerche, li pubblicherò in una prossima Memoria.

« Accennerò intanto che ho già pubblicato una lunga serie di ricerche

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisiologia della R. Università di Torino.

per stabilire il modo di comportarsi del glicogeno del fegato e dei muscoli nello stato di inanizione in colombi sottoposti all'azione della luce [1].

« Da queste ricerche risultò che i colombi, i quali digiunano in un luogo esposto alla luce, vivono meno di 16 giorni, se l'inanizione è completa. La perdita in peso una sola volta sopra circa cento piccioni arrivò fino al 51 per cento: per lo più oscilla tra un minimo di 35 ed un massimo di 48,8 per cento; la temperatura diminuisce poco fino agli ultimi giorni ed allora decresce rapidamente e si ha la morte: il glicogeno al secondo giorno è già scomparso dal fegato e non se ne trova più traccia per tutta la durata dell'astinenza; quello dei muscoli è più resistente e scompare solo quando la temperatura diventa di 2° a 3° inferiore alla media normale.

« Nelle ricerche, che comunico ora, i colombi venivano presi 24 ore dopo il loro solito pasto, si pesavano, si misurava la temperatura e quindi si mettevano in una cameretta perfettamente buia. Non è inutile notare che la cameretta era separata dalla colombaia da un tramezzo per modo che i colombi prigionieri potevano ricevere l'impressione di tutti i rumori che vi si facevano nei vari atti della vita dei 132 colombi liberi e dei loro nati.

« Le esperienze vennero fatte nei mesi di febbraio, marzo, aprile di quest'anno, epoca nella quale i colombi sono in amore; circostanza della quale bisogna tenere il debito conto.

« In alcuni dei colombi prolungai il digiuno fino alla morte per farmi un'idea della resistenza di questi animali messi all'oscuro rispetto a quella dei colombi posti in ambiente illuminato. Altri invece sacrificai a vari periodi dell'astinenza. In tutti determinavo il peso; negli ultimi prendevo anche la temperatura. Poscia rapidamente li decapitavo, prendevo 25 gr. di muscoli pettorali, estraevo e pesavo il fegato e gettavo muscoli e fegato in acqua bollente per l'estrazione del glicogeno. La quale venne eseguita secondo il metodo di Külz. In tutto ho sacrificato ventisei colombi per questa esperienza.

« Moleschott aveva già cercato se l'azione della luce sull'organismo si manisfesti per mezzo del nervo ottico, o per mezzo della sensibilità generale o per tutte due le vie ad un tempo. Ho fatto anch'io delle esperienze in proposito sopra sei piccioni nei quali impedii che la luce potesse agire sulla retina. A tale scopo chiusi loro le palpebre con due punti di sutura e sovrapposi una rotella di tessuto nero impermeabile alla luce appiccicandovela con del vischio fortissimo. Due rimasero completamente ciechi.

« Infine, essendosi obbiettato alle ricerche di Moleschott che gli animali alla luce si muovono di continuo mentre all'oscuro rimangono quieti, feci un'ultima serie di ricerche sopra altri sei colombi. Questi feci digiunare alla

[1] R. Accademia di medicina di Torino. Comunicazione fatta nell'adunanza del 21 dicembre 1888. Giornale della R. Acc., anno LI, 1888, pag. 468.

luce ma chiusi, ciascuno, in un adatto sacchetto di tessuto rado, che impediva ogni movimento, e li tenni adagiati sopra uno strato di ovatta.

« La temperatura della camera buia e quella della camera chiara erano a un dipresso eguali. La differenza variò tra 0°,5 e 1°,5 ora in più ora in meno. La temperatura media fu nei giorni di esperienza del febbraio — 0°,34; in quelli del marzo + 4°,39; 6°,51; 9°,33; in quelli di aprile + 8°,01.

« I colombi erano sottoposti al digiuno assoluto. Li privavo cioè di cibo e di acqua. Tralascio altri particolari di minore importanza e passo ai risultati ottenuti.

« *Durata della vita.* — Anzi tutto osservai che i colombi, tenuti a digiuno in un ambiente perfettamente oscuro, resistono molto di più in paragone di quelli i quali digiunano in un ambiente chiaro e illuminato. Questi ultimi una sola volta raggiunsero il 16° di giorno e di solito soccombettero prima del 14°, quelli al buio rarissimamente morirono prima del 15° giorno, parecchi arrivarono al 21°, e due persino al 24° giorno di inanizione. Se si considera che sopra un centinaio di colombi che digiunarono alla luce, uno solo toccò il 16° ½ giorno di astinenza mentre sopra ventisei tenuti all'oscuro due pervennero al 24° giorno, tre al 21° ed alcuni furono uccisi al 17°, mentre avrebbero ancora resistito parecchi giorni, si deve riconoscere la grande influenza che esercita la luce sul consumo dell'organismo, e come la mancanza dell'agente luminoso valga a prolungare la vita nella inanizione.

« *Perdita in peso.* — Un'altra notevole differenza si ha nella perdita in peso. Riferii che i colombi tenuti alla luce perdettero solo due volte fino il 50 % dal proprio peso sopra un centinaio di esperienze. Di quelli tenuti all'oscurità uno perdette il 55,8 %, un altro il 54 %, parecchi dal 50 al 51,5 %. La maggior parte di quelli che vennero lasciati soccombere perdette più del 45 %. È istruttivo il risultato che si ottiene dividendo il peso perduto in totale da tutti i colombi che morirono per il numero di giorni complessivo da essi vissuto. I colombi morti all'oscuro perdettero in media giornalmente il 2, 59 %, quelli morti alla luce il 3, 785 % del proprio peso. Quindi si può dire che i colombi alla luce perdettero giornalmente un terzo di più di quelli tenuti all'oscuro.

« *Temperatura.* — Anche la temperatura ha un andamento speciale per le due serie di colombi. Ho già detto come si comporti per quelli tenuti alla luce. Negli altri subisce una diminuzione assai più rapida. Non posso ancora stabilire dei limiti ben netti, ma è certo che di già dai primi giorni di digiuno la temperatura comincia a diminuire per arrivare più o meno rapidamente anche a 4° o 5° al disotto nella normale (questa, secondo Chossat, oscilla tra 42°, 22 e 41°, 48). Con una temperatura così bassa possono vivere ancora molti giorni. Alcuni piccioni agonizzanti che non avrebbero sopravvissuto più di pochi ore presentarono una temperatura di 25° e qualche volta meno.

« Questi fatti dimostrano che la luce ha una influenza non piccola sopra la termogenesi. Sto ora facendo delle ricerche per vedere se, lasciando invariate le condizioni di temperatura esterna e di movimento, la temperatura dei colombi, diminuita nell'oscurità, cresce nuovamente, quando si riportano alla luce.

« *Glicogeno del fegato e dei muscoli.* — Le determinazioni qualitative e quantitative del glicogeno fatte col liquido di Lugol, coll'azione della saliva, col polaristrobometro di Wild, con la pesata diedero dei risultati non meno dimostrativi.

« Anzitutto trovai costantemente che nei colombi digiuni al buio vi era ancora del glicogeno nel fegato a periodi molto avanzati di astinenza; ad es., al 9°, 11°, 13° giorno mentre nei colombi alla luce era già scomparso al 2° giorno. Quello dei muscoli pare che persista ancora dopo la scomparsa del glicogeno epatico, quantunque la cosa non sia così evidente come pei colombi tenuti alla luce.

« Ho sempre notato in queste esperienze un fatto assai strano. Il fegato dei colombi, che digiunavano all'oscuro, era privo affatto di glicogeno, o ne conteneva rarissime volte delle traccie insignificanti, nei primi giorni dell'inanizione e in generale fino al 7°. Più tardi il glicogene si ritrovava nuovamente nel fegato ed in una quantità pesabile. Nei giorni però nei quali il fegato ne era privo se ne trovava nei muscoli. Mi pare che questa sia una prova tanto dell'origine del glicogene dalle sostanze albuminoidi quanto della funzione glicogenica dei muscoli.

« Quantunque le esperienze, che ho fatte finora, non siano ancora abbastanza numerose pure mi sembra che accennino ad un rapporto tra il glicogeno contenuto nel fegato e la temperatura dell'organismo. Infatti i colombi dei primi giorni di digiuno al buio, i quali non avevano più glicogene nel fegato, presentavano ancora una temperatura di poco inferiore alla normale, mentre quelli sacrificati più tardi e che contenevano del glicogene nel fegato avevano delle temperature di qualche grado al disotto della normale.

« Vi è una differenza rilevante tra la scomparsa del glicogene dal fegato e dai muscoli e la temperatura nei colombi tenuti alla luce ed in quelli messi all'oscuro. Nei primi, quando la temperatura discende al disotto della media, scompare anche il glicogene muscolare, negli ultimi invece esiste ancora del glicogene nei due tessuti con delle temperature di 4°, 5° inferiori alla normale. Ciò dimostra che la diminuzione della temperatura nel primo caso è effetto della mancanza del glicogene, nel secondo è causa della sua persistenza più lunga, la qual cosa evidentemente trova la sua spiegazione rispettivamente nella maggiore e minore energia del ricambio materiale.

« *Colombi acciecati.* — Nei due colombi con occhi perfettamente chiusi e tenuti alla luce osservai una perdita minore in peso ed una persistenza del glicogene epatico sebbene, in quantità assai piccola, dopo 11 giorni di

digiuno. Pare quindi che la luce agisca per la via degli occhi. Per ora mi astengo da ogni conclusione assoluta giacchè le esperienze che feci sono troppo scarse per poterne dedurre quale parte prendano gli occhi a quale i tegumenti nel produrre il fenomeno. A priori però si può credere che quest'ultima in animali coperti da piume non debba essere grande.

« *Colombi immobilizzati.* — In questi la morte avvenne molto più rapidamente che in tutti gli altri colombi. Di sei colombi uno visse 11 giorni, tre 8, uno 7, ed uno 6. La perdita in peso fu di 4, 41 % al giorno. La ricerca del glicogene, fatta immediatamente dopo la morte, fu negativa tanto pel fegato quanto pei muscoli, sia all'ottavo, sia all'undicesimo giorno.

« Ho ricordato precedentemente la ragione che mi aveva indotto a questa esperienza: ora aggiungerò alcune osservazioni. Riguardo all'influenza che la mancanza di movimenti muscolari può esercitare sopra i fenomeni del ricambio, che si svolgono nell'oscurità, vi sono dei lavori i quali tenderebbero ad attribuire i risultati ottenuti, esclusivamente ed in massima parte, allo stato di quiete nel quale gli animali si trovano. D'altro lato però vi sono ricerche, le quali provano come la luce ne sia il fattore principale.

« Dovrò occuparmi di tale punto nel lavoro completo. Per ora mi limiterò ad osservare che, comunque fosse per decidersi la questione, e non credo si deciderà unicamente nel primo senso, non sarebbe certo meno considerevole l'azione della luce.

« Del resto nelle mie ricerche osservai che, tanto tenendo gli animali alla luce, quanto tenendoli all'oscuro, e digiuni, in entrambi i casi arriva, più presto per i primi più tardi per gli altri, un periodo in cui se ne rimangono affatto immobili stando o abbiosciati sul pavimento o appollaiati. Ora in queste condizioni di immobilità, non ottenuta con mezzi meccanici o con mezzi cruenti, vivono molto più a lungo i colombi tenuti all'oscuro che non quelli tenuti alla luce. E per quale ragione scomparirebbe tutto il glicogeno epatico nei primi giorni di astinenza all'oscuro e ricomparirebbe poi?

« Questi fatti mi paiono favorevoli alla seconda ipotesi che considera la luce come causa principale dell'affievolito ricambio.

« Da queste ricerche risulta, che nei colombi tenuti a digiuno assoluto, e nell'oscurità perfetta, la durata della vita è maggiore, la perdita in peso giornaliera è minore di quello che avvenga nei colombi i quali digiunano alla luce.

« Risulta pure che nei primi giorni di digiuno all'oscuro il glicogene epatico viene consumato in totalità, vuoi perchè se ne forma meno, vuoi perchè si consuma tutto quello formato di nuovo.

« Nei giorni successivi il glicogeno torna ad accumularsi nel fegato tanto da trovarsene in periodi molto avanzati dell'astinenza.

« Nei muscoli il glicogene non scompare che a digiuno molto inoltrato.

« Risulta infine che la temperatura può discendere di parecchi gradi al disotto della normale, e che malgrado ciò l'animale continua a vivere per molti giorni presentando glicogene nel fegato e nei muscoli.

« Le mie esperienze confermano pienamente i risultati ottenuti da Moleschott e dagli sperimentatori che vennero dopo di lui; dimostrando che la luce è un energico eccitante del ricambio materiale e che nell' oscurità il ricambio diventa così fievole, così lento, che i materiali di riserva dell'organismo possono per un tempo eccezionalmente lungo supplire ai bisogni della vita.

« Quanto si è fatto finora sopra l'azione della luce si riferisce solo al ricambio di quelle sostanze le quali danno, come prodotto ultimo della loro scomposizione, l'acido carbonico. Moleschott, Platen, Pott, Fubini etc. studiarono il prodotto finale del consumo di tali sostanze; io mi occupai delle variazioni quantitative di una di esse, il glicogene. La concordanza nei risultati è completa. All' oscuro si elimina meno acido carbonico e si consuma meno glicogeno.

« In un altro lavoro cercherò se avvenga la stessa cosa per le sostanze azotate e se vi sia un rapporto e quale tra il consumo di esse e quello dei composti non azotati, tra il riapparire del glicogene nel fegato ad un periodo inoltrato di astinenza e l'eliminazione di azoto ».

Fisiologia. — *La spermatogenesi durante l'inanizione* (1). Nota del dott. V. Grandis, presentata dal Socio A. Mosso.

« Dalle ricerche del dott. Morpurgo (2) risultò che durante l'inanizione continua nel testicolo il processo fisiologico di neoformazione delle cellule. Egli trovò abbondanti le mitosi tanto nelle cellule germinative quanto in quelle seminali, e concluse che le ghiandole genitali sono le sole ghiandole altamente differenziate, nelle quali si conservi un attivo processo di neoformazione delle cellule specifiche. Questo dato importantissimo non ci permette però di conchiudere che il testicolo continui a produrre spermatozoi. In tutte le altre ghiandole una neoformazione cellulare si può ritenere come equivalente della funzionalità; perchè le cellule vanno rinnovate solo in proporzione di quanto si sono logorate funzionando. La secrezione del testicolo è costituita nella sua parte essenziale da un prodotto morfologico, il quale richiede di per sè una neoformazione cellulare. I risultati delle recenti ricerche (3) tendono a

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico della R. Università di Torino.

(2) B. Morpurgo, Archivio per le Sc. mediche, vol. 12, pag. 413.

(3) Sanfelice, Archives italiennes de Biologie, vol. 10, pag. 69.

dimostrare che tanto gli spermatozoi, quanto il liquido che serve loro di veicolo provengono in ultima analisi dalle cellule che rappresentano l'epitelio delle ghiandole comuni.

« Il compito che si era prefisso il Morpurgo, non si estendeva alla funzione, ma si limitava alla parte morfologica, quindi non cercò se gli elementi di nuova produzione fossero destinati a trasformarsi in spermatozoi od in cellule così dette secernenti. Per risolvere tale questione ho intrapreso una serie di ricerche nelle quali misi in rapporto le alterazioni che avvengono nel testicolo in vari periodi di digiuno con la natura del secreto ghiandolare.

« Ho fatto le mie ricerche sui colombi nei quali è facile stabilire l'epoca in cui vanno in amore e funziona il testicolo. Quasi tutti gli animali soggetti all'esperienza erano nati nell'agosto dello scorso anno nel Laboratorio fisiologico di Torino, perciò conoscevo bene il loro stato. Ho adottato il metodo del dott. Aducco (1) per prolungare la vita degli animali che digiunano e ottenere gli stadî più avanzati dell'inanizione. Scelti alcuni colombi maschi in amore li pesavo ventiquattro ore dopo che avevano mangiato e li rinchiudevo dentro una gabbia tenuta in una camera perfettamente buia senza somministrar loro nè cibo nè acqua. Sacrificavo questi animali in vari periodi del digiuno, per avere tutta la serie delle trasformazioni dei testicoli, da quelli del piccione normale sino quelli che avevano vissuto per 24 giorni senza mangiare. Appena ucciso un colombo mettevo parte dei testicoli in alcool, parte nel liquido del Müller e parte nel liquido del Flemming ed un'ultima parte finalmente la esaminavo a fresco facendo dei preparati per raschiamento in una soluzione di cloruro sodico al 0,75 %. Studiai i testicoli di 22 animali e siccome nell'esame a fresco ho notato alcune particolarità che non si possono vedere trattando il testicolo nel modo consueto, dividerò in due parti l'esposizione dei risultati ottenuti.

I.

« Nel piccione normale in amore il testicolo ha forma ovalare col diametro trasversale della lunghezza di un centimetro, mentre col diametro longitudinale misura due centimetri. Eseguivo queste misure servendomi di un compasso a spessore provvisto di nonio, e misuravo il diametro trasversale a livello del punto di mezzo del diametro longitudinale. Nei preparati si vedono numerosissimi spermatozoi dotati di movimenti vivaci i quali nuotano in mezzo ad una gran quantità di elementi tra cui ho potuto distinguere:

« 1° Celllule rotonde con protoplasma finamente granuloso contenenti uno o due nuclei ed alcuni granuli di aspetto splendente.

« 2° Cellule di diversa grandezza dentro le quali si vedono dei granuli dotati di movimento vorticoso; quando questi granuli nei loro movimenti

(1) V. Aducco, *Azione della luce sulla durata della vita dei colombi sottoposti a digiuno assoluto.* Rendiconti.

si avvicinano alla parete della cellula, le imprimono degli urti, cui essa cede come alla spinta di un'onda.

« 3° Cellule grosse tondeggianti fornite di uno o più nuclei, alle quali stanno spesso aderenti dei ciuffi di spermatozoi.

« 4° Cellule finamente granulose contenenti una linea splendente che si mostra formata da tante granulazioni poste in serie.

« 5° Piccoli elementi ovoidali, fatti da protoplasma omogeneo che da uno degli estremi dell'ovoide manda un prolungamento mobile e dotati di un piccolo nucleo.

« I diametri trasversale e longitudinale del testicolo nell'animale che digiuna da cinque giorni, sono di 0,09 cm. e 1,80 cm. Sono meno numerosi gli spermatozoi, per gli altri elementi si nota nulla di anormale. Al 9° giorno i diametri sono ridotti a 0,5 cm. il trasversale e 1,45 cm. il longitudinale; gli spermatozoi sono molto scarsi, alquanto più numerose sono le cellule contenenti grossi granuli.

« Fino al dodicesimo giorno i diametri del testicolo si mantengono ad un dipresso costanti, però è già necessario un esame molto diligente per poter vedere degli spermatozoi dotati di movimento. Sono alquanto più numerosi gli spermatozoi immobili; questi si mantengono tali anche nei preparati fatti in una soluzione di fosfato bisodico al 6 $^{0}/_{0}$ per cui devo concludere che sono morti. A questo periodo compaiono delle cellule ripiene di granulazioni dotate di un aspetto particolare affatto differenti da quelle che si osservano nelle cellule normali, hanno un colore giallognolo ed un contorno molto marcato. Alcune di queste granulazioni si trovano pure libere nel campo del microscopio. Al 16° giorno il diametro trasversale del testicolo misura 0,67 cm. ed il longitudinale 1,02; non si vedono più spermatozoi, sono molto numerose le cellule ripiene di granuli. I testicoli hanno un colore giallognolo.

« Un colombo ucciso nel 17° giorno aveva i diametri dei testicoli ridotti a 0,25 cm. e 0,91 cm. mancavano assolutamente gli spermatozoi. Oltre agli elementi sopra descritti ho trovato numerosi cristalli incolori, trasparenti, di forma romboedrica regolare, più rifrangenti dell'acqua, i quali si somportano alla luce polarizzata come le sostanze birifrangenti. Comprimendo il vetrino copri oggetti ho potuto vedere che questi cristalli sono molto sottili rispetto alla loro estensione in superficie, la quale è assai variabile. Non riuscii a trovare in quale rapporto stessero cogli elementi del testicolo.

Pei loro caratteri morfologici rassomigliando ai cristalli di colesterina provai a fare sopra di essi la reazione di Moleschott, la quale riuscii molto evidente; e così riuscì pure la reazione con la tintura di iodio ed acido solforico. Questi cristalli che ho trovato nel testicolo oltre alla forma e queste due reazioni colorate hanno comune colla colesterina i caratteri di solubilità; poichè resistono all'acqua ed all'alcool freddo, e si sciolgono prontamente nell'etere, nel cloroformio e negli olii essenziali.

« In tutti i colombi uccisi dopo che digiunavano da 17 giorni riscontrai costantemente la presenza dei cristalli di colesterina I diametri del testicolo al 18° giorno sono 0,50 cm. il trasversale e 1.02 il longitudinale ed al 21° giorno rispettivamente 0,48 cm. e 1,03. A quest'epoca sono più numerosi i cristalli ed i nuclei granulosi. Quando gli animali hanno raggiunto il limite massimo di 24 giorni il diametro trasverso misura in media 0,33 cm. ed il longitudinale 0,84 cm., i cristalli sono diventati molto numerosi e voluminosi, ed il preparato è costituito per la massima parte da cellule fortemente granulose, nelle quali non si può più vedere alcuna traccia di nucleo. Nel campo del microscopio si vedono pure moltissimi granuli di aspetto uguale a quelli delle cellule, agitati da un vivissimo movimento browniano.

« Nei piccioni che digiunavano in un locale illuminato dal sole, nel 14° giorno di esperienza constatai già la comparsa dei cristalli di colesterina e dei nuclei granulosi. I diametri del testicolo variavano il trasversale da 0,35 cm. a 0,50 cm. ed il longitudinale da 1 cm. a 1,14 cm. ed erano scomparsi gli spermatozoi.

II.

« Interessandomi di stabilire i rapporti esistenti fra i cristalli e gli elementi del testicolo ho fatto delle sezioni per congelazione dei pezzi conservati nel liquido di Müller. I pezzi induriti in alcool in parte li sezionavo senza includerli in paraffina ed in parte dopo l'inclusione. Di questi ultimi mi servivo solo per vedere lo stato delle cellule perchè i cristalli vengono sciolti dalle sostanze impiegate per l'inclusione. Colorii le sezioni colla saffranina, coll'allume carmino e col metodo del prof. Bizzozero per vedere le alterazioni avvenute nella cellula e nel nucleo.

Per ora non intendo di entrare nella questione intricatissima sulla origine degli spermatozoi mi limiterò alla sola descrizione dei preparati; e per non complicare la questione mi sforzerò di non adoprare alcuno dei numerosi nomi proposti dagli autori per indicare le varie cellule che s'incontrano nel testicolo; ritornerò su questo argomento in un prossimo lavoro (1).

« Nel colombo normale in amore i canalicoli seminiferi hanno un diametro trasversale medio di 100-110 μ. In essi si distinguono tre strati, uno parietale costituito per lo più da un ordine di cellule con un grosso nucleo rotondo od ovalare; disposto col massimo diametro parallelo alla parete del canalicolo. Il protoplasma di queste cellule è così scarso che in molti punti i nuclei non sono divisi fra di loro che da una linea chiara, ed è necessario

(1) La bibliografia dello spermatogenesi venne esposta in due recenti lavori italiani dai dottori Biondi (Archivio per le scienze mediche V. 10, pag. 155) e Sanfelice (Archives italiennes di biologie V. 10, pag. 69 e Bullettino della società dei naturalisti di Napoli serie 1ª, V. II, anno II, libro 1°).

un forte ingrandimento per distinguere un nucleo da quelli che gli stanno ai lati.

« Essi sono per lo più allo stato di riposo, raramente ve ne è qualcuno in istato di scissione indiretta. Lo strato mediano è formato da un doppio o triplo ordine di cellule più grandi di quelle dello strato precedente; il loro nucleo è spesso in mitosi e presenta specialmente abbondanti le forme a gomitolo stretto e lasso, le piastre equatoriali ed i doppi astri. Lo strato interno è costituito dagli spermatozoi in via di formazione e da elementi più piccoli dei precedenti con un nucleo ed un nucleolo fortemente colorato. I contorni di queste cellule si confondono fra di loro. I componenti di questo strato interno sono fra loro disposti a guisa di frangia. Gli spermatozoi sono raccolti in ciuffi colla coda rivolta verso il lume del canale e la testa aderente alla massa protoplasmatica comune a tutti gli elementi. Tra i cinffi di spermatozoi si vedono in serie le cellule sopraccennate: e fra queste accade spesso di trovare dei dischi costituiti da numerosi punti colorati molto avvicinati l'uno altro. Questi dischi rappresentano la sezione di un ciuffo di spermatozoi disposto in senso perpendicolare al piano della sezione. Le trabecole connettive formate dalle pareti adossate di due canalicoli contigui hanno uno spessore di 2,5 μ.

« Un colombo ucciso il 5° giorno d'esperienza aveva subìto una perdita in peso di 18,71 %, in esso il diametro trasverso dei canalicoli spermatici oscillava tra 80 e 90 μ. Lo spessore delle trabecole è di 2 μ. Nello strato periferico le cellule hanno per la maggior parte un nucleo piccolo fortemente colorabile quasi come se fossero nello stato di gomitolo addensato, da cui differiscono per la colorazione affatto omogenea anche se osservata a forte ingrandimento. In mezzo a queste si conservano in minor numero le cellule quali furono descritte nel colombo normale, e fra esse se ne vedono alcune in cariocinesi. Lo strato mediano è costituito da una massa protoplasmatica in cui sono disseminati due sorta di nuclei, gli uni piccoli ed intensamente colorati uguali a quelli dello strato precedente, gli altri normali e fra questi alcuni col reticolo rilassato. In corrispondenza del 3° strato i ciuffi di spermatozoi sono diventati molto meno numerosi e ciascun ciuffo è formato da uno scarso numero di nemasperni. Tra i singoli ciuffi sta una massa protoplasmatica che riempie quasi tutto il canalicolo, nella quale sono immersi dei piccoli nuclei con nucleolo fortemente colorato. In molti canalicoli è sparito l'aspetto frangiato dato dalla regolare disposizione in serie dei suoi elementi. Qua e là intieri settori di un canalicolo in cui tntti i nuclei sono in istato di mitosi dove si possono vedere tutte le forme di passaggio, sebbene predominino la forma di piastra equatoriale e di doppio astro.

« Al 12° giorno di digiuno i colombi hanno perduto 37,32 % e 38,88 % il diametro dei canalicoli misura in media da 60 ad 80 μ, lo spessore delle trabecole è di 1,5 a 2 μ. Lo strato periferico è costituito come nel colombo

normale. Lo strato mediano invece ha preso uno sviluppo considerevole ed è formato talora anche da otto ordini di cellule sovrapposte che hanno grande rassomiglianza con quelle dello strato periferico. La maggior parte di esse hanno il nucleo in istato di riposo in posizione per lo più eccentrica, di quando in quando s'incontrano dei gruppi di due o tre nuclei in scissione.

« Nella maggior parte dei canalicoli manca lo strato centrale, ed i ciuffi di spermatozoi quando esistono sono irregolarmente disseminati e costituiti soltanto da due o tre nemasperni. Attorno a questi rudimenti di ciuffi si vedono dei piccoli ammassi di cellule con piccolo nucleo e nucleolo. Nelle sezioni delle diramazioni del canale deferente si vedono dei punti fortemente colorati avvolti da una sostanza a fibbre sottili che sono spermatozoi maturi in via di essere eliminati.

« Nei colombi uccisi al 16° giorno d'inanizione la perdita di peso oscillava fra 45 e 47,09 %, i canalicoli spermatici avevano un diametro da 20-30 μ. Le trabecole uno spessore di 3-6,5 μ conservavano bene evidente i loro nuclei e fra i nuclei delle lamine di varia forma, isolate o raggruppate a forma di cespugli fornite di notevole rifrangenza. Trattando le sezioni con acido solforico e tintura di jodio vidi che questi cespugli sono fatti dai cristalli di colesterina. Essi sono generalmente disposti nello stesso piano delle trabecole, perciò nelle sezioni non hanno più la forma caratteristica di tavole romboedriche, ma prendono la forma di linee o di aghi. Nei punti dove la trabecola si allarga per riempire lo spazio lasciato libero da tre, o più canaliicoli vicini accade qualche volta di vedere questi cristalli disposti quasi nel piano della sezione ed allora appaiono colla forma di tavole più o meno regolari secondo il loro grado di obbliquità. Il punto di partenza dei cespugli risiede per lo più nella linea limitante la trabecola dall'epitelio. Da questo punto si spingono verso l'interno delle trabecole o dei canalicoli ed in questo caso spostano lateralmente le cellule.

« Nel canalicolo è ancora possibile la divisione in due strati di cui l'esterno è costituito da cellule eguali per lo più a quelle del colombo normale, mentre in alcune la sostanza cromatica del nucleo è ridotta ad un piccolo punto. Le cellule costituenti lo strato interno conservano il carattere che avevano nei colombi uccisi al 12° giorno; alcune di esse mostrano delle forme simili alle cariocinetiche, però devo notare che in altre si vede il nucleo come spezzettato con delle forme le più variabili per cui non potei distinguere se si trattasse di una moltiplicazione o di una distruzione del nucleo. Non si vede traccia di spermatozoi. Il colombo ucciso nella 18ª giornata d'inanizione perdette il 49 % del suo peso, il diametro dei canalicoli spermatici e delle trabecole è uguale a quello del colombo precedente. Non si distinguono più i due strati; il canalicolo pare tappezzato da un triplice ordine di cellule le quali tutte hanno il carattere di quelle dello strato periferico del colombo normale. Verso l'interno il lume del canalicolo è nettamente limitato dalle

cellule ed ha dimensioni eguali alla terza parte del diametro di tutto il canalicolo. I nuclei delle cellule sono tutti in istato di riposo, alcuni più fortemente colorati hanno forme irregolari. Nei pezzi conservati nel liquido del Müller, oltre i cristalli di colestrina se ne vedono degli altri più sottili aghiformi isolati o raggruppati in ammassi sferici di colore giallognolo, in tutto identici ai cristalli degli acidi grassi.

Uno dei colombi sacrificati al 21° giorno d'esperienza aveva perduto soltanto 47,69 °/₀ del suo peso. Le alterazioni che in esso si osservano sono identiche a quelle dei colombi uccisi dopo un digiuno di 16 giorni. L'altro aveva perduto il 50 °/₀ e le alterazioni del testicolo sono in grado più marcato di quelle stesse osservate nel colombo al 18° giorno d'inanizione.

« In due colombi potei prolungare l'inanizione fino al 24° giorno, uno di essi perdette il 51,5 °/₀ del suo peso e l'altro perdette il 54,5 °/₀. Il diametro dei canalicoli seminiferi è appena di 10-15 μ. Le trabecole sono anche esse ridotte a delle sottili linee quasi impercettibili. Le cellule non si possono più dividere in due strati ma tutto il canalicolo si mostra fatto solo da un doppio ordine di cellule con scarso protoplasma e con nucleo difficilmente colorabile, le quali limitano il lume del canalicolo fattosi strettissimo, Qua e là si vedono disseminati i cristalli, più numerosi in corrispondenza delle trabecole. In questi colombi osservai pure una grande quantità di globuli rossi sparsi fra le cellule e nell'interno dei canalicoli.

« Nei colombi che avevano digiunato alla luce e che erano stati sacrificati quando erano già agonizzanti, nel 14° giorno d'esperienza la perdita di peso subìta oscillava tra 47,40 °/₀ 51,16 °/₀. Corrispondentemente a queste gravi perdite erano molto gravi le alterazioni del testicolo, mancavano gli spermatozoi e si trovavano i cristalli di colesterina, i canalicoli spermatici misuravano solo da 15-20 μ di diametro.

Conclusioni.

« 1° Nei colombi basta un digiuno di pochi giorni per alterare la produzione degli spermatozoi. Probabilmente nel digiuno cessa la produzione degli elementi che dovranno trasformarsi in nemasperni, e continuano solo a crescere quelli che erano già in via di sviluppo.

« 2° La neoformazione cellulare che si osserva dopo il 12° giorno di inanizione, non è più destinata a produrre nuovi nemaspermi.

« 3° Durante l'inanizione gli spermatozoi muojono nell' interno dei canalicoli seminiferi.

« 4° Gli elementi che costituiscono il testicolo si decompongono quando la perdita di peso subìta dall'animale che digiuna oltrepassa il 40 °/₀. È probabile che succeda questa alterazione per mantenere in vita l'animale coi prodotti che risultano dalla riduzione del testicolo.

« 5° I componenti del canicolo spermatico che più risentono gli effetti

del digiuno sono, in ordine decrescente, gli spermatozoi, gli elementi dello strato centrale e gli elementi dello strato medio.

« 6° Le cellule che si conservano più a lungo hanno il carattere di quelle che tapezzano la parete dei canalicoli spermatici. Questo fatto importante dimostra che quantunque il testicolo possa ridurre i suoi diametri ad un terzo delle dimensioni primitive, si conservano ciò malgrado quegli elementi i quali sono capaci di dare origine a tutti gli altri.

« 7° La colesterina compare allo stato cristallino nei testicoli dell'animale vivo quando è molto progredito il processo distruttivo degli elementi della ghiandola.

« 8° Nell'ultimo stadio della inanizione cessa ogni differenza fra le cellule del testicolo; e le sezioni dei canalicoli hanno l'aspetto delle sezioni fatte nei testicoli di animali giovani ».

Anatomia. — *Ricerche istologiche sul midollo spinale* (1). Nota preliminare di Ernesto Falzacappa, presentata dal Socio Moriggia.

« Nel proseguire il mio lavoro intorno al sistema centrale nervoso dei vertebrati, notai ultimamente nel midollo spinale fatti che mi sembrano di una certa importanza e che confermano alcune mie idee già esposte nella precedente Nota preventiva sulla istogenesi specifica nervosa (2).

« Ho adoperato i soliti metodi di colorazione, specialmente quello del Golgi per le cellule ganglionari e quello dell'ematossilina Veigert per le fibre nervose. Per le osservazioni embriologiche mi sono servito degli embrioni di uccelli, per le ricerche negli animali adulti ho adoperato il midollo spinale di uccelli e mammiferi. Trascuro in parte la descrizione macroscopica per entrare subito in quella microscopica.

« *Midollo spinale fetale degli uccelli* (fig. 1). — Dopo molti tentativi, ottenni le più felici sezioni del midollo spinale di *Turdus merula* e *Sylvia atricapilla*, incubati da quattro, cinque, sei, sette e otto giorni circa.

« Verso il quinto e sesto giorno, il midollo spinale in sezione trasversa ha la forma tipica quasi circolare, essendo quella parte che sta in corrispondenza della notocorda, dolcemente incurvata verso l'interno. Si nota l'accenno dei solchi longitudinali anteriore e posteriore, lateralmente in basso verso la superficie basale rientrante, escono le radici anteriori e lateralmente in alto verso la superficie circolare le radici posteriori coi gangli, i quali, dopo una leggera curva in basso si uniscono alle radici anteriori. Nell'interno della

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Anatomia comparata dell'Università di Roma.

(2) E. Falzacappa, *Genesi della cellula specifica nervosa e intima struttura del sistema centrale nervoso degli uccelli*. Boll. della Società dei naturalisti in Napoli. S. I, f. II, Napoli 1888.

sezione si scorge il canale centrale grande ed elissoideo, circondato fino alla periferia del midollo, da un parenchima fondamentale che si può dividere in due zone concentriche che hanno quasi lo stesso spessore. La zona più esterna, la futura sostanza bianca, ha una tinta scura e aspetto fibrillare, direi quasi composta di tante fibrille disposte radialmente; la zona interna, la futura sostanza grigia, che è più spessa della prima e che confina coll'endyma del canale centrale, è composta di un parenchima finamente granuloso di aspetto biancastro.

« Tra il confine interno della prima zona e quello esterno della seconda, abbondano le cellule primordiali che in gran numero accennano a formare come un circolo interzonale, però tali elementi cellulari spesso invadono anche le zone confinanti. Queste cellule molto grandi che nella prima Nota già descrissi e che chiamai *cellule neurogenetiche delle cellule specifiche nervose* (fig. 3), stanno in attiva proliferazione ed irradiano in tutti i sensi numerose gemmazioni che attraversando specialmente la zona scura esterna cui danno l'aspetto fibrillare, si addossano alla pia meninge. Si nota già qualche rara cellula nervosa quasi completa, che o è ancora unita alla cellula madre per un sottile filamento, o che è emancipata affatto. Le cellule endymali, grandi, di forma cilindrica, mandano verso la periferia midollare esterna un solo e non diramato prolungamento, talvolta varicoso, che termina o libero, o fra le diramazioni delle cellule neurogenetiche, e non di rado rigonfiato a mo' di clava sino alla pia. Nelle radici posteriori e anteriori si scorgono molti prolungamenti, qualcuno varicoso, che corrono parallelamente l'uno all'altro e che hanno tutto l'aspetto delle fibre nervose; alcuni di questi prolungamenti che forse potrebbero chiamarsi neofibre nervose, stanno in relazione diretta con la zona esterna del midollo spinale. Nei gangli spinali vedonsi, oltre alle neofibre accennate, cellule in gemmazione più piccole sì, ma simili a quelle primordiali che si rinvengono negli stadî embrionali del cervello e del midollo spinale.

« Verso l'ottavo giorno circa, le cellule nervose libere e le fibre aumentano di numero, parte della nevroglia incomincia ad acquistare la forma tipica, la sostanza fondamentale accenna a differenziarsi nettamente in bianca e grigia, e man mano gli elementi tutti si orizzontano.

« Qui si entra nella dibattuta e scabrosa questione sulla origine della cellula specifica nervosa. Il dott. G. Magini [1] in una seconda Nota sul cervello dei feti vaccini dell'età di tre a quattro mesi, inclinerebbe anche lui a credere le varicosità, che io vidi disposte talora come i fili delle *Nostacacee*, come rappresentanti le future cellule nervose, provenienti però da successive scissioni delle cellule endymali, che sarebbero in altri termini le generatrici di cellule e fibre nervose. Ultimamente lo stesso autore ha insistito sulla connessione dei filamenti radiali con le cellule endymali, connessione che ricor-

[1] G. Magini, *Ulteriori ricerche istologiche sul cervello fetale*. Rend. Accad. Lincei, vol. IV, f. 12, Roma 1888.

derebbe la disposizione di cellule neuroepiteliali degli organi sensoriali, tanto che l'autore sarebbe tentato a considerare l'endyma come un organo sensoriale interno.

« La spiegazione è senza dubbio elegantemente scientifica e attraente, ma dubito, senza volere escludere assolutamente la partecipazione delle cellule endymali alla formazione degli elementi nervosi, che la questione si possa risolvere con le sole osservazioni in feti di vertebrati superiori così avanzati di età, senza l'aiuto delle ricerche ne' varî stadî evolutivi de' vertebrati inferiori. Infatti le stesse sezioni del midollo spinale di uccelli, fin dai primi stadî embrionali che si possono osservare, sono di difficile interpretazione e sfidano qualunque descrizione, e soltanto col tenerle sott'occhio se ne può avere un'idea, rimanendo ammirati per tanto complicato lavorio per la genesi cellulare e indispettiti insieme che quest'organo principale si mostri così restio alle nostre ricerche.

« Il prof. M. Giuliani (1), in una Memoria sulla struttura del midollo spinale e sulla riproduzione della coda della *Lacerta viridis*, dice che nella coda riprodotta non si riproduce il midollo spinale ma il filo, e lo speco vertebrale sotto forma di un tubo cartilagineo. Il filo terminale della punta riprodotta è attraversato dal canale centrale circondato da cellule cilindriche provenienti da quelle preesistenti nel canale del midollo spinale della parte della coda rimasta. L'autore conclude, contro l'opinione del Calori e di H. Müller e in favore a quella del Gegenbaur e Bidder, che non ha potuto vedere nella punta riprodotta nè cellule ganglionari nè fibre nervose; e conferma fisiologicamente il fatto anatomico, mostrando che quando si stacca ad una Lacerta la coda primitiva, questa presenta movimenti riflessi, mentre quando si recidono le code riprodotte non si ha alcun movimento, tranne quando insieme alla parte riprodotta si asporti via una parte anche minima della coda primitiva. Se le osservazioni del Giuliani sono state molteplici e in tutti gli stadî di riproduzione della coda, il fatto che il nuovo canale centrale è circondato da cellule endymali provenienti da quelle preesistenti nella coda rimasta senza dar luogo punto ad elementi nervosi, sarebbe in opposizione all'opinione del Magini che vorrebbe fare dell'endyma il tessuto genetico delle cellule specifiche nervose. Vuolsi qui avvertire che il dott. E. Rohde (2), in un recentissimo lavoro sul sistema nervoso dell'*Amphioxus lanceolatus*, sostiene che le cellule endymali hanno l'ufficio di sostegno e che alcune di queste hanno un solo prolungamento che in punta si sfiocca a pennello, mentre altre hanno un prolungamento che si dirama formando un reticolo.

« Anche nel midollo spinale embrionale ho notato quella specie di gemma-

(1) M. Giuliani, *Sulla struttura del midollo spinale e sulla riproduzione della coda della Lacerta viridis*. Accad. Lincei, vol. II, f. 1, p. 145-187, Roma 1878.

(2) E. Rohde, *Histologische Untersuchungen über das Nervensystem von Amphioxus lanceolatus*. Zoologische Beiträge, p. 169-208. Breslau 1888.

zione capillare che già segnalai nel cervello; se a questo fatto non posso dare ancora una solida spiegazione, certo che il contatto del corpo cellulare e de' prolungamenti con le pareti vasali, ha un'importanza nutritiva, la quale ci si rivela in particolare modo nello stadio d'intensa attività riproduttiva.

« Secondo le mie osservazioni, credo probabile che le fibre abbiano la stessa e quasi contemporanea origine delle cellule nervose e che gli elementi nervosi del midollo spinale embrionale si sviluppino prima di quelli del cervello. Questo ultimo fatto s'accorda con le ricerche eseguite nel midollo spinale di agnello, di vitello e maiale, dal prof. G. Bufalini, (1), il quale rileva anche che alla fine del primo terzo della vita intrauterina il midollo è formato.

« Se con queste ultime ricerche non posso ancora precisare la provenienza delle *cellule neurogenetiche,* vado però sempre più convincendomi che le cellule specifiche nervose siano della stessa natura di quelle della nevroglia, che nell'adulto, lasciando ora anche l'idea del Golgi e di molti altri che fanno servire la nevroglia a sostegno ed alimento delle cellule nervose, ritengo come *cellule neurogenetiche* o che non abbiano avuto il tempo e le condizioni favorevoli per lo sviluppo, o che servano alla sostituzione di quegli elementi cellulari che hanno compiuto il ciclo evolutivo. Ho notato inoltre, nelle ricerche ontogenetiche che vado facendo sul cervelletto, che lo sviluppo della nevroglia sta anche in intima relazione con quello delle fibre nervose. Infatti, nelle circonvoluzioni cerebellari di embrioni di uccelli e mammiferi, si scorge nettamente questa intima relazione, tale che i varî raggruppamenti di nevroglia si potrebbero considerare come tanti punti di concentramento dei fasci di fibre nervose che corrono lungo le dette circonvoluzioni cerebellari; e potrebbe essere che la nevroglia oltre all'avere la stessa origine delle cellule ganglionari abbia funzione fisiologica molto importante.

« Qui credo opportuno di accennare di volo agli ultimi lavori su questo argomento, o che mi erano sfuggiti o che non erano ancora stati pubblicati quando feci la prima Nota preventiva.

« Il dott. Gierke (2) sostiene che il tessuto di sostegno non è formato di granuli e nuclei liberi, ma da elementi che provengono dall'ectoderma e che non possono essere classificati fra i tessuti connettivi. Parte di quel tessuto sarebbe costituito da una sostanza omogenea fondamentale di consistenza molle ma solida di cui l'autore non conosce l'origine, e parte da elementi simili a quelli che divengono cellule nervose. Quelle che rivestono la cavità dei centri nervosi prendono il carattere di epitelio vibratile e sono unite per mezzo dei prolungamenti con la nevroglia o glia, che consta di cellule di forma diversa, spesso munite di prolungamenti più o meno numerosi e rami-

(1) G. Bufalini, *Sulla struttura del midollo spinale nel feto.* Sperimentale, Firenze 1877, id. p. 229-336, 1878.

(2) Gierke, Hans, *Die Stützsubstanz des Centralnervensystems.* Arch. f. Mikr. Anat. 25 Bd. p. 441-554, t. 20-21; ibid. 26 Bd. p. 129-228; t. 6. Bonn 1885-1886.

ficati che si anastomizzano tra loro per formare delle reti molto fitte intorno alle cellule e fibre nervose e ai vasi sanguigni. L'autore conclude dicendo che l'intensità di cheratinizzazione delle cellule della glia è in rapporto con l'età dell'animale e che il minore o maggiore sviluppo della rete della glia indica uno sviluppo più o meno avanzato dell'organo.

« Recentemente anche il Rohde (1) convenne col Gierke, ritenendo la sostanza di sostegno di provenienza ectodermica perchè differisce dal connettivo embriologicamente e istologicamente.

« Un altro lavoro è quello del dott. E. Lahousse (2) in cui tratta ampiamente dell'istogenesi cerebellare; e a p. 92 conclude dicendo che la nevroglia, tanto centrale quanto periferica, si continua col reticolo protoplasmatico delle cellule nervose ganglionari, dando anche lui alla nevroglia l'ufficio di sostegno, ciò che a me non sembra, ma anche di sede di funzione nervosa.

« Quando riunirò le mie ricerche, parlerò ampiamente di questi scienziati l'idee dei quali m'incoraggiano a proseguire la via finora battuta.

« Dopo questa discussione inevitabile sull'istogenesi specifica, ritorno alla descrizione del midollo spinale.

« *Midollo spinale di uccelli adulti.* — Le sezioni trasversali più istruttive, sono riuscite nel midollo spinale di *Syrnium aluco*. Nella parte dorsale del midollo spinale, la sezione è quasi circolare, mostrandosi essa lievemente depressa anteriormente e posteriormente; nella parte anteriore si scorge il solco longitudinale anteriore pronunziato, e nella parte posteriore apparisce il solco longitudinale posteriore più stretto e più profondo fino alla commissura posteriore. La sostanza bianca esterna consta di un parenchima grossolano ove si notano i cordoni anteriori, i laterali e posteriori. La sostanza grigia, finamente granulosa, presenta la nota forma dell'H che negli uccelli è molto stretta nelle corna posteriori e larga in quelle anteriori. Le cellule delle corna anteriori sono in maggior numero e più grandi di quelle delle posteriori; dove poi il corno posteriore si fonde con quello anteriore, si nota spesso un altro bel gruppo di cellule ganglionari, proprio nella colonna vescicolare o di Clarke.

« Le cellule nervose in generale sono poche, spesso fusiformi, con scarsi e sottili prolungamenti protoplasmatici invadenti anche la sostanza bianca. La nevroglia è abbondantissima in tutta la sostanza bianca specialmente verso la periferia, ed è composta di elementi cellulari piccoli e delicati, mentre le cellule della nevroglia della sostanza grigia sono in minor numero ma di grandezza maggiore e meno delicate.

« Spiccano bellissime le radici posteriori che raggiungono in fascio un po' divaricato la periferia del midollo, mentre le radici anteriori giungono

(1) L. c.

(2) E. Lahousse, *Recherches sur l'ontogenèse du cervelet.* Archives de Biologie. Liège 1888.

alla superficie in fascio serrato. Il nucleo centrale è attraversato dal canale centrale in modo da formare le commissure grigie anteriore e posteriore, il qual canale ha un piccolissimo diametro ed è tappezzato da cellule endymali che mãndano un solo prolungamento entro la sostanza grigia circostante. Nei tagli longitudinali si scorgono bene anche i fasci delle vie piramidali. S'intende che la proporzione fra sostanza bianca e grigia varia un poco, secondo il punto di sezione del midollo.

« *Seno romboidale degli uccelli* (fig. 2). — Specialmente negli uccelli, la doccia midollare nel rigonfiamento lombare non si chiude e il solco longitudinale posteriore rimane in comunicazione col canale centrale; questa apertura è il seno romboidale degli uccelli da non confondersi con la fossa romboidale del midollo allungato. Mi sono servito specialmente del seno romboidale di *Syrnium aluco* e *Buteo vulgaris* adulti. Il diametro trasverso della sezione del midollo spinale in corrispondenza del seno romboidale, supera di un terzo il diametro anteroposteriore. La sostanza grigia è molto più abbondante di quella che si rinviene nelle altre parti del midollo ed è ricca di cellule di nevroglia molto grandi. V'è anche maggior numero di cellule nervose, ne ho contate fino a trentadue, grandi, d'aspetto fusiforme e poligonale agglomerate dove sono i nuclei delle radici e della colonna vescicolare, e non è raro poter scorgere qualche cellula nervosa dove escono le radici dalle corna ed anche nella stessa sostanza bianca. Le corna anteriori sono molto allontanate l'una dall'altra e inviano radici divise in piccoli fascetti; le corne posteriori per contro sono più vicine fra loro e alla periferia del midollo, inviando radici per lo più unite. La nevroglia della sostanza bianca è simile a quella già descritta nelle sezioni dorsali del midollo.

« *Midollo spinale di gatto e cane adulti.* — Qui, oltre agli altri caratteri macroscopici, il diametro trasverso è quasi sempre eguale all'antero-posteriore. Si scorgono nettamente nella sostanza grigia le due commissure posteriore e anteriore ma meno spesse di quelle degli uccelli, e una rete complicatissima formate da fibre nervose e da prolungamenti protoplasmatici. Le cellule della nevroglia nella sostanza bianca sono più abbondanti e più vistose di quelle della sostanza grigia. Nella sostanza grigia le cellule gangliónari sono distribuite in vari nuclei, hanno forma fusata, poligonale, e la maggior parte sono più grandi delle cellule nervose della sostanza grigia midollare degli uccelli, almeno di un terzo. Le radici anteriori escono divaricate, le posteriori unite. Sicchè nei mammiferi, per le cellule nervose e della nevroglia, abbiamo tutto l'opposto di ciò che rinveniamo negli uccelli. La differenza fra il midollo spinale di gatto e quello di cane è trascurabile

« *Nervo ipoglosso degli uccelli.* — Sezionando il midollo allungato di un *Cypselus apus* nidiaceo, ebbi la fortuna d'incontrarmi nell'ipoglosso. Questo nervo encefalico ha origine da due eleganti nuclei composti di molte cellule poligonali, emananti ciascuna un unico prolungamento nervoso che non si

dirama. Questi prolungamenti nervosi, avvicinandosi in ciascun nucleo reciprocamente l'uno all'altro, vanno tutti insieme a formare i fasci del dodicesimo paio. Tanto le fibre nervose quanto i prolungamenti protoplasmatici presentano ancora qualche varicosità, residuo della proliferazione embrionale.

« Giunto alla fine della Memoria, non ho parlato ancora del prolungamento nervoso o cilinder-axis che il Golgi (1), in seguito alle osservazioni nel midollo spinale, ammise in due tipi: motorio quel prolungamento nervoso che mantenendo la propria individualità manda scarsi fili laterali e che va a costituire il cilinder-axis di una fibra nervosa midollare; sensorio quel prolungamento nervoso che suddividendosi complicatamente perde la propria individualità prendendo parte alla formazione di un intreccio esteso nervoso.

« Ora bisogna che io confessi che nelle osservazioni che ho fatto in parecchie centinaia di sezioni di cervello e midollo spinale ne' vari stadi di sviluppo, per quanta buona volontà vi abbia posto, mai mi è riuscito di vedere i due tipi di cilinder-axis. Il prolungamento nervoso l'ho scorto qualche rara volta per breve tratto senza alcuna diramazione poco spiccatamente nelle cellule gangliari degli uccelli e rettili, meglio nelle cellule gangliari umane, nettamente e per lungo tratto nelle cellule dei nuclei dell'ipoglosso già descritti, nuclei che nella prima Nota scambiai pei quelli delle corna posteriori.

« Lo stesso Kölliker (2) pur lodando la reazione nera del Golgi, che invero è una delle più belle, mentre conviene con l'egregio istologo sull'ufficio dei prolungamenti protoplasmatici, crede che la rete nervosa formata dall'intreccio dei due tipi di prolungamenti nervosi con le corrispondenti fibre, sia fondata sopra debole base.

« Forse ciò accadrà perchè realmente è ben difficile scorgere differenze anatomiche di sì alta importanza fisiologica, nel cervello umano dove l'intima tessitura è più complicata.

« Ho trascurato ora le misure micrometriche degli elementi nervosi perchè è necessario controllare accuratamente la colorazione nera con gli altri metodi. Infatti in questi ultimi mesi i dott. Rossbach e Sehrwald (3) adoperando tale reazione, dichiararono che era la migliore non solo per le cellule ganglionari ma anche per la tessitura linfatica, e videro che le cellule nervose con la reazione nera sono molto più grandi di quelle ottenute con gli altri metodi, concludendo che l'ingrandimento cellulare e delle fibre, è prodotto dalla reazione che colpisce gli spazi linfatici pericellulari.

« Che l'ingrandimento delle cellule avvenga perchè la reazione colpisce

(1) C. Golgi, *Sulla fina anat. degli organi centrali del sist. nervoso,* p. 209. Milano 1886.

(2) A. Kolliker, *Die Untersuchungen von Golgi über den feineren Bau des centralen Nervensystems.* Anat. Anz. II Jahrg. n. 15, p. 482. Jena 1887.

(3) Rossbach und Sehrwald. *Ueber die Lymphwege des Gehirns.* Centr. f. die medicinischen Wissenschaften, n. 25. Jena 1888.

gli spazi linfatici pericellulari è poco attendibile, perchè poco conosciamo le vie linfatiche del corpo, e pochissimo, nonostante gli splendidi lavori dei dott. Key e Retzius (1), quelle del cervello; ma che la grandezza reale delle cellule e fibre nervose aumenti con la reazione del nitrato d'argento, sembra anche a me col controllo che vado facendo con gli altri metodi.

« Concludo: con questa Nota preliminare non intendo trattare a fondo l'istologia del midollo spinale, ma mi limito a parlare specialmente sull'istogenesi specifica nervosa. Quando avrò compiute le ricerche con gli altri metodi di colorazione, allora procurerò di trattare estesamente l'argomento in relazione coi lavori dello Stieda, del Vignal, del Merk, dell'His, del Duval, del Lachi e di altri.

« Dal complesso delle osservazioni, i migliori risultati li ho ottenuti coll'ematossilina Veigert per le fibre, e col nitrato d'argento che mi ha fatto scorgere la tipica disposizione cellulare nervosa nel midollo spinale embrionale, le successive fasi, confermando le mie idee già esposte nell'altra Nota riguardo alla istogenesi specifica nervosa del cervello; cioè sulla moltiplicazione cellulare nervosa, sulla stessa origine delle cellule nervose e della nevroglia e sulla possibile funzione fisiologica di questa.

« Riguardo al midollo spinale negli adulti ho potuto notare che la differenza che passa fra quelle degli uccelli e dei mammiferi, consiste specialmente nelle proporzioni fra la sostanza bianca e quella grigia, negli elementi della nevroglia che sono molto più grandi nella sostanza grigia degli uccelli, negli elementi ganglionari che sono più grandi e numerosi ne' mammiferi che negli uccelli, e ciò s'accorderebbe coll'idea del Gierke (2) il quale dice, che in generale la rete della nevroglia è tanto più robusta quanto gli elementi nervosi sono meno numerosi e delicati, fatto, io credo, di somma importanza filogenetica, perchè questa regola esiste come vide anche lo stesso autore, e se si confrontano tra loro i diversi organi del sistema centrale nervoso, e se si confronta il cervello di due animali in cui quest'organo ha raggiunto un grado più o meno elevato di perfezionamento.

« Il seno romboidale degli uccelli, differisce da tutte le altre parti del midollo, per la forma speciale, per l'abbondanza della sostanza grigia, degli elementi nervosi e di quelli della nevroglia grandissimi.

« I nuclei dell'ipoglosso spiccano per le belle cellule poligonali emananti ciascuna un solo e indiviso prolungamento nervoso.

« Infine, intorno ai prolungamenti nervosi e ai rapporti intimi de' vari elementi del cervello, propenderei in parte per la teoria del Gerlach che dice che nell'interno della nevroglia v'è un reticolo de' processi protoplasmatici delle cellule ganglionari e delle ulteriori diramazioni delle fibre nervose midollari, teoria appoggiata anche dal Butzke, dal Boll e dal Bellonci ».

(1) Axel Key und Gustaf Retzius,. *Studien in der anatomie des Nervensystems und des Bindegewebs.* Stockholm 1875.

(2) L. c.

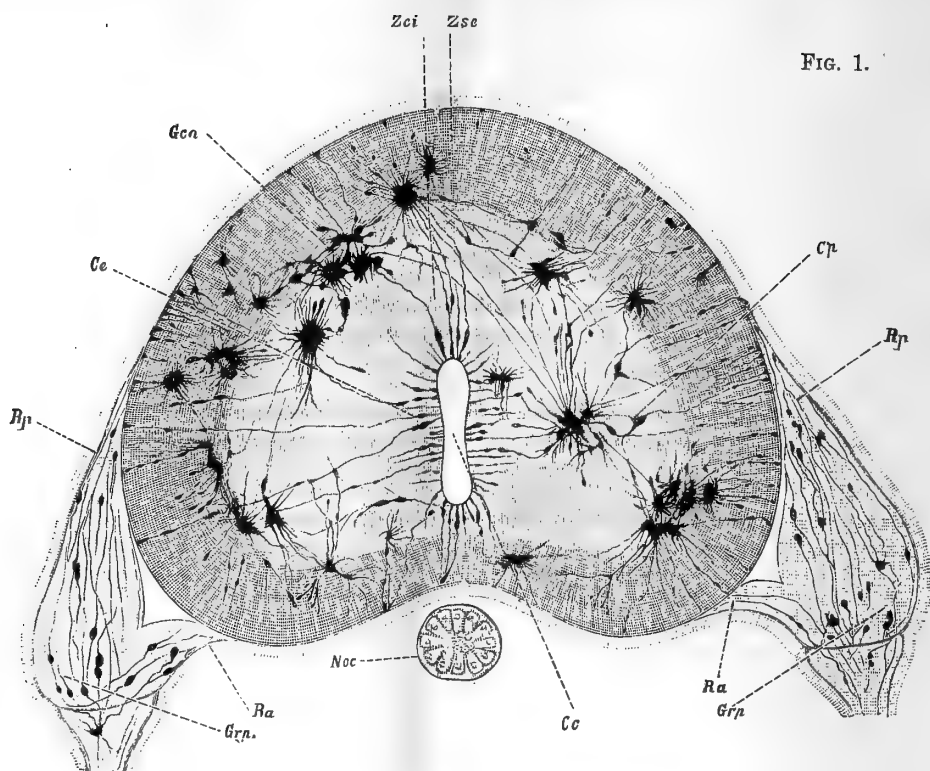
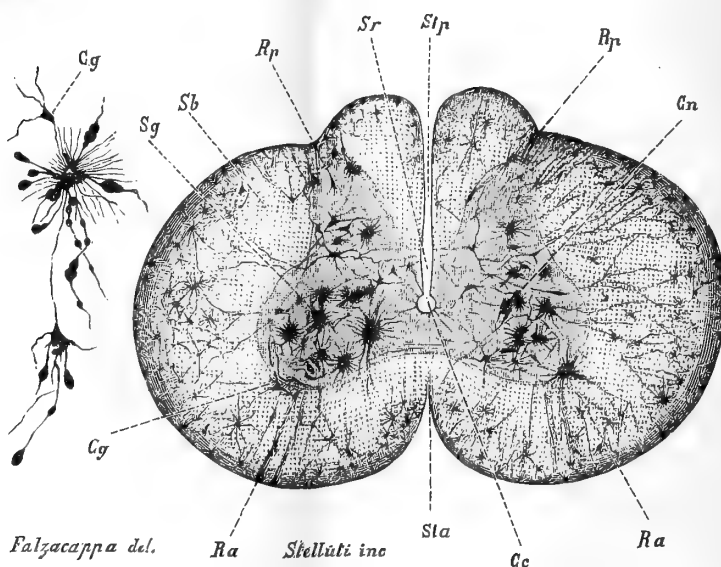



Fig. 1. × 96 circa, oc. 2. ob. 4. Hart. c. c. Nachet, proiez. mm. 200. — Sezione trasversa del midollo spinale di *Turdus merula* incubata da cinque giorni circa. *Ra* = Radici anteriori. — *Grp* = Gangli delle radici posteriori. — *Rp* = Radici posteriori. — *Ce* = Cellula endymale il cui prolungamento giunge fino alla pia. — *Gcn* = Gruppo di *cellule neurogenetiche* che stanno in attiva proliferazione. — *Zci* = Zona chiara interna. — *Zse* = Zona scura esterna. — *Cp* = Cellula poligonale già formata e quasi libera. — *Cc* = Canale centrale. — *Noc* Notocorda.

Fig. 2. × 80 circa, oc. 1. ob. 4 Hart. c. c. Nachet, proiez. mm. 190. — Sezione trasversa del midollo spinale ove è il *Seno romboidale*, di *Syrnium aluco* adulto. *Cg* = Cellule ganglionari. — *Sg* = Sostanza grigia. — *Sb* = Sostanza bianca. — *Sr* = Seno romboidale. — *Slp* = Solco longitudinale posteriore. — *Cn* = Cellule della nevroglia. — *Sla* = Solco longitudinale anteriore. Le altre lettere hanno lo stesso significato di quelle della fig. 1.

Fig. 3. *Cellula neurogenetica delle cellule specifiche nervose*, che sta in attiva proliferazione, × 190 circa, oc. 3. ob. 7 Hart. c. c. Nachet proiez. mm. 255. — *Cg* = Cellula ganglionare quasi libera che ha già preso la forma tipica poligonale.

Biologia. — *Una nuova reazione degli elementi del sistema nervoso centrale.* Nota del dott. Achille Monti [1], presentata dal Socio Todaro.

« Le ricerche sulla fina anatomia dei centri nervosi, intrapresa da Gerlach [2] mediante l'uso dol carmino (1858) e del cloruro d'oro (1871) e da M. Schultze (1865) coll'acido osmico [3] raggiusero nuovi ed inattesi risultati per opera del Golgi dopo che questo osservatore ebbe introdotto nella tecnica i vari metodi che da lui prendono il nome e che si fondano sull'azione del nitrato d'argento e del bicloruro di mercurio [4].

« Diversi istologi, fra i più competenti dei vari paesi, hanno giudicato che colle sue ricerche il Golgi ha dischiuso un nuovo orizzonte alle nostre conoscenze sulla fina organizzazione dei centri nervosi mettendo in evidenza una serie di fatti, i quali dovranno esercitare una grande influenza anche sugli studi futuri della fisiologia.

« La portata di taluni fra i tanti fatti notevoli messi in evidenza dal Golgi non è sfuggita ai moderni osservatori. Infatti oggi anche i trattati elementari d'istologia (il Toldt p. es.) si attengono alla descrizione data dal Golgi del sistema nervoso e rilevano che questo autore ha dimostrato tra l'altro come esistano due tipi di cellule nervose centrali, e come le cellule del 1° tipo, per i diretti rapporti del loro prolungamento nervoso colle fibre motrici, debbano interpretarsi come cellule motrici o psicomotrici. Ha scoperto che il prolungamento nervoso di ciascuna cellula manda delle ramificazioni secondarie, ed ha riscontrato un tale fatto nelle cellule nervose della corteccia cerebrale in genere, come nelle grandi (cellule di Purkinje) e nelle piccole cellule dello strato molecolare del cervelletto, nelle cellule nervose dei bulbi olfattori, e in quelle del midollo spinale. Ha dimostrato che i così detti granuli del cervelletto sono pure cellule nervose e che la così detta nevroglia è costituita da cellule (cellule aracnoidi di Golgi e Boll) munite di lunghissimi prolungamenti, alcuni dei quali si inseriscono sulle pareti dei vasi.

« Questi e gli altri importantissimi risultati vengono dal Golgi attribuiti alla finezza dei suoi metodi di indagine, in quanto valgono a mettere in evidenza, nella loro forma e nei loro rapporti, i singoli elementi del sistema nervoso centrale. Tali risultati giustificano la speranza che l'introduzione nella

[1] Dal laboratorio di Patologia generale ed istologia della Università di Pavia.

[2] Gerlach-Mikr., *Stud. aus dem Gebiet der menschlichen Morphologie-Erlangen*, 1858.

[3] M Schultze u. Rudneff, *Ueber Einwirkung d. Osmiumsäure auf thierische Gewebe.* Arch. f. mikr. Anat. 1865.

[4] Golgi, *Sulla struttura della sostanza grigia del cervello.* Gazz. med. ital. Lomb. 1873.

tecnica di qualche nuova reazione degli elementi dei centri nervosi, possa allargare sempre più le nostre conoscenze sulla struttura di tali organi. Perciò credo non inutile far conoscere una nuova reazione degli elamenti del sistema nervoso centrale, reazione fondata sull'uso del solfato di rame.

« Se essa non può paragonarsi con le delicatissime reazioni che si ottengono mediante il nitrato d'argento o il bicloruro di mercurio, vale ad ogni modo a fornire preparati così dimostrativi da non temere il confronto di quelli ed a mettere in evidenza talune particolarità di organizzazione (ad esempio gli estesi rapporti ed il modo di connessione degli elementi della nevroglia colle pareti vasali) in modo così perfetto da doversi quasi dire essere impossibile ottenere di meglio. Inoltre la nuova reazione, mentre ha un valore per se come reazione degli elementi del sistema nervoso centrale, potrebbe ancora avere qualche applicazione pratica, perchè riesce in condizioni un po' diverse, per controllare i risultati ottenuti coi metodi classici di Golgi.

« Gli elementi in cui finora è riescita la reazione del solfato di rame sono i seguenti:

« 1° Le cellule nervose della corteccia e dei gangli del cervello. Le cellule sulle quali la reazione ebbe luogo mostrano numerosi prolungamenti, tra i quali si riconosce il prolungamento nervoso.

« 2° Le cellule nervose piccole dello strato molecolare del cervelletto. Queste cellule sono riescite con discreta finezza coi loro prolungamenti protoplasmatici e nervosi.

« Meno delicata è riescita finora la reazione della cellula del Purkinje.

« 3° I così detti granuli del cervelletto. Appariscono come piccole cellule nervose munite di prolungamenti, come furono descritte da Golgi.

« 4° Le cellule nervose dei bulbi olfattori.

« 5° Le cellule nervose del midollo allungato.

« 6° Le fibre nervose centrali. Sono riescite bene nel cervelletto nel cervello e nei bulbi olfattori.

« In questi ultimi organi si è potuto qualche volta riconoscere i rapporti di talune fibre colle cellule nervose.

« 7° Le cellule di nevroglia.

« In questi elementi, come già ho notato, la reazione è riuscita con una finezza non inferiore a quella che si riscontra nei preparati ottenuti coi metodi del nitrato d'argento.

« Le cellule di nevroglia appaiono anche con questo metodo, quali le descrisse il Golgi fin dal 1870 (1), « con un corpo ben pronunciato contornato da numerosissimi prolungamenti filiformi, lunghissimi, alcuni dei quali vanno ad inserirsi sulle pareti dei vasi ».

(1) C. Golgi, *Sulla sostanza connettiva del cervello.* Rendiconti dell'Istituto Lombardo, aprile 1870.

« La reazione della nevroglia è avvenuta egualmente nella sostanza grigia e nella sostanza bianca. In modo particolare si resero evidenti le cellule della glia che formano lo strato più superficiale della corteccia e che mandano dei prolungamenti a inserirsi alla superficie libera e quelle che, in quantità straordinaria, formano lo stroma di sostegno della sostanza bianca. I lunghi e fini loro prolungamenti sono anche ramificati, e formano un intreccio assai fitto, ma non si anastomizzano: i più grossi prolungamenti si inseriscono sulle pareti dei vasi (ciascuna cellula suole presentare parecchi di questi prolungamenti che possano inserirsi su vasi diversi) per mezzo di un'espansione conica che talvolta è ben delimitata, talvolta si estende in forma di tenue velamento ed abbraccia il vaso intero.

« La dimostrazione delle cellule di nevroglia o la dimostrazione delle fibre nervose sono finora i risultati migliori che con questo metodo ho potuto ottenere. Da questi risultati mi è dato sperare che ripetendo le esperienze, il metodo potrà essere perfezionato e potrà riescire con eguale finezza anche su altri elementi del sistema nervoso centrale.

« Dirò ora brevemente come ottengo la nuova reazione.

« Il procedimento consta essenzialmente di due tempi, cioè: nell'indurimento dei pezzi con una soluzione di bicromato di potassa e della immersione successiva dei pezzi induriti in una miscela di una soluzione di bicromato potassico e di solfato cuprico.

« 1. *Indurimento col bicromato di potassa.* — Nella soluzione di bicromato potassico o di liquido del Müller i pezzi di cervello, di cervelletto, o di midollo devono rimanere fino a che abbiano raggiunto un grado di indurimento più inoltrato di quello che si richiede comunemente per i pezzi da trattarsi col nitrato d'argento.

« Se si passano nella miscela di bicromato potassico e di solfato di rame dei pezzi ancora troppo molli allora non avviene nessuna reazione; la miscela non agisce che accelerando l'indurimento. Questi pezzi non servono più per la reazione del solfato di rame, ma possono ancora dare la reazione del nitrato d'argento.

« Il grado di durezza necessario si determina passando nella miscela dei pezzi diversi di uno stesso materiale a diversi periodi di tempo. Il tempo in cui avviene la reazione varia a seconda della temperatura dell'ambiente e della concentrazione della soluzione di bicromato potassico.

« Tenendo i pezzi in una soluzione molto concentrata di bicromato la reazione si presenterà dopo sette od otto giorni. Se questi pezzi si mettono a indurire nella stufa a 30° la reazione incomincia dopo 1-3 giorni di indurimento.

« Ma l'indurimento accelerato per mezzo dell'alta temperatura o delle soluzioni concentrate rende la reazione tumultuosa, grossolana ed assai imperfetta per l'abbondanza dei precipitati.

« Il metodo migliore di indurimento è ancora quello lento e graduale ottenuto sul liquido di Müller: quando la reazione incomincia seguita poi per un lungo periodo. Io ho potuto ottenerla sopra dei pezzi che stavano nel bicromato da circa quattro mesi.

« Per altro la reazione finora non mi è riescita sui pezzi già divenuti verdi (formazione di ossido di cromo).

« 2. *Immersione dei pezzi in una miscela di soluzione di bicromato potassico e di soluzione di solfato cuprico.*

« Il solfato di rame già adoperato con vantaggio come reattivo fissatore ha trovato qui una nuova applicazione.

« La soluzione di solfato di rame da me adoperata ha la concentrazione del venti per cento: noto però subito che ottenni dei risultati anche con soluzioni più tenui.

« Nella maggior parte dei casi io ho mescolato la soluzione suddetta con una eguale quantità di liquido di Müller. Altre volte invece del liquido di Müller ho adoperato una soluzione molto concentrata di bicromato di potassa ed ottenni pure dei buoni risultati. Credo perciò, almeno in base alle prove fatte finora, che la diversa concentrazione della miscela non abbia una notevole influenza sulla riescita della reazione, purchè i pezzi sieno convenientemente induriti.

« La reazione incomincia già dopo ventiquattro ore, ma continua anche nei giorni successivi. Essa incomincia dalla superficie e gradatamente si avanza nello spessore del tessuto.

« I pezzi si conservano nella stessa miscela in cui avviene la reazione, ma si possono anche passare in alcool senza che la reazione si alteri.

« Gli elementi in cui la reazione è avvenuta appaiono giallo-bruni o nerastri a luce trasmessa e spiccano notevolmente sul fondo incoloro (verdognolo, ad occhio nudo) delle parti circostanti. Invece a luce diretta gli elementi, sui quali avvenne la reazione appaiono rossastri.

« Tale colorazione scompare per azione dell'acido cromico, dell'acido cloridrico, dell'acido solforico all'uno per cento, come pure per azione della potassa caustica, dell'ammoniaca, dell'acido acetico concentrato. Non si altera sotto l'influenza dell'alcool, della glicerina, del ferricianuro di potassio e del solfuro di potassio.

« Le sezioni si possono conservare non soltanto nel balsamo del Canadà o nella vernice Dammar, ma anche in glicerina. È questo uno dei vantaggi della nuova reazione. A questo si aggiunga che i preparati non si alterano minimamente per azione della luce.

« Al pari delle reazioni fondate sull'azione del nitrato d'argento o del bicloruro di mercurio, questa reazione non riesce nello stesso tempo su tutti gli elementi del sistema nervoso centrale.

« Anche qui questa particolarità costituisce un'altro fra i pregi del metodo.

Infatti si capisce di leggeri che se la reazione riescisse sempre ed ugualmente su tutti gli elementi, sarebbe impossibile affatto qualsiasi orientamento per la grande confusione di imagini che si presenterebbe all'osservatore.

« Invece questa reazione, ancora più che non le reazioni fondate sull'uso del bicloruro di mercurio e del nitrato di argento, riesce circoscritta ad una data categoria di elementi. Avviene, per esempio, che ad un certo periodo la reazione appare limitata alle cellule gangliari, in un altro periodo si presenta sulle fibre nervose, in un altro periodo si limita alle cellule di nevroglia.

« Questa limitazione della reazione ad una data categoria di elementi sta fra i molti argomenti che rendono insostenibile l'asserzione di Rossbach, e Sehrwald ([1]) secondo i quali le reazioni di Golgi al nitrato d'argento avvengono per una precipitazione di cromato d'argento in pretesi spazi linfatici periganglionari, e riescono più o meno estese o circoscritte a seconda che i suddetti spazi linfatici erano pieni o vuoti al momento della morte dell'animale. Ma questa supposizione, che è già contradetta dal fatto che la reazione nera avviene in parti diverse a seconda del grado di indurimento dei pezzi, è contradetta ancora dal fatto che col metodo del solfato di rame la reazione avviene talvolta esclusivamente sulle fibre nervose, tal altra esclusivamente sulla nevroglia. Ora è evidente come sia inverosimile il supporre che in una regione del cervello sieno ripiene di linfa esclusivamente le vie linfatiche della glia o soltanto quelle delle fibre nervose od unicamente quelle delle cellule gangliari.

« Concludendo debbo ripetere che la nuova reazione al solfato di rame è ancora molto imperfetta e per ora non può servire che a controllare alcuni dei risultati ottenuti da Golgi: mi riserbo di continuare le ricerche per accertare se, come credo, il metodo sia suscettibile di miglioramenti, e capace di fornire nuovi dati alla fina anatomia dei centri nervosi ».

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

M. Cantone. *Deformazione del ferro dolce per la magnetizzazione.* Presentata dal Socio Blaserna.

C. Crety. *Ricerche anatomiche ed istologiche sul genere Solenophorus-Créplin.* Presentata dal Socio Moriggia.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Vengono lette le seguenti Relazioni, colle quali si propone la pubblicazione negli Atti accademici delle sottoindicate Memorie.

Schiaparelli, rel., e Ferrero. Relazione sulla Memoria del prof.

([1]) I. Rossbach und E. Sehrwald, *Ueber die Lymphwege des Gehirns.* Ctrbl. d. med. Wiss. No 25-26 1888.

E. Pucci, intitolata: *Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche.*

De Paolis, rel., e Cremona. Relazione sulla Memoria del prof. M. Pannelli, intitolata: *Sopra le congruenze generate da due superficie di cui i punti si corrispondono univocamente.*

Blaserna, rel., e Cannizzaro. Relazione sulla Memoria del dott. G. P. Grimaldi, intitolata: *Studio sulla corrente galvano-magnetica nel bismuto.*

Cannizzaro, rel., e Cossa. Relazione sulla Memoria del dott. A. Pezzolato, intitolata: *Del modo di determinare la nicotina in presenza dell'ammoniaca.*

Cannizzaro, rel., e Blaserna. Relazione sulla Memoria del sig. T. Costa, intitolata: *Sulle correlazioni tra il potere rifrangente e il potere dispersivo dei derivati aromatici a catene laterali sature.*

Trinchese, rel., e Todaro. Relazione sulla Memoria del prof. W. Schimkewitsch, intitolata: *Sur les Pantopodes recueillis par M. le lieutenant Chierchia, pendant le voyage de la « Vettor Pisani » en 1882-85.*

Le precedenti Relazioni, messe partitamente ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Soci e da estranei.

G. Capellini. *Commemorazione di Giuseppe Meneghini, letta alla Società Geologica Italiana.*

G. B. Guccia. *Memorie varie* di cui sarà pubblicato l'elenco nel Bullettino bibliografico.

G. Colasanti, *Commemorazione del prof. Francesco Cornelio Donders.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna comunica i seguenti Elenchi dei lavori presentati ai concorsi a premi istituiti dal Ministero della Pubblica Istruzione e scaduti col 30 aprile 1889.

Elenco dei lavori presentati al concorso a premi
del Ministero della pubblica istruzione, per le *scienze naturali.*

1. Carazzi Davide. 1) *Materiali per una avifauna del golfo di Spezia e della Val di Magra* (con due appendici) (st.) — 2) *Appunti ornitologici* (st.). — 3) *I mangiatori di microbi* (st.). — 4) *Contributo alla biologia dei*

micrococchi. Nota 1ª (st.). — 5) *Cenni sulla fondazione del Museo civico di Spezia e sulle sue collezioni* (st.).

2. DE CARLINI ANGELO. 1) *Vertebrati della Valtellina* (st.). — 2) *Artropodi di Valtellina* (st.).

3. FAGGIOTTO AGOSTINO. *Diedrimetria di cristalli microscopici con proposta di un nuovo metodo* (st.).

4. GESTRO RAFFAELE. 1) *Appunti per lo studio degli Anophthalmus italiani* (st.). — 2) *Res Ligusticae.* III. *Gli Anophthalmus trovati finora in Liguria* (st.). — 3) *Descrizione di un nuovo genere di Lamellicorni* (st.). — 4) *Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine.* IV. *Nuove specie di Coleotteri. Decade* I e II (st.). — 5) *Idem idem. Decade* III (st.) — 6) *Viaggio ad Assab nel Mar Rosso dei signori G. Doria ed O. Beccari con il r. avviso « Esploratore » dal 16 novembre 1879 al 26 febbraio 1880.* IV. *Coleotteri* (st.). — 7) *Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine.* XV. *Primo studio delle Cicindele* (st.). — 8) *Sopra alcune Cetonie dell'isola Nias e della costa occidentale di Sumatra raccolte dal dott. Elio Modigliani* (st.).

5. MACCHIATI LUIGI. 1) *Note di una escursione botanica alla Pallanzana, del gruppo dei Cimini* (st.). — 2) *Prima contribuzione alla flora del Viterbese* (st.). — 3) *Caratteri delle principali varietà di viti che si coltivano nei dintorni di Arezzo* (st.). — 4) *Contribuzione alla flora del gesso* (st.). — 5) *Le Diatomacee nella fontana del r. Istituto tecnico di Modena* (st.). — 6) *Diatomacee del Lago Santo modenese* (st.). — *La Synedra pulchella Kütz. var. abnormis M. ed altre Diatomacee della sorgente di Ponte Nuovo* (*Sassuolo*) (st.). — 8) *Le Diatomacee della fortezza di Castelfranco Bolognese* (st.). — 9) *La Xantofillidrina* (nota preventiva) (st.). — 10) *Preparazione della Clorofilla e delle altre sostanze coloranti che l'accompagnano* (st.). — 11) *Xantofillidrina* (st.).

6. PICCONE ANTONIO. 1) *Di alcune piante liguri disseminate da uccelli carpofagi* (st.). — 2) *Ulteriori osservazioni intorno agli animali ficofagi ed alla disseminazione delle alghe* (st.). — 3) *Alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani »* (st.). — 4) *Nuove spigolature per la ficologia della Liguria* (st.). — 5) *Noterelle ficologiche* (st.). — 6) *Elenco delle alghe della crociera del « Corsaro » alle Baleari* (st.). — 7) *Alghe della crociera del « Corsaro » alle Azzorre* (st.). — 8) *Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani »* (ms.). — 9) *Manipolo di alghe del Mar Rosso* (ms.). — 10) *Alcune specie di alghe del Mar di Sargasso* (ms.).

7. RICCHIERI GIUSEPPE. — *Nuove formole orometriche per determinare l'altezza media del crinale ed il volume* (ms.).

8. RICCIARDI LEONARDO. 1) *Ricerche di chimica vulcanologica, sul graduale passaggio delle rocce acide alle rocce basiche* (st.). — 2) *Ricerche*

di chimica vulcanologica sulle rocce dei Vulcani Vulsinii (st.). — 3) *Ricerche di chimica vulcanologica. Confronto tra le rocce degli Euganei, del M. Amiata e della Pantelleria* (st.). — 4) *Sull'azione dell'acqua del mare nei vulcani* (st.). — 5) *Sull'allineamento dei vulcani* (st.).

9. Sacco Federico. 1) *Studio geologico dei dintorni di Guarene d'Alba* (st.). — 2) *Studio geologico dei dintorni di Voltaggio* (st.). 3) *Studio geologico delle colline di Cherasco e della Morra in Piemonte* (st.). — 4) *Il cono di dejezione della Stura in Lanzo* (st.). — 5) *Il pliocene entroalpino di Valsesia* (st.). — 6) *Le fossanien, nouvel étage du pliocène d'Italie* (st.) — 7) *Sulla costituzione geologica degli altipiani isolati di Fossano, Salmour e Banale* (st.). — 8) *L'anfiteatro morenico di Rivoli* (st.). — 9) *Il piano messiniano nel Piemonte* (st.). — 10) *Sur l'origine du loess en Piémont* (st.). — 11) *Intorno ad alcune impronte organiche dei terreni terziari del Piemonte* (st.). — 12) *Nuove specie terziarie di molluschi terrestri d'acqua dolce e salmastra del Piemonte* (st.). — 13) *I terreni terziari e quaternari del Biellese* (st.). — 14) *I terreni quaternari della Collina di Torino* (st.) — 15) *Rivista della fauna malacologica fossile terrestre, lacustre e salmastra del Piemonte* (st.). — 16) *Aggiunte alla fauna malacologica estramarina fossile del Piemonte e della Liguria* (st.). — 17) *Sur quelques restes fossiles de poissons du pliocène du Piémont* (st.). — 18) *Sopra una nuova specie di Discohelix* Dunker (*fam. Solariidae* Chenu) (st.). — 19) *Sopra alcuni Potamides del bacino terziario del Piemonte* (st.). — 20) *Note di paleoicnologia italiana* (st.). — 21) *Il passaggio tra il liguriano ed il tongriano* (st.). — 22) *Classification des terrains tertiaires conforme à leurs facies* (st.). — 23) *On the origin of the great alpine lakes* (st.). — 24) *Les terrains tertiaires de la Suisse* (st.). — 25) *Le tremblement de terre du 23 février 1887 en Italie* (st.). — 26) *N. 19 Carte geologiche.*

10. Tuccimei Giuseppe. 1) *Il Villafranchiano nelle Valli Sabine e i suoi fossili caratteristici* (ms.). — 2) *Il sistema liassico di Roccantica e i suoi fossili* (st.). — 3) *Bradisismi pliocenici della regione Sabina* (st.).

Elenco dei lavori presentati al concorso a premi
del Ministero della pubblica istruzione, per le *scienze matematiche.*

(Premi rimessi a concorso).

1. Biasi Giovanni. *La dualità nella geometria metrica* (ms.).

2. Gambera Pietro. 1) *Teorica del calcolo algebrico e sue applicazioni alla geometria.* (st.). — 2) *Integrale definito di una funzione di* x, *continua per valori di* x *compresi fra* x_0 *e* X, *espresso per mezzo di* $h = X - x_0$ *e di* $f(x_0)$, $f'(x_0)$, $f''(x_0)$ *ecc., oppure di* $f(X)$, $f'(X)$ $f''(X)$ *ecc.* (ms.). — 3) *Svolgimento dell'integrale definito di* $f(x)\,dx$. (ms.). — 4) *Svolgimento di* $f(x+h)$.

3. Ricchieri Giuseppe. *Nuove formole orometriche per determinare l'altezza media del crinale ed il volume.* (ms.).

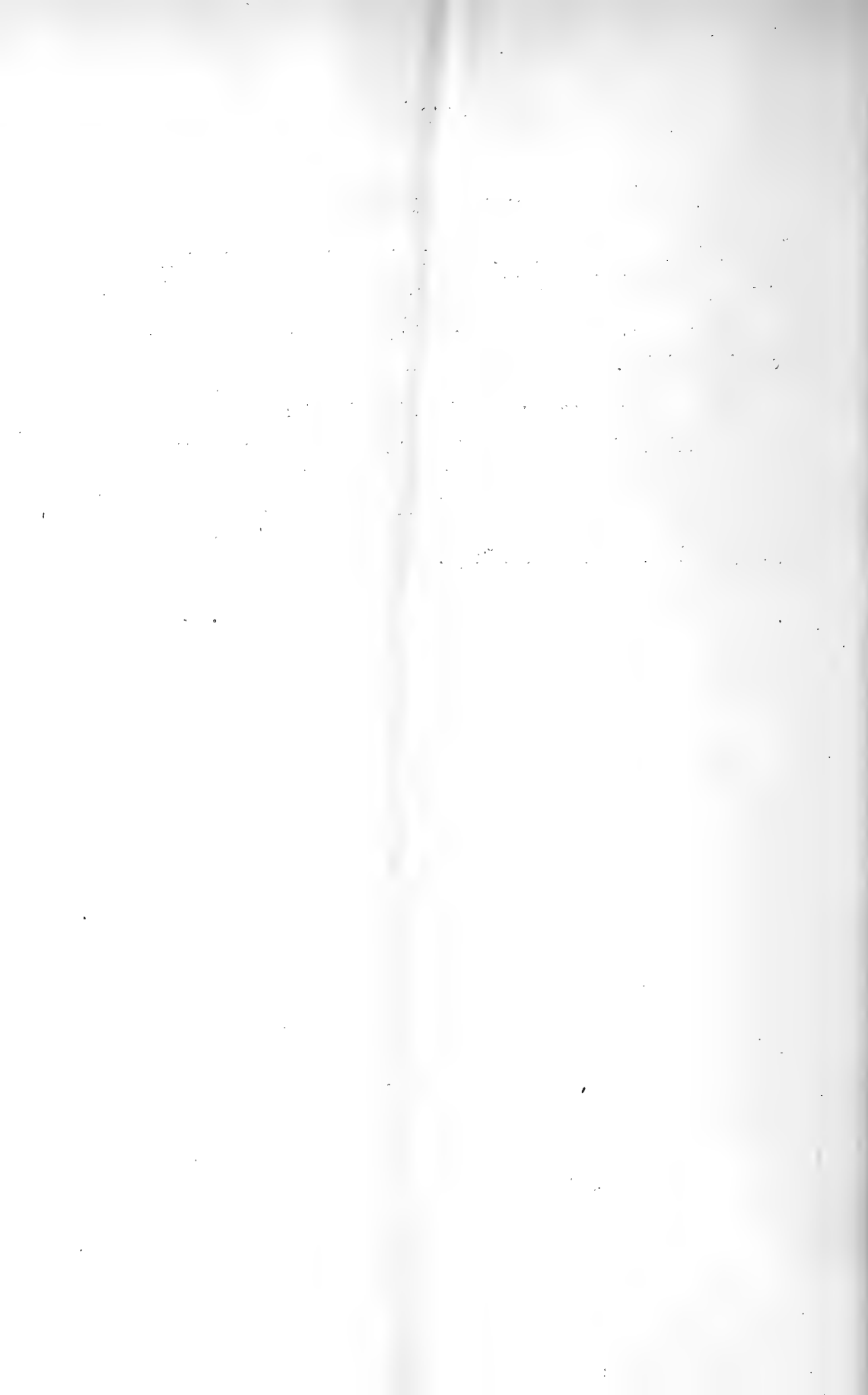
CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà comunicazione dei programmi dei Congressi di zoologia e di botanica, che si terranno a Parigi nell'agosto del corrente anno.

Lo stesso Segretario dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Emden; la Società degl'ingegneri civili di Londra; la Società degli antiquarî di Londra e di Filadelfia; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; l'Istituto tecnico superiore di Milano; l'Istituto meteorologico rumeno di Bucarest; i Comitati geologici di Lisbona e di Pietroburgo.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 19 maggio 1889.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie* per lo scorso mese di aprile, e lo accompagna con la Nota seguente:

« Nella pianura di Nervia, presso Ventimiglia, ove si estese la necropoli di *Albintimilium* (Regione XI), si scoprirono due epigrafi sepolcrali latine.

« Avanzi di costruzioni di età romana riapparvero in Milano nell'area dell'antica chiesa di s. Nazzaro; nella casa Pirovano lungo il corso Sempione; presso le vie Broletto e Mercanti; nella via Giulini, ed in via s. Calogero. Si scoprirono anche frammenti di sculture, tra le quali meritano d'essere menzionate una testa reputata ritratto di Messalina, ed un'altra di Claudio. Fuori porta Ticinese si disseppellirono nella cascina Ranza altri bronzi, che vennero aggiunti alla raccolta pubblica nel palazzo di Brera.

« Nuovi rinvenimenti avvennero fuori la barriera Ravaldino in Forlì (Regione VIII). Vi si trassero all'aperto anfore e fittili ordinari, non senza alcuni pezzi con figure in rilievo, riferibili all'arte del periodo imperiale.

« Furono esplorate altre tombe della necropoli meridionale volsiniese in contrada Cannicella sotto la rupe di Orvieto (Regione VII). Una di queste, non violata da precedenti ricercatori, diede copiosa suppellettile funebre, consistente in vasi di arte locale, in fittili corinzii, in ornamenti personali di bronzo, ed in armi di ferro. Un'altra tomba fu scoperta nel predio *la Padella*, a sette chilometri dalla città; e conteneva fittili etrusco-campani, ed oggetti riferibili al III secolo av. Cristo.

« Proseguirono le ricerche nella necropoli vulcente; ed il Municipio di Corneto-Tarquinia fece ripigliare gli scavi della necropoli Tarquiniese in contrada Monterozzi. Vi si scoprirono sette tombe. Una di esse, a camera ed intatta, diede vasellame di tipo primitivo, come quello delle tombe a pozzo, e vasi di arte corinzia. Le altre tombe, pure a camera, restituirono vasi di arte etrusco-campana, nè vi mancarono stoviglie di manifattura attica.

« Parecchie iscrizioni latine frammentate, si recuperarono presso il sepolcro degli Scipioni in Roma (Regione I). Sono tutte funebri e di bassa epoca. Altre iscrizioni sepolcrali comuni, furono scoperte in altri punti della città; e nel nuovo quartiere di villa Ludovisi fu disseppellito un plinto marmoreo, forse appartenente a qualche donario, portante il ricordo di *P. Graecinius Laco*, prefetto dei vigili sotto Tiberio. Una bellissima testa marmorea di statua rappresentante Augusto fu dissotterrata in via Merulana, presso la nuova chiesa di s. Antonio. Singolari sepolcri di età imperiale furono esplorati sull'Appia nella vigna Garicchia, già Poli in contrada *Domine quo vadis*. Sono a tre impalcature formate con tegoloni, ed ognuna con un cadavere. Nella via Flaminia riapparvero altre epigrafi cemeteriali cristiane presso l'antica basilica di s. Valentino; nella Nomentana fu meglio riconosciuta la pianta del piccolo sepolcro degli Alarii; e nella Tiburtina, entro il recinto della stazione delle strade ferrate, di contro allo sbocco del viale Castro Pretorio, si scoprirono rovine con pavimento in musaico e resti architettonici distrutti per incendio.

« Iscrizioni latine avanzi di costruzioni di edifici pubblici e sepolcri di età imperiale furono riconosciuti sulla Salaria in contrada « la Serpentara » ove sorgeva l'antica Fidenae.

« Fu esplorato presso Castel Gandolfo, sul margine orientale della « Galleria di sopra » un sepolcreto di una famiglia rustica della casa imperiale, addetta alla custodia dell'*Albanum*; ed in Albano fu rinvenuta un'iscrizione funebre di un liberto imperiale, artefice di vasi in argento ed oro.

« Sommamente importante è un'epigrafe arcaica latina ritornata alla luce in Santa Maria di Capua Vetere, ed aggiunta alle raccolte del Museo campano. Appartiene ai decreti dei Magistri dei *pagi campani*, riferibili al tempo tra la punizione inflitta alla città di Capua e la colonia dedottavi da Giulio Cesare (543-695 a. u.). Il nuovo documento è del secondo consolato di Gneo Papirio Carbone, cioè dell'anno 670 di Roma, e quindi degli ultimi della serie finora conosciuta.

« Un ampio rapporto, spedito dalla direzione degli scavi in Napoli, tratta delle scoperte topografiche avvenute in Pompei dal settembre dello scorso anno, al marzo ora passato. Le esplorazioni avvennero nell'isola 2ª della Regione VIII, e nell'isola 7ª della Regione IX. Nella prima si riconobbero un termopolio, ed un piccolo stabilimento di bagni, al quale edificio appartiene l'ambiente, ove il 20 settembre 1887 si rinvennero gli oggetti di metallo prezioso, ed alcune tavolette cerate, delle quali fu detto in questa R. Accademia ed altrove (cfr. Notizie 1887 p. 417, *Bull. ist. dr. Rom.* I, fasc. 1, pag. 5; fasc. IV e V, p. 205. *Atti della Società reale di Napoli*, nuova serie. Anno II, marzo a luglio 1888, p. 48 e sg.). Nella seconda località furono esplorate abitazioni private. Nell'una e nell'altra tornarono all'aperto varie pareti dipinte o rappresentanti scene della vita ordinaria, o soggetti mitologici. Fu scavato in altre parti della città; e nell'isola 5ª della Regione V in mezzo a vari oggetti di uso, furono raccolte trecentoventotto monete di bronzo, che vanno da Augusto a Tito.

« Alcuni dischi metallici, forse ornamenti equini, si scoprirono presso Ancarano di Norcia nel territorio dei *Sabini* (Regione IV). Un sepolcro vetustissimo con vasi di bucchero italico e fibule di bronzo fu esplorato nell'agro di Scurgola negli *Aequi*; ed un sepolcreto di età romana fu scoperto nel comune di Pianella, ove è da collocare un pago dei *Vestini*.

« Molti fittili di varie forme furono estratti da una grotta, forse sepolcrale, presso Lavello, sul versante pugliese della provincia di Basilicata (Regione II). A poca distanza dal sito ove avvenne tale rinvenimento erano state già esplorate varie tombe con fittili di arte rozza ed antichissima, e con ornamenti personali di bronzo ed armi di ferro.

« Nel villaggio di Comérconi, nel comune di Nicotera nei *Bruttii* (Regione III) fu rinvenuto un frammento di lapide latina con la parte finale di un'epigrafe funebre.

« Altre epigrafi funebri intere e frammentate si recuperarono nel giardino dell'ex-convento dei Cappuccini in Termini Imerese (Sicilia), e furono aggiunte alla raccolta pubblica della città.

« Nuove esplorazioni fatte nel nuraghe sulla collina di Puzzolu, lungo la linea stradale tra Terranova Telti nel territorio Olbiense (Sardinia), diedero pezzi di ossidiana e fittili di arte rozza e primitiva.

« A questo riassunto degli argomenti trattati nel fascicolo delle *Notizie* che oggi si presenta alla R. Accademia, piacemi di aggiungere che secondo un telegramma dell'amministrazione governativa degli scavi in Sicilia, importantissimi rinvenimenti si fecero in Selinunte nelle indagini eseguite per conto del Ministero. Il telegramma accenna ad un'ara e ad un grande edificio di puro stile greco dietro i propilei denominati di Gaggera. Ma di ciò sarà ampiamente detto nelle future comunicazioni ».

Filologia. — *Kitâb al-istidrâk di az-Zubaidî.* Memoria del Socio I. Guidi.

Questo lavoro sarà pubblicato nei Volumi delle Memorie.

Filologia. — *Un Bestiario moralizzato, tratto da un manoscritto eugubino del secolo XIV a cura del dott. G. Mazzatinti.* Nota del Socio E. Monaci.

« Il documento che qui comunico all'Accademia, in nome anche del dott. G. Mazzatinti, il quale lo trovò e ne fece la copia, appartiene a quella specie di opere didattico-morali del medio evo che comunemente chiamavansi *bestiarj*.

« È noto che i *bestiarj*, insieme con gli *erbarj* e i *lapidarj*, erano per quei secoli altrettanti manuali di storia naturale, e con le moralizzazioni onde venivano quasi sempre accompagnati, servivano eziandio a spiegare il senso mistico che il simbolismo cristiano attribuì come alle altre cose visibili, così pure agli animali. È altresì noto che tutte le opere di questo genere direttamente o indirettamente risalgono al *Physiologus*, del cui svolgimento nelle letterature d'occidente parlò dopo di altri il Mann, a proposito del *Bestiaire divin* dl Guillaume le Clerc (1), e ultimamente ha trattato con maggiore ampiezza il Lauchert (2). Il bestiario che ora si produce e che è in italiano, non ha diversa origine; ma in quali relazioni esso si trovi con le altre opere congeneri mi astengo dal ricercare, sapendo che un valoroso giovane, il sig. L. Frati di Bologna, in questo momento attende a compiere un lavoro dove appunto sono studiate le vicende di tutto questo ciclo di tradizioni specialmente nel dominio della letteratura nostra.

« Il codice d'onde fu esemplato il testo, appartiene ad un signore di Gubbio, ed è quello stesso codice miscellaneo, membranaceo, dei primi anni del secolo XIV, di cui il dott. Mazzatinti pubblicò già una descrizione e alcuni saggi nella dispensa CLXXIX della *Scelta di curiosità letterarie* (3).

« Il testo è dato come leggesi nel codice, eccettochè si sciolgono le abbreviature, si riordinano i nessi e si adopera la interpunzione moderna. Note al testo con altre osservazioni ed una appendice presenterò prossimamente.

(1) *Französische Studien*, VI, 216.

(2) Così per quel che sento; ma io non potei vedere ancora il suo libro (*Geschichte des Physiologus*, Strassburg, 1888.

(3) Bologna, Romagnoli, 1881.

TESTO

1. *De lo leone.*

Lo lion è de sì nobile natura,
De niuna altra fera à semeliança:
Ne le montangne di maiure altura
Usatamente si fa demorança; 4
À del caciatore tal paura,
Ke per scampare pilia sutiliança,
E tanto la sua andata cela escura,
Ke non po vedere homo senblança. 8
Per lo leone si dee entendere Cristo,
Per la montagna lo cielo onde descese,
E per lo caciatore lo nemico.
Lo quale fo de la sua venuta tristo; 12
Ké li tolse l'anime k'avea prese,
E non podeano scampare per altro amico.

2. *De lo leone.*

De lo leone per nostro conforto,
Una gram maravellia n'agio audita:
K'a la nativitade sua vene morto,
E tertio giorno sta come perita. 4
Ruge lo pate, en estante è resorto;
En quella boce pare ke li dia vita.
Lo dolçe Cristo fo en simile porto,
Quando l'ucise la gente tradita 8
E nello tertio giorno suscitò,
Secondo carne humana veramente,
Ma non ke lo suo spirito morisse.
E quello dolçe pate lo clamò, 12
Lo quale per salvare l'umana gente
L'avea mandato, a ciò ke non perisse.

3. *De l'alifante.*

De l'alifante grande maravelia
Molte fiate udito agio contare;
K'a la potentia sua non resimilia
Altra fera k'omo possa pensare. 4
E poi vene el caciatore e tanto s'asotilia,
Ke ko inganno sappelo piliare:
Ké l'arbore li secha, ove s'apilia
Usatamente per se riposare; 8
E cusì cade, non se leva maio.
Ora ponete mente acciò k'io dico,
Ke volio per exemplo demonstrato:
L'omo è l'alifante ke potte assai, 12
L'albore è lo mondo, e lo nimico
È quello ke cusi l'à imganato.

4. *De l'unicorno.*

Signore, porraime dare doctrina,
K'a l'unicorno desti volontade
D'umiliare la sua gram ruina
Versi e beleççe cum virginitade. 4
La quale tanto lo core li affina,
Ke ve se adorme e la morte ne pate;
Ma sua carne puoi per medicina
Se dane, ke vale ad onni infirmitade. 8
E cusì de lo tuo fillio facesti:
Mandastilo alla vergine Maria,
E umilmente ein essa se encarnò.
Poi ke fo homo, a morte lo desti, 12
E la sua carne a nostra malattia
Fo medicina ke l'arisanò.

5. *De la yenna.*

Est una fera che se kiama la yenna,
Ke mangia ei morti de la sepultura,
Non trova nullo ke li se defenda,
Ke sono legati vaccie più scegura. 4
Ki de suo peccato non s'emenda,
En nella fossa sta legata escura.
Per quella fera lo nemico s'entende,
Lo quale mangia l'anime e devora: 8
Ben vorea lo nemico volenteri
Mangiare l'anime ke stono en penetença;
Ma da ke le trova sciolte e alunate,
Ontosamente se retorna adietro, 12
Ke non à sopra loro nulla potença,
Kusi l'à Dio de sua gratia fermate.

6. *De la serta.*

Est una fera nominata serta:
Ane ale commo ucello e vive in mare;
A li navigatori fa tal guerra,
Qual nave giongne fa periculare; 4
Talora alassa tanto che s'aterra,
Vanne im profondo sì ke poi non pare.
Quella fera è lo nemico k'aferra
Quelli che voliono de l'anima pensare; 8
Questo mondo è lo mare perfondo e salso,
Onde la gente passa con paura
Da poi ke sono renduti a Deo servire.
Lo nemico mesleale e falso 12
De girli tentando no llascia ora,
Volendolo da Dio fare partire.

7. *De la volpe.*

Quando la volpe de fame è sopressa,
Asotilliase tanto ella sua mente,
Ke pensa commo ella possa avere spesa
A meno briga, più vivaciamente; 4
Trova una terra vermellia e acesa,
Tegnese, pare sangue veramente;
Colcase en tera per morta distesa,
E l'ucelli ce scendono amantenente. 8
Tene li oki kiusi et la lengua tra fore,
Nom rende fiato enfieni ke s'asegura
Alcuno ucello, tanto ke lo prende.
Kusì lo nemico fa del peccatore; 12
Ke sì li se mostra en ciascuna mesura
Enfien che l'anima sua perduta rende.

8. *De lo riccio.*

Quando lo ricio sente la stasgione
Ke po trovare de l'uva matura,
En nella vigna va commo ladrone,
E audirete en ke guisa la fura. 4
Nella miliore vite se pone,
Tanto la bacte et mena oltre mesura,
Ke le granella scicina e scompone,
Falli cadere nella terra dura, 8
Poi se ne scende e vassene voltando,
E colle spine molte ne recollie,
E vassene con esse a la masgione.
Kusì lo nemico a lo mundano: 14
Poi ke c'è dentro, tanto ce s'avolgie,
Ke lo conduce a la dannatione.

9. *Del castore.*

De lo castore audito aggio contare
Una miraculosa maravellia:
Quando lo caciatore lo dee piliare,
Nella sua mente tanto s'asotillia, 4
Ke sa la cosa per ke po scanpare;
Departela da sé, poi no lo piglia;
E questi sono li membra da peccare,
Ke occidono l'anima, ke non se ne svelia. 8
È lo nemico questo caciatore:
Cacia l'omo enveice de castore,
Per prendarlo stando nel peccato.
Ma l'omo, ke se pente de buon core 12
De male fare e non ce fa retorno,
Remanda lo nemico sconsolato.

10. *De la formica.*

Homo, se voli de l'anima pensare,
Ora poni mente la formica.
Ene lo tenpo che pote guadagnare,
Aquista onde el verno se notrica; 4
E perké non po tucto portare,
Si piglia uno granello de la spica;
A tanto ke lli debia più durare,
Devidelo, per meço l'amandica. 8
Kusì dea fare la creatura,
En questo mondo, k'è una state
A respecto de l'altro k'è infenito:
Departire la lectaratura 12
E trarne la somma utilitade,
Onde la sposa torni a lo marito.

11. *De l'antalupo.*

L'antalupo doi corne à 'la testa
Talienti, acuti e foroti oltra mesura;
Bee d'una aqua k'è dolce e onesta
De l'Eufraten, e lloco se pascura. 4
Poi se ne va iocando a la foresta
Dua la trova più tricata e scura,
Inpiliace le corna, e sì s'arresta;
Ogni omo li dà poi morte dura. 8
Per questa fera sì dei entendere l'omo,
Per li dui corna li dui testamenti,
E per lo busco lo mondo tenebroso.
E lo nemico poi, vedendo komo 12
È perso nei sui delectamenti,
L'anima ne mena a lo loco dolioso.

12. *De la capra.*

Questa è usança de la capra selvaggia:
In cima de li monti conversare,
E de natura dicese c'agia
Cognoscere ki liei vole pigliare. 4
Pare ke a similiança se retraga
A Cristo, ke vede li facti e li afari;
Onde ki de male fare se travaglia,
No lo porrà davante lui celare, 8
Da poi che Cristo vede enteramente
Le gogitationi de lo core.
Dunque ki se repensa, savio ene,
D'avere loco fra la bona gente, 12
Ké de la bona usança omo ene migliore;
A l'omo la fama sì fa bene.

13. *Del satiro.*

Satiro, como dice la Scritura,
Ad omo e ad animalia resomiglia:
Fore de suo paese poco dura,
E a gran metidio se piglia. 4
A barba greca, frate, poni cura;
Illa moralitade t'asutiglia,
Kome ane a significare gran laidura
De lo vile omo ke l mal uso enpiglia. 8
Simiglia l'omo per creatione
De bestia, ke vive malamente
In abominatione de peccato:
Rado se piglia per confessione, 12
Per lo peccato dove sta disordinatamente;
E per la barba a becho è semeliato.

14. *Del cervo.*

Conmo lo cervo trae lo serpente
Dentro la terra co lo vivo fiato
E si lo mangia deletosamente,
Volendo renovare lo suo stato; 4
Perké l veneno no li sia nocente,
Recorre a l'aqua et è deliberato.
Questa semelitudine abbi a mente,
Amico, se vuoli essare salvato. 8
Co l'odorato trae a te Cristo,
E mangialo con fede e con amore;
E esso te farà renovellare
Veneno de sententia ond'è tristo; 12
Ko lacrime ke vengono dal core,
Lavandote, porrai securo stare.

15. *De la pantera.*

Vocase una animalia panthera,
Ke aletando tale odore rende,
Ne lo paese no remane fera,
Ke non ce corra, quando se protende, 4
Sença lo drago, ke nol soferrera
Lo pretioso odore ke li affende;
Ella se pasce per tale mainera.
Homo a salute d'anima s'intende; 8
Cristo è la fera co lo dolçe odore,
Quelle ke corrono, l'anime sante,
De le quali per vivo amore se pasce;
Lo drago è lo nemico traditore, 12
Ke de lui odorare non è possente
E pena dolorosa le ne nasce.

16. *De la tigra.*

Quando la tigra va ein alcuna parte,
Lo cacciatore con grande maiestria
Li filioli fura e se departe,
E va giectando specchi per la via. 4
Ella tornando trova la mala arte;
Mectese a gire, lo vetro splendea,
La sua figura ein eso se conparte,
E pensa ke lo suo filiolo sia. 8
Noi semo quella fera, al mio parere,
E li filioli sono le vertudi,
E lo nemico è questo caciatore,
La cosa, ke non è, te fa vedere;
Onde sono molti omini periti, 12
Ke alentano de gire a lo signore.

17. *Del mosteto.*

La fera k'à nome mosteto,
Ane uno corno imeço de la fronte,
Lo quale è forte, de splendore repleto,
Kon ke passa le lame e le gionte; 4
E non po stare preso nè secreto,
E non teme pasare estremo ponte
. . . .
. . . . 8
Per priego, per dalmaggio, per paura
No lasciarai de dire la veritade.
Però guarda, amico, ciò ke fai.
Da ke non temi dire la diritura, 12
Refrena sì la mala volontade,
Ke non si preso quando passarai.

18. *De L'orsa.*

Tanto fa l'orsa el parto divisato,
K'a nulla creatura resimillia;
Vedendolo cusì dissemegliato,
Mantenente co la bocca lo ripiglia, 4
Tanto le mena enfin ke l'à formato.
Amico, ne l'exemplo t'asutiglia:
Ki con originale peccato
Dilunga è da la forma mille miglia; 8
La eclesia è la madre ke riface
Lo suo filiolo co lo sacramento
Del santo batismo virtuoso:
Ove s'afina come auro in fornace, 12
E piglia forma e resimigliamento
De lo suo dolçe padre pretioso.

19. *Del bonatio.*

È una fera di mala natura,
De male modo et di male portamento:
Davante non ofende a creatura,
De dietro fa lo grave offendimento. 4
Ki la seguesce, n'à mala ventura:
Ké li giecta, fugendo, a tradimento
Una aqua de sì pessima calura,
Ke la consuma e arde in uno momento. 8
La fera resemiglia lo nemico:
Ki lo seguesce, va a danatione,
K'a tradimento l'anema l'intama.
Similiante fa llo falso amico: 12
Con belli senblanti e con dretactione
A l'omo toglie lo presgio e la fama.

20. *Del linceo.*

Linceo è una fera molto fina,
E de belle virtudi e gratiosa,
E spetialemente de la urina
Se crea et fasse petra pretiosa, 4
A fare uno figliolo se distina.
Odi semeglianҫa deletosa
Ke mostra la potentia divina
Per la santa Scriptura copiosa: 8
Linceo ene lo padre onipotente,
Del quale venne lo Spiritu sancto
Per lo filiolo Cristo, en veritade.
Lo quale ene petra virtuosamente, 12
Ke lega e tene ciascheduno canto
Natura humana con divinitade.

21. *De la donnola.*

Davante ke comenci la batalia
La donnola con l'inpio serpente,
Ne lo veneno de sì li travaglia,
Retrova lo crespingno primamente. 4
Poi lui non tene a conto una paglia,
Ançe l'asale e fallo regredente.
Amico, de la prima encomenciaglia
La passione de Cristo agi a mente: 8
Se se da lo serpente envenenato,
Recorri a Cristo, ke sta ella croce.
Pregal ke del suo sangue te dia;
Del veneno sirai deliberato, 12
Sconfigi lo nemico co la boce,
Salutando la vergine Maria.

22. *De la lammia.*

La lamia ave lo lacte venenoso,
Si ke latando lo filiolo uccide.
Alcuno ce ne nasce vitioso,
Ke fuge e da la madre se divide. 4
E così fa lo mondo tenebroso:
Ko li delecti sui l'anime conquide,
Lo suo confecto tanto è doloroso,
Kome veneno nell'anima s'aside. 8
Ki sirà lo filiolo sapiente,
Ke fugga da la lammia crudele,
Kome lo mondo ke si ne dilecta?
Ki fugirà el suo delectamento, 12
Ke enfine è amaro più ke fele,
E in desperatione l'anima giecta.

23. *De la scimmia.*

De la fera ke scimmia ene kiamata,
El bello exenplo potemo pigliare.
Doi filioli fane a la fiada:
L'uno ama tanto, più nol po amare, 4
E l'altro cresce, ke per guisa nata
Corale amore no i po mostrare.
Quando è poi da li omini caciata,
Quello ke odia non pone lasciare. 8
Amico, tal'è la semilianҫa:
Ami lo mondo e morendo lo lasci,
E portine l'opere ke fai.
Se mecti lo signore in oblivianҫa, 12
Sirai pigliato nelli oscuri passi,
Ove nullo socorso troverai.

24. *De la mantiocora.*

Una fera, manticora kiamata,
Pare d'omo et de bestia concepta;
Però ka a ciascheduno è semegliata,
E carne humana desia e afecta. 4
Ane una boce bella e consonata,
Nella quale ki l'ode se delecta;
A lo nemico pare semeliata,
Ke, variando, nell'anima decepta. 8
Semiglia ad omo, per demostramento,
Ké, volendo la gente a sé trare,
Fasse parere angelo de luce.
A bestia k'è in reo delectamento, 12
Fa ki li crede tanto delectare,
K'a la dannatione lo conduce.

25. *De la ale.*

La bestia ke vocata è ale,
Dui belli corna nella testa porta:
Coll'uno fere, combacte e asale,
L'altro replecha, ke non pigli storta. 4
Coll'uno corno homo spiritale
Sì te amonesce predica e conforta,
Facte vedere lo bene e lo male,
Perké te guardi bene da la via torta; 8
E coll'altro te dà exenplo ke duri
Devotamente elloco solitario,
E areduca a Deo in oratione.
Se d'esti belli exempli non migliori, 12
Poco te porrai tenere caro;
Modo sirà de desperatione.

26. *Del lupo.*

Lo lupo ane lo pectore sì mesurato
En ello pecto e' nella boccatura.
Però a lo nemico è asemeliato,
De modo de volere e de natura, 4
Ké força e rape, tanto è scelerato,
Subitamente l'anime devora;
Non se reteine, tanto è svergognato,
De tentare l'umana natura. 8
Força del pecto el mortale asalto,
Ke dà de laxuria, tentando;
Força de bocca la golositate,
Kon ke fa fare a li omini tal salto. 12
Tardo si ne restorano poi lo danno:
Però folle è ki tene sua amistade.

27. *De lo cane.*

Desponese lo cane a lo morire
Per la defesa de lo suo signore.
Finançe ke lo voglia derelinquire,
Se ne mecte a patire onni dolore. 4
Sì fece Cristo per l'anime guarire:
Sostenne morte, onta et disginore.
E quando li porrai tanto servire,
Ke se mertisse sì corale amore? 8
Se tu muori per lui, frate, non basta:
Ké le persone non sono d'ugualiança,
De gentileça et de nobilitade.
Se ben voli fare, ora t'adasta 12
A kederli merçé e pietança,
Ke le perdoni per la sua bontade.

28. *De l'aignello.*

Homo superbo, vegote repleto
D'angustia, pena e de dolore;
Eilla vita tua no sirai lieto,
Se non relassi lo superbo errore. 4
Vedi là quello, sì com'è discreto
Di rendare lo tributo a lo pastore,
E commo patioso e mansueto,
Ke de la morte sua non fa romore. 8
Cristo prese d'aignello semeliança,
Tucta la vita sua fo fructuosa,
E de la morte non feice gridera.
Se tu credi per tua sorcoitança 12
Essare santo, pensi una cosa:
Ke tieni la contraria mainera.

29. *Del lupo.*

A la fiada contrafà la voce
Lo lupo de la manma del capritto.
Diceli: filiolo, lo core mio coce
Averte lasciato cusì destrecto. 4
Guarda per l'uscio e vedolo feroce,
E li sui oki morte li promectono.
Cusì, en guisa d'amgelo de luce,
Se mostra lo nemico maledecto 8
A quelli ke se dànno ad oratione.
Aspectano la manma ke revenga,
La gratia de Deo k'è manna e mele,
La quale s'aquista per confessione 12
Per pura caritade ke l core tenga,
Con ke se vence l'angelo crudele.

30. *Del porcello.*

Quantunque bello sia lo porcellecto,
Si vole seguitare la sua natura;
Non ama de giacere elloco necto,
Delectalo lo fango e la laidura. 4
Così lo peccatore è decepto,
En cui luxoriosa flamma dura,
Ke pare bello nell'altrui cospecto,
Dentro à l'anima tenebrosa e scura. 8
E come porrà gire sença dotança
Quello ke de peccato è deformato,
E lasciato ane la imagine de Deo
L'anima k'era de grande delicança? 12
E facta n'è serva de lo peccato,
Partita da lo creatore suo?

31. *De la pontecha.*

La pontecha da li omini se cacia
Per docta de la pietra e de la frasca,
E l'omo volenteri si l'amaça
Per dubito non rodali la tasca. 4
Lo giovene ke piglia mala usança,
Nolli remane ello dosso rasca;
Quando se crede avere più baldança,
Nelli periculosi lacci casca. 8
Omo k'è tenuto de ria fama,
La bona gente guardase da lui,
E non vole con esso conversare.
E la raisgione senpre grida e kiama: 12
Farasse la vengiança de colui
Ke pure offende o non vole amendare?

32. *Del raigno.*

Lo ragnio per la sua sagacitade
Tende li lacci sotili e asai;
Se va la mosca per quelle contrade,
Se ce se pone, nonde scappa mai. 4
Ello poi esce con grande nequitade,
Dàlli la morte, lo sangue se trai.
Così fa lo nemico en veritade
A li omini ke non se pentono mai, 8
Per adimpire la loro desiderança.
Non guardano peccato nè mercede,
Nè reità nè alcuna mesleança,
Potendo avere loro delectamento. 12
Però fa bene ki einançe se proveide
La fine del suo cominciamento.

33. *Del grifone.*

Veramente facto è lo grifone
De bestia e d'ucello semiliante:
La neri parte sì come leone,
Davante senbla l'aquilia volante; 4
Fortissimo, secondo la façone,
À vista sotile leggieri e alante,
Enganna l'omo vivo a terdisgone,
Auciderlo e devorarlo enmanestante. 8
Per lo grifone entendo lo nemico,
Per l'omo vivo ke sta en penitença,
K'esso lo 'nganna e mangialo e devora.
Sotile vede k'elli è molto antico, 12
Forte e alante per crudele essentia,
Non perdonerà maio a creatura.

34. *De l'aquila.*

L'aquila lo gentile modo tene,
Per volere sapere la diritura,
Se li filioli seguitano bene
Lo propio viagio e la natura. 4
Poneli al sole, ove ficto vene,
E va mirando lor guardatura;
En ki melio ci guarda pone spene,
Li altri abandona e non ce tene cura, 8
Ke nolli tene legictimi, ma bastardi.
Or a te pensa, peccatore macto,
Ke t'apertene questa semeliança,
Se vivamente a lo signore guardi, 12
Sie ke no li agi rocto fede e pacti,
Onde li si caduto en desdegnantia.

35. *De la tortore.*

De ke t'alegri, anima taupinella,
Ke ài offeso a l'alta signoria?
Vedi l'axenplo de la tortorella,
Quando à perduta la sua compania. 4
Non se pone maio en verde ramitella,
Nè d'aqua kiara maio non bevaria;
Sta dementicata, commo vedovella,
De l'odore e dela orlosia. 8
Se ella fa questo per lo suo compangno,
Tu, anima taupinella, ke déi fare
De lo tuo creatore, k'ài perduto,
De lo quale non puoi trovare canbio? 12
Mai non dei del piengnere finare,
Cognoscendo el male ke t'è avenuto.

36. *Del corbo.*

Quando lo corvo li filioli vede
Venire colla bianca vestidura,
Da loro parte spene, amore e fede,
E non prende de loro reggerli cura. 4
Dio li governa per la sua mercede
Di manna, k'è dolçe oltra messura;
Començano ad anerire, ed elli crede
K'elli siano filioli per natura. 8
Alora se pente de la negligentia
E forçase de fare a loro gran bene
Per ristaurare lo tempo passato.
Se l'omo per verace penitentia 12
Se veste de vertude, Deo lo tene
Per suo filiolo e fallo essare beato.

37. *De la perdice.*

De la perdice potemo pigliare
Molto delicato amaiestramento.
Alcuna è ke non po filioli fare,
A la vicina gioca a tradimento. 4
Furali l'ova, ponese a covare
Finké lle sono venuti a nascimento;
Valli gridando, guasi a demostrare
K'avessero da liei comenciamento. 8
Vedete genteleça de natura,
Ke, se canta la manma naturale,
Lasciano la nutrice e vanno a liei!
Sì dea fare l'umana creatura: 12
Tornare a l'alto re celestiale,
E sé partire da li amici rei.

38. *De li falcomcelli.*

Arbori sono pretiosi e belli,
Ke la loro merige è da laudare.
Nello paese sono falconcelli,
Ke le colonbe amano de piliare. 4
Quelle ke nolli sono lontan e bielli,
Si ke possano a l'albore tornare,
Non possono niente i falsi falconcelli
So la merige nulla ofensa fare. 8
Lo pretioso arbore è la croce,
Li falconcelli li spiriti maligni,
E le colonbe sono li omini santi.
Per li quali, corendo, mectono voce, 12
Vedendo loro li potenti segni,
Gire lo apresso poi non sono osanti.

39. *Del calandro.*

Calandro è uno ucello bianco e chiarito,
E conosce l'altrui infirmitade.
Che, se l'omo dea essare guarito,
Aguardalo de bona voluntade, 4
Assé recolie la dolia e l'anvito,
E a lo 'nfermo rende sanitade;
Ki de quello male dea essare perito,
Nolli tene mente, tal n'à la niquitade. 8
Cristo fo lo calandro per noi,
Ke venne en questo mondo solamente
A guarire la gente ke peria.
Fo liberato ki fede ebbe e llui, 12
Ke in viso lo guardò dirictamente;
Ciò non convenne a la gente iudea.

40. *Del pellicano.*

L'ucello k'à nome pellicano,
Li sui filioli aleva dolcemente,
Poi ke sono grandi tale guerra li fano,
K'a morte lo conducono spessamente; 4
Tanto è l'ira e l'anguscia ke lli dano,
Che tranmendue l'ucide emantenente,
E così terço giorno morti stano,
Fin ke lo pate de pietança sente; 8
Ke poi se fere nello destro lato,
E de lo sangue redà a sentire;
Così de morte li torna a vita.
Lo pellicano fo Cristo beato, 12
Ke per noi se lasciò in croce morire,
Cotanta è caritade ellui compita.

41. *Del lampo.*

Lo lampo è uno ucello divisato,
Nonne conversa nullo a suo paese;
Però de recordare m'è en grato,
Ke la natura sua è molto cortese. 4
Quando nesciuno n'è tanto envekiato,
Ke non po guadagnare le sue spese,
Da li parenti si è bene aitato,
Ke se refresca e revene de palese; 8
La mala piuma li vano pelando,
Ed altri sono ke l'amantano coll'ale,
E tali ke lli procaciano la vita,
E retornase commo lo primo anno. 12
E l'uno amico a l'altro sia cotale,
Se vole ke caritade sia compita.

42. *De ales.*

Ales è ucello di mala natura,
Non maggia se non carne enterlasata,
Sicomo li s'avene per ventura
En canto de marina e defusata. 4
Carognia e carne morta si devora:
Quella è la vita che fa per usata;
Non sa notare e non se prende cura,
Fugge l'acqua kiara e delicata. 8
Così fa l'omo, misero, dolente,
Ke se delecta a fare li peccata
Ke sono abbominabili appo Deo.
Non vole usare co la bona gente; 12
Ma colli peccatori disperati,
Ke sono desposti onniumque reo.

43. *De la noctola.*

La noctola de si vile natura,
Nè bestia non pare nè ucello,
E va volando per l'aire oscura,
E schifa lo giorno kiaro e bello. 4
Così fa l'omo k'en peccato dura:
Non se lascia vedere lo taupinello
A quelli ke de l'anima tengono cura;
Cotanto è verso Dio malvasgio e fello, 8
E così per la nocte è iudicato,
Ke ne va in imferno a male pattire,
Ove è la scuritade sença luce,
E da le grave pene è tormentato, 12
Perciò ke Cristo non volse vedere
K'em paradiso l'anime conduce.

44. *De le serene.*

De le serene odito aggio contare
Ke cantano oltra messura dolcemente,
Sì ke la gente ke va sopra mare,
Odondole, s'adormentano amantenente; 4
Ed elle vanno poi, quando a lor pare,
Tucti li ocidono e nullo se ne sente.
Potemo la serena semegliare
A questo mondo misero, dolente, 8
Ke canta a voglia de li peccatori
Sì dolçemente ke lli fa dormire,
Poi li ocide e mandali ad onferno,
Ove sono canti pieni de dolori. 12
Per Dio merçé, no lli volliate audire,
Ke ve toran la vita senpiterna.

45. *De la galina.*

S' alcuno bono exemplo, uvero dotrina
Ne devesse pietoso core dare,
Sì ve daria vedendo la gallina,
A che se mecte per filioli fare. 4
Ciascuna penna si rasenbla spina,
Tanto se restrenge o' va covare;
À voce roica, vista moricina,
E gram solecitudine a guardare. 8
A Cristo tale exenplo se convene,
Ch'a la passione se cambiò
In vista per l'amore k'ebbe en noi.
A gran raisgione li volemo bene, 12
Ke per guarire noi morte durone:
Cotale amore non trovò in altrui.

46. *Del paone.*

Come la vanagloria ne offende
Potemone vedere la certança,
Ke lo paone finemente entende,
Quando lo lodi de la gran beleça. 4
Che fa la rota kolle belle penne,
Colli oki guarda cum gran morbideça;
S'a remirare li piedi se rende,
Tucta la gioia li torna en tristeça. 8
Se l'omo à facto lo male fondamento,
Quanto sopra esso edifica o mura
Quasi a niente lo se po tenere.
Chi male fonda, mura en perdimento. 12
Donqua dea pensare la creatura
Ciò ke comencia ke fine po avere.

47. *De camelon.*

L' aucello camelon ne guida e mena
Per lo buono exenplo a l'eternale vita;
Che li scordano l'ova ne l'arena,
Tanto remira la stella chiarita. 4
Mondanamente vivere è gran pena,
Ch'ell'è solecitudine infenita.
Se voli avere l'anima serena,
Tieni le mondo per nave perita; 8
Ein esso non sperare, ke ti falla,
Remira ella stella splendiente,
E omni altra terena cosa lassa.
Vedi a ke gran pena enn alto sale 12
L'omo k'è gravato fortemente;
Perciò l'amore tereno fuggi e cassa.

48. *De la lupica.*

La luppica bellissima è di fore,
Con belle penne si fa portamento,
De sterco è nata, ein esso vive e more,
De quello cibo piglia nutrimento. 4
Tale natura è dello peccatore,
Che sé non menda de l'ofendimento.
Adornase de drappi de colore,
Dentro è fetidissimo e puçolente. 8
Perdese la beleça per la morte;
Lassa l'avere e lassa le persone,
Co le quali mortalmente à ofeso.
Le belle penne da dosso li sono tracte, 12
Con ke volava a sua confusione,
Se nella fine en male facto è preiso.

49. *Del struço.*

L'uciello struço siccome aggio udito,
Perdi li filioli e son messi em presgione
Ein una ampolla k'è facta de vetro,
Sença nulla roctura e lesione, 4
E ciercali, trovali, vassene in Egipto;
Porta uno verme e del suo sangue pone
Nello vasello, en estante è partito,
E a ei filioli dà liberaisgione. 8
Deo è lo struço, li filioli la gente;
Cristo è lo verme, ke per lo suo sangue
L'onferno e el paradiso ne fo aperto,
Fore de presgione seimo certamente; 12
Onde el nemico de dolore ne langue.
Laude e onore a Dio ke l'à soferto.

50. *De l'api.*

Audito aggio ke l'api vivono a signoria
E servano la bona costumança.
Tale collie la manna de lo flore,
E tale la repone a loro usança; 4
Alcuno ke non n'è guadagnatore,
Lo gectano de loro congregança.
Or pensa, taupino peccatore,
Kommo te trovi de sta semeliança. 8
Lo flore è Cristo; vedi ke n'ài colto;
E se ne coliesti, come l'ài guardato?
Ove è lo capitale ke te trovi?
Se' visso endarno, k'ai l'altrui tolto, 12
E nell'onferno ne serai mandato,
Se onni offensa da te non removi.

51. *De la mosca.*

La mosca è creatura despreçata
E nno delicato modo tene:
Ke va ciercando lo giorno a giornate
Per avere cosa kelli piacia bene; 4
Non se ne parte, poi ke l' à trovata;
S' en la ne cacci, più vaccio revene.
O creatura a Cristo semeliata,
Similemente fare te convene; 8
Se despreççata per non obedire,
Retrova Cristo per la penetença,
E cone amaritudine del core.
Poi ke l' ài trovato, non te ne partire; 12
Ké vedi, ke per viva soferença
Homo de la battallia ene vincitore.

52. *De l' arçillo.*

L' arçillo è volatilia più fera
Ke de sua qualitade l' omo saccia.
Fatigano li boi fine a sera,
E sse la sentono, nolli tene legacia. 4
À lo nemico simile mainera:
Ke de lo core vivo sangue caccia
A ki à facta penitença intera;
Se non fuge li sui crudeli braccia, 8
A le ponture sue sie ismesurate
Nolle sostene alcuna armadura,
Nè altra cosa c' al mondo sia,
Se non sola la santa caritade, 12
Ke fe da Deo a l' omo tale iontura,
Entrare non ce pone cosa ria.

53. *Del gufo.*

Lo gufo per la sua deformitade
Non vole ne lo giorno comparere.
La nocte va ciercando le contrade,
Mangia li ucelli ke trova dormire. 4
De la significança, bello frate,
De' ne lo core tuo far sentire
La parola, k' à profunditate
De intendimento non se de' orrire. 8
Li gufi sono li nimici deformati:
Vano de nocte, k' ei so en tenebria,
E mangiano li ucelli dormitori.
Ciò sono li pecatori desviati, 12
Ke van dormendo la nocte e la dia
Nelle vane rikeçe e nelli onori.

54. *Del parpalione.*

Lo parpalione corre la rivera,
Là ove vede lo claro splendore,
E tanto va girando la lumera,
Che lo consuma lo foco e l' ardore. 4
Pare ke tenga simile mainera
La creatura a l'omo peccatore;
Colla beleça de l' ornata cera
Lo lega a terribile encendore. 8
Ki vede creatura delicata
Dea considerare ki la fece,
E dealini rendare laude d' onni bene.
Cusì la vita sua serà beata; 12
Ein altra guisa piglia mala vice,
Che perde possa e merita le pene.

55. *De la lodola.*

Veggio la lodola de terra salire
Faciendo dolce canto deletoso,
E veggiola cantando rengioire
Quanto più sente l'aire glorioso; 4
E quando vole a terra revenire,
Fa uno canto più suavitoso.
Tale semeliança vole dire
Che la vita de l' omo poderoso 8
En terra nasce, salie en segnoria,
E, quanto vole, si à lo salimento,
Pur lo convene a terra revenire.
Se l' anima torna da cui venne en prima, 12
Bene à menato suo delectamento,
Ello bene fare lauda lo fenire.

56. *Del nibio.*

Lo nibbio iovanetto molto bello
Bene è enpenato, vola pure asai;
Lo primo anno pigliase l'ucello,
Da quella einançe non ce vola mai; 4
Di serpe morta, u qualke sorcello,
Se passce, ke miserea lo trai.
Or vedi, peccatore taupinello,
Come bene semelianti cose fai: 8
Nella primera tade fosti puro,
Adorno de bellissime virtudi
Per bene podere nell'aire volare.
Ora se' facto tanto vile e oscuro; 12
Se la confessione non t'aiuta,
Enn altra guisa non porrai campare.

57. *De l'usignolo.*

Vedi lo rusignolo picciolino:
De quanti ucielli cantano è el fiore,
E da la sera fieni a lo maitino
No llascia di sbernare a lo verdore. 4
O peccatore misero mischino,
Debbi laudare lo tuo creatore;
Noiate de levare a matutino
A rengratiare lo Cristo k'è tua luce, 8
E, commo debbi, lui rendare lore.
Per te fo levato nella croce;
Non te voli levare de lo lecto
A repensare la sua morte amara. 12
Signore, la mia anima te commecto,
K'a lo morire non me vale pora.

58. *De l'avoltoio.*

Ben de lontano sente l'avoltone
Se novella carognia facta ene:
Kelli ne porta lo vento l'odore,
Ello si leva, in quella parte tene. 4
Così a l'anima de lo peccatore
Dentro de l'onferno lo nemico vene,
Se di nullo peccato fa sentore,
Ke per quella casgione ci abbia spene. 8
Elli odora lo male pensamento,
Lo rio desiderio e mala volentade,
Lo falso parlamento e l'operare.
De gire nello luogo non è lento 12
Ove sono le persone disordinate.
Però convene la gente guardare.

59. *De la balena.*

Lo pesscio ke se nomina balena,
A la fiada sopra l'aqua pare
En semeliança d'isola terena,
La o' va quelli k'è sopra mare. 4
Pigliano posa et ragolgniono alena,
Conciano le cose da mangiare,
Sentendo lo calore ella fera
Tucta la gente fa pericolare. 8
Cotale semeliança à lo nemico,
Ke copre la sua malvasgitate
Nello cospecto delli peccatori.
Se a le fiade qualche bene dicono, 12
Nolli sostene, tal n'à la niquitade,
Somergeli e conduceli a li dolori.

60. *De la salamandra.*

La salamandra tanto è venenosa,
Kelli poma de li albori invenena,
Là ove sale, sì è nequitosa
E de mortalissimi omori plena. 4
Sua conversione è dubitosa;
Ov'a demora, dà tormenti e pena.
La dura salamandra vitiosa
È lo nemico ke a morire ne mena 8
La creatura dove po salire;
Kelli envenena viso e odorato,
Audito, gusto e tacto ensiememente.
Ki non s'aiuta a lo primo sentire, 12
Esso perescie e fa pericolare
Ki le tene conpania lontanamente.

61. *De la vipera.*

Tale natura la vipera porta,
Ka l'omo einudo vedere non vole;
Vedendolo vestuto, se conforta,
Asalelo e combattelo a suo podere. 4
Quella anima se dea contare morta,
La quale lo nemico po tenere
En guisa di non essare resorta,
Vedendoce la sua ensegnia aparere. 8
Per la vipera entendo lo nemico,
Per l'omo einudo Cristo crucifixo,
Da lo quale fo vincto e iudicato.
No lo voliate avere per amico; 12
Ki mellio se credesse d'avere desso,
Ne sirea più destructo et desolato.

62. *Del dragone.*

Odo ke lo dragone non mordesce,
Sotrae dolçemente e va lechando,
E per quello lecare omo perescie,
K'a poco a poco lo va envenenando. 4
Così ki co la lengua preferisce
Belle parole e va male ordinando,
Dà lo veneno a ki lo soferesce;
Ke li falesce ciò ke va sperando. 8
Non morde lo nemico enprimamente,
Lecca e lo siuga per trare a lui
La deletosa gente secolare.
Ki più li se farà benevolente 12
Maiuremente consuma e destrugie;
Po ke non è dato a fare altro ke male.

63. *De l'aspido serpente.*

Audito aggio ke l'aspido serpente
Ane de natura cognosscere tanto,
Ke bene de lontano vede e sente
Lo savio kel costrenge per encanto. 4
Ànbe l'urecie chiude amantenente,
Aciò ke nome de niuno santo
Per força no lo faccia obediente
Oltra quello ke piaciali alquanto. 8
Tenuto avesse quella semeliança,
Lo nemico, la carne e l mondo
Non àberanno tanto predicato,
Che n'avesse però facta falança, 12
A servare lo core puro et mondo.
Cusì, per male udire e desordinato,
Se caduto en tanta fallança.

64. *Del tiro.*

Audito aggio ke l tiro è guardiano
De l'albore onde el balsamo vene;
Alcuno savio lo canta sì piano,
Ke l'adormisce de gran guisa bene. 4
Poi k'è dormito, li collitori vano
A prendere la cosa ov'àno spene.
Similimente lo rio cristiano
Non guarda l'anima sua co si convene, 8
Ançi s'adorme, commo lo tiro,
Per encanto de spiriti malingni,
E perdese lo balsamo ke guarda.
Se per mi bene tale exenplo quelli 12
Ke sono d'onni pena degni,
Nom me porrò adormire,
Ond'el mi core m'arda.

Scienze giuridiche. — Il Socio Schupfer presenta una Memoria *sul testamento di Tello vescovo di Coira e la legge romana udinese.* Egli prende occasione da uno scritto sullo stesso argomento dello Zeumer, che, appunto con la scorta di quel testamento, vorrebbe stabilire che la Legge Udinese, anzichè appartenere al secolo IX, appartenga all'VIII. Il prof. Schupfer esamina il testamento di Tello e solleva alcuni dubbî sulla sua autenticità. Indi si fa a studiare le condizioni sociali e giuridiche, quali risultano dalla Legge, e contrariamente alla opinione dello Zeumer, viene nella conclusione che corrispondano veramente alle condizioni del secolo IX. Insiste specialmente sulla forte tinta feudale della Legge. Aggiunge altre considerazioni per dimostrare che i rapporti della costituzione e del diritto della Rezia curiense non corrispondono affatto a quelli della Legge; e anche per questo riguardo prende in esame gli argomenti adotti in proposito dal sig. Zeumer.

Archeologia. — Il Socio LANCIANI fa omaggio all'Accademia, di una fotografia degli oggetti principali rinvenuti nel sarcofago di Crepereia Trifena, nei disterri del palazzo di Giustizia ai prati di Castello. Si distinguono gli ornamenti della persona in oro, collana, orecchini, « broche », anelli etc: un ago crinale in ambra: uno specchietto in argento: una scattola contenente oggetti di toeletta: avanzi del sudario entro il quale la defunta fu deposta; avanzi della corona di mortella che le cingeva le tempia etc. Sulla spalla sinistra del cadavere era collocata una bambola articolata, scolpita in legno con arte perfetta.

Il sarcofago appartiene alla prima metà del secolo terzo.

Fisica. — *Sulla resistenza dell'idrogeno e di altri gas alla corrente ed alle scariche elettriche, e sul calorico svolto in essi dalle scintille.* Nota anticipata del corrispondente EMILIO VILLARI.

« In questa Nota anticipata esporrò brevemente i risultati di alcune mie ricerche fatte per studiare il diverso modo di comportarsi dell'idrogeno, dell'azoto e di qualche altro gas ancora, riguardo alla corrente ed alle scintille elettriche. In seguito svolgerò più ampiamente questo argomento in una apposita Memoria.

« Le mie ricerche furono eseguite sull'arco voltaico prodotto da una dinamo ad anello mosso da un motore a gas di due cavalli di forza. E prima dirò dell'arco prodotto nell'aria libera.

« Adoperando per elettrodi dei carboni di circa un centimetro di diametro, e proprio di quelli generalmente usati per la produzione dell'arco, osservai il fatto già noto che l'arco verticale è più lungo dell'orizzontale. Questi archi si spengono facilmente, e più l'orizzontale se vi si faccia soffiar contro una fiamma a gas luminosa o non luminosa, a cagione del soffio che essa produce. Anzi la brevità dell'arco orizzontale è dovuta in massima parte alle correnti d'aria che si sollevano e lo spengono, giacchè esso raggiunge all'incirca la lunghezza dell'arco verticale, quando si abbia cura di sopprimere le correnti d'aria, sottoponendo all'arco orizzontale una lastra qualsiasi.

« Le misure delle lunghezze dell'arco ottenevansi portando gli elettrodi a contatto e poscia allontanandoli lentamente fino all'interruzione della corrente. Altre volte è vero feci anche spegnere l'arco da sè pel consumo proprio dei carboni, e le misure così ottenute della lunghezza dell'arco non furono sensibilmente diverse dalle precedenti, onde m'attenni al primo modo come più facile e comodo.

« L'arco discendente poi, come si sa, è alquanto più lungo di quello ascendente; e ciò io credo possa dipendere dal fatto che essendo il polo positivo più caldo del negativo esso deve riscaldarsi maggiormente quando è in

alto, per le correnti d'aria calda che si sollevano nell'arco, e quindi più facilmente allora deve disgregarsi e fornire l'arco più lungo di quando trovasi in basso. Ciò detto veniamo al caso dell'arco coi differenti gas.

« Per queste misure adoperai due palloni di vetro con due tubolature diametrali in ciascuno, che chiudevo ermeticamente con turaccioli di sughero così da tenere l'aria. I turaccioli erano attraversati da tubi di ottone che portavano nell'interno dei palloni gli elettrodi, ed esternamente erano provvisti di chiavette in bronzo a perfetta chiusura. I palloni si riempivano coi gas secchi da esaminare, poscia si disponevano su appropriati sostegni con gli elettrodi verticali, e si faceva passare per essi la corrente. Gli elettrodi in seguito s'allontanavano lentamente sino ad interromper l'arco del quale, quindi, si misurava la massima lunghezza. Un amperometro, messo in circuito, serviva a far conoscere l'intensità della corrente. Ciascuna esperienza fu sempre ripetuta un gran numero di volte; ed in seguito riporto sempre alcune delle molte medie ottenute, generalmente assai concordanti fra loro.

Pallone I arco nell'aria ordinaria . . .	lungo	9,8^{mm}
" II [1] " secca . . .	"	8,5
Pallone I. Idrogeno secco	"	3,9
" II. Anidride carbonica secca . .	"	7,4

D'onde risulta che nell'idrogeno l'arco è molto più breve che nell'aria e nell'anidride, ed in questa è un po' minore che nell'aria.

« In seguito adoperai elettrodi di carboni artificiali fabbricati per la luce elettrica e sperimentando ad archi verticali ottenni:

Pallone II. Arco nell'idrogeno.	lungo	2,3^{mm}
Idem (invertita la corrente)	"	3,8
Pallone I. Arco nell'anidride carbonica	"	12,8
Idem (invertita la corrente)	"	19,2 (il pallone si ruppe).

« Di seguito confrontai l'idrogeno con l'azoto ed ottenni:

Arco ascendente in azoto	lungo	15,4^{mm}
Idem discendente	"	25,7
Arco in idrogeno ascendente.	"	2,4
Idem discendente.	"	2,7

« I gas erano alla pressione ordinaria, la macchina dava 11 ampère con gli elettrodi a contatto. Nell'idrogeno però l'arco, sebbene si spegnesse a 2

[1] Gli elettrodi erano di carbone di storta nei due palloni, ma un po' più lunghi quelli del pallone II, onde un poco minore era la corrente. Queste esperienze furono probabilmente fatte con archi orizzontali.

o 3 mm. di lunghezza, tuttavia non reggeva quasi neanche ad un solo millimetro, chè dopo pochi secondi si spegneva sempre. È altresì da notarsi che l'arco nell' idrogeno è pochissimo luminoso in confronto di quello negli altri gas. L' idrogeno adunque si comporta come dotato di una resistenza per la corrente molto maggiore di quella dell'azoto e dell'anidride carbonica. Perciò mi parve utile studiare l'effetto della rarefazione dei gas sulla lunghezza dell'arco, ed ottenni:

Per l' idrogeno

Pressioni	Lunghezza dell'arco	
ordinaria	discendente	2,4
"	ascendente	2,7
458^{mm}	discendente	4,0
	ascendente	3,9
115^{mm}	discendente	4,7
	ascendente	3,5
21^{mm}	discendente	6,94

Gas illuminante

Pressioni	Lunghezza dell'arco	
750^{mm}	discendente	4,1
23^{mm}	"	7,3

« In questo gas si produce un composto a forte odore di mandorle amare.

« Si scorge adunque che nell' idrogeno, col decrescere della pressione, l'arco s'allunga, senza raggiungere però le dimensioni dell'arco nell'aria a pressione ordinaria.

« Nel gas-luce l'arco è ancora assai più breve che nell'aria, più lungo però che nell' idrogeno; e del pari la sua lunghezza cresce un poco col decrescere della pressione.

« L'uso degli elettrodi in carbone mi fece temere che delle azioni chimiche energiche fra essi e l' idrogeno potessero prodursi, le quali generando una forza contro elettro-motrice, potesse essere la cagione della brevità dell'arco nell' idrogeno. Per la qual cosa volli sperimentare con elettrodi di platino, e perciò ne gettai due asticelle, grosse quanto un ordinario lapis, e le sostituii ai carboni nei palloni. Quindi con esse ripetendo le solite esperienze, ottenni i valori medi seguenti di più misure eseguite:

Idrogeno alla pressione ordinaria.

Lunghezza arco discendente $1{,}8^{mm}$
" " ascendente 1,8

Idrogeno a 70^{mm}

Lunghezza arco discendente $3{,}5^{mm}$

« In questo caso non si produsse l'odore di mandorle amare accennato più sopra.

Aria libera elettrodi di platino.

Arco discendente 16,8^{mm}
» ascendente 17,3

Azoto secco e deacidificato con potassa.

Pressioni	Lunghezza dell'arco
760^{mm}	discendente 10,9
	ascendente 9,8
80^{mm}	discendente 24,0
	ascendente 15,0
15^{mm}	discendente 13,9
	ascendente 13,4

risultati questi analoghi ai precedenti.

« L'arco nell'azoto rarefatto risulta di un nucleo bianco e ricurvo con la convessità in alto, inviluppato da un aureola giallastro-ranciato assai estesa; la quale viene fortemente soffiata e respinta dal polo negativo, in maniera da essere spinta, quando detto polo trovasi in alto, verso l'equatore del grosso pallone sperimentale il quale era in alcuni casi di oltre 30 cm. di diametro. La luce inoltre nell'azoto rarefatto è più debole che nell'aria ordinaria, ma sempre più viva che nell'idrogeno.

« Analogamente, operando col gas-luce a pressione ordinaria, s'ebbero con la dinamo, che dava 14 a 15 ampère, le medie seguenti:

Arco discendente lungo 3
» ascendente » 2,8

Nell'azoto secco, corrente di circa 10 ampère a pressione ordinaria 76.

Arco discendente lungo 11,3

« Riassumendo adunque potremo indicare le lunghezze degli archi, prodotti fra elettrodi di platino nei gas esaminati all'ordinaria pressione, nel modo seguente:

Nell'idrogeno 1,8^{mm}
Azoto 10,4
Aria libera . 17,0

« Nel caso invece in cui l'arco brillava fra carboni artificiali, le lunghezze furono:

I^{a} serie	Nell'anidride carbonica	16,4
	Nell'idrogeno	3,0
II^{a} serie	Nell'azoto secco	18,8
	Nel gas-luce	4,6
	Nell'idrogeno	2,6

« Tutti i risultati e numeri precedenti, medî di molte misure eseguite in diverse volte, mostrano, nel modo il più sicuro, che l'arco ha una lunghezza minima nell'idrogeno, la quale cresce un poco nel gas-luce, e diventa quattro o cinque volte maggiore nello azoto e nell'anidride carbonica; talmente che, contro ogni previsione, l'idrogeno ed il gas-luce si comporterebbero, verso l'arco voltaico, come assai più resistenti dall'azoto, dell'aria, e dell'anidride carbonica.

« Per continuare queste mie ricerche sull'arco voltaico pensai di determinare, coi metodi calorimetrici, la quantità di calore svolto da due archi, di eguali lunghezze ed intensità di correnti, uno prodotto nell'idrogeno e l'altro nell'azoto. Ma fino ad ora, sebbene abbia acquistato un motore di 5 cavalli, non ho potuto eseguire tale ricerca, per mancanza di una dinamo di sufficiente energia. Invece ho continuato le indagini sulle scariche dei rocchetti e dei condensatori, a fine di determinare come scema la intensità di una scarica nel produrre una scintilla nei diversi gas. Ed in prima operai sulle scintille di un rocchetto Relumkorff da 35 cm. di scintille, animato da 8 Bunsen ordinarie disposte in due serie. Le interruzioni della corrente s'eseguivano con l'interruttore a mercurio mosso a mano, e le scintille si facevano passare per due palloni di vetro posti in serie, l'uno ripieno di azoto e l'altro di idrogeno. Gli elettrodi erano fatti con termopile ferro-argentana, disposte ad una distanza fra loro presso a poco eguale, e cioè nel pallone I di 12^{mm} 86 e nel pallone II di 12^{mm} 92. L'energia della corrente alcune volte la misuravo per mezzo di un galvanometro a specchio sensibilissimo, altre volte pel riscaldamento prodotto dalla scintilla nelle termopile A del pallone I. Ecco i risultati medî di una sola serie di esperienze:

Pallone I con idrogeno, II con azoto.
Riscaldamento termopila A in idrogeno Polo — 81
Polo + 28.
Pallone I con azoto, II con idrogeno.
Riscaldamento termopila A in azoto Polo — 95
Polo + 24.

« Si scorge adunque che il riscaldamento del polo — e assai maggiore di quello del polo +. Tolsi allora dal circuito il pallone ad idrogeno, ed il riscaldamento della pila A per la scintilla fu pel polo — 235, pel polo + 58.

« Onde si rileva che la scarica del rocchetto subisce, nel passare per una colonna di idrogeno di circa 13 mm., una grandissima diminuzione. Sembra inoltre, dai numeri precedenti, che la differenza del riscaldamento polare sia maggiore nell'azoto che nell'idrogeno.

« In seguito adoperai il solo pallone I, chiuso da tener perfettamente l'aria, con la solita termopila A distante dall'altro per 12^{mm},86. E facendo passare la scarica del rocchetto in detto pallone, ora pieno d'idrogeno ed ora

di azoto, ne misuravo prima l'intensità con un galvanometro Wiedmann a fili con guttaperca, e poscia il riscaldamento della pila A prodotta da 5 scintille successive e rapidissime; ed ottenni i seguenti valori medî:

Intensità (al galvanometro) della scarica nell'idrogeno (1 scintilla) . . 40^{mm}
Riscaldamento della termopila A — (misurato col galvanometro) per 5 scintille nell'idrogeno 144
Riscaldamento della termopila A — (misurato col galvanometro) per 1 scintilla nell'idrogeno 32
Intensità (al galvanometro) della scarica nell'azoto (1 scintilla). . . 56^{mm}
Riscaldamento della pila A — per 5 scintille 283
" " " per 1 scintilla 53

« D'onde bisogna concludere che la scarica che attraversa una colonna d'idrogeno di 12^{mm},86 presenta una intensità elettromagnetica e termica, molto minore della medesima scarica che abbia attraversata una colonna d'azoto d'eguale lunghezza.

« Quindi volli misurare la resistenza dei gas col metodo delle sostituzioni, e perciò li confrontai con una colonna d'acqua quasi pura (1) contenuta in un tubo di vetro di circa 15 mm. di diametro interno; ed ottenni i seguenti valori medî:

Intensità dell'indotta diretta a circuito continuo e misurata col galvanometro Wiedmann . . . . 323^{mm}
Intensità id. con scintilla nell'idrogeno 40
" " " azoto 56

« Per ridurre la indotta da 323 a 40^{mm}, bisognò aggiungere nel circuito una colonna d'acqua di 99 mm.; e per ridurla a 56 bisognò una colonna di soli 59^{mm}. Cosicchè l'idrogeno diminuisce la corrente quasi del doppio dello azoto; ossia la resistenza opposta dall'idrogeno sarebbe poco meno del doppio di quella dell'azoto, qualora il modo di propagazione delle scariche nei gas e nei liquidi potesse considerarsi identico.

« In seguito costruii un altro pallone con termopile, chiuso a perfetta tenuta d'aria, la cui distanza fu trovata col catetometro di 47^{mm},6: e per dette termopile facevo scattare attraverso il pallone, ora ripieno di idrogeno ed ora di azoto, la scintilla del rocchetto; ed ottenni così i dati che seguono:

Intensità indotta diretta senza scintille (misurata col galvanometro) . . 317
" " " con scintilla in azoto. 14,73
" " " " " " idrogeno 10

Scorciando poi man mano la scintilla nell'idrogeno, s'ebbe:

Per scintilla di 36,95 intensità 14,55
33,5 " 16,2

(1) Acqua distillata con poche goccie d'acqua potabile.

E perciò potremo dire che l'intensità della indotta diretta è diminuita egualmente, sia che traversi una colonna di azoto di 47^{mm},6 sia che traversi una colonna d'idrogeno di 36,95 di lunghezza: ossia che una colonna di idrogeno di $36{,}95^{mm}$ è equivalente, per resistenza, ad una di azoto di 47,6m.

« Simili confronti feci fra l'idrogeno e l'anidride carbonica: ed ebbi:

Per scintilla 33^{m},5	in idrogeno	intensità	16,2
	anidride	»	20,7
49^{m}	»		15,8

Onde potremo dire che una colonna di anidride, di oltre 49 millimetri, indebolisce la scarica quanto una colonna di idrogeno di soli 33 millimetri.

« E da ciò deve ricavarsi che i tre gas agiscono come se avessero delle resistenze crescenti per la scarica, nell'ordine seguente:

Anidride carbonica
Azoto
Idrogeno

« Il quale ordine è identico a quello trovato con la lunghezza dello arco voltaico.

« Adoperando inoltre due palloni, entrambi con azoto, si osserva che il riscaldamento della termopila A — cresce col rarefare il gas in uno od in ambedue i palloni; e più ancora cresce se si adopera un solo pallone ad azoto rarefatto. Cosa facile a comprendersi, giacchè sia rarefacendo il gas nei palloni, sia col toglierne uno dal circuito la intensità della corrente s'accresce. Così s'osservò, coi due palloni con azoto a 750^{m} di pressione, e con due scintille che il riscaldamento della termopila A — del pallone I fu = 114. Rarefatto a 15^{m} l'azoto del pallone II, il riscaldamento della pila A — fu = 196; e crebbe a 450 adoperando il solo pallone I con azoto a 15^{m} di pressione.

« La rarefazione dell'idrogeno conduce alle identiche conclusioni.

« In seguito volli misurare il riscaldamento prodotto dalle scintille sui termometri a mercurio. Perciò feci uso di due provette di vetro a piede, e propriamente di quelle che si adoperano in chimica per disseccare i gas. Pel foro inferiore introdussi un filo di rame che faceva da elettrodo e per quello superiore penetrava un termometro, ed un secondo elettrodo il quale terminava alquanto sopra la estremità superiore del bulbo, ed era addossato al cannello di esso termometro. Così le scintille lambivano e strisciavano lungo i bulbi dei termometri. Dei turaccioli di gomma bene stretti e stuccati, chiudevano ermeticamente le provette. Esse furono ripiene alternativamente una di idrogeno e l'altra di azoto, e furono messe nel medesimo circuito della indotta di un rocchetto. Gli elettrodi erano disposti in maniera che le scintille lambissero il meglio possibile i bulbi dei due termometri, e la direzione delle scariche era, rispetto ai termometri, nel medesimo verso.

« Al passaggio rapido e successivo i termometri si scaldavano sensibilmente fino ad un massimo, che poi decrebbe lentissimamente. Ed inoltre è da notare che nelle successive esperienze, si perveniva sempre ad un massimo alquanto inferiore al precedente. Durante le esperienze dall' estremo superiore della colonna di mercurio balenavano continui sprazzi di luce, che illuminavano il vano interno del termometro. Ecco intanto alcune medie di tali riscaldamenti.

I Esperienza	Provetta	I	con idrogeno	temperatura	111,5
		II	azoto		115,0
II	»	» I	azoto		111,5
		II	idrogeno		66,4

E sommando nei due casi gli eccessi delle temperature nell'azoto, si ha, come risultato approssimato, che il riscaldamento del termometro nello azoto fu maggiore di 48°,9° a quello dell'idrogeno.

« Ripetuta la stessa ricerca si ebbe:

I Esperienza	Provetta	I	con idrogeno	temperatura	80,4
		II	azoto		87,0
II	»	» I	azoto		80,5
		II	idrogeno		60

« Eccesso riscaldamento nell'azoto 27°,1

I Esperienza	Provetta	II	con idrogeno	temperatura	50,7
		I	azoto		82,6
II	»	» II	azoto		75
		I	idrogeno		70

« Eccesso riscaldamento nell'azoto 36,9

« Dai quali numeri si scorge che, in tutte le tre esperienze, la scintilla nell'azoto riscaldò molto di più il termometro, che la scintilla nell' idrogeno. Ossia che la scintilla nell'azoto è più calda che quella nell' idrogeno. Queste esperienze concordano pienamente con le misure fatte da me [1] sul calorico delle scintille, determinato per via dell' irradiazione sulle termopile.

« Servendomi poi delle stesse scintille di induzione, e facendo passare la scarica per due palloni alternativamente ripieni, uno d' idrogeno e l'altro d'azoto, ed avendo per elettrodi delle termopile poste in ambedue i palloni ad eguali distanze, ho cercato misurare il riscaldamento di una data termopila di un pallone, ripieno una prima volta di idrogeno ed una seconda di azoto. Le molte ricerche così fatte ci mostrano che il riscaldamento polare della termopila fu presso a poco lo stesso, sia per la scintilla nell' idrogeno, sia in quella nell'azoto.

[1] Villari, *Sul potere emissivo delle scintille elettriche,* R. Acc. delle scienze di Bologna, Serie 4ª, T. VI 1886.

« Diversamente succede adoperando le scariche delle batterie di leida. Difatti, adoperando le giare cariche con 15 unità elettrometriche di una batteria di giare, ed avendola quindi scaricata fra le solite termopile di uno stesso pallone, osservai che la pila A — si riscaldava in media per la scintilla

nell'idrogeno	di	16,8
nell'azoto	di	27,5

Risultato d'accordo con le esperienze sui termometri e con quelle sulla irradiazione delle scintille, nelle quali adoperai propriamente le scintille dei condensatori.

« *Esperienze calorimetriche.* — Dopo molti tentativi e diversi apparati calorimetrici all'uopo costruiti, che per brevità non trascrivo, esperimentai da ultimo con due piccoli calorimetri a poco liquido perchè più sensibili. Essi erano formati di due tubi a scintille, di vetro sottile, lunghi 30^{cm} e di 20^{mm} di diametro esterno, in ciascuno dei quali, attraverso tappi di sughero bene stuccati, penetravano due tubi d'ottone terminati con fili di platino, d'onde scattavano scintille di 26^{mm} di lunghezza. Intorno a ognuno di detti tubi era stuccato con gesso un vaso di ottone speculare, alto 14 cm., di 4 cm. di diametro ed alquanto più stretto in basso per meglio saldarlo sul tubo di vetro. I vasi di ottone contenevano in una prima esperienza ciascuno 77 gr. di trementina, e poscia 83 gr., quantità che bastava a riempirli quasi intieramente. Il vaso di ottone era sul tubo di vetro fissato in modo che tutto il vano dei tubi a scintille, fra i due turaccioli, si trovava circondato dal liquido calorimetrico.

« L'apparato affatto isolato e sostenuto da aste di ebanite, era schermito dalla irradazione dello sperimentatore mercè un ampio diaframma d'ebanite. Due termometri perfettamente eguali, coi decimi di grado segnati sulla scala, erano immersi nel liquido e, sostenuti opportunamente, indicavano le temperature. Le esperienze si praticarono nel modo che segue.

« Si faceva passare per 30′ l'idrogeno per uno dei calorimetri e l'azoto nell'altro. Poscia si chiudevano, con morsetti a vite, i tubi di gomma che erano legati ai tubi od elettrodi d'ottone e, determinate le temperature ambienti ed iniziali dei calorimetri, si faceva passare per essi la stessa scarica del rocchetto di Ruhmkorff. I termometri s'osservavano ogni 3 o 4 minuti, e dopo circa 30′ s'interrompeva l'esperienza. In seguito, senza nulla mutare nell'apparecchio, s'aspettava che i termometri fossero ritornati alla temperatura ambiente, e poscia si riempivano nuovamente i tubi a scintilla di gas, introducendo idrogeno in quello che aveva contenuto azoto, e viceversa. Dopo di che si ripetevano le identiche misure precedenti. Delle molte esperienze do qui soltanto i risultati ultimi di due serie.

I Serie — Temperatura ambiente 19,1

Calorimetro sinistro con azoto in 25′ riscaldato da 19,1 a 32	12,96
» destro con idrogeno in 25′ riscaldato da 19,1 a 34,44. . . .	15,34
Differenza in più per l'idrogeno	2,38

Calorimetro sinistro con idrogeno in 27′ riscaldato da 19,12 a 35,1 . . .	15,98
« destro con azoto in 27′ riscaldato da 19,2 a 32,8	13,60
Differenza in più per l'idrogeno	2,38

« E facendo la somma si scorge che le scintille nell'idrogeno, nelle due serie di misure, hanno riscaldato il calorimetro di 4°,76 di più delle scintille nell'azoto.

« In un'altra serie di esperienze identiche s'osservò che le scintille nell'idrogeno riscaldavano il calorimetro, in un primo caso di 4° di più che le scintille nell'azoto: ed in un secondo di 2,76: cioè, in complesso, le scintille nell'idrogeno riscaldarono di 6°,76 di più di quelle nell'azoto. Le esperienze durarono circa 30′.

« D'onde può ammettersi, come cosa sicura, che le scintille nell'idrogeno svolgono più calore di quelle nello azoto.

« Da ultimo aggiungerò ancora che feci analoghe esperienze con la scarica delle bottiglie, e perciò ne aggiunsi quattro in cascata nel circuito indotto del rocchetto. Ed operando come di consueto, osservai che le scariche nell'idrogeno produssero in 27′ un eccesso di temperatura di 3°,52 sul riscaldamento prodotto dalle scintille nell'azoto in un primo caso; ed in un secondo in 35′ un eccesso di 3°,02; e cioè un eccesso somma di 6,54 sul calore svolto dalle scintille nello azoto. Da ciò si conclude che le scintille delle bottiglie in cascata si comportano in modo analogo alle semplici scintille del rocchetto, svolgendo cioè più calorico quelle che scattano nell'idrogeno di quelle che scattano nell'azoto. Laonde notiamo il singolare fenomeno che, mentre le scintille nell'idrogeno mostransi meno calde che nell'azoto, tuttavia il calorico svolto in quel gas e maggiore di quello svolto in questo.

« Le misure calorimetriche esatte però, in riguardo alle quantità di calorico, fino ad ora non vennero da me eseguite ».

Matematica. — *Sopra il calcolo dell'errore medio di un sistema di osservazioni.* Nota del prof. P. Pizzetti, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

« 1. Abbiansi n relazioni:

$$(1)\qquad \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + \cdots + l_1 = v_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + \cdots + l_2 = v_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_n x + b_n y + c_n z + \cdots + l_n = v_n \end{cases}$$

fra ω incognite fisiche $x, y, z \ldots$ ed $n(\omega+1)$ quantità osservate (o in parte note a priori) $a_1, a_2, \ldots, a_n$, $b_1, b_2 \ldots b_n$, ecc. $l_1, l_2 \ldots l_n$. Se $x_0, y_0, z_0 \ldots$ sono i valori più convenienti delle incognite dedotti dalle *equazioni normali*, e se $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_n$ sono i corrispondenti valori dei residui $v_1 v_2 \ldots v_n$, per modo che sia

$$(2)\qquad a_r x_0 + b_r y_0 + c_r z_0 + \cdots + l_r = \lambda_r ,$$

la formola

$$(3)\qquad m_0 = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-\omega}}$$

dà, secondo Gauss, un valore approssimato *dell'errore medio dell'unità di peso* corrispondente al sistema di equazioni (1). Le quali, è superfluo aggiungere, noi supponiamo già ridotte *all'unità di peso*, nel modo ben conosciuto.

« Il modo tenuto da Gauss nella deduzione della formola (3) consiste nello esprimere la somma $[vv]$ dei quadrati dei residui incogniti $v_1 v_2 \ldots v_n$ in funzione della somma $[\lambda\lambda]$ dei valori più plausibili dei residui stessi e di certe funzioni di 2° grado dei detti residui $v_1 v_2 \ldots v_n$. Scritta questa relazione e sostituito in essa a ciascuno dei quadrati dei v il quadrato dell'errore medio m e a ciascuno dei prodotti $v_r v_s$ lo zero, si ricava senza difficoltà la formola (3).

« Il procedimento usato da Gauss è senza dubbio, in tesi generale, soggetto a molte obbiezioni. Il chiaro sig. Bertrand nella sua arguta trattazione della teorica delle Probabilità, osserva [1] che infinite altre sorta di relazioni analoghe a quella da cui Gauss è partito, possono stabilirsi fra i v e i λ e che ciascuna di queste relazioni conduce ad una espressione diversa dell'error medio m in funzione dei λ.

« Mi propongo di dimostrare in questa Nota che, se si ammette che la frequenza relativa degli errori sia rappresentabile da quella formola

$$(f)\qquad \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2 v^2}$$

[1] Bertrand, *Calcul des probabilités.* Cap. XI, § 217.

e che varii ragionamenti giustificano a priori, che l'esperienza conferma la espressione

$$m = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-\omega}}$$

trovata da Gauss, dà il valor più probabile fra tutti quelli che a posteriori possono assegnarsi all'errore medio cercato.

« 2. Premettiamo le seguenti formole. Sottraendo le relazioni del tipo (2) dalle corrispondenti del sistema (1) e considerando, per semplicità, il caso di tre sole incognite x, y, z, si ha:

$$(4)\qquad \begin{cases} v_1 - \lambda_1 = a_1(x-x_0) + b_1(y-y_0) + c_1(z-z_0) \\ v_2 - \lambda_2 = a_2(x-x_0) + b_2(y-y_0) + c_2(z-z_0) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

« D'altra parte, com' è notissimo, in virtù delle *equazioni normali*, si ha:

$$[a\lambda] = 0\,, \qquad [b\lambda] = 0\,, \qquad [c\lambda] = 0\,.$$

« Quindi moltiplicando le (4) rispettivamente per λ_1, λ_2, ... e sommando, si ottiene:

$$[v\lambda] - [\lambda\lambda] = 0\,,$$

donde senza difficoltà:

$$[vv] = [\lambda\lambda] + [(v-\lambda)^2]\,.$$

« D'altra parte se si pone:

$$\begin{aligned} [aa](x-x_0) + [ab](y-y_0) + [ac](z-z_0) &= \xi\,, \\ [bb.1](y-y_0) + [bc.1](z-z_0) &= \eta\,, \\ [cc.2](z-z_0) &= \zeta\,, \end{aligned}$$

dove $[bb.1]$, $[bc.1]$, $[cc.2]$, sono i coefficienti delle *equazioni ridotte* di Gauss, le (4), elevate al quadrato e sommate, dànno (per mezzo di una trasformazione ben famigliare agli studiosi del metodo dei minimi quadrati):

$$(6)\qquad [(v-\lambda)^2] = \frac{\xi^2}{[aa]} + \frac{\eta^2}{[bb.1]} + \frac{\zeta^2}{[cc.2]}\,.$$

« 3. Ciò posto, ammessa la forma (f) per la funzione di probabilità degli errori, e chiamando h la misura di precisione che corrisponde all'error medio m, ossia ponendo

$$h = \frac{1}{m\sqrt{2}}\,,$$

la probabilità del sistema di residui v_1, v_2 ... v_n è data, *a priori*, dal prodotto:

$$\mathrm{P} = \frac{h^n}{(\sqrt{\pi})^n}\, e^{-h^2[vv]}.\, dv_1\, dv_2 \dots dv_n\,.$$

« Tenendo conto delle relazioni (5) e (6) si ha ancora:

$$(7)\qquad \mathrm{P} = \frac{h^n}{(\sqrt{\pi})^n}\, e^{-h^2[\lambda\lambda]} \,.\, e^{-\frac{h^2\xi^2}{[aa]} - \frac{h^2\eta^2}{[bb.1]} - \frac{h^2\zeta^2}{[cc.2]}} .\, dv_1 \,.\, dv_2 \dots dv_n\,.$$

« Questa probabilità ha valori diversi a seconda dei valori che si attribuiscono alla costante h e alle incognite x, y, z, le quali figurano implicitamente nello esponente del 2° membro della (7).

« Ricordiamo ora il noto teorema di Bayes sulla probabilità, *a posteriori*, delle varie ipotesi che possono farsi per ispiegare un fenomeno già verificato. In virtù di questo teorema, una volta che le osservazioni sono eseguite, e che non vi è più altro di incognito che le quantità h, x, y, z, la probabilità *relativa* che queste quantità abbiano rispettivamente i valori h_1, x_1, y_1, z_1 sarà data dal 2° membro della (7) dove si pongano h_1, x_1, y_1, z_1 in luogo di h, x, y, z. Pertanto la probabilità, a posteriori, del sistema di ipotesi:

$$h = h_1 , \qquad x = x_1 , \qquad y = y_1 , \qquad z = z_1 ,$$

sarà espressa da:

$$(8) \qquad A h_1^n e^{-h_1^2[\lambda\lambda]} \cdot e^{-\frac{h_1^2 \xi^2}{[aa]} - \frac{h_1^2 \eta^2}{[bb.1]} - \frac{h_1^2 \zeta^2}{[cc.2]}} \cdot dh_1 \cdot dx_1 \cdot dy_1 \cdot dz_1$$

dove A è un coefficiente indipendente da h_1, x_1, y_1, z_1, e dove nelle espressioni di ξ, η, ζ debbono supporsi sostituiti x_1, y_1, z_1, al posto di x, y, z.

« I veri valori di x, y, z sono incogniti. *Indipendentemente da qualsiasi speciale ipotesi intorno ai valori di* x, y, z, la probabilità totale della ipotesi $h = h_1$ si otterrà facendo la somma dei valori che assume l'espressione (8) per tutti i possibili valori di x, y, z. In altri termini la probabilità Π dell' ipotesi $h = h_1$ si otterrà integrando la espressione (8) rispetto ad x, ad y, e a z fra i limiti $-\infty$ e $+\infty$ (1).

« Si può cominciare la integrazione rispetto ad x, osservando che η e ζ non contengono queste variabili, poscia integrare rispetto ad y, osservando che ζ non contiene la y, e finalmente integrare rispetto a z.

« Si ha senza difficoltà:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{h^2\xi^2}{[aa]}} \cdot dx = \frac{1}{h\sqrt{[aa]}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}\, dt = \frac{\sqrt{\pi}}{h\sqrt{[aa]}} \cdot$$

« Basta per questo porre:

$$\frac{h}{\sqrt{[aa]}} \left\{ [aa]\,(x - x_0) + [ab]\,(y - y_0) + [ac]\,(z - z_0) \right\} = t ,$$

$$h\sqrt{[aa]} \cdot dx = dt .$$

(1) Di un metodo sostanzialmente identico a quello qui indicato si è valso Gauss nella *Theoria motus corporum coelestium* (libro secondo § 182) per calcolare il peso di uno qualunque dei valori x_0, y_0, z_0 forniti dalle equazioni normali, nella ipotesi che sia nota la misura di precisione h. E dello stesso principio si è valso Laplace nel *Premier supplement à la Théorie Analytique des probabilités* (pag. 10 e segg.) nella risoluzione dello stesso problema. Il lavoro di Laplace cui qui si accenna fu pubblicato per la prima volta nella *Connaissance des Temps* del 1818, vale a dire nove anni dopo la pubblicazione della *Theoria motus* ecc. di Gauss.

« Similmente si ha:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{h^2\eta^2}{[bb.1]}}.dy = \frac{\sqrt{\pi}}{h\sqrt{[bb.1]}},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{h^2\zeta^2}{[cc.2]}}.dz = \frac{\sqrt{\pi}}{h\sqrt{[cc.2]}}.$$

« Dopo eseguite le tre integrazioni della espressione (8) abbiamo dunque che la probabilità Π dell' ipotesi $h = h_1$ è data da

$$\Pi = \mathrm{B} h_1^{n-3}\, e^{-h_1{}^2[\lambda\lambda]}\, dh_1$$

dove B è una costante, indipendente da h_1. E generalmente se invece di tre incognite se ne avessero ω, la probabilità Π assumerebbe evidentemente la espressione

$$\Pi = \mathrm{C} h_1^{n-\omega}\, e^{-h_1{}^2[\lambda\lambda]}\, dh_1 \tag{9}$$

dove C è una nuova costante.

« Il valore di h_1 che rende massimo il 2° membro della (9) è evidentemente

$$\mathrm{H} = \sqrt{\frac{n-\omega}{2[\lambda\lambda]}}.$$

« Sarà dunque questo il valore più probabile della misura di precisione h. E quindi il valor più probabile dell'error medio m sarà

$$\mathrm{M} = \frac{1}{\mathrm{H}\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-\omega}},$$

come si voleva dimostrare.

« 4. La deduzione precedente si riduce oltremodo semplice nel caso che si tratti di n misure dirette di una sola quantità x. Siano $l_1, l_2 \ldots l_n$ i valori forniti da queste n misure, delle quali, per maggior generalità, supporremo diversi i pesi $p_1, p_2 \ldots p_n$. Poniamo:

$$l_r - x = v_r \qquad \mathrm{V} = \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \cdots + p_n l_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

$$l_r - \mathrm{V} = \lambda_r \qquad \mathrm{V} - x = \delta.$$

« Avremo

$$v_r = \lambda_r + \delta, \qquad [p\lambda] = 0$$

$$[pvv] = [p\lambda\lambda] + \delta^2 [p].$$

« Chiamando h la misura di precisione per una osservazione di peso *uno*, la probabilità a priori del sistema di errori $v_1, v_2 \dots v_n$ sarà:

$$(10)\quad \frac{h^n \sqrt{p_1 p_2 \dots p_n}}{(\sqrt{\pi})^n} e^{-h^2[pvv]} . dv_1\, dv_2 \dots dv_n = \\ = \frac{h^n \sqrt{p_1 p_2 \dots p_n}}{(\sqrt{\pi})^n} e^{-h^2[p\lambda\lambda]} . e^{-h^2\delta^2[p]} . dv_1\, dv_2 \dots dv_n .$$

« Pel teorema di Bayes, dopo eseguite le osservazioni, la probabilità che h ed x abbiano certi valori rispettivi h_1, x_1 sarà proporzionale alla espressione (10), dove in luogo di h si ponga h_1 e in luogo di δ si ponga $V - x_1$. Sarà quindi una tale probabilità espressa da

$$A h_1^n e^{-h_1^2[p\lambda\lambda]} . e^{-h^2(x_1 - V)^2[p]} . dh_1\, dx_1 ,$$

dove A è un coefficiente indipendente de h_1 e da x_1. Indipendentemente da qualsiasi speciale ipotesi sul vero valore di x, la probabilità Π dell'ipotesi $h = h_1$ si otterrà integrando il 2° membro della (11) rispetto ad x_1 tra i limiti $-\infty$ e $+\infty$. Si ottiene così:

$$\Pi = B h_1^{n-1} e^{-h_1^2[p\lambda\lambda]} . dh ,$$

dove B è una costante. Il massimo di Π si ha quando h_1 ha il valore

$$\sqrt{\frac{n-1}{2[p\lambda\lambda]}},$$

al quale corrisponde, per l'error medio dell'unità di peso, il valore

$$m = \sqrt{\frac{[p\lambda\lambda]}{n-1}} .$$

« È questa appunto la formola che d'ordinario si usa per calcolare, a posteriori, l'error medio dell'unità di peso nel caso di osservazioni dirette di diversa precisione ».

Fisiologia. — *Sulla produzione di nuovi elementi nei tessuti di animali nutriti dopo un lungo digiuno.* Nota del dott. B. Morpurgo, presentata a nome del Socio Bizzozero.

« Nell'anno scorso ricercai se nei tessuti di animali deperiti per una lunga astinenza, ricominciata l'alimentazione, si stabilisse un risveglio dell'attività di neoformazione degli elementi.

« In un coniglio di 20 giorni mi riuscì di constatare nel fegato e nei reni un numero assai maggiore di figure cariocinetiche, che non in un coniglio proveniente dallo stesso parto, circa di peso eguale e non sottoposto al digiuno.

« Ricerche analoghe per l'animale adulto fallirono, perchè tutti i conigli portati ad un alto grado di inanizione perirono al primo riprendere gli alimenti.

« Quest'anno, ho ricominciato il mio studio nel Laboratorio del professore Bizzozero e, mercè alcune cautele, mi venne fatto di condurre dei conigli adulti ad un grado avanzato d'inanizione e di ristabilirli fino ad un certo punto con l'alimentazione.

« Mi proposi mediante la ricerca delle scissioni indirette di stabilire, se nei varî organi avvenisse una moltiplicazione degli elementi, e se quindi la restituzione del peso del corpo di un organismo atrofico per lungo digiuno, dovesse in parte ascriversi ad una vera rigenerazione degli elementi dei suoi tessuti.

« I particolari relativi ai metodi impiegati ed ai risultati ottenuti per i singoli organi troveranno posto in una pubblicazione più estesa. Qui mi basterà enunciare i fatti che si riferiscono strettamente al problema accennato e che hanno carattere più generale:

« I. La scissione indiretta non si può dimostrare in tutti gli organi nè in tutti i tessuti di animali rinutriti.

« II. Essa ha luogo però in qualche organo nel quale, ad accrescimento finito, di norma è spento il processo di moltiplicazione cellulare per cariocinesi.

« III. Gli organi, nei quali avviene il risveglio dell'attività di neoproduzione di elementi, appartengono a quelli, nei quali lo stesso processo si estende normalmente più o meno a lungo nel periodo estrauterino dello sviluppo (pancreas e fegato; in minor grado nelle ghiandole peptogastriche e nel rene).

« IV. Questo risveglio di attività cariocinetica non sta in rapporto diretto col grado di deperimento, che spetta ad ogni organo. Nel tessuto adiposo e nei muscoli non mi venne fatto di trovare forme di scissione nucleare indiretta. Questi tessuti, che subiscono il massimo di perdita di peso durante il digiuno, non danno manifestazioni certe di rigenerazione per via di mitosi.

« V. Per molti organi, dei quali si può ammettere che durante il digiuno funzionino pochissimo, se pure funzionano, (ghiandole peptogastriche, ghiandole mucose ed albuminose della bocca, parotide) il riattivarsi della funzione sopita non è accompagnato da formazione di nuovi elementi. Ciò che appoggia l'opinione della indipendenza dei processi formativi nelle ghiandole altamente differenziate dalla loro attività funzionale ».

PRESENTAZIONE DI MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

G. G. Gizzi. *Misura del valore.* Presentata dal Segretario.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario FERRI presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti di Socî e di estranei.

T. I. BELGRANO. *Il conte Paolo Riant.*

A. ALLARD. *Dépréciation des richesses.* Inviata in dono dal Socio straniero E. DE LAVELEYE.

Lo stesso SEGRETARIO presenta anche una importante raccolta di volumi componenti la: « Collection de Croniques Belges inédites » pubblicata dalla Commissione storica del Belgio.

Il Presidente FIORELLI in nome del comm. MICHELE DE RUGGERO, direttore degli Scavi di antichità in Napoli, fa omaggio alla R. Accademia della seconda parte dell'opera intitolata: *Degli scavi di antichità nelle provincie di Terraferma dell'antico regno di Napoli*, opera tanto favorevolmente giudicata in Italia e fuori. Contiene i documenti che giovano alla storia delle scoperte in tutta le contrade meridionali d'Italia. Questa seconda parte comincia con le relazioni ufficiali sopra i rinvenimenti avvenuti nelle provincie di Terra di Lavoro; e prosegue con quelli delle provincie di Salerno, di Avellino, di Basilicata, di Foggia, Bari, Lecce, delle tre provincie della Calabria e delle tre provincie degli Abruzzi.

A ciascuna di queste spartizioni è unita una carta geografica, con le località onde provennero i monumenti dei quali è parola nelle relazioni predette.

Il Socio MONACI offre, a nome dell'Istituto Storico Italiano, un volume contenente gli « *Statuti delle Società del popolo di Bologna*, vol. I.: *Società delle armi* » pubblicati da A. GAUDENZI.

Il Socio BLASERNA presenta un opuscolo del sig. É. SCHWOERER intitolato: *Le Milieu interstellaire et la Physique moderne.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario FERRI comunica il seguente:

Elenco delle Memorie presentate per concorrere ai premi del Ministero della P. I., per le *scienze filosofiche e sociali.*

(Scadenza 30 aprile 1889).

1. BENINI VITTORIO. *I problemi capitali della filosofia* (ms.).
2. BROFFERIO ANGELO. *Manuale di psicologia* (st.).

3. Credaro Luigi. 1) *Lo scetticismo degli Accademici* (st.) — 2) *Alfonso Testa o i primordi del Kantismo in Italia* (st.).

4. Fimmiani Salvatore. *Esame critico delle dottrine psicologiche in Grecia prima di Aristotele, paragonate con le fonti e considerate nel loro rapporto con l'esposizione critica e con la psicologia aristotelica* (ms.).

5. Laurini Michele. *La riforma della filosofia in Italia* (st.).

6. Nicotra Leopoldo. *I possibili* (st.).

7. Rameri Luigi. *Generalizzazioni di fenomeni quantitativi* (ms.).

8. Rossi Giuseppe. *Gerolamo Fracastoro ed il risorgimento filosofico e scientifico in Italia nel secolo XVI* (ms.).

9. Rossi Luigi. *La Memoria* (ms.).

10. Supino Camillo. *La scienza economica in Italia dalla seconda metà del secolo XVI alla prima del XVII* (st.).

11. Zuccante Giuseppe. *La teorica delle leggi del pensiero e delle verità necessarie nello Stuart Mill* (ms.).

Lo stesso Segretario annuncia che la R. Accademia delle scienze di Amsterdam ha trasmesso il programma del concorso di poesia latina per l'anno 1890, secondo il deposito del legato Hoeufft, e il giudizio pronunciato sopra il concorso dell'anno 1888. In questo, il sig. Andrea Sterza di Parma conseguì una menzione onorevole per un suo carme.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Ferri dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia di Zagabria; la Società filosofica di Cambridge; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società di storia naturale di Basilea; la Società geologica di Ottawa; il Museo di geologia pratica di Londra; il Museo di Bergen; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; il Museo Teyler di Harlem; l'Istituto geodetico di Berlino; l'Istituto geologico rumeno di Bucarest; l'Università di California.

Ringraziano ed annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Accademia di scienze e belle lettere di Tolosa; la Società di scienze naturali di Brünn; la Società antropologica di Kiel; la Società di storia naturale di Boston Mass.; l'Istituto Smithsoniano di Washington; la Società geologica degli Stati Uniti di Washington; il Museo Guimet di Parigi; la R. Università di Lund.

L. F.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 giugno 1889.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Il Socio Govi, presentando all'Accademia un nuovo Documento relativo al metodo di calcolo usato dai Navigatori Italiani nel secolo XV, soggiunge:

« Quando nell'ultima tornata lessi all'Accademia quella mia Scrittura intorno alla *Ragione del Martilogio*, che verrà inserita nel Volume delle *Memorie*, dopo d'aver fatto conoscere quel tanto che del *Marteloio* ne è stato conservato da Andrea Bianco in una sua Carta del 1436, e quei maggiori particolari che dobbiamo al Toaldo, il quale li ricavò da un Manoscritto che aveva appartenuto al doge Foscarini e li pubblicò nel 1782, menzionai pure un Manoscritto della Collezione Egerton nel British Museum, manoscritto nel quale sapevo dal Catalogo a stampa di quella Biblioteca esser contenuta una *Raxon del Marteloio*, e dissi che forse quel prezioso documento passato in Inghilterra era quel medesimo, o almeno uno assai somigliante a quello che sul principio del secolo era posseduto dall'abate Jacopo Morelli, il quale ne avea discorso nelle *Note* alla *Lettera rarissima di Cristoforo Colombo* da lui pubblicata.

« Una fortunata combinazione ha fatto che il conte Ugo Balzani, noto agli eruditi per molte e pregevolissime pubblicazioni Paleografiche e storiche,

si sia trovato a Londra in questi giorni, sicchè fidando nella sua squisita gentilezza, ho osato rivolgermi a lui per aver maggiori particolari intorno al Codice Egertoniano, relativo al *Martilogio*, mandandogli ciò che era stato pubblicato dal Toaldo affinchè, se le varianti e le aggiunte non fossero state molte, egli avesse avuto la bontà d'indicarle e di trascriverle su quelle carte. Dopo lo scambio d'alcune cortesissime lettere, ebbi finalmente due giorni fà dal conte Balzani la trascrizione di tutta quella parte del Codice che si riferisce più direttamente al *Martilogio*, e sono lietissimo di poterla presentare oggi all'Accademia, chiedendole di voler consentire che sia stampata di seguito al Testo del Toaldo, servendo essa ad ampliarlo notevolmente, a compierlo, e a ravvicinarne l'ortografia alla vecchia forma dialettale, che il Toaldo aveva troppo liberamente alterata. È ben vero che una parte del testo *Egertoniano* è pressochè identica con quella che venne pubblicata dal Toaldo; pure, differendone in qualche luogo, sopratutto per la grafia, non riuscirà una inutile ripetizione, tanto più che il Manoscritto adoperato dal Toaldo era senza dubbio diverso da quello posseduto dal *British Museum*, il primo essendo nella forma in-quarto, e quello della Collezione Egerton un in-foglio.

« Non aggiungerò altro per ora, non comportandolo l'argomento, e solo rinnoverò qui l'espressione della mia gratitudine all'egregio conte Balzani che mi ha così gentilmente favorito, rimandando pel di più alla Memoria a stampa che vedrà, spero, fra non molto la luce ».

Mineralogia. — *Dell'aftalosio di Racalmuto in Sicilia.* Nota del Socio Giovanni Struever.

« Fin dal 1857 il signor G. B. Barresi fece menzione dell'aftalosio da lui scoperto nelle saline di Racalmuto in provincia di Girgenti e specialmente nella località detta « Nabis ». Più tardi, G. vom Rath (Pogg. Ann. Erg. VI, p. 359, 1873) ne descrisse un campione favoritogli dal compianto Seguenza nell'aprile 1872. Dalle sue ricerche il vom Rath credette di dover concludere che il minerale di Racalmuto spetta al sistema trimetrico, e che i suoi cristalli presentano generalmente la forma di gemelli a penetrazione analoghi a quelli della aragonite e composti di tre individui.

« La loro composizione fu dallo stesso autore trovata prossimamente rappresentata dalla formula $4\ K_2\ SO_4 + 3\ Na_2\ SO_4$. Non sfuggì però al distinto mineralista l'esistenza di cristalli a pronunciato aspetto romboedrico; ma essendo questi terminati ad una sola estremità e presentando sensibilmente la stessa composizione chimica dei supposti gemelli trimetrici a penetrazione, il vom Rath spiegò il loro aspetto romboedrico, veramente abbastanza singolare nell'ipotesi da lui adottata, ammettendo trattarsi di gemelli composti ancora di tre individui trimetrici ma a giustapposizione. In tal caso i cristalli

avrebbero dovuto presentare, all'altra estremità, non tre faccie parallele alle tre superiori pseudoromboedriche, ma tre faccie a queste simmetriche per rispetto ad un piano parallelo alla base, in modo che il complesso delle sei faccie formasse una piramide trigonale. Il fatto che i suoi cristalli non erano terminati che ad una sola estremità, gl'impedì di verificare la sua ipotesi, come anche lo stato troppo torbido di essi non gli permise lo studio ottico, il quale avrebbe potuto confermare o distruggere le sue conclusioni.

« Contro queste sorse nel 1874 (*Contribuzioni mineralogiche per servire alla storia dell'incendio Vesuviano del 1872.* II, Napoli, 1874, 4°) lo Scacchi cui si dovevano di già estese ricerche sulla poliedrica e polisimmetria del solfato potassico e di questo misto a solfato sodico non che la dimostrazione della forma romboedrica dell'aftalosio del Vesuvio. Avendo potuto esaminare un campione del sale di Racalmuto, ricevuto dallo stesso Barresi per intromissione del Gemmellaro, nonostante l'esistenza degli angoli rientranti che osservò di accordo col vom Rath, egli credette di poter ritenere per romboedrici anche i cristalli di Racalmuto. Lo Scacchi avvalorò la sua opinione, che cioè sino allora non constasse l'esistenza, in natura, che del solo solfato potassico-sodico romboedrico, non tanto con osservazioni dirette sul sale di Racalmuto, poichè nemmeno a lui fu concesso di fare misure esatte su di esso, quanto colle sue ricerche sopra la forma cristallina dei solfati misti di potassico e sodio artificiali. Difatti, egli ritiene che cristallizzando il solfato potassico puro nel sistema trimetrico e quello misto a solfato di sodio, sino ad una certa proporzione, in quello romboedrico, sarebbe un caso meraviglioso se il solfato potassico più ricco ancora di solfato sodico, come il sale di Racalmuto secondo le analisi del vom Rath, tornasse al sistema trimetrico. Questa difficoltà fu preveduta dal vom Rath, il quale credette di potervi rispondere invocando differenze di temperatura nell'atto della cristallizzazione, ma dalle ricerche appositamente istituite dallo Scacchi con miscele dei due solfati risulterebbe insufficiente o fallace questa spiegazione. Devo confessare che, *a priori*, non mi sembra poi tanto impossibile che un solfato misto di potassio e sodio, contenente maggiore quantità di quest'ultimo del solfato misto romboedrico, possa tornare al sistema trimetrico, visto per es. che la thenardite, solfato sodico puro, appartiene al sistema trimetrico, benchè non si possa dire veramente isomorfa colla arcanite (glaserite) trimetrica. Certamente sembrerebbe più meraviglioso ancora che una miscela di due sali trimetrici cristallizza in forme romboedriche, eppure questo è il caso nostro.

« Comunque sia, è un fatto che la controversia insorta tra il vom Rath e lo Scacchi non si può dire risoluta, poichè nessuno dei due autori ha tentato l'unico mezzo efficace per decidere la questione in questo caso speciale in cui si tratta di cristalli non esattamente misurabili al goniometro e di due specie che, nonostante la diversità dei sistemi cui appartengono, presentano grande analogia nei loro angoli. E per convincersi davvero che la questione

è ancora aperta fra i mineralisti, basta consultare i trattati più in voga, in cui si trova indicata la sostanza di Racalmuto, sulla autorità del vom Rath, come glaserite o arcanite trimetrica e, dirò così, messo in seconda linea l'aftalosio romboedrico del Vesuvio descritto dallo Scacchi, ovvero anche l'Index der Krystallformen der Mineralien del Goldschmidt ove non è ammessa che la la sola glaserite trimetrica mentre nelle notizie bibliografiche annesse figurano tanto il lavoro del vom Rath sul sale di Ralcamuto quanto le memorie dello Scacchi sull'aftalosio del Vesuvio.

« Cercai quindi, da anni ed anni, di venire in possesso di qualche campione del sale di Racalmuto, e dopo lunghe e infruttuose ricerche, finalmente col valido aiuto del collega Gemmellaro, ho potuto acquistare dagli stessi eredi del defunto G. B. Barresi alcuni campioni che mi hanno permesso di istituire le necessarie ricerche ottiche per venire in chiaro del sistema cristallino del minerale.

« I miei campioni mostrano l'aftalosio accompagnato dal salgemma e da almeno due altri sali solubili e trasparenti del gruppo dei solfati idrati di cui spero di poter dare più tardi notizie particolareggiate. Il salgemma si rivela tanto in masse lamellari quanto in cristalli cubici che qua e là fanno vedere anche qualche faccia di tetracisesaedro. Esso è o incolore o colorato qua e là in violetto e azzurro, e in questi ultimi casi il colore è distribuito o in strati paralleli ai piani di sfaldatura o in strisce dirette secondo una delle diagonali di una faccia cubica.

« Sopra e misti al salgemma si trovano gli altri sali.

« Noto anzitutto che sui miei campioni si trovano tutte le modalità di cristalli di aftalosio menzionate e in parte raffigurate dal vom Rath e dallo Scacchi. Vi sono, in primo luogo, dei cristalli che presentano l'aspetto di prismi esagono-regolari terminati dalla base. Poscia osservai numerosi individui della combinazione romboedrica $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ $\{111\}$ $\{110\}$, e che qui realmente si tratta di cristalli romboedrici e non già, come suppose il vom Rath, di gemelli a giustapposizione dell'arcanite trimetrica composti di tre individui, è messo in chiaro senz'altro dai non pochi individui terminati alle due estremità, in cui la disposizione delle faccie è precisamente quella di un cristallo romboedrico semplice della suddetta combinazione. A queste due sorta di cristalli si aggiungono finalmente i pretesi gemelli a penetrazione del vom Rath, simili ai veri gemelli della aragonite. Non si può negare che è ovvio interpretare queste singolari associazioni come gemelli a penetrazione di una sostanza trimetrica e di paragonarle ai gemelli della aragonite, stronzianite, witherite e così via dicendo. Qualunque mineralista, messo nelle condizioni del vom Rath, di non potere cioè sottoporre i cristalli nè a misure goniometriche esatte, nè allo studio ottico, sarebbe, a mio avviso, arrivato alle stesse sue conclusioni. Eppure tutti quanti questi cristalli appartengono al sistema romboedrico. Certamente, a prima vista, nemmeno i campioni miei invitano allo studio ottico,

presentandosi i cristalli con aspetto torbido poco promettente, ma bastò un primo tentativo per convincermi che essi invece si prestano assai bene alle ricerche ottiche, almeno a quelle che bastano a mettere fuori di questione il sistema cristallino. Furono tagliate parecchie lastre parallele alla base nelle diverse sorta di cristalli sopra menzionate, e tutte, e in tutta la loro estensione, presentarono invariabilmente la figura d'interferenza caratteristica dei cristalli uniassi; in tutte cioè fu osservata doppia rifrazione ad un solo asse ottico, e piuttosto intensa e a segno positivo. Mettendo le lamine nel balsamo del Canadà il fenomeno caratteristico si rivela colla stessa nettezza come nella più perfetta lamina di spato d'Islanda o di qualunque altra sostanza uniasse e affatto trasparente e incolore. E con ciò resta dimostrato che il minerale in questione, di Racalmuto, è realmente l'aftalosio romboedrico come aveva supposto lo Scacchi, e i gemelli di vom Rath non sono che associazioni di individui perfettamente o prossimamente paralleli fra di loro.

« Sarebbe stato desiderabile di poter avvalorare questo risultato anche con delle misure goniometriche esatte, ma tutti i cristalli liberi e perciò da molto tempo esposti all'aria e alla umidità non si prestano punto ad osservazioni al goniometro, come avevano già sperimentato il vom Rath e lo Scacchi. Dopo alquante ricerche riuscii però a scoprire entro una geodetta ancora chiusa una di quelle associazioni ritenute dal vom Rath come geminazioni, la quale conserva ancora le sue faccie splendenti. Parte di essa servì a constatare l'uniassicità ottica e il carattere positivo della doppia rifrazione. Benchè nemmeno questo gruppetto si prestasse ad esatte misure, a motivo della sua costituzione polisintetica che rende le faccie ineguali, pure già ad occhio, e meglio ancora portando il gruppo sul goniometro e osservando col cannocchiale munito di lente, si vede distintamente come le faccie che formano gli angoli rientranti sugli spigoli della base col prisma, non sono in posizione tale da giustificare l'ipotesi del vom Rath. Di fatti, facilmente e con tutta certezza si scorge che in tutti gli individui dell'aggruppamento le faccie omologhe sono parallele e riflettono contemporaneamente, nè si vedono sulle faccie del prisma traccie di angoli rientranti. Nello stesso gruppo, benchè non potesse servire per la determinazione della costante cristallografica, si potè invece constatare che la combinazione dei singoli individui è a simmetria geometricamente esagonale. Adottando, col Mitscherlich, per romboedro fondamentale quello per cui l'angolo delle normali $(111):(100) = 56°$, si trova che la combinazione presenta le forme $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ $\{111\}$ $\{100\}$ $\{22\bar{1}\}$ $\{\bar{1}10\}$ $\{411\}$.

« Volli ancora esaminare otticamente l'aftalosio del Vesuvio di cui mi furono favoriti alcuni campioni dallo stesso Scacchi, il quale vi aveva già riconosciuto lievi indizi di un asse ottico. Ponendo una laminetta di questo aftalosio, anch'esso superficialmente assai appannato, nel balsamo del Canadà, essa diventa trasparente e mostra nel modo più distinto la doppia rifrazione piuttosto energica ad un solo asse e a segno positivo, precisamente come

l'aftalosio di Racalmuto. Dalle cose suesposte risulta che sino ad ora non si conosce in natura che l'aftalosio romboedrico, locchè non toglie che si possa in avvenire trovare anche la arcanite o glaserite trimetrica, e forse anche nella stessa miniera di Racalmuto.

« Non posso terminare questa breve Nota senza far appello ai ricercatori di minerali, perchè tentino di riunire maggiore quantità dei sali che accompagnano il salgemma di Racalmuto. Sarebbe forse vano sperare in ricerche industriali intrapese allo scopo di utilizzare il salgemma, in un paese ove, come in Sicilia, difficilmente per ora potrebbe esserci tornaconto, ma mi pare che non sarebbe affatto fuor di luogo di intraprendere ivi o di ripertervi delle ricerche allo scopo di rintracciare qualche deposito di sali potassici, la cui fortunata scoperta, come nessuno ignora, ha dato tanta importanza industriale alla miniera di Stassfurt in Germania ».

Chimica. — *Azione della metilammina sugli eteri maleico e fumarico.* Nota del Socio Körner e del prof. Menozzi.

« In una Nota preliminare inserita nei Rendiconti del R. Istituto lombardo di scienze e lettere (28 aprile 1887) facemmo conoscere una reazione che consiste nell'addizionare gli elementi dell'ammoniaca agli eteri bietilici degli acidi fumarico e maleico, che perdono in tal modo la doppia legatura e si trasformano nel medesimo aspartato bietilico inattivo, dal quale ottenemmo per successive trasformazioni le due asparagine attive, levo- e destrogira, a quantità uguali. Corredammo quelle nostre affermazioni coi relativi dati analitici e colla descrizione di alcuni prodotti secondari, e nell'annunziare di ritenere la reazione di natura generale, ci riservammo di applicarla ad altre sostanze non sature da un lato; e sostituendo dall'altro l'ammoniaca con basi primarie e secondarie. Nell'esecuzione di questo programma abbiamo trovato una completa conferma dei nostri concetti. Ora siamo in grado di riferire i risultati ottenuti facendo agire la metilammina sugli eteri fumarico e maleico.

I. Etere maleico e metilammina.

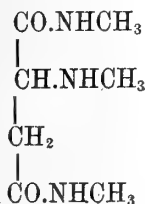
« Scaldando maleinato dietilico con soluzione alcoolica di metilammina in tubi chiusi alla temperatura di 105°-110° C., ottengonsi due prodotti il cui rapporto varia a seconda della concentrazione e quantità di metilammina ed eziandio a seconda della durata del riscaldamento. Uno è solido e cristallizza dalla miscela; l'altro è liquido e resta disciolto. Impiegando per 12 gr. di maleinato dietilico 50 c.c. di soluzione alcoolica di metilammina del 33 % e scaldando per 8-10 ore, il contenuto del tubo è costituito da

una massa solida aghiforme imbevuta di una soluzione della seconda sostanza; la quale ultima si ottiene invece in preponderanza impiegando soluzione meno concentrata di metilammina (25 % e nel rapporto di 35 cc. per 12 gr. di etere) e scaldando per 4 o 5 ore soltanto. La sostanza solida è la di-metilammide dell'acido metilammido-succinico, ossia dell'acido metil-aspartico; la liquida è l'etere bietilico del medesimo acido. Per separarle si raccoglie su rete di platino il contenuto dei tubi, dopo averlo addizionato con parecchi volumi di etere; si elimina il liquido per aspirazione. Il residuo solido lavato con etere, sciolto nell'alcool assoluto e tiepido, dà una soluzione che per raffreddamento sotto una campana con calce deposita cristalli aghiformi della di-metilammide. Il liquido alcoolico-etereo separato dalla sostanza solida dei tubi, lo si libera dall'etere e dall'alcool per distillazione, il residuo si scioglie nell'acqua e si estrae la soluzione avuta più volte con etere, che scioglie il metil-aspartato bietilico e lo lascia per distillazione allo stato impuro, mentre nell'acqua rimangono quantità notevoli della predetta di-metilammide, che non si può ricavare se non in parte alterata, e che si utilizza più convenientemente trasformandola in acido metil-aspartico come si dirà fra breve.

Di-metilammide metil-ammido-succinica o metil-aspartica.

« Il prodotto ottenuto e purificato come è detto sopra, si presenta sotto forma di lunghi aghi bianchi, solubilissimi nell'acqua, molto solubili nell'alcool e pressochè insolubili nell'etere assoluto. Le soluzioni acquosa ed alcoolica hanno reazione fortemente alcalina; riscaldate svolgono lentamente metil-ammina, diventando alla lunga neutre ed infine acide, e contenenti allora acido metil-ammido metil-succinammico come prodotto principale, ed un'altra sostanza della composizione della metilammide dell'acido metil-aspartico.

« La sostanza in base ai dati analitici ha la composizione $C_7 H_{15} N_3 O_2$ e per la sua genesi e per le trasformazioni possiede la costituzione:

$$\begin{array}{l} CO.NHCH_3 \\ | \\ CH.NHCH_3 \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CO.NHCH_3 \end{array}$$

gr. 0,1567 di sostanza hanno dato c.c. 33 di azoto a 19° e 743 mm.

	trovato	calcolato per $C_7 H_{15} N_3 O_2$
N %	23,61	24,29

« Il composto, fatto bollire con acqua di barite impiegata in eccesso, svolge due terzi dell'azoto che contiene, sotto forma di metilammina dando il sale baritico dell'acido metilaspartico:

gr. 2,4999 di sostanza diedero gr. 0,8742 di metilammina, ossia

trovato p. c. 34,97 invece di 35,83 calcolato.

Acido metilammido metil-succinammico (dimetil-asparagina).

« Riscaldando la soluzione acquosa della dimetilammide precedente a bagno maria mantenendo costante il volume del liquido col sostituire l'acqua che si evapora man mano, dopo più giorni il liquido, perdendo metil-ammina, acquista reazione acida, e depone dopo moderata concentrazione una piccola quantità di scaglie poco solubili nell'acqua fredda, che si separano per filtrazione, e il liquido per successiva concentrazione si rapprende in una massa solida, colorata più o meno in rosa. Questa ricristallizzata ripetutamente da alcool diluito bollente, fornisce delle lamine incolori, elastiche sottili e splendentissime, untuose al tatto. La loro soluzione acquosa è debolmente acida, e non devia il piano della luce polarizzata. La sostanza è anidra, riscaldata al tubetto ingiallisce verso 215° e fonde a 221°.

« L'analisi ha dato i seguenti risultati:

gr. 0,2305 di sostanza diedero c.c. 34,7 di azoto a 13° e 757 mm.

	trovato	calcolato per $C_6H_{12}N_2O_3$
N %	17,71	17,50

« La dimetilasparagina si combina sia cogli acidi che colle basi. Dei sali che così si hanno, abbiamo preparato il nitrato ed il sale di rame.

« Il *nitrato* ottenuto collo sciogliere la dimetilasparagina nella quantità equimolecolare di acido nitrico, del 12 % circa, si depone in cristalli bianchi prismatici, costituiti dal nitrato; contengono una molecola di acqua di cristallizzazione. Si alterano a 82-83°.

gr. 0,2007 di sostanza hanno dato c.c. 29,2 di azoto a 10° e 760 mm. di pressione corrispondente a N % 17,41.

gr. 0,9680 perdettero a 65-70° gr. 0,0762 di acqua, ciò che dà acqua % 7,87.

Teorico per $C_6H_{12}N_2O_3 . NO_3H + H_2O$

N %	17,42
H_2O %	7,46

« Il sale di rame fu preparato con dimetil-asparigina e idrossido di rame. È molto solubile nell'acqua dando un liquido di color bleu intenso che concentrato opportunamente, depone talvolta prismi e più sovente mammelloni di color azzurro chiaro contenente 2 mol. di acqua.

gr. 0,1914 di sostanza anidra hanno dato gr. 0,0396 di CuO corrispondente a CuO % 20,37.

teorico per $(C_6H_{11}N_2O_3)_2Cu$

CuO °/₀ 20,77

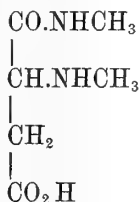
gr. 0,3580 riscaldati a 110° hanno perduto gr. 0,031 di acqua, corrispondente a 8,66 °/₀ mentre per 2 mol. d'acqua si calcolano 8,62 °/₀.

« La dimetilasparagina fatta bollire con acqua di barite svolge una molecola di metilammina per ogni molecola di sostanza impiegata e dà il sale baritico dell'acido metilaspartico.

gr. 2,3623 di sostanza fatta bollire con soluzione di barite hanno dato gr. 0,4386 di metilammina, quindi:

$N \begin{smallmatrix} CH_3 \\ H \end{smallmatrix}$ ottenuta 18,56 °/₀; teorico 19,32 °/₀

« Per cui la costituzione di questa dimetil-asparagina è espressa dalla formula:

$$\begin{array}{l} CO.NHCH_3 \\ | \\ CH.NHCH_3 \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CO_2H \end{array}$$

« *Prodotto accessorio nella preparazione della dimetil-asparagina.* — La sostanza poco solubile che si depone prima della dimetil-asparagina, si purifica cristallizzandola ripetutamente dall'acqua bollente; e si ottiene sotto forma di aghi piatti, bianchi, opachi, con lustro di seta. Questo prodotto ha la composizione $C_6 H_{10} N_2 O_2$, come si scorge da questi dati:

gr. 0.2562 di sostanza diedero c. c. 44,4 di azoto a 21° e 760

" 0,2651 di sostanza fornirono 0.4926 di CO_2, e gr. 0,1631 di H_{2O}

	trovato	teorico per $C_6 H_{10} N_2 O_2$
C °/₀	50,67	50,70
H "	6,94	7,04
N "	19,72	19,72

« Fatta bollire con barite, svolge 1 mol. di metilammina dando il sale di bario dell'acido metil-aspartico.

« La sostanza è quindi o metil-immide dell'acido metil-aspartico, od un isomero.

« *Etere bietilico dell'acido metil-aspartico.* — Il prodotto greggio ottenuto dalla soluzione eterea, come è detto sopra, è costituito da questo composto, inquinato però da una piccola quantità di una sostanza solida facilmente cristallizzabile che, quantunque per sè insolubile nell'etere, passa in quella soluzione in causa della presenza di alcool. Talvolta vi si trova anche maleinato bietilico sfuggito all'azione della metilammina.

« Si separano queste sostanze ponendo il residuo della distillazione dell'etere nel vuoto su acido solforico, ove. coll'evaporarsi dell'alcool il liquido si ispessisce ed abbandona delle squame sottilissime. Quando queste non aumentano più, si aggiunge etere privo d'alcool, e si filtra. La soluzione eterea, liberata di una parte dell'etere, si sbatte con acido solforico o cloridrico diluiti impiegati in eccesso, avendo cura d'impedire il riscaldamento. La soluzione acquoso-acida così avuta e lavata nuovamente con etere, contiene il sale dell'etere metil-aspartico, che si scompone a freddo con un eccesso di soda caustica sovrapponendo dell'etere, nel quale passa unicamente il metil-aspartato bietilico, rimanendo nella successiva distillazione a b. m. sotto forma di un olio incolore più pesante dell'acqua e dotato di leggerissimo odore.

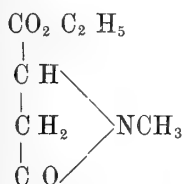
« Si scioglie pochissimo nell'aqua comunicando a questa forte reazione alcalina. Per l'analisi venne essiccato nel vuoto su acido solforico.

« L'etere si unisce agli acidi, come s'è già detto, e dà dei sali cristallizzabili ma solubilissimi nell'acqua.

« Colle basi alcaline e terralcaline all'ebollizione si saponifica facilmente dando sali dell'acido metil-aspartico.

« Scaldato in tubo chiuso con metilammina alcoolica a 110°, fornisce la sopradescritta dimetilammide dello stesso acido, mentre trattata con metil-ammina acquosa si scioglie lentamente a freddo, in poche ore fra 70 ed 80°, dando dimetilasparagina.

« Coll'ammoniaca acquosa si comporta in modo del tutto simile, trasformandosi in una *monometil-asparagina* che descriviamo più innanzi.

« Il prodotto accessorio inquinante l'etere metil-aspartico greggio che si separa in squame sottili, fu raccolto e cristallizzato da alcool, dal quale cristallizza per raffreddamento in aghi splendenti fusibili a 144°. Secondo una determinazione di azoto la sostanza ha la composizione $C_6 H_{11} NO_3$. Non si scioglie nelle basi diluite; ma si trasforma con ammoniaca concentrata dopo molto tempo in una sostanza bianca, polverulenta insolubile in alcool difficilmente solubile nell'acqua bollente, da cui si separa per raffreddamento in aghi splendenti aggruppati a fasci. Riteniamo molto probabile la seguente formula come esprimente la costituzione.

« *Acido metilammido-succinammico* (monometil-asparagina). — Si forma, come si è detto, per l'azione dell'ammoniaca acquosa sul metil-aspartato bietilico.

« La soluzione ammoniacale avuta si scalda a b. m. finchè abbia acquistato reazione acida, rinnovando l'acqua che si evapora. Concentrando, si depongono dapprima in piccole quantità delle scaglie di un prodotto accessorio, che si raccolgono su filtro, e si ricristallizzano dall'acqua bollente da cui si deposita sotto forma di aghi setacei, che si scompongono con annerimento a 235°. Secondo la determinazione dell'azoto questo prodotto accessorio ha la composizione $C_5 H_8 N_2 O_2$.

« Bollita con potassa o barite svolge NH_3 e dà un sale dell'acido metil-aspartico. In base ai quali fatti la sostanza è da ritenersi come immide dell'acido metil-aspartico.

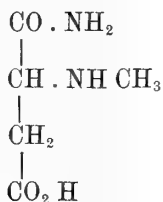
« La soluzione acquosa da cui si separarono le suddette scaglie, concentrata ulteriormente, deposita cristalli aghiformi aggruppati a sfere, molto solubili nell'acqua, dando una soluzione leggermente acida. Per la purificazione si ricristallizza da alcool diluito bollente. I cristalli contengono 1 molecola di acqua di cristallizzazione che resta anche tenendo la sostanza su acido solforico, e che si elimina scaldando a 100° in aria secca.

gr. 0,1134 di sostanza hanno dato c.c. 17,5 di azoto a 21° e 748 m.m. p;
» 0,1966 di sostanza hanno fornito gr. 0,2100 di CO_2 e gr. 0,1336 di acqua;
» 0,2212 di sostanza scaldata a 100° hanno perduto 0,0198 gr. di acqua.

	trovato	calcolato per $C_5 H_{10} N_2 O_3 . H_2 O$
C %	36,21	36,58
H »	7,55	7,31
N »	17,28	17,07
H_2O »	9,60	10,09

« La sostanza si unisce agli acidi ed alle basi dando dei sali, dei quali abbiamo preparato quello di rame scaldando la soluzione acquosa della metil asparagina con idrossido di rame. Si ottiene una soluzione colorata fortemente in bleu, che concentrata opportunamente depone il sale sotto forma di squamette di color bleu-violaceo chiaro, mediocremente solubili nell'acqua fredda; il sale è anidro. Scaldato al tubetto fonde e si scompone a 191°. gr. 0,1944 di sale hanno dato gr. 0,043 di CuO, corrispondente a rame p. c. 17,64 mentre la formula $(C_5 H_9 N_2 O_3)_2$ Cu richiede 17,84.

« La sostanza bollita con potassa svolge ammoniaca e dà il sale dell'acido metil-aspartico. Analoga scomposizione avviene per azione degli acidi minerali a caldo. La sua costituzione risulta perciò espressa dalla formula seguente:

$$\begin{array}{l} CO . NH_2 \\ | \\ CH . NH\,CH_3 \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CO_2 H \end{array}$$

« *Acido metil-aspartico.* — Come abbiamo già indicato, questo acido si ottiene dalla di-metilammide metil-aspartica, dal prodotto accessorio di questa, dalla bimetil-asparagina e dalla monometil-asparagina ora descritta, come pure dal metil-aspartato dietilico sempre per l'azione dell'acqua di barite all'ebollizione. In fine lo abbiamo ottenuto per la stessa via anche dal prodotto di addizione di metilammina al fumarammato etilico.

« Per la preparazione in grande ci siamo serviti il più delle volte delle acque madri provenienti dalla preparazione della dimetil-ammide, contenenti principalmente questa sostanza. In una preparazione siamo partiti dalla dimetil-asparagina chimicamente pura. Cessato lo sviluppo di metilammina (rispettivamente dell'ammoniaca nel caso della monometil-asparagina), si precipitò il bario con acido solforico e si concentrò fino a cristallizzazione. Il prodotto greggio si purificò cristallizzandolo da alcool bollente al 70 %, da cui si separa sotto forma di cristalli piramidali, a guisa di lance, contenenti una molecola di acqua di cristallizzazione che rimane anche su acido solforico, e che si elimina scaldando la sostanza a 100° in corrente di aria secca.

« Dall'acqua si ottengono per lenta evaporazione dei cristalli trasparenti, ben sviluppati, contenenti pure una molecola di acqua di cristallizzazione, che furono misurati dal sig. dott. E. Artini, che mentre si riserva a suo tempo estesa pubblicazione, ci volle frattanto comunicare i dati seguenti:

Sistema monoclino:

$$a:b:c = 0,6467:1:0,4489$$

$$\beta = 80°,25'$$

Forme osservate:

$$\{100\}, \{010\}, \{110\}, \{011\}, \{101\}, \{\bar{1}01\}, \{\bar{1}21\}$$

« Si scioglie nell'acqua a norma dei seguenti dati:

I. 100 d'acqua a 21°,2 sciolgono 2,59 di ac. anidro.
II. 100 » » 20°,4 » 2,62 » »

« La soluzione, che ha reazione fortemente acida, non devia il piano della luce polarizzata.

« Riscaldata al tubetto manifesta alterazione poco sopra 120°, per fondere a 133-34°.

« L'acido essiccato a 100° fonde a 178°.

« L'analisi ha dato questi risultati:

gr. 0,1732 di sostanza diedero c.c. 12,8 di azoto a 18° e 750 mm.
gr. 0,1834 diedero 0,2370 di CO_2 e 0,1206 di H_2O.
gr. 0,4624 di sostanza perdettero a 100° 0,0504.

	trovato	calcolato per $C_5H_9NO_4 . H_2O$
C %	36,00	36,36
H "	6,92	6,67
N "	8,44	8,48
H_2O "	10.80	10,90

« L'acido dà sali tanto cogli acidi quanto colle basi. Neutralizzando la soluzione acquosa con potassa, e indi concentrando su acido solforico, la soluzione abbandona, quando è divenuta sciropposa, il sale potassico sottoforma di aghi lucenti. Il sale sodico preparato nello stesso modo si depone in mamelloni.

« I sali di bario, tanto quello acido, quanto il neutro, sono come i sali alcalini, molto solubili nell'acqua e tendenti a dare soluzioni sopra sature.

« Le soluzioni del sale monosodico, monopotassico e monobaritico depositano i sali dietro aggiunta di alcool concentrato sotto forma di olio. Il sale bibaritico invece in tale circostanza precipita in fiocchi. Il sale monobaritico tuttavia cristallizza bene da alcool caldo a 60 per cento; così anche il sale monosodico.

Il sale monobaritico, cristallizato da alcool del 60 %, si presenta sotto forma di piccoli aghi bianchi, opachi, raggruppati a sfere e dotati di lustro setaceo. Contiene 4 mol. di acqua che si eliminano a 100°.

gr. 0,4619 di sale seccato all'aria hanno perduto a 100° gr. 0,062 di acqua, ciò che dà acqua p. c. 13,42.

gr. 0,2862 di sale anidro hanno dato gr. 0,1547 di $BaSO_4$, pari a Ba 0,091 e quindi Ba % 31,84. La formula $(C_5H_8NO_4)_2Ba + 4H_2O$ richiede per acqua 12,97 %, e il sale anidro richiede di Ba 31,93 p. c.

« La soluzione del sale ammoniacale, abbandonata all'aria, deposita acido libero.

« Le soluzioni dei sali alcalini non precipitano con soluzione di cloruro di calcio, solfato di zinco, nitrato di piombo, acetato di piombo, cloruro mercurico, solfato od acetato di rame. Precipitano con soluzione di cloruro di cadmio, depositando lentamente un sale cristallino se si opera a freddo. A caldo precipita tosto; il sale è anidro. Con soluzione di nitrato d'argento si ottiene un precipitato cristallino, che annerisce alla luce.

« Il *nitrato* ottenuto collo sciogliere l'acido nella quantità voluta di acido nitrico si depone in cristalli tabulari, a facce arrotondate che alle proprietà ottiche si rilevano come probabilmente monoclini. Scaldato a 100°, non si altera, ne perde in peso.

gr. 0,2231 di sostanza diedero c. c. 25,9 di azoto a 20° e 748.

	trovato	teorico per $C_5H_9NO_4 . NO_3H$
N %	13,07	13,30

« Il *cloridrato*, si depone in cristalli prismatici.

« L'*etere monoetilico* fu ottenuto col trattare l'acido sospeso in alcool assoluto con HCl gassoso secco sino a completa saturazione, evaporando indi su calce, scomponendo il cloridrato con ossido idrato d'argento e concentrando la soluzione risultante sino a sciroppo. Cristallizzando il prodotto dall'alcool a 98 %, si depone il composto in finissimi aghi untuosi di splendore setaceo, fusibili a 181°,5.

gr. 0,2116 di sostanza hanno dato 0,3675 di CO_2, e 0,1438 di H_2O.

	trovato	calcolato per $C_7H_{13}NO_4$
C %	47,51	48,00
H »	7,55	7,42

II. Etere fumarico e metilammina.

« L'*etere fumarico* sottoposto ai medesimi trattamenti nelle condizioni indicate per l'etere maleico, ha fornito gli stessi prodotti e nelle stesse quantità. Ciò che fu constatato collo studio chimico, coll'analisi delle singole sostanze, e collo studio cristallografico dell'acido metil-aspartico.

« Ommettendo per brevità la descrizione dei singoli prodotti, riportiamo qui sotto le analisi dei principali.

Di-metilammide metilaspartica.

« Gr. 0,2068 di sostanza hanno dato c. c. 45,9 di Azoto a 24°,5 ed alla pressione di 749^{mm},5 ciò che corrisponde a

	trovato	teorico per $C_7H_{15}N_3O_2$
N %	24,39	24,29

gr. 3,084 fatti bollire con barite hanno svolto gr. 1,103 di metilammina ossia:

	trovato	teorico
$N^{CH_3}_{H_2}$ %	35,76	35,83

Acido metilammido-metilsuccinammico. (Dimetil-asparagina).

Gr. 0,2107 di sostanza hanno dato c. c. 34,2 di Azoto a 25° ed a 752^{mm} di pressione.

gr. 0,2245 di sostanza hanno fornito gr. 0,3717 di CO_2 e gr. 0,1640 di H_2O.

« Quindi:

	trovato	teorico per $C_6H_{12}N_2O_3$
C °/₀	45,15	45,00
H »	8,11	7,50
N »	17,85	17,50

Metilimmide dell'acido metilaspartico.

Gr. 1,4906 hanno dato 0,3240 di metilammina corrispondente a metilammina per cento 21,47, mentre la teoria richiede 21,83.

Acido metilaspartico.

Gr. 0,2315 diedero azoto c. c. 17,9 a 18° e sotto 745^{mm} di pressione, corrispondente per cento a 8,64 mentre si calcolano 8,48.

gr. 1,4498 di sostanza perdettero a 100° gr. 0,1542 di acqua, corrispondente a 10,6 per cento, mentre per 1 mol. di acqna si richiedono 10,9.

« Secondo gli studî del dott. Artini l'acido è anche cristallograficamente in tutto identico a quello ottenuto dall'etere maleico.

« In altra nostra comunicazione riferiremo sui prodotti di trasformazione della dimetil-asparagina e monometil-asparagina sotto l'azione del joduro metilico ».

Astronomia. — *Sulle fotografie dell'eclisse totale di sole del 1° gennaio 1889 fatte in California.* Nota del Corrispondente PIETRO TACCHINI.

« Il ch. prof. Holden inviava alla Società degli spettroscopisti italiani un positivo su vetro della fotografia dell'eclisse del 1 gennaio 1889, eguale a quello avuto dall'Accademia (Vedi Rendiconti, Seduta 7 aprile 1889) e l'accompagnava con una cortese lettera a me diretta, in cui dichiara, che l'orientazione data da me alla fotografia col mezzo delle protuberanze vedute in pieno sole a Palermo e Roma, era giusta; perciò a tale riguardo nulla ho da cambiare nella mia precedente Nota. Oltre della fotografia su vetro, l'Holden mi inviava la riproduzione fotografica di un disegno dell'eclisse, fatto colle projezioni delle migliori prove fotografiche, il quale disegno rende conto chiaramente di tutti i particolari riscontrati nelle prove anzidette tanto per la corona come per i pennacchi dell'eclisse. Il prof. Holden descrive minutamente i detti particolari, che classifica in tre categorie, cioè quelli della parte coronale, che può riguardarsi come effetto di diffrazione sul lembo lunare,

poi i raggi polari intorno ai poli nord e sud del sole, e finalmente i pennacchi, o ali equatoriali, sviluppati nel senso dell'equatore solare. Presa la corona nel suo assieme, egli dice che il primo grande risultato di questo eclisse si è che la forma coronale caratteristica varia periodicamente come variano in frequenza le macchie del sole e le aurore polari, e di un tale fatto abbiamo già detto nella nota precedente. Ora però mi interessa di far rimarcare che ben più significante è la relazione che io trovo fra la forma della corona colla legge di frequenza delle protuberanze solari, che anche nella nota presentata oggi ho fatto risaltare per il 1888. Infatti se prendiamo in considerazione anche solo i dati relativi all'ultimo trimestre del 1888, noi troviamo che la vera sede delle protuberanze idrogeniche sta nell'emisfero nord fra i paralleli $+10^\circ$ e $+50^\circ$ e fra -10° e -60° in quello sud, coi massimi assoluti di frequenza intorno a $+35^\circ$ e -35°. Or bene nelle fotografie e disegni americani le 4 protuberanze impresse nelle placche corrispondono precisamente alla latitudine dei massimi di frequenza da noi trovati, e le 4 grandi appendici o pennacchi sviluppate nel senso dell'equatore hanno la loro base corrispondente ai tratti del bordo solare ove è maggiore la frequenza delle protuberanze. Questa coincidenza mi sembra di una grande importanza, perchè fa ritenere che la stessa causa, che mantiene le due zone di maggior frequenza delle protuberanze negli emisferi solari, produca anche un' enorme diffusione di materia nell'atmosfera solare, che si appalesa durante un' eclisse totale di sole mediante grandi pennacchi, mentre negli archi intermedî dove, in quest'epoca, le protuberanze sono rare, non si presentano che semplici raggi e bassi. All'incontro nelle epoche del maggior sviluppo di protuberanze solari, noi le troviamo frequenti tutto attorno al bordo solare, e perciò anche i pennacchi degli eclissi non presentano nelle dette epoche un orientamento speciale, ma s' incontrano anche in vicinanza dei poli del sole. Il vero fenomeno dunque che ci dà l'indizio più sicuro dell'attività solare è quello delle protuberanze idrogeniche anzichè quello delle macchie, le quali in questi ultimi tempi furono quasi tutte confinate nell'emisfero australe. Contemporaneamente alle fotografie dell'Holden, abbiamo ricevuto un' altro positivo dello stesso eclisse su gelatina, inviato dal prof. Pickering alla Società degli spettroscopisti. I dettagli, in esso contenuti, della corona accordano con quelli del positivo di Holden, cioè a dire in amendue le prove sono ben marcati i raggi polari e la corona più compatta ed estesa nel senso dell'equatore nelle regioni equatoriali ».

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine delle macchie, facole ed eruzioni solari, osservate nel R. Osservatorio del Collegio Romano durante il 3° e 4° trimestre del 1888.* Nota del Corrispondente P. TACCHINI.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia i risultati ottenuti sulla frequenza relativa dei gruppi di macchie, delle facole e delle eruzioni solari in ciascuna zona di 10 gradi, durante il secondo semestre del 1888, seguendo lo stesso metodo tenuto per le protuberanze (vedi Rendiconti 3 marzo 1889).

Latitudine	3° trimestre 1888			4° trimestre 1888		
	Macchie	Facole	Eruzioni	Macchie	Facole	Eruzioni
90°+80°	0	0	0	0	0	0
80 + 70	0	0	0	0	0	0
70 + 60	0	0	0	0	0	0
60 + 50	0	0	0	0	0	0
50 + 40	0	0	0	0	0	0
40 + 30	0	0	0	0	0,035	0
30 + 20	0	0	0	0	0,035	0
20 + 10	0	0,053	0	0	0.138	0
10 . 0	0,154	0,125	0	0,125	0,172	0,333
0 — 10	0,500	0,411	1,000	0,250	0,378	0,667
10 — 20	0,307	0,304	0	0,125	0,207	0
20 — 30	0,039	0,107	0	0	0,035	0
30 — 40	0	0	0	0	0	0
40 — 50	0	0	0	0	0	0
50 — 60	0	0	0	0	0	0
60 — 70	0	0	0	0	0	0
70 — 80	0	0	0	0	0	0
80 — 90	0	0	0	0	0	0

« Tenendo presente quanto si è pubblicato in precedenti Note, si può concludere:

« che durante l'anno 1888 i fenomeni solari furono sempre molto più frequenti nell'emisfero australe del sole;

« che le protuberanze idrogeniche si presentarono in tutte le zone, mentre che gli altri fenomeni sono stati osservati solamente a basse latitudini, vale a dire dall'equatore ai paralleli di + 40° e — 30°.

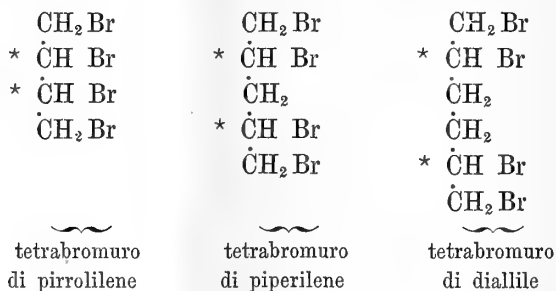
« che le macchie, le facole e le eruzioni metalliche hanno il loro massimo di frequenza nella stessa zona (0°—10°), come nel 1886 e 1887.

« che la maggior frequenza delle protuberanze non corrisponde alle zone dei massimi di frequenza degli altri fenomeni, giacchè i massimi delle protuberanze stanno a latitudini ben più elevate, vale a dire nelle zone (+30°+40°) e (—40°—50°).

« che il fenomeno delle protuberanze è il solo che conserva una simmetria rispetto all'equatore solare, e perciò è il solo che ha rapporto marcato colla latitudine eliografica e probabilmente anche colla rotazione solare, mentre le macchie, le facole e le eruzioni hanno preferito l'emisfero australe ».

Chimica. — *Sui tetrabromuri di diallile.* Nota del Corripondente G. Ciamician e di F. Anderlini [1].

« Le ricerche istituite ultimamente sui tetrabromuri di due idrocarburi della serie C_nH_{2n-2}, il *pirrolilene* o *eritrene* [2] (C_4H_6) ed il *piperilene* [3] (C_5H_8), hanno dimostrato, che questi tetrabromuri esistono in due forme isomere della stessa costituzione e che la ragione di queste isomerie, comparabili a quelle degli acidi bibromosuccinici, è da cercarsi probabilmente nella diversa *configurazione* delle molecole dei due tetrabromuri derivanti dallo stesso idrocarburo. In seguito a questi fatti ci è sembrato interessante ricercare se anche il *tetrabromuro di diallile* ($C_6H_{10}Br_4$) potesse esistere in due forme isomere, perchè anche questa sostanza, come i suoi due omologhi inferiori, contiene due atomi di carbonio assimmetrici.

tetrabromuro di pirrolilene	tetrabromuro di piperilene	tetrabromuro di diallile
CH_2Br	CH_2Br	CH_2Br
* $\dot{C}H\ Br$	* $\dot{C}H\ Br$	* $\dot{C}H\ Br$
* $\dot{C}H\ Br$	$\dot{C}H_2$	$\dot{C}H_2$
$\dot{C}H_2Br$	* $\dot{C}H\ Br$	$\dot{C}H_2$
	$\dot{C}H_2Br$	* $\dot{C}H\ Br$
		$\dot{C}H_2Br$

« Il diallile venne preparato per distillazione secca del composto mercurico del joduro allilico, seguendo il metodo indicato da Linnemann [4], e venne trasformato nel prodotto bromurato, facendo passare i suoi vapori, coll'ajuto

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.

[2] Vedi Ciamician e Magnaghi. Gazz. chim. 16, 212, Ciamician, Gazz. chim. 17, 476, Ciamician e Magnanini, Gazz. chim. 18, 72.

[3] Vedi G. Magnanini, Gazz. chim. 16. 390.

[4] Liebig's, Annalen. 140, 380.

d'un aspiratore, attraverso al bromo purissimo, che era contenuto in due tubi ad U muniti di turaccioli di vetro smerigliati. Per eliminare l'eccesso di bromo, il prodotto della reazione venne scaldato a b. m. ed indi lasciato nel vuoto sulla calce.

« In questo modo si ottiene un liquido oleoso, che ben tosto si solidifica formando una massa cristallina quasi bianca. Un bromuro di diallile ($C_6H_{10}Br_4$) è stato già descritto da Tollens e Wagner ([1]), il quale secondo questi autori fonde a 63°. Il nostro compito era perciò di ricercare se, oltre a questo tetrabromuro, se ne formasse un'altro della stessa formola, come avviene nella bromurazione del pirrolilene e del piperilene, e dai fatti descritti in questa Nota resulta, come si vedrà, che l'esistenza di un secondo tetrabromuro è realmente assai probabile.

« Il prodotto greggio della bromurazione del diallile non ha punto i caratteri di un composto unico, fonde già a 50-52°, mentre il tetrabromuro di Tollens e Wagner si liquefà appena a 63°. Il processo di purificazione è lungo ed è necessaria una lunga serie di cristallizzazioni, prima dall'alcool diluito e poi dall'etere petrolico, per ottenere il composto fusibile a 63°. Questo ha tutte le proprietà descritte da Wagner e Tollens, è molto solubile nell'alcool, nell'etere, nell'acido acetico e nel benzolo ed è poco solubile nell'alcool acquoso e nell'etere petrolico. Per lento svaporamento della soluzione eterea si formano talvolta prismetti abbastanza bene sviluppati, che furono studiati cristallogrificamente dal dott. G. B. Negri. Ecco i risultati delle sue misure, che egli ebbe la gentilezza di comunicarci,

Sistema cristallino : Trimetrico.

« Costanti cristallografiche : a:b:c = 0,36408:1:0,37882.

« Forme osservate : (120), (111), (010).

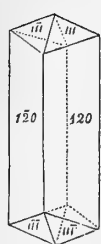
« Combinazioni osservate : (120) (111) fig. 1. ; (120) (111) (010).

angoli	misurati	calcolati	n
111:$\bar{1}$11	88° 26′	*	6
111:1$\bar{1}$1	29 25	*	3
120:1$\bar{2}$0	71 52	72° 7′	2
111:$\bar{1}\bar{1}$1	96 45	95 50	1
120:111	43 40	44 30	11
1$\bar{2}$0:111	65 45	65 31 $^1/_2$	4
111:010	75 5	75 17 $^1/_2$	1

Fig. 1

« I cristalli sono prismatici e allungati secondo [001]; talvolta per l'ineguale sviluppo delle facce (111) si presentano con abito monoclino. La forma (010) con facce strettissime è rara. Quasi sempre i cristalli hanno facce imperfette e non misurabili o misurabili soltanto approssimativamente

([1]) Berl. Ber. 6, 589.

ed a ciò deve attribuirsi il poco accordo fra osservazione e teoria. Il sistema trimetrico però viene confermato anche dalla estinzione retta osservata costantemente sulle facce del prisma (120).

« Per la natura della questione che avevamo a risolvere ci è sembrato indispensabile determinare il peso molecolare di questo tetrabromuro col metodo di Raoult. Le determinazioni furono fatte in soluzione benzolica e col consueto apparecchio di Beckmann.

I 0,1194 gr. di materia sciolta in 14,88 gr. di benzolo dette un abbassamento di 0°,122.

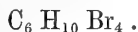
II Aggiungendo a questa soluzione 0,1080 gr. di materia si ebbe un abbassamento di 0°,223.

III 0,3055 gr. di materia sciolti in 14,59 gr. di benzolo produssero un abbassamento di 0°,28.

IV Aggiungendo a questa soluzione altri 0,3527 gr. di sostanza si ottenne un abbassamento di 0,°60.

« Da questi dati si calcola:

	I	II	III	IV	peso molecolare calcolato per $C_6H_{10}Br_4$
Concentrazione:	0,8024	1,5282	2,0939	4,5113	
Peso molecolare:	322	336	366	368	402

« Distillando i liquidi alcoolici, rimasti in dietro nelle prime cristallizzazioni del prodotto greggio dall'alcool diluito, a b. m., si ottiene un residuo oleoso in piccola quantità, il quale non ha alcuna tendenza a solidificarsi. Questo prodotto, che noi non esitiamo a ritenere come un isomero del tetrabromuro di Tollens e Wagner, venne sciolto nell'etere, seccato col cloruro di calcio e dopo eliminato il solvente, distillato a pressione ridotta. La distillazione non avviene senza una lieve decomposizione del nuovo bromuro, ma la frazione che a 8^{mm} passa a 135°-140°, ci ha dato ugualmente all'analisi numeri, che concordano sufficientemente con la formola:

$$C_6H_{10}Br_4 .$$

I 0,3368 gr. di sostanza dettero 0,2252 gr. di CO_2 e 0,0790 gr. di H_2O.
II 0,4562 gr. di sostanza dettero 0,8450 gr. di Ag Br.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_6H_{10}Br_4$
C	18,23	—	17,91
H	2,66	—	2,49
Br	—	79,03 [1]	79,60

« Il nuovo tetrabromuro di diallile ha senza dubbio anch'esso la formola semplice $C_6H_{10}Br_4$, come lo dimostrano le seguenti determinazioni del

[1] Il difetto di bromo è senza dubbio da attribuirsi ad una lieve perdita di acido bromidrico durante la distillazione.

peso molecolare eseguite col metodo di Raoult in soluzione benzolica. Anche per questo isomero i pesi molecolari trovati sono alquanto inferiori a quello dedotto dalla formola.

I 0,1707 gr. di sostanza sciolta in 14,53 gr. di benzolo, produssero un'abbassamento di 0°,179.

II 0,3165 gr. di sostanza sciolta in 14,53 gr. di benzolo, produssero un'abbassamento di 0°,324.

« Da questi dati si calcola:

	I	II	peso molecolare calcolato
Concentrazione:	1,1748	2,1782	
Peso molecolare:	321	329	402

« Dalle esperienze descritte risulta dunque che il diallile, in modo analogo al pirrolilene ed al piperilene, dà col bromo due tetrabromuri isomeri, di cui uno, come nel caso del piperilene, è liquido mentre l'altro è solido. La trasformazione del tetrabromuro solido in quello liquido, per distillazione secca del primo, non s' è potuta effettuare per la poca resistenza di queste sostanze all'azione del calore. Mentre, come hanno dimostrato Grimaux e Cloez ([1]), il tetrabromuro di pirrolilene meno fusibile, può essere trasformato parzialmente, per distillazione, in quello che fonde a temperatura più bassa, non è possibile eseguire questo processo col tetrabromuro di diallile solido. Questo composto distilla a pressione ordinaria con notevole decomposizione ed abbondante sviluppo di acido bromidrico, e passa a pressione ridotta in gran parte inalterato.

« Per ultimo accenneremo ancora che l'azione dell'ammoniaca alcoolica e quella dell'acetato argentico sul bromuro di diallile solido, non ci hanno dato resultati degni di nota.

« Crediamo in fine utile riunire nel seguente specchietto le proprietà principali dei tetrabromuri della formola $C_n H_{2n-2} Br_4$, dei quali si conoscono le due forme isomere.

	I	II
Tetrabromuri di pirrolilene $C_4 H_6 Br_4$	Prismetti monoclini ([2]) p. f. 118-119°	tavole trimetriche ([3]) p. f. 38-39°
Tetrabromuri di piperilene $C_5 H_8 Br_4$	Tavolette ([4]) p. f. 114°,9	liquido ([5]) p. eb. 115-118° a 4^{mm}
Tetrabromuri di diallile $C_6 H_{10} Br_4$	Prismetti trimetrici p. f. 63°	liquido p. eb. 135-140° a 8^{mm}

([1]) Bul. Société chimique de Paris 16, 390.

([2]) Ciamician e Magnaghi, Gazz. chim. 16, 212.

([3]) Ciamician e Magnanini, Gazz. chim. 18, 72.

([4]) Hofmann, Berl. Ber. 14, 659.

([5]) Magnanini, Gazz. chim. 16,391.

Astronomia. — *Osservazioni della cometa Barnard (2 sett. 1888) 1889 I fatte all'equatoriale di 152 mm. di apertura di Cauchoix.* Nota di E. MILLOSEVICH presentata dal Corrisp. P. TACCHINI.

« In un'altra seduta ho informato l'Accademia su questa interessante cometa, che, scoperta il 2 settembre 1888, fu nel marzo 1889 in congiunzione col sole, ed ora può essere riosservata prima dell'alba. È molto probabile che la durata di visibilità, co' grandi cannocchiali moderni, di questa cometa oltrepassi i dodici o tredici mesi, periodo questo eccezionalmente lungo, quando si pensi che l'astro fu sempre un modesto oggetto telescopico. Questo lungo periodo di visibilità è perfettamente spiegato dalle relative posizioni dei due astri terra e cometa, così che oggidì, mentre la cometa ha da quattro mesi passato il perielio, si accosta ancora alla terra fin verso il 19 luglio.

« Prima della congiunzione le mie osservazioni sembrano sieno state le ultime (17 febbraio), ed ora ho riveduto l'astro prima dell'alba già da qualche tempo, ed ho potuto fare quattro posizioni senza molta difficoltà con un cannocchiale di ben modeste proporzioni usando per tre di esse il micrometro a fili. Dò qui queste quattro osservazioni che fanno seguito a quelle prima della congiunzione della cometa col sole.

1889	tm. di Roma	A.R. apparente cometa	δ apparente cometa
Maggio 24	$14^h\ 0^m\ 3^s$	$23^h\ 5^m 31^s.07$ (9.625n);	$+\ 2^\circ 31' 32''.4$ (0.763)
27	13 54 1	23 1 37 29 (9.620n);	+ 2 36. . . . .
29	13 52 49	22 58 49 17 (9.613n);	+ 2 37 39 8 (0.761)
31	13 43 52	22 55 50 03 (9.612n);	+ 2 38 52 9 (0.760)

« L'astro conserva tracce di nucleo circuito di nebulosità tondeggiante ».

Astronomia. — *Formole per lo schiacciamento dell'immagine marina del Sole.* Nota del dott. V. CERULLI, presentata dal Corrispondente P. TACCHINI.

« Nell'ultimo fascicolo delle Memorie degli spettroscopisti ho dedotto alcune brevi formole per calcolare lo schiacciamento scoperto dal prof. Riccò nell'immagine del disco del Sole riflessa dal mare. Mi permetto di riprodurle qui perchè mi sembrano così semplici da poter essere impiegate con vantaggio nelle discussioni delle fotografie solari che tanto il sullodato prof. Riccò quanto altri illustri astronomi si propongono di eseguire:

sia

z la distanza zenitale apparente del centro del Sole;

r il raggio verticale affetto di rifrazione o direttamente misurato sul sole;

h l'altezza dell'osservatore sul livello del mare, in parti di raggio terrestre;

λ un angolo ausiliario definito dalla relazione $\dfrac{\cot z}{\sqrt{6h}} = \cot 2\lambda$.

« Ciò posto l'accorciamento orizzontale del disco riflesso sarà in ogni caso pressochè insensibile, mentre quello del diametro verticale può raggiungere valori considerevoli e sarà espresso da

$$\frac{4rh}{\cos^2 z}\left\{1-2h\left(1+\frac{9}{4}\operatorname{tg}^2 z\right)\right\}$$

per valori di z non maggiori di 80°, e da

$$\frac{8r}{3}\left(\frac{\sin\lambda}{\sin z}\right)^2$$

quando z sia vicina a 90°.

« Egli è precisamente in quest'ultimo caso che lo schiacciamento raggiunge i massimi suoi valori. Ad esempio: sia $h = 0{,}0001$ (630 m.) e $z = 90°\ 20'.0$: l'accorciamento verticale dato dalla 2ª delle formole precedenti è $= 26'.3$. Il diametro verticale del disco riflesso è dunque $= 5'.7$. Per $h = 100$ metri e $z = 90°\ 3'.5$ la stessa formola dà un accorciamento $= 23.4$, onde il disco riflesso avrà per diametro verticale soli 8,6 primi.

« Quest'ultimo esempio è stato anche calcolato dal prof. Wolf nel 2° fascicolo dei Comptes Rendus, dell'ottobre 1888. Servendosi di un metodo diverso dal mio, egli ottiene il valore di 10'.0 pel diametro verticale del disco riflesso, e ciò non mediante calcolo diretto, bensì per interpolazione da una tabella calcolata per $h = 100^m$.

« Sembra che lo schiacciamento accertato in tal caso dal prof. Riccò nella fotografia solare sia alquanto maggiore di quanto dà la Tabella del prof. Wolf, e che la mia formola rappresenti perciò meglio il fenomeno in discorso ».

Fisica terrestre. — *Misure assolute dell'inclinazione magnetica nella Svizzera.* Nota preliminare di Angelo Battelli, presentata dal Corrispondente P. Tacchini.

« Dopo gli studi del Moureaux, del Chistoni e del P. Denza, per costruire rispettivamente le carte magnetiche della Francia e dell'Italia, rimaneva una lacuna che importava grandemente di riempire, la costruzione della carta magnetica della Svizzera, tanto più che quella regione frastagliata dalle Alpi, lasciava sospettare la scoperta di notevoli irregolarità.

« Venutomi in pensiero di eseguire io stesso un tale lavoro, comunicai la mia idea al prof. Naccari, pregandolo di fornirmi gli strumenti necessari, e addossando su di me il carico di tutte le altre spese. Con la nota cortesia,

il prof. Naccari accondiscese a' miei desiderî, arricchendo inoltre i miei progetti di utilissimi consigli.

« Per questo primo anno determinai in molti paesi, a piccola distanza, e per tutta la Svizzera solamente l'inclinazione, non avendo avuto a mia disposizione che il solo inclinometro, poichè il declinometro fu poi terminato dallo Schneider di Vienna nel decembre del 1888.

« Tuttavia non debbono ritenersi poco utili queste determinazioni sul buon esito della carta magnetica della Svizzera; poichè esse, oltre a indicarmi le località dove per l'andamento meno regolare dell'inclinazione sarà necessario un maggior numero di stazioni e di osservazioni, mi serviranno anche per valutare la variazione che soffre in quest'epoca l'inclinazione nella Svizzera.

« Oltre l'inclinometro tuttavia mi sono fornito di un altro strumento, che servisse ad assicurarmi che nel luogo ove dovevo porre l'inclinometro, non vi fossero cagioni puramente accidentali, o troppo strettamente locali che facessero cambiare il vero valore dell'inclinazione.

« Era esso uno squadro agrimensorio graduato ed a cannocchiale che dava l'approssimazione di 1′; esso portava superiormente un ago calamitato della lunghezza di 18 cm., mobile sopra un cerchio graduato di 30′ in 30′; col quale potevo avere l'esattezza di 3′, facendo le letture mediante una lente.

« Io collocavo lo squadro in una posizione A, miravo poi col cannocchiale un punto P molto lontano e ben definito.

« Determinavo quindi l'angolo α che faceva l'ago calamitato con l'asse del cannocchiale (che era posto nello stesso piano verticale con la linea diametrale segnata sul cerchio graduato).

P

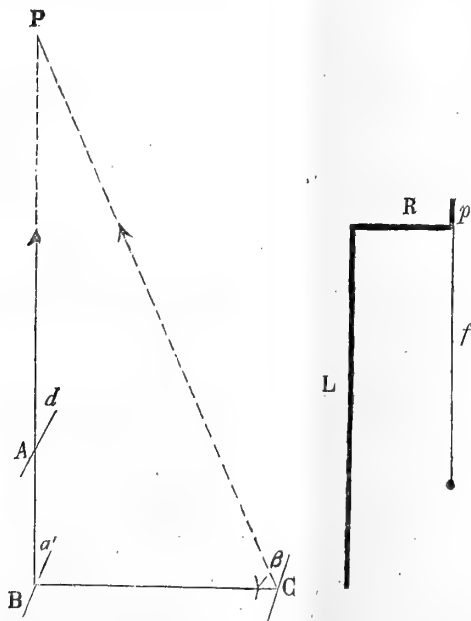
A d

B a′

β C

R p

f

L

« Di poi, sotto allo strumento disponevo il bastone L, munito del braccio R che sosteneva il filo a piombo f; in modo che la punta p, che si trovava all'estremità superiore del filo, rimanesse per quanto era possibile verticale e coincidesse col centro della base dello strumento. E dopo di questo, fissavo nel terreno in B, alla distanza di dieci a dodici metri circa da A, un altro bastone simile, in guisa che la punta p apparisse verticale e il filo a piombo guardato attraverso alle due fessure dello squadro che avevano la direzione dell'asse del cannocchiale, rimanesse coperto dai due fili di cui erano munite le fessure medesime.

« Allora trasportavo lo strumento da A in B, badando di collocarlo in guisa nella nuova posizione che la punta p del secondo bastone riuscisse molto prossimamente nel centro della base dello strumento; e determinavo il nuovo angolo α' che l'ago calamitato faceva coll'asse del cannocchiale diretto verso la mira P.

« Se α' riusciva uguale ad α, poteva concludere che in B non v'erano cagioni accidentali, che influissero sul valore degli elementi del magnetismo terrestre, tanto da far variare la declinazione più di $3'$.

« Tuttavia in qualche caso incerto, trasportai lo squadro anche in una terza posizione c, ad angolo retto con la direzione AB, valendomi, per questo delle due fissure situate perpendicolarmente al piano dell'asse del cannocchiale.

« Determinavo l'angolo β fatto dall'ago calamitato con la direzione CP, e misuravo poi l'angolo γ, facendo ruotare la parte superiore dello squadro intorno al proprio asse, e mirando quindi col cannocchiale la punta p del bastone collocato in B. Onde poter escludere cause estranee che potessero influire sul valore dell'inclinazione, bisognava che fosse

$$\beta - \frac{\pi}{2} + \gamma = \alpha'.$$

« Questa precauzione, di assicurarmi cioè dell'assenza di agenti estranei che turbassero le misure magnetiche, mi è stato di grande vantaggio nelle stazioni del Gran S. Bernardo e di Biel.

« Al Gran S. Bernardo avevo fatto collo squadro la prima stazione A sulla strada, a circa 300 metri dall'Ospizio; e la seconda stazione B sulla strada medesima a 11 metri circa dalla prima mirando la punta ben distinta di un masso lontano.

« L'angolo α risultò di $9°,6'$; e l'angolo α' di $8°,9'$. Nella stazione A l'ago calamitato travavasi a meno di due palmi dalla roccia sporgente, mentre che nella stazione B ne distava più di un metro.

« Dovei trasportare perciò la stazione all'estremità del laghetto a distanza di circa 70 metri d'ogni parte dalle pareti della gola, e non trovai più tali irregolarità.

« La roccia vicino alla quale avevo fatto le prime determinazioni era costituita da quarzite micacea; ma avendone portato meco dei pezzi per esaminarli al laboratorio, mi risultò ch'essi contenevano frammista molta magnetite.

« A Biel avevo collocato la prima volta lo squadro a poca distanza dalla punta del lago presso la ferrovia funicolare che conduce sull'altura climatica di Magglingen; senza essermi accorto nè della ferrovia, nè della stazione ove erano le macchine, perchè rimanevano nascosti alla mia vista, trovai gli angoli α e α' differenti di un grado e tre primi; trasportai allora i miei istrumenti sulla punta del lago, e di là m'accorsi della stazione ferroviaria, che colle sue macchine era stata la cagione delle divergenze osservate; difatti in quella seconda posizione scomparve ogni irregolarità.

« L'inclinometro che ho adoperato in queste misure è quello di Dover, e fu costruito a Kiew sotto la direzione di Whipple.

« Non fa duopo ch'io lo descriva; dirò brevemente secondo qual metodo e quali cautele lo adoperai.

« Dopo aver disposto verticalmente l'asse dello strumento, determinavo il meridiano magnetico del luogo. A tal uopo prendevo uno dei due aghi di cui era munito lo strumento, e ne pulivo i perni immergendoli delicatamente in un pezzo di sughero soffice, e strofinavo poi leggermente col medesimo sughero, dopo averli puliti con un pennello di peli di cammello, anche i tagli dei due coltelli d'agata, sui quali dovevano poggiare i perni dell'ago. Indi portavo lo zero del nonio superiore esattamente a 90°, e giravo in azimut la parte mobile dello strumento, finchè l'estremità superiore dell'ago fosse esattamente bisecata dal filo del relativo microscopio. Però durante la rotazione sollevavo l'ago sui cuscinetti, e lo lasciavo poi cadere lentamente sui coltelli d'agata, quand'era vicino al filo del microscopio, indi lo rialzavo e lo lasciavo cadere di nuovo per più volte, onde assicurarmi della vera posizione dell'ago. E qui bisogna ch'io avverta, che a motivo d'un leggero difetto di costruzione nel mio inclinometro, la posizione dell'ago sui coltelli era alquanto instabile, ed era quindi sempre necessario ch'io mi accertassi della giusta posizione con molte prove; e nel far ciò bisognava avere l'avvertenza di far discendere l'ago con una speciale cautela suggeritami dalla pratica.

« Raggiunta col mezzo della vite micrometrica la condizione che il filo del microscopio bisecasse l'estremità superiore dell'ago; facevo la lettura del nonio sul circolo orizzontale.

« Poscia indipendentemente da questa, facevo l'analoga operazione per l'estremità inferiore dell'ago (assicurandomi sempre della vera posizione dell'ago stesso).

« In seguito rovesciavo la faccia dell'ago, e ripetevo le due operazioni sopra descritte con le medesime cautele.

« Finalmente, giravo in azimut la parte mobile dello strumento, di 180°; e rifacevo le quattro operazioni, come sopra.

« Ottenevo così otto letture del nonio sul circolo orizzontale, la cui media m dava la posizione più approssimata del nonio corrispondente alla posizione verticale dell'ago. Ponevo quindi il nonio a $90° + m$, e avevo così il circolo mobile nel meridiano magnetico.

« Allora facevo ruotare l'alidada a cui erano uniti i microscopi, in modo che il filo del microscopio superiore venisse molto vicino alla punta dell'ago, e dopo essermi di nuovo assicurato della vera posizione dell'ago medesimo, conduceva il filo a bisecare la punta; e leggevo poi le posizioni dei due noni dell'alidada sul circolo. La stessa operazione ripetevo per l'estremità inferiore dell'ago, e registravo le nuove letture dei nonii.

« Di poi rovesciavo la faccia dell'ago, e facevo in egual maniera altre quattro letture dei nonii.

« Da ultimo giravo la parte mobile dell'istrumento di 180°, e ripetevo le precedenti operazioni con le stesse cautele.

« Ciò fatto, rovesciavo la polarità dell'ago col metodo del doppio contatto, strofinandolo colle due calamite annesse allo strumento, dieci volte sopra una faccia e dieci volte sopra l'altra. E poi tornavo a rifare tutte le operazioni che avevo eseguite, quando i poli dell'ago erano disposti nel senso inverso.

« Ottenevo così 16 letture, la cui media mi dava il valore più approssimato dell'inclinazione misurata con questo ago.

« Come tutti gli inclinometri costituiti a Kew, il mio era fornito di due aghi calamitati, per fare successivamente la determinazione con ambedue, ed ottenere così una media ancor più approssimata.

« Io però feci sempre, per maggiore precisione, tre serie di osservazioni, due con un ago e la terza con l'altro; e li alternavo in modo da usare due volte in una data stazione quello che era stato adoperato una volta sola nella stazione precedente.

« Riferisco nella tavola che segue i risultati delle determinazioni; nella prima colonna è registrata la località, nella seconda la data della determinazione, e nella terza il valore dell'angolo di inclinazione.

	Epoca	Inclinazione
Aosta (Orto dell'Ospizio dei poveri a circa 200 m. dall'edifizio verso Nord)	1888 22 agosto	° ′ 62.13,9
*S*t. *Remy* (in un praticello presso il torrente, a 200 m. circa dal paese, verso Nord)	23 »	62.26,7
Gran S. Bernardo (all'estremità Sud-Ovest del laghetto che è presso l'Ospizio)	24 »	62.31,9
Liddes (a 300 m. circa del paese verso Est)	25 »	62.33,1
Martigny 1° (in una prateria a Sud-Est del paese, a circa 200 m. dall'Hotel de l'Aigle)	26 »	62.37,1
Martigny 2° (in un campo a 300 m. circa a Sud del paese)	26 »	62.37,1
Sion (in un prato a Sud-Ovest del paese, a circa 400 m. dalla stazione ferroviaria)	27 »	62.38,5
Brieg 1° (in un campo a Nord del paese, a circa 200 m. da esso)	27 »	62.40,6
Brieg 2° (nell'altipiano che trovasi a Nord-Est al di sopra del paese)	28 »	62.47,0
Villeneuve (a Sud del paese, a 200 m. circa da esso e a 100 m. dal lago)	29 »	62.49,4
Losanna 1° (nel boschetto di Montbenon, a circa 600 m. dal palazzo del Tribunale verso Nord-Ovest)	29 »	63.18,4

	Epoca	Inclinazione
Losanna 2° (dalla parte Sud-Ovest del Montbenon, a circa 400 m. dalla città)	1888 30 agosto	° ′ 63.14,5
Chonon (presso la strada che conduce a Nord-Est, a circa 300 m. dalla città)	30 »	62 50,8
Ginevra 1° (nella prateria di Plainspalais)	1 settem.	62.48,6
Ginevra 2° (sul molo che si trova a Nord-Est della città in mezzo al lago, a 100 m. circa dalla lanterna)	2 »	62 53,1
Cluses (a 100 m. circa ad Est del paese).	3 »	62.39,8
Iverdon (presso il lago, a 300 m. circa a Nord-Ovest del paese)	5 »	63.12,4
Estavayer (in un prato presso il porto a 150 m. circa da esso)	5 »	63.14,7
Neufchatel (nel praticello che trovasi fuori del giardino pubblico presso il lago).	6 »	63.18,6
Friburgo (nella piazza d'armi che trovasi a Sud-Ovest della città)	7 »	63.13,8
Bulle (a 300 passi a Nord dal villaggio)	8 »	63. 4,8
Berna (presso la foresta a Nord dal villaggio).	9 »	63.16,0
Interlaken (presso le rovine di Nuspunnen)	10 »	63. 2,2
Langnan (in un prato a 200 m. all'Ovest del paese). . . .	11 »	63.14,1
Biel 1° (a 500 m. a Nord-Ovest dalla stazione ferroviaria). .	12 »	63,26,9
Biel 2° (presso la punta del lago a Sud-Ovest della città). .	12 »	63.27,6
Delemont (a circa 300 m. al Sud dal villaggio).	13 »	63.36,1
Perrentrey (a 500 m. circa a Ovest del castello)	14 »	63.43,5
Basilea (sulla riva Est del Reno, a circa 100 m. dalle ultime case della città)	15 »	63.47,6
Olten (a circa 400 m. dal paese a Sud-Est)	16 »	63.32,1
Castello di Wartbourg (presso Olten)	16 »	63.31,2
Brügg (in una prateria a 600 m. a Est del paese)	17 »	63.34,6
Zurigo (sulla riva Est del lago a 200 m. dalla città). . . .	18 »	63.26,1
Winterthur (in un prato a 600 m. a Nord della città) . . .	20 »	63.31,8
Wyl (a 200 m. dall'estremità Sud-Ovest del paese)	20 »	63.27,5
Sciaffusa (a circa 600 m. a Nord-Ovest dalla stazione ferroviaria)	21 »	63.41,8
Costanza (verso la fine del viale Seestrasse che costeggia il lago a Nord della città)	22 »	63.36,6
Romanshorn (a Nord-Ovest del paese in riva al lago)	23 »	63.31,2
Santa Margherita (in un prato a Ovest del paese, a 600 m. circa dalla stazione ferroviaria)	24 »	63.24,8
Buchs (all'estremità Ovest del paese a 200 m. circa da esso).	24 »	63.11,2
Coira (in riva al fiume Plessur a Nord-Ovest del paese) . .	25 »	63. 1,2
Andeer (in un praticello a circa 150 m. a Sud-Ovest del villaggio)	26 »	62.47,1
Wesen (sulla riva Nord del lago a 200 m. circa dall'estremità Est del paese)	27 »	63.15,4

	Epoca	Inclinazione
Lintthal (presso la strada rotabile a circa 600 m. dalla stazione ferroviaria Sud)	1888 28 sett.	63.° 1′,6
Rapperschuyl (presso il lago a circa 500 m. a Sud-Ovest della stazione)	28 »	63.17,8
Righi-Kulm (a 300 m. circa ad Est dalla stazione ferroviaria)	30 »	63.14,0
Arth-Goldau 1° (a circa 600 m. a Sud-Est dalla stazione) .	1 ottob.	63.12,1
Arth-Goldau 2° (a circa 600 m. a Nord-Ovest dalla stazione ferroviaria)	1 »	63.12,8
Lucerna (presso la riva del lago a Sud-Est della città) . . .	2 »	63.11,6
Fluelen (all'estremità del lago a circa 600 m. dal paese a Sud-Ov.).	3 »	63. 4,2
Göschenen (in un prato a 400 m. a Sud-Ovest del paese) . .	4 »	62.56,9
Airolo (in un prato a Nord-Est del paese a circa 700 m. dalla stazione)	4 »	62.43,1
Bodio (a circa 200 m. a Est dal paese)	5 »	62.36,0
Bellinzona 1° (a 300 m. circa ad Est dal castello Corbario) .	6 »	62.29,7
Bellinzona 2° (idem.)	9 »	62.29,4
Brissago 1° (Vigna Praione)	6 »	62.16,4
Brissago (idem)	7 »	62.15.9
Brissago (idem)	8 »	62.16,0
Brissago 2° (all'estremità Sud del paese a 300 m. da esso in riva al lago)	7 »	60.58,4
Brissago 3° (all'estremità Sud del campo Neviscione, in riva al lago)	7 »	62.11,9
Pino (nel giardino dell'albergo Rossi)	8 »	62.16,2
Lugano (Sulla collina che è a Nord della città a circa 1 km. dalla stazione ferroviaria)	9 »	62.18,7
Chiasso (in riva al fiume Faloppia a circa 300 m. dalla città).	10 »	62.11,3

« I valori sopra riferiti mostrano che le isocline nella Svizzera sono irregolari; e che presentano specialmente salti molto notabili a *Brieg*, a *Losanna*, a *Ginevra* e soprattutto a *Brissago* ».

Fisica. — *Sulla compressibilità dell'acqua e dei miscugli alcoolici.* Nota del prof. STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio BLASERNA.

« Nell'anno 1884 aveva l'onore di presentare a questa illustre Accademia i risultamenti di uno studio *Sulla compressibilità dei liquidi* (¹), da me iniziato nel 1883 col prof. Giuseppe Vicentini e continuato poi col dott. Luigi Palazzo. In seguito delle ricerche sullo stesso argomento vennero eseguite da

(¹) Memorie della Classe di scenze fisiche, matematiche e naturali. Serie 3ª, vol. XIX.

diversi sperimentatori, i quali confermavano i risultamenti generali, a cui noi eravamo allora arrivati. Però uno dei dati importanti, nelle nostre determinazioni, il coefficiente di deformazione del piezometro, era stato allora da noi dedotto per mezzo del valore del coefficiente di compressibilità dell'acqua dato dal Grassi per la temperatura di 0°. Ora delle osservazioni recenti, specialmente del Tait (1), farebbero dubitare che quel valore scelto come punto di partenza non fosse il più conveniente, ma fosse più opportuno adottarne un altro.

« Nella presente Nota esporrò brevemente i risultamenti dei fisici, che dopo di noi si occuparono della compressibilità dell'acqua, e le ragioni che mi indussero ad adottare un altro valore come punto di partenza per dedurne il coefficiente di deformazione dei piezometri; in seguito riporterò qui i valori così corretti dei coefficienti di compressibilità dell'acqua e dei miscugli alcoolici, da noi studiati, aggiungendovi per l'acqua i coefficienti di tensione ed i calori specifici a volume costante, e qualche speciale considerazione intorno alla compressibilità dei miscugli alcoolici (2).

Acqua.

« Riguardo alla compressibilità dell'acqua l'Amagat (3) dietro uno studio sulla dilatazione dei liquidi compressi, ed in particolare dell'acqua, dimostrò come conseguenza naturale dello sparire del massimo di densità dell'acqua col crescere della pressione il fatto della diminuzione del coefficiente di compressibilità dell'acqua col crescere della temperatura, ed il cessare di questa diminuzione col crescere della pressione e della temperatura, e come la temperatura, alla quale avviene questa inversione, diminuisce col crescere della

(1) Report on the scientific results of the Voyage of H. M. S. Challenger. 1888, Part IV. Report on some of the Physical properties of Water.

(2) Colgo, intanto qui l'occasione per rispondere a qualche osservazione stata fatta intorno al nostro metodo di misura. Il dott. G. P. Grimaldi in una sua interessante Memoria *Sulla dilatazione termica dei liquidi a diverse pressioni* (Atti Acc. Gioenia [3], vol. XVIII) nota come a noi « non sia sembrato rigoroso il ragionamento di Jamin, Amaury, et Descamps, secondo il quale sarebbe trascurabile l'aumento di volume delle pareti del recipiente e l'aumento di volume esterno uguale a quello del volume interno, mentre molti sperimentatori ritengono tale ipotesi più giustificata che non le formole teoretiche molto contrastate, adoperate dal Grassi nel determinare la correzione dei suoi apparecchi ». Non ho adottato il metodo di Jamin specialmente per la ragione che esso si presentava poco pratico per le nostre esperienze, che dovevano farsi a temperature molto diverse e relativamente elevate, e dove quindi l'influenza delle variazioni del volume del liquido esterno si sarebbe fatta troppo sentire. Ma vi ho anche rinunciato per il dubbio che una esatta applicazione del metodo di Jamin richiedesse una esatta regolarità di costruzione del piezometro, dubbio che trovai poi anche espresso dal Tait (loc. cit. p. 11). D'altra parte anche di recente l'Amagat (Compt.-Rend. 1888, CVI) ha sperimentalmente verificate le deduzioni teoriche del Lamè, sulle quali il Regnault ed il Grassi basarono i loro calcoli.

(3) Comptes rendus CIV, 1887.

pressione. In tal modo l'Amagat confermava per altra via il fatto da noi osservato.

« Recentemente il Tait nelle sue sopra citate ricerche dedusse una espressione del coefficiente di compressibilità in funzione della pressione e della temperatura per pressioni molto alte, e per estrapolazione ne dedusse una seconda in funzione della sola temperatura per le pressioni prossime alla atmosferica, secondo la quale espressione il minimo di compressibilità dell'acqua (0.0000415) si troverebbe a 60°. Il Tait fa rilevare l'accordo soddisfacente di questo risultamento col fatto da noi trovato sperimentalmente, e presentando in una tavola graficamente costruiti i risultati dei diversi sperimentatori e quelli dedotti dalla sua formola, dai quali risulta quindi una curva ipotetica, così conchiude: « Il will be seen at a glance that, if Pagliani and Vicentini had taken Grassi's value of the compressibility of water at 1°,5 C., instead of that at 0° C., as their single assumption, their curve would have coincided *almost exactly* wiht my Hypothetical curve! » (loc. cit. 37).

« Questa autorevole considerazione dell'illustre fisico scozzese mi indusse ad investigare se non vi potessero essere anche altre ragioni per preferire il detto valore, come punto di partenza nei miei calcoli.

« Anzitutto ho trovato che con tale correzione otteneva per la temperatura di 2°,40 il valore $\mu = 0,0000513$, riferito ad 1 atm. per cm^2, e per 12°,5 il valore $\mu = 0,0000482$, risultati che vanno meglio d'accordo con quelli ottenuti da Buchanan [1], che sono per 2°,5 $\mu = 0,0000516$, e per 12°,5 $\mu = 0,0000483$.

« S'aggiunga che il non aver trovato noi l'anomalia osservata dal Grassi di un massimo di compressibilità a 1°,5, darebbe diritto a supporre che le esperienze fatte dal Grassi alla temperatura di 0° fossero difettose. Ed il difetto potrebbe consistere in ciò che egli abbia adoperato del ghiaccio troppo asciutto per cui la temperatura del piezometro non fosse veramente di 0° per tutta la sua massa, ma alquanto superiore. Noi difatti abbiamo osservato nelle nostre esperienze che se non si teneva il ghiaccio mescolato con alquanta acqua non si aveva costanza di temperatura, nè si raggiungeva la temperatura di 0°.

« L'adottare il valore del Grassi per la temperatura di 1°,5 conduce a modificare i valori dei coefficienti di deformazione dei piezometri adoperati, che devono essere sottratti dai coefficienti di compressibilità apparente osservati, per dedurre i coefficienti di compressibilità assoluta.

« Per l'acqua soltanto riporterò tutti questi coefficienti corretti, indicando con a il coefficiente di compressibilità apparente osservato, con K_t il coefficiente di deformazione del piezometro alla temperatura t, con μ il coefficiente di compressibilità assoluta, per ora riferito ad 1 atmosfera su 1 cm^2.

(1) Trans. Roy. Soc. Edimburg, vol. XXIX, p. 589, 598, 1880.

t	$a \times 10^7$	$k_t \times 10^7$	$\mu \times 10^7$	t	$a \times 10^7$	$k_t \times 10^7$	$\mu \times 10^7$
0°	811	290	521	31°,06	748,5	306	442,5
0,43	806	290,5	515,5	40,31	736,5	310	426,5
1,43	806	291	515	49,31	736	314	422
2,40	805	292	513	57,04	729	318	411
3,24	806	292	513	61,15	728	320	408
8,30	785	294	491	66,25	730	322	408
9,30	785	294,5	490,5	77,36	745	328	417
15,90	766	297,5	468,5	99,20	767	338	429

« Dai valori dell'ultima colonna $\mu \times 10,^7$ costrutti graficamente, si deducono i seguenti valori del coefficiente di compressibilità dell'acqua di 10° in 10°, che si riportano nella tabella seguente, nella 1ª colonna riferiti ad un'atmosfera, nella 3ª colonna ad una megadine su 1 cm². Nella 2ª colonna sono scritti i valori, dedotti dalla formola del Tait (loc. cit. p. 37):

$$\mu \times 10^7 = 520 - 3,55t + 0,03t^2,$$

riferiti ad 1 atmosfera.

t	$\mu \times 10^7$ per atm.	$\mu \times 10^7$ calcolati	$\mu \times 10^7$ per megad.	t	$\mu \times 10^7$ per atm.	$\mu \times 10^7$ calcolati	$\mu \times 10^7$ per megad.
0°	521	520	514	60°	408	415	403
10	489	487,5	483	70	409	418,5	404
20	463	461	457	80	415	—	410
30	442	440,5	437	90	421	—	416
40	427	426	422	100	430	—	425
50	416	417,5	411				

« È chiaro che la formola del Tait non potrebbe applicarsi entro limiti di temperatura molto estesi, essendo stata dedotta da risultati di determinazioni nelle quali non fu oltrepassata la temperatura di 15°. Tuttavia ho voluto dare i valori per temperature superiori a questa perchè risultasse evidente come la temperatura del minimo di compressibilità dell'acqua, che si deduce dalla formula del Tait concordi assai bene con quella da noi trovata.

« Il valore del minimo coefficiente di compressibilità sarebbe così corretto 407×10^{-7} per atm., oppure 402×10^{-7} per megadine; alla temperatura del massimo di densità sarebbe 506×10^{-7} per atm. oppure 499×10^{-7} per megadine.

Coefficienti di tensione e calori specifici a volume costante.

« Ho calcolato coi valori così modificati del coefficiente di compressibilità dell'acqua i coefficienti di tensione ed i calori specifici a volume costante

a diverse temperature, colle formole già indicate nella mia Nota *Sul coefficiente di tensione e sul calore specifico a volume costante dei liquidi* (¹):
$\alpha' = \frac{\alpha v_0}{p \mu v}$ e quella del Thomson: $c_v = c_p - \frac{T}{J} \frac{\alpha^2 v_0^2}{\mu v}$ nelle quali α è il coefficiente di dilatazione, α' il coefficiente di tensione, v_0 e v i volumi del corpo alle temperature 0° e t, ed alla pressione p, μ il coefficiente di compressibilità, J l'equivalente meccanico della caloria, c_p e c_v i calori specifici del corpo a pressione costante ed a volume costante.

« Nella 1ª colonna della tabella seguente sono indicate le temperature; nella 2ª i rapporti $\frac{\alpha}{v}$ dedotti dalla tabella della densità e dei volumi dell'acqua distillata fra —10° e 100° del Rossetti; nella 3ª i coefficienti di compressibilità riferiti ad una megadine per cm²; nella 4ª i coefficienti di tensione espressi pure in megadine; nella 5ª i calori specifici dell'acqua calcolati mediante la formola, che il Velten (Wied. Ann. XXI) ha dedotto dalla discussione delle sue e delle altrui determinazioni, specialmente di quelle di Münchausen, di Rowland e Regnault:

$$c_t = 1 - 0{,}00146255\, t + 0{,}00002380\, t^2 - 0{,}000000107\, t^3;$$

nella 6ª i calori specifici a volume costante; nella 7ª i rapporti fra i due calori specifici.

« Si assunse uguale ad uno il volume a 4°.

t	$\frac{\alpha}{v}$	$\mu \times 10^7$	$\alpha' \times 10^4$	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
0	— 0,0000570	514	— 1,0866	1,0000	0,9996	1,0004
4	0	499	0	0,9945	0,9945	1,0000
10	+ 0,0000920	483	1,8674	0,9876	0,9865	1,0011
20	+ 0,0002126	457	4,6216	0,9794	0,9724	1,0072
40	+ 0,0003870	422	8,9951	0,9727	0,9463	1,0279
60	+ 0,0005212	403	12,6871	0,9748	0,9213	1,0580
80	+ 0,0006318	410	15,0194	0,9805	0,8987	1,0911
100	+ 0,0007389	425	17,0545	0,9848	0,8707	1,1310

« Il coefficiente di tensione, contrariamente a quanto succede per gli altri liquidi, cresce per l'acqua col crescere della temperatura, ma gli aumenti si fanno relativamente sempre minori col crescere della temperatura come era da attendersi, dovendo per un corpo liquido i due coefficienti tendere ad assumere valori poco differenti, avvicinandosi alla temperatura critica. Anche riguardo alla variazione del calore specifico a volume costante l'acqua si comporta in modo diverso dagli altri liquidi.

(¹) Atti della R. Accademia delle scienze di Torino XX, 1884.

Miscugli alcoolici.

« Col dott. Palazzo ho studiata la compressibilità dei miscugli di alcool etilico ed acqua allo scopo di indagare se essi presentavano un andamento nella variazione del coefficiente relativo, analogo a quello presentato dall'acqua (1).

« I miscugli alcoolici studiati sono otto. Riporterò qui i risultati corretti per ciascun miscuglio, riferendo i coefficienti di compressibilità ad una megadine per cm².

Miscuglio n. 1.

Parti in peso di alcool %	Densità a 0°	t	$\mu \times 10^7$
6,69	0,98902	0°	475
		19,05	441
		45,70	407
		55,45	400
		64,15	396
		71,00	400

« La temperatura del minimo è verso 61°,5, alla quale $\mu = 397 \times 10^{-7}$.

Miscuglio n. 2.

Parti in peso di alcool %	Densità a 0°	t	$\mu \times 10^7$
11,38	0,98371	0°	442
		20,15	418
		46,6	398
		55,3	396
		66,6	401

« Il minimo $\mu = 396 \times 10^{-7}$ si trova a 55°,5.

Miscuglio n. 3.

Parti in peso di alcool %	Densità a 0°	t	$\mu \times 10^7$
13,29	0,98160	0°	429
		14,4	417
		21,8	407
		29,95	402
		39,8	402
		47,6	401
		67,6	408

« Il minimo $\mu = 401 \times 10^{-7}$ si trova a 44°,5.

(1) Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, vol. XIX, 1884.

Miscuglio n. 4.

Ricchezza alcoolica	Densità a 0°	t	$\mu \times 10^7$
19,67	0,97599	0°	397
		21,3	401

« La temperatura del minimo sarebbe già inferiore a 0°.

Miscuglio n. 5.

Ricchezza alcoolica	Densità a 0°	t	$\mu \times 10^7$
23,98	0,9715	0°	393
		24,65	408

Miscuglio n. 6.

Ricchezza alcoolica	Densità a 0°	t	$\mu \times 10^7$
29,19	0,96633	0°	403
		19,65	413

Miscuglio n. 7.

« Ricchezza alcoolica 38,28 p. 100. Densità a 0°: 0,95231

$$t = 0^\circ \quad \mu = 446 \times 10^{-7}$$
$$t = 18,9 \quad \mu = 460 \times 10^{-7}$$

Miscuglio n. 8.

« Ricchezza alcoolica 50,58 p. 100. Densità a 0°: 0,92760

$$t = 0^\circ \quad \mu = 509 \times 10^{-7}.$$

« Come per l'acqua, anche per i miscugli alcoolici, che contengono meno del 19 p. 100 di alcool, il coefficiente di compressibilità va diminuendo col crescere della temperatura al di sopra di 0°, e raggiunge un valore minimo ad una temperatura che è diversa per i diversi miscugli. Questa temperatura è sempre inferiore a quella del minimo di compressibilità dell'acqua, ed è tanto più bassa quanto maggiore è la ricchezza alcoolica del miscuglio.

« Costruendo graficamente i valori del coefficiente di compressibilità a 0° dei diversi miscugli in funzione della ricchezza alcoolica si trova che quello, a cui corrisponde il minimo, contiene 23 p. 100 di alcool.

« Qui mi piace ricordare come i nostri risultati ebbero una conferma dalle diligenti ricerche fatte sulla velocità del suono nei miscugli alcoolici dal prof. Tito Martini (1), il quale trovò in essi la spiegazione di un fatto, che a tutta prima lo aveva sorpreso, del vedere crescere la velocità del suono nell'alcool a misura che questo si diluiva con acqua. Ed anzi calcolando la velocità del suono dal coefficiente di compressibilità per il nostro miscuglio n. 2, contenente 11,38 di alcool per cento, si trova il valore 1516 metri a 0°, il

(1) Atti del R. Istituto veneto [6] IV.

quale va assai bene d'accordo col valore 1496^m trovato sperimentalmente dal Martini per un miscuglio alcoolico, contenente 10,9 di alcool p. 100, alla temperatura di $4^o,4$, se si consideri che per questi miscugli la compressibilità diminuisce col crescere tanto della temperatura, che della ricchezza alcoolica.

« Se si calcola il coefficiente medio di compressibilità di un miscuglio alcoolico dai coefficienti dell'alcool e dell'acqua, secondo l'espressione.

$$\mu = \frac{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2}{v_1 + v_2}$$

in cui v_1 e v_2 sono i volumi dei liquidi che vengono mescolati, si ottiene un valore che è molto superiore a quello dato dall'esperienza. Questo risultato si può spiegare con ciò che nella mescolanza dell'alcool e dell'acqua non abbiamo una semplice diffusione di un liquido nell'altro, un semplice fatto fisico, ma interviene un fenomeno chimico, una reazione chimica, come lo dimostra la contrazione notevole di volume e lo sviluppo di calore. Se l'effetto prodotto dalle azioni molecolari in questa mescolanza si potesse paragonare a quello prodotto da una semplice pressione meccanica, allora si dovrebbe potere calcolare questa pressione P nel seguente modo. Noi avremmo $(\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2) P = K$ in cui K è la contrazione, ossia la diminuzione che si trova nella somma dei volumi dei liquidi dopo la loro mescolanza. Ma in questo caso, se si trattasse cioè di una semplice mescolanza, dovrebbe anche aversi eguaglianza fra il coefficiente medio, calcolato come sopra, ed il coefficiente vero osservato. Quindi combinando la prima equazione coll'ultima si avrebbe $P = \frac{K}{\mu(v_1 + v_2)}$. Calcolato questo primo valore approssimato della detta pressione, si potrebbe, conoscendo la variazione della compressibilità dell'acqua e dell'alcool col variare della pressione, introdurre i coefficienti relativi a quella pressione, e calcolare il coefficiente medio, e vedere se coincide con quello misurato. Siccome finora solo per l'acqua conosciamo, in grazia delle classiche determinazioni del Tait più volte accennate, il valore del coefficiente di compressibilità alle diverse pressioni, così ho eseguito quel calcolo per le soluzioni più diluite fra le sperimentate ed ho ottenuti per il coefficiente medio dei valori che sono ancora notevolmente maggiori di quelli determinati. Se si considera che la compressibilità dell'acqua diminuisce col crescere della pressione (mentre quella dell'alcool, secondo le recenti misure di Amagat, cresce), ne possiamo dedurre che l'effetto prodotto dalle azioni molecolari nella mescolanza di questi due liquidi corrisponderebbe ad una pressione meccanica molto superiore a quella che si calcola nel modo indicato. Non è però possibile fare alcuna induzione sopra il valore di questa pressione, che misurerebbe in certo qual modo l'efficacia delle dette azioni molecolari, finchè non si conoscono i valori del coefficiente di compressibilità dell'alcool assoluto alle diverse pressioni, valori che speriamo ci saranno presto procurati dall'Amagat,

come ne fece promessa nella sua comunicazione all'Accademia di Parigi *Sulla dilatazione dei liquidi compressi.*

« Quello che si può dire per ora per spiegare questi risultamenti si è che la diminuzione, che osserviamo nella compressibilità dell'acqua per aggiunta dell'alcool, è da attribuirsi probabilmente al fatto che nella mescolanza di questi liquidi avvengano delle variazioni nelle azioni molecolari analoghe a quelle che produrrebbe una pressione meccanica. Quindi, siccome il coefficiente di compressibilità dell'acqua diminuisce col crescere della pressione, mentre quello dell'alcool cresce, così nelle soluzioni meno ricche d'alcool predomina l'effetto della variazione del primo coefficiente, e nelle più ricche l'effetto di quella del secondo. Di più, allo stesso modo che il fatto della diminuzione del coefficiente di compressibilità dell'acqua col crescere della temperatura tende a scomparire col crescere della pressione, cosicchè a 3000 atmosfere l'acqua rientra per questo rispetto nel caso generale degli altri liquidi, secondo Amagat, così noi vediamo che coll'aggiungere dell'alcool all'acqua si abbassa la temperatura del minimo di compressibilità di questo liquido, e questo abbassamento si fa maggiore col crescere della quantità di alcool aggiunta.

« Noterò ancora che secondo le esperienze eseguite dal Tait [1] sopra un alcool il cui peso specifico era 0,83 a 20°, e quindi doveva contenere 85 °/₀ di alcool assoluto, l'aggiunta di poca acqua all'alcool avrebbe per effetto di abbassarne il coefficiente di compressibilità non solo, ma il coefficiente del miscuglio diminuirebbe col crescere della pressione, mentre per l'alcool assoluto avviene il contrario. Però il detto decremento andrebbe scomparendo a pressioni relativamente non molto alte, come risulta dai seguenti valori, tolti dalla Memoria del Tait. La pressione unitaria è di 1 tonnellata per pollice quadrato (atmosfere 152,3), e la temperatura 12°.

Pressione	Coefficiente dell'acqua	Coefficiente dell'alcool
1	0,00667	0,01200
2-5	0,00687	0,01049
3	0.00636	0,01048

« Il decremento prodotto dall'aggiunta dell'acqua scomparisce già a circa 400 atmosfere, e ciò probabilmente perchè nella mescolanza di essa coll'alcool si era già prodotto un effetto analogo a quello, che sarebbe prodotto da una grande pressione meccanica esercitata sui due liquidi ».

(1) Proc. Roy. Soc. Edimburgh, vol. XII, p. 45, 1882 e loc. cit. p. 129.

Fisica terrestre. — *Sul coefficiente di riduzione dell'unità arbitraria di forza magnetica assunta da Humboldt in unità assoluta.* Nota di CIRO CHISTONI, presentata dal Corrispondente TACCHINI.

« In altra occasione [1] ho fatto notare, che sarebbe interessante di conoscere con una certa approssimazione il coefficiente di riduzione dell'unità arbitraria di forza magnetica assunta da Humboldt in unità assoluta, poichè le misure d'intensità totale dell'Humboldt sono delle più antiche; e perciò, ridotte in unità assoluta, diverrebbero assai utili per lo studio delle variazioni secolari dell'intensità del magnetismo terrestre.

« Siccome poi l'Humboldt fece misure in quattordici punti dell'Italia, distribuiti dal S. Gottardo a Portici, così la ricerca di un attendibile coefficiente di riduzione interessa anche particolarmente chi si dedica allo studio del magnetismo terrestre, per ciò che riguarda l'Italia.

« Inoltre mostrai, che per ottenere il più probabile valore di questo coefficiente di riduzione, era necessario di studiare una buona serie di valori dell'intensità del magnetismo terrestre di Parigi.

« Avendo potuto in questi giorni consultare l'opera del Quetelet, *Sur la Physique du Globe* (Bruxelles 1861) a pag. 227 trovai una serie di valori della componente orizzontale di Parigi (padiglione magnetico dell'Osservatorio) espressi in unità assoluta di Gauss, i quali si prestano benissimo per determinare il coefficiente suddetto.

« Ecco la serie:

Epoca	Componente orizzontale	Osservatore
1828,8	1,7886	Sabine
1829,2	1,7917	A. Quetelet
1830,5	1,7947	Id.
1831,6	1,7986	Nicollet; Quetelet
1832,22	1,7995	Rudberg
1832,5	1,8005	Forbes
1833,4	1,8033	Ad. Quetelet
1837,5	1,8141	Forbes
1838,4	1,8167	Bache
1839,45	1,8195	A. Quetelet
1841,4	1,8242	Laugberg
1854,19	1,8531	Malimond — Effendi
1856,67	1,8655	E. Quetelet

[1] Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, vol. II (1886), serie 4ª, pag. 495.

A questi possiamo aggiungere altri quattro valori [1]:

Epoca	Componente orizzontale	Osservatore
1831,9	1,7987	Arago
Id.	1,7990	Hansteen
1844,4	1,8414	Laugberg
1853,7	1,847	Erman

« È certo che tutti questi valori non furono direttamente dedotti da misure assolute, poichè, è noto che prima del 1833 non si conosceva un metodo di misura assoluta; e neppure è da credersi che tutti quelli che si riferiscono ad anni posteriori al 1833 siano stati dedotti da misure assolute. Però va notato che le misure relative vennero sempre eseguite coll'apparecchio dell'Hansteen; e che in Europa, quando si facevano misure relative della componente orizzontale, era abitudine generale di assumere, come termine di confronto, la componente orizzontale di Parigi, e di confrontare gli aghi magnetici che si adoperavano con alcuni aghi magnetici che possedeva l'Hansteen; il quale riduceva le oscillazioni osservate dagli altri a quelle di un magnete tipo, che egli conservava con tutte le debite precauzioni fino dal 1819.

« Perciò l'Hansteen era l'unico in Europa che potesse ridurre le misure relative fatte prima e dopo del 1833 in misura assoluta. Ora, la serie di valori accennati sopra venne appunto inviata dall'Hansteen al Quetelet, e per conseguenza merita fiducia.

« Se coi valori sopra notati si traccia una curva d'interpolazione, risulta che i punti relativi agli anni compresi fra il 1828 ed il 1841, si trovano sensibilmente sopra una linea retta, e che dal 1841 in poi, la linea accenna ad incurvarsi, formando una lieve concavità verso l'asse delle ascisse (sul quale stanno segnati gli anni). Per prolungare questa linea dal 1828 al 1805, ammetteremo che la linea rappresentante l'andamento secolare (dal 1805 in poi) della componente orizzontale di Parigi (come avviene per quasi tutti gli altri luoghi di Europa) si confonda sensibilmente con un ramo di parabola; per la qualcosa potremo ritenere che il tratto di curva dal 1828 al 1841 si confonda colla tangente alla curva stessa, e che il ramo di curva che precede il 1828 abbia ad avere andamento uguale, ma di senso contrario a quello del ramo di curva, che rappresenta l'andamento secolare dal 1841 in poi. Continuando la curva con tali criterî, risulta che la componente orizzontale a Parigi (Osservatorio) nel 1805 era, in unità assoluta di Gauss, 1,700. A quell'epoca a Parigi, secondo le misure dell'Humboldt [2] l'inclinazione

(1) Hansteen, *Resultate magnetischer, astronomischer und meteorologischer Beobachtungen auf einer Reise nach dem oestlichen Liberien in den Jahren 1828-30* (Christiania 1863). — *Magnetische Intensitäts-bestimmungen* v. Ch. Laugberg (Pogg. Ann. Bd. 69 (1846). — *Astr. Nach.* Bd. XXXIX (1855) s. 58.

(2) Gilbert's Annalen der Physik, Bd. XXVIII (1808) s. 257.

era 69°,12′; e l'intensità totale 1,3482; quindi il coefficiente di riduzione dell'unità arbitraria di Humboldt in unità assoluta [C. G. S] sarebbe così espresso:

$$\frac{0,1700}{1,3482 \times \cos\,(69°,\,12')} = 0,355.$$

Questo valore del coefficiente è maggiore di 0,006 di quello assegnato dal Gauss nel 1838.

« A me pare che il valore qui assegnato, meriti più fiducia di quello dato dal Gauss nel 1838; perchè il Gauss a quell'epoca non aveva a sua disposizione nessuna serie di osservazioni da discutere; e per calcolare il coefficiente di riduzione dovette ammettere che a Gottinga l'intensità espressa in unità arbitraria si fosse conservata 1,357 da quando la osservò Humboldt fino al 1834.

« Possiamo anche convincerci direttamente della bontà del valore 0,355 assegnato al coefficiente di riduzione. Calcolando infatti con esso la componente orizzontale di Parigi, deducendola dai dati dell'Humboldt, per l'epoca 1805, troviamo 0,17391 [C. G. S]; mentre se la calcoliamo col coefficiente dato dal Gauss otteniamo 0,16709 [C. G. S]. E se si confronta il valore 0,18242 dell'epoca 1841,4 rispettivamente con questi due valori, risulta che nel primo caso la variazione annuale è in media + 0,00023; nel secondo caso + 0,00042.

« Ora è noto che in questo secolo la variazione annuale della componente orizzontale in Francia è compresa fra + 0,00021 e + 0,00024, così che, mentre il primo valore sta in questi limiti, il secondo, dedotto col coefficiente di Gauss, somministra una variazione annuale quasi doppia di quella che ha confermata l'esperienza di mezzo secolo.

« Perciò credo che, fino a quando non si sia trovato del nuovo materiale di osservazioni da discutere, il coefficiente che meriti maggiore fiducia per ridurre le osservazioni dell'intensità del magnetismo terrestre date da Humboldt in unità assoluta [C. G. S], sia 0,355 ».

Fisica terrestre. — *Registratore di terremoti a doppia velocità.* Nota di G. Agamennone, presentata dal Corrispondente P. Tacchini.

« Sotto il nome di sismografo [1] s'intende generalmente un complesso di meccanismi, che tutti concorrono ad analizzare un terremoto, e più precisamente a far conoscere l'ora del principio e delle singole fasi del medesimo, e per ogni istante la grandezza delle tre componenti del movimento

[1] A scanso di confusione nelle denominazioni delle diverse categorie di strumenti sismici, mi atterrò alla distinzione già adottata dall'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica, e riportata in una nota dal sig. E. Brassart, meccanico dell'Ufficio stesso. Egli

sismico. Se si passano in rassegna i diversi tipi di sismometrografi fino ad oggi ideati, in ciascuno di essi possono considerarsi tre parti distinte con uno speciale ufficio da compiere. Non sempre la divisione di queste tre parti riesce ugualmente bene evidente, e ciò deriva dalla disposizione adottata dal costruttore nel riunire i diversi organi dello strumento. Queste tre parti sono:

1°. Il *sismografo* propriamente detto, o meglio *sismometro*, destinato ad imprimere in ciascun istante a tre stili mobili uno spostamento proporzionale alla grandezza delle tre componenti del movimento sismico ([1]).

2°. Il *registratore*, destinato a ricevere ed a fissare su di una superficie mobile gli spostamenti successivi dei tre stili del sismometro per tutta la durata del terremoto.

3°. L'*avvisatore sismico*, o sismoscopio, destinato a porre in moto il registratore, oppure ad imprimergli maggiore velocità se già in movimento, al principio di una scossa, in maniera che quando i tre stili del sismometro cominciano a spostarsi possano trovare il registratore in azione colla dovuta velocità, pronto a ricevere le tracce che essi saranno per imprimervi.

« Prescindendo dal principio su cui può esser fondato il sismometro, e dalla specie di avvisatore sismico adoperato, mi occuperò nella presente Nota soltanto del registratore.

« Svariatissimi sono i tipi di registratori fino ad oggi ideati, ed anche ogni sistema ha subíto diversissime modificazioni a seconda dei costruttori ([2]). In generale sono dischi o cilindri giranti con l'asse di rotazione orizzontale o verticale, sono piani scorrenti collocati orizzontalmente o verticalmente, su cui gli stili del sismometro tracciano le rispettive curve. In ogni caso la disposizione è tale che la superficie mobile è posta in moto con una conveniente velocità soltanto al principio della scossa e perdura nel movimento per un determinato tempo, per lo più di pochi minuti primi ([3]). Comune a

---

dice: « La totalità degli strumenti sismici si suddivide in *sismocopi* (o avvisatori sismici) « e in *sismometri*. Quelli della prima categoria quando sono resi grafici si chiamano *si-* « *smografi* e quelli della seconda categoria, resi grafici, si chiamano *sismometrografi* ». — Ann. dell'Uff. centr. met. e geod. it. — Serie 2ª, vol. VIII, parte IV, 1886, p. 18.

([1]) Un sismometro può nella pratica esser costituito dalla riunione di tre apparecchi diversi, uno per la componente orizzontale E-W, l'altro per quella N-S, il terzo per la componente verticale. Le due componenti orizzontali possono anche esser date da un medesimo apparecchio, e perfino si è tentato di ottenere da un unico apparato tutte e tre le componenti, come nel *sismometrografo a tre componenti con una sola massa stazionaria di E. Brassart*, approvato dal Consiglio direttivo di meteorologia e geodinamica.

([2]) Si potranno utilmente consultare a tal proposito le Relazioni del prof. G. Grablovitz e del sig. E. Brassart sopra i diversi strumenti in uso per lo studio dei terremoti (Ann. dell'Uff. centr. met. e geod. it. — Serie 2ª, vol. VIII, parte IV, 1886, pag. XVI e 15).

([3]) Sono stati tuttavia adoperati alcuni sismometrografi, in cui il movimento degli stili è tracciato durante una scossa su di un disco o cilindro sempre in moto, con velocità tale da far rilevar bene tutte le fasi del terremoto. Quando gli stili del sismometro

tutti i sistemi è il grave inconveniente di doversi richiedere l'intervento dell'osservatore per rimontare l'apparecchio, se lo si vuol pronto a funzionare per una seconda scossa. È bensì vero che negli osservatorî geodinamici meglio forniti si ha sempre la possibilità di determinare in modo più o meno esatto l'ora in cui avvengono tutte le repliche, facendosi tracciare qualunque indicazione di sismoscopi o di altro sismometro su di una lunga striscia di carta chiusa in sè stessa, oppure svolgentesi senza fine come nel telegrafo Morse; ma dovendo esser limitata la velocità di scorrimento, perchè la registrazione possa in modo continuo estendersi per lo meno a 24 ore, è difficile dalle tracce impresse dal sismometro voler dedurre le diverse fasi di ogni scossa.

« Nel sismografo Cecchi, posseduto dall'osservatorio meteorico di Moncalieri, le componenti del moto sono tracciate sulle facce di un parallelepipedo a spigoli verticali, il quale al principio di una scossa comincia a discendere e si arresta a metà della sua corsa; il sistema è regolato in maniera che ad una seconda scossa riprincipia la discesa e scende sino alla fine. Quando però il movimento sia violento e prolungato, il parallelepipedo percorre l'intero cammino in circa 40 secondi, come appunto avvenne nel terremoto ligure del 23 febbraio 1887 (1). Con questa disposizione è provveduto a che sia possibile determinare le fasi non solo della prima scossa ma eziandio di una seconda; ciò costituisce non lieve vantaggio, se si rifletta che non sempre l'osservatore è in grado di correre presso l'istrumento, ed alcune volte neppur di fare in tempo a rimontarlo a causa del troppo breve intervallo tra due scosse consecutive.

« Il sig. Gray (2), compreso dell'alta importanza, che può avere per lo studio dei terremoti la possibilità di registrare automaticamente l'andamento non solo di una prima e seconda scossa, ma di quante altre ne avvengano per lo meno nel corso di una giornata, ha cercato di risolvere il problema in una maniera generale. Egli ha ideato un registratore, che posto continuamente in moto con velocità moderata, può aumentarla in un dato rapporto al momento di ogni scossa, in guisa da porre in rilievo tutte le particolarità del fenomeno (3). Non posso qui in poche parole e senza una figura dimostrativa

---

si trovano in quiete essi tracciano altrettanti cerchi, da servire appunto di norma allorchè subentra un movimento. Chiaramente risulta come in siffatti sismometrografi, a differenza degli altri sistemi, possa mancare affatto l'avvisatore sismico, dappoichè il registratore si trova sempre da sè stesso in movimento.

(1) Comptes rendus. T. CIV, 1887, p. 887.

(2) *On an Improved Form of Seismograph* bu Thomas Gray. – Philosophical Magazine, 1887, n. 143, p. 353.

(3) Questo prezioso requisito in un registratore può rendere inestimabili servigi, specialmente quando in occasione di forti e disastrosi terremoti l'osservatore al pari degli altri sia costretto per prudenza ad abbandonare l'abitato. In tal caso lo strumento, da vero imperterrito quanto coscenzioso osservatore, analizza tutte le fasi di ciascuna scossa e le conserva a vantaggio della scienza.

riassumere il registratore del Gray, per dare un'idea del come egli abbia cercato di raggiungere lo scopo prefisso; rimando perciò al lavoro originale ora citato, ed in mancanza di esso ad un compendio con figure che si trova nella *Lumière électrique* T. XXIV, p. 374.

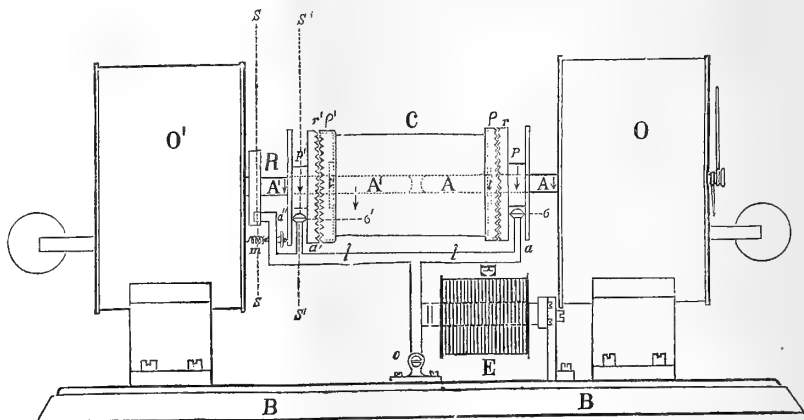
« Al Gray spetta senza dubbio il grande merito di avere affrontato, credo per il primo, il non facile problema del genere proposto, ma non si può negare una certa tal quale complicazione nel meccanismo, che forse renderà il registratore di non sempre sicuro effetto al momento che deve funzionare. Siffatto apparecchio è risultato probabilmente così complicato per aver voluto fare a meno di elettro-calamite; d'altra parte volendo fare intervenire le sole azioni meccaniche s'incorre nel difetto di non poter disporre con facilità che di una sola specie di avvisatore sismico, destinato ad ogni scossa a porre in moto il registratore. Il Gray fa uso di una sfera pesante collocata su di una piattaforma all'estremità di una leva, che al minimo scuotimento abbandona la sua posizione instabilissima di equilibrio e pone in azione il registratore.

« L'esperienza prova che gli avvisatori di sistemi diversi non sono ugualmente sensibili ad un medesimo movimento sismico di data intensità, che non tutti si prestano ugualmente bene a porre in evidenza le singole componenti del movimento, e finalmente che tra gli avvisatori di uno stesso sistema, ad esempio i pendoli di diversa lunghezza, non tutti sono ugualmente sensibili per una medesima forma di terremoti. Risulta allora evidente la necessità di porre il registratore in comunicazione con un certo numero di sismoscopi diversi, affinchè al momento della scossa sia posto sicuramente in azione dall'uno o dall'altro dei medesimi; e tanto meglio quanto più presto; vale a dire ai primissimi tremiti precedenti il terremoto, risentiti da un dato sismoscopio, affinchè il registratore possa già trovarsi in movimento al sopraggiungere della scossa sensibile. Naturalmente è necessario rilegare al registratore a doppia velocità soltanto quelli avvisatori (di cui certamente non v'ha scarsezza), che in un tempo più o meno breve dopo la prima scossa tornano da sè stessi in riposo, pronti a funzionare ad una seconda scossa.

« Io ignoro se dopo il Gray il problema del registratore a doppia velocità sia stato ripreso da altri e con qual successo. Credo però che una volta posta la questione in modo così netto, non si tarderà a riuscire a risolverla completamente in quanto si riferisce alla pratica, e non sarà piccolo il passo che avrà fatto allora la sismologia.

« Fin da quando ebbi occasione di conoscere il registratore del Gray, mi domandai se non fosse possibile di raggiungere lo scopo in una maniera meno complicata, e fin d'allora mi interessai a tale questione. Trattandosi in un simile apparecchio di una determinata velocità, che ad un dato istante possa aumentare in un determinato rapporto, e dopo un intervallo più o meno breve restituirsi al valore primitivo, il mio pensiero corse naturalmente a quanto avviene negli orologi muniti di suoneria; soltanto che in questi

mediante un apposito castello si produce un aumento di velocità ad intervalli regolari, mentre nel registratore pe' terremoti deve effettuarsi al momento imprevisto di una scossa. Il meccanismo che in detti orologi si trova quasi sempre riunito, io ho supposto diviso in due parti distinte indipendenti fra loro; questa idea mi ha condotto alla forma di un registratore, che mi sembra di semplice e poco costosa costruzione e, se non m'inganno, dovrebbe poter funzionare in pratica in modo sicuro (1). Intanto, prima che il medesimo possa esser costruito e perfezionato ne' suoi dettagli a cura dell'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica, in seguito alla benevola accoglienza da parte dello stesso Direttore, il chiarissimo prof. P. Tacchini, credo opportuno il dare fin da ora una sommaria descrizione nella presente Nota, per far conoscere il principio su cui è fondato questo nuovo registratore, rappresentato ne' suoi tratti principali nell'annessa figura schematica.

« Sopra una comune base BB sono fissati due orologi O e O' a bilanciere (2), dei quali O è un buon orologio, destinato a camminare sempre, il cui asse AA compia un'intera rivoluzione in un'ora. L'altro O' contiene un meccanismo siffatto che il suo asse $A'A'$ eseguisca un'intera rivoluzione, per es. in un minuto, vale a dire che la sua velocità angolare sia

60 volte maggiore; esso ordinariamente, benchè caricato, sta fermo, ed è destinato ad entrare in movimento soltanto al principio di ogni scossa, ed a perdurarvi per es. un minuto, corrispondente al tempo di rivoluzione dell'asse A'. I due orologi debbono potersi fissare sulla comune loro base in modo

(1) Sento il dovere di ringraziare pubblicamente l'egregio prof. F. Keller, poichè essendosi ancor egli interessato al problema propostomi, non ha mancato di cooperare co'suoi consigli a che fosse risoluto nel modo più semplice.

(2) Ciò è necessario, perchè trattandosi di orologi a pendolo, potrebbero arrestarsi al momento di una scossa.

che i due assi A e A' di ugual diametro si trovino l'uno nel prolungamento dell'altro, senza però venire tra loro a contatto. Il cilindro C girevole attorno ai due assi A e A', è mantenuto in una posizione fissa da due ghiere t e t', fissate ai medesimi, vale a dire, che pur potendo liberamente ruotare non può tuttavia spostarsi lateralmente; esso termina alle due estremità con due ruote a corona ϱ e ϱ' munite di piccoli e serrati denti. Di faccia alle medesime si trovano, rispettivamente imperniate su A e A', due altre ruote identiche r e r' [1], fissate a due pulegge a gola profonda p e p', le quali, pur potendo facilmente spostarsi lungo i rispettivi assi, sono nondimeno trascinate dalla rotazione di essi per mezzo di una piccola spina τ, che entra in una scanalatura di ciascuna puleggia, come chiaramente si osserva nella sezione a parte $s's'$.

Sezione $s's'$

« Ciò premesso, è evidente che il cilindro C segue il movimento di rotazione dell'asse A o dell'asse A' a seconda che la ruota r o r' ingrana nella corrispondente ϱ o ϱ'; naturalmente il senso di rotazione in entrambi gli assi deve effettuarsi così che il cilindro sia trascinato sempre nella stessa direzione. Ordinariamente è la ruota r che è premuta contro la ϱ, ed il cilindro deve allora seguire il movimento del solo asse dell'orologio O. Al contrario, al momento di una scossa, bisogna fare in modo che la ruota r si stacchi rapidamente dalla ϱ e con pari prestezza che la r' ingrani invece nella ϱ'. A tale scopo serve la leva ll, ruotante attorno all'asse o [2], la quale porta tre appendici a, a', a''. Le due simmetriche a e a' penetrano nella gola delle pulegge p e p' e terminano alla loro sommità in due piccole rotelle σ e σ', destinate ad esercitare un attrito volvente colle due pulegge. Nel caso supposto che il cilindro C sia rilegato al solo orologio O, la leva ll è mantenuta verso sinistra dalla molla m, e mentre l'appendice a spinge la ruota r contro la ϱ, invece l'appendice a' tiene lontana la r' dalla ϱ'; di più la terza appendice a'' entra in un foro rettangolare della ruota R, impedendo a questa, e nello stesso tempo all'asse A', a cui è fissata, di poter ruotare nel senso indicato dalla freccia, come si vede nella sezione a parte ss.

Sezione ss

« Se al momento di una scossa di terremoto venga animata, anche per brevissimo tempo, l'elettro-calamita E, la leva ll, spinta a destra, fa sì che l'appendice a'', uscendo fuori dall'incavo della ruota R, permette a questa di cominciare a girare, trascinata dall'asse A'. Nello stesso istante la ruota r

[1] Ognuna di queste due ruote potrebbe anche non esser dentata tutta all'intorno, bastando all'uopo soltanto due denti all'estremità di uno stesso diametro, e forse anche un sol dente; la pratica mostrerà la scelta più opportuna.

[2] In pratica sarà bene porre l'asse di rotazione più basso che sia possibile, ed occorrendo, anche al di sotto del sopporto del registratore, allo scopo di rendere minima, durante la rotazione della leva, la componente verticale del movimento a tutto vantaggio della componente orizzontale, la quale soltanto produce un effetto utile nel nostro caso.

si allontana dalla ϱ, ed invece la r' ingrana nella ϱ'; in tal modo il cilindro C è condotto in rapida rotazione dall'orologio O', durante tutto il tempo necessario perchè la ruota R compia un'intera rivoluzione, cioè fino a che l'appendice a'', rientrando nel suo foro, non riesca ad arrestarla. In questo momento la leva ll, sollecitata dalla sola molla m, viene spinta di bel nuovo a sinistra, ed il cilindro C è costretto a ritornare alla sua velocità abituale, rilegato all'orologio O. Ad una seconda scossa di terremoto l'apparecchio è pronto di nuovo a funzionare come ha fatto per la prima, e così per quante altre scosse si voglia, a seconda della durata della carica dell'orologio O'. L'elettro-calamita E viene animata ad ogni scossa, facendo parte di un circuito elettrico, in cui sono intercalati diversi avvisatori sismici, come è già stato accennato di sopra.

« Nell'ipotesi fatta che gli assi A e A' compiano un'intera rivoluzione rispettivamente in *un'ora* ed in *un minuto*, e supposto che il diametro del cilindro C sia di 38^{mm}, la striscia di carta mossa da questo, e scorrente sotto gli indici del sismometro, si sposterebbe abitualmente colla velocità di *due millimetri al minuto*, e durante ogni scossa di terremoto colla velocità 60 volte più grande, cioè di *due millimetri al secondo*.

« Indipendentemente dalla durata più o meno grande del terremoto, e dal funzionamento più o meno prolungato e più o meno interrotto dell'elettro-calamita per parte degli avvisatori sismici, il cilindro C, una volta acquistata la grande velocità al principio di ogni scossa, la conserva sicuramente per un intero minuto primo; poichè l'appendice a'' della leva ll appena uscita dal foro della ruota R non vi può più rientrare fino a che questa non abbia compiuta tutta una rivoluzione, durante la quale la leva ll, rimanendo spostata verso destra, garantisce il contatto della ruota r' colla ϱ'. Naturalmente questa durata della maggior velocità acquistata dal cilindro C potrà variarsi a volontà, come pure il rapporto delle velocità angolari dei due assi A e A'; e si potrà similmente modificare nel modo, che si riterrà più opportuno, la velocità di scorrimento della striscia di carta sotto gli indici del sismometro, dando al cilindro C un diametro diverso.

« Se l'andamento di entrambi gli orologi O e O' fosse ben conosciuto, è chiaro come dall'esame dei segni tracciati sulla striscia di carta, svoltasi anche per un'intera giornata, si possa dedurre non solo l'ora pel principio di tutte le scosse, verificatesi in detto intervallo di tempo, ma eziandio l'ora per ciascuna fase delle singole scosse. Ma se si rifletta alle numerose cause di errore che possono intervenire in siffatto computo del tempo, basandosi sulla misura delle distanze da una determinata origine (1), si rimane tosto convinti che, se si vuole una reale e non apparente precisione nelle ore, bi-

(1) A difesa di questo metodo, generalmente ora adottato negli osservatorî geodinamici, si potrebbe dire che dagli stessi avvisatori sismici, che han posto in moto il registratore,

sogna assolutamente poterle registrare in modo automatico sulla medesima striscia di carta, facendo funzionare accanto agli stili del sismometro un quarto stile, che si sposti regolarmente ad un dato intervallo di tempo. In tal guisa in vicinanza delle curve tracciate dai tre stili, si avrebbero dei punti sicuri a cui riferirsi pel calcolo del principio di ogni scossa e di ciascuna fase della medesima. Non è mio intendimento il dilungarmi qui nell'indicare come si possa nel miglior modo in pratica raggiungere lo scopo della registrazione automatica del tempo; questo è un problema intimamente legato ai diversi metodi cronografici già noti. Però il metodo, indicato dallo stesso Gray nel lavoro sopra riportato, sembra soddisfare bene a tutte le esigenze richieste. È quasi inutile l'avvertire che per la registrazione del tempo si può utilizzare tanto lo stesso orologio *O*, supposto di ottimo andamento, quanto un altro orologio, alla condizione però che non sia a pendolo, perchè potendosi arrestare in occasione di un terremoto, sarebbe perduta la registrazione delle ore proprio allora che se ne avrebbe più bisogno.

« In quanto al sistema da adottare per lo scorrimento della carta sotto gli indici del sismometro, non sono in grado di fare apprezzamenti di sorta, perchè io non ho avuta finora occasione di sperimentare i diversi sistemi in uso. Ma certamente, sarebbe a mio giudizio da preferirsi ad ogni altro il sistema adottato nel telegrafo Morse, dove una striscia continua di carta si svolge senza fine. In tal caso si potrebbe fare a meno della presenza dell'osservatore anche per molti giorni di seguito, se lo permettesse la durata della carica degli orologi impiegati (1). Tal sistema oltre all'incalcolabile vantaggio accennato nella nota (3) a pag. 789, presenterebbe ancor l'altro non trascurabile di potersi all'occorrenza installare un sismometrografo in luoghi d'importanza sismica, ma poco accessibili, e tali da non poter essere visitati che a lunghi intervalli di tempo » (2).

---

viene arrestato un orologio di precisione al momento del terremoto, e che l'ora esatta avuta in tal guisa serve di sicuro punto di partenza nelle curve tracciate dal sismometro; ma oltre all'essere obbligati a possedere un secondo orologio, vi ha il grave inconveniente che questo, una volta arrestato per la prima scossa, non può più servire per le successive.

(1) Il Gray nel suo nuovo modello di sismometrografo si attiene appunto alla registrazione fatta ad inchiostro, per mezzo di piccoli sifoni in vetro, sopra una striscia di sottil carta svolgentesi sotto gli stili del sismometro.

(2) Tale, ad esempio, può essere il caso dell'Osservatorio testè costruito sull'Etna, dove dal Consiglio direttivo di meteorologia e geodinamica si è appunto stabilito di collocare anche apparecchi sismici registratori di lunga durata.

Fisica. — *Sopra un caso di duplice fulminazione avvenuto a Canterano il 26 aprile 1889, e sull'esistenza dei fulmini globulari.* Nota del dott. ADOLFO CANCANI, presentata dal Corrispondente TACCHINI.

« Ogni qual volta cada il fulmine vicino o lontano dalle abitazioni nelle « pianure o nelle montagne, egli è quasi certo che vi sono osservazioni impor- « tanti a farsi su i fenomeni che si manifestano. Egli è vero che si conosce « un numero grande, troppo grande disgraziatamente, di esempi di persone uccise « o di case incendiate; si conoscono esempi di metalli fusi, di travature spez- « zate, di pietre o di muri trasportati lontano e molti altri effetti analoghi; « ma ciò che manca in generale sono misure precise relative alle distanze, alle « dimensioni, alle posizioni degli oggetti, sia colpiti sia non colpiti; perchè « occorre conoscere ugualmente bene ciò che il fulmine investe e ciò che ri- « sparmia. Spetta a tutti gli osservatori e particolarmente agli ufficiali della « Marina, dell'Artiglieria e del Genio, ai professori, agl'ingegneri, agli archi- « tetti di bene appurare questi fenomeni nel momento in cui si producono e « ben descriverli tanto a profitto della scienza quanto dell'economia pubblica ».

« Questa esortazione che nel 1854 facevano Becquerel, Babinet, Duhamel, Despretz, Cagnard de Latour e Pouillet incaricati dall'Accademia delle scienze di redigere una nuova istruzione per l'impianto dei parafulmini, si presenta oggi più che mai opportuna, perchè in questi ultimi anni le tenebre, per così dire, si sono maggiormente addensate sull'argomento delle scariche elettriche dell'atmosfera. Fatti ed esperienze nuove, impianti di parafulmini che, sebbene per la loro importanza maturati con lungo studio, non hanno corrisposto alle previsioni, ci hanno dimostrato che siamo ben lungi dal conoscere in qual modo si effettui ed a qual genere di scariche elettriche artificiali debba paragonarsi il fulmine, siamo ben lungi dal decidere se i nuovi metodi d'impianto dei parafulmini hanno costituito un progresso rispetto agli antichi o non ne sono stati piuttosto un peggioramento. Discussioni vivacissime sono quindi insorte che si protrarranno ancora probabilmente per molti anni. Credo perciò che opportuno siami giunto l'invito del sig. Direttore dell'Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica di richiamare l'attenzione sopra un caso di duplice fulminazione avvenuto testè a Canterano presso Subiaco, tanto più che mi si presenta con ciò l'occasione di addurre un nuovo esempio di quella specie di fulmini, classificati già da Arago in quella sua terza categoria, sulla cui esistenza, anche nella conferenza degli elettricisti tenuta a Parigi nel 1882, non mancò chi sollevasse dei dubbi (1).

(1) *Conférence internationale pour la détermination des unités électriques.* 1882. Procès-verbaux; pag. 109.

« A cinque chilometri da Subiaco trovasi Canterano piccolo paese di 730 abitanti situato sopra una collina all'altitudine di 600 metri, in vicinanza di una enorme rupe tagliata a picco dal lato di mezzogiorno che porta il nome di Monte Rufo. Essendo spesso questo paese soggetto a fulminazioni, il Comune venne nella determinazione di far collocare un parafulmine nel punto più elevato cioè sul campanile della chiesa, la cui freccia sovrasta di 20 metri circa tutti i tetti delle case. Se non chè l'apparecchio quivi collocato otto mesi or sono colla pretesa di preservare il paese, tutt'altro nome poteva meritare fuorchè quello di parafulmine. Infatti esso era così costituito: una punta multipla formata con sette fili di rame del diametro di 4 mm. ognuno, acuminati e saldati insieme entro una ghiera d'ottone avvitata ad un'asta di ferro di m. 3.50 d'altezza e di cm. 2.5 di diametro. A quest'asta era saldato a stagno un filo unico di ferro zincato di mm. 4 di diametro, che andava con quattro punte a terminare in mezzo ad un poco di carbone comune di legna entro un piccolo pozzo profondo appena un metro, situato nell'interno del campanile e scavato nella viva e arida roccia calcarea [1].

« Il 26 aprile del corrente anno 1889 alle 10 ant. circa, con un temporale proveniente da sud-est che imperversava da più ore con fitta pioggia e grandine, fu inteso un primo tuono lontano. Dopo otto o dieci minuti circa una scarica elettrica formidabile colpisce il parafulmine, ne manda in pezzi il conduttore, trafora una prima volta il muro dell'abside della chiesa addossato al pozzetto dello spandente (pozzetto che trovavasi tutto superiore al pavimento della chiesa stessa), investe una bancata di legno di 5 metri di lunghezza che girava nell'interno dell'abside ed eravi fissata con grappe di ferro, la manda tutta in frantumi, bruciando la cera e gli altri oggetti che erano contenuti entro i suoi cassetti, trafora una seconda volta il muro dell'abside di 90 centimetri di spessore, fa saltare in aria un mezzo metro cubo di roccia calcarea e si disperde.

« Niun danno, eccetto lo spavento, risentirono quei quattro o cinque che erano nell'interno della chiesa; ma gli altri che si trovavano in massima parte entro le loro abitazioni furono alcuni rovesciati a terra mentre trovavansi seduti, altri slanciati a varie distanze e perfino, mi fu asserito, a quattro, cinque e più metri di distanza, altri riportarono delle indoliture alle braccia, altri alle gambe in modo da non poter camminare senza venire appoggiati, altri rimasero mezzo inebetiti, e qualcuno lo è ancora dopo un mese, altri intesero una impressione di spinta fino a quasi due chilometri di distanza. Due muli e 4 o 5 suini rimasero uccisi istantaneamente, sebbene non direttamente colpiti e quantunque si trovassero nell'interno delle loro stalle e ad una distanza dal campanile non inferiore ai 40, 50 e più metri. Tutti i vetri della chiesa

[1] Mi sono recato due volte sul luogo per raccogliere le varie notizie e prendere tutte le misure che sono inserite nella presente Nota.

e in gran parte delle case vicine andarono in frantumi e tutti gli arredi sacri furono o distrutti o in gran parte danneggiati.

« Mentre tutta la popolazione sbigottita andava o ricercando i propri congiunti pel timore che qualcuno fosse rimasto vittima, o esaminando i danni sofferti da quella prima scarica, ecco dopo 3 o 4 minuti circa, un secondo fulmine più spaventoso del primo far saltare in aria più di due terzi della cuspide del campanile alta 7 metri e scaraventarne due massi principali in parte opposta, l'uno sulla chiesa e annessa sagrestia, l'altro sulla casa sottostante, ove trovasi l'ufficio postale, sfondandone i tetti, e scagliare intorno le altre macerie sulle case circonvicine. Fortunatamente neppure questa seconda scarica elettrica fece vittime umane non ostante la caduta della cuspide.

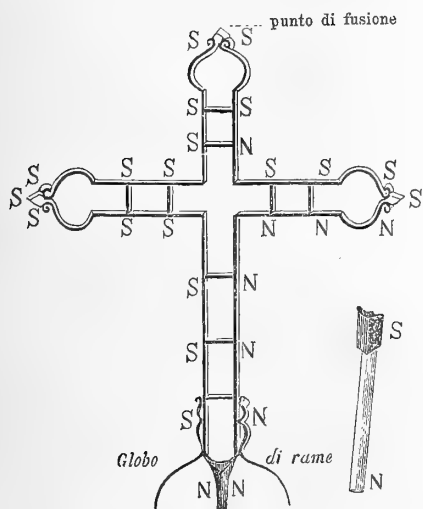
« Esaminiamo brevemente gli effetti fisici prodotti da questi due fulmini sul conduttore e sugli oggetti adiacenti.

« Dopo la caduta del primo fu vista una striscia nera sul muro del campanile in vicinanza del conduttore. Questo, come ho già detto, venne rotto in molti pezzi di cui uno ne posseggo, che presenta agli estremi una estesa superficie di fusione e molti punti di fusione incipiente nella sua lunghezza. Nessuna traccia vi è rimasta dello zinco che lo rivestiva. Tutti e sette i fili di rame di cui è costituita la punta, presentano alle loro estremità traccie di fusione; ma in modo particolare tre consecutivi ed il centrale. Nel medio dei tre consecutivi ne sono stati fusi o volatilizzati 16 mm. in lunghezza e nei due adiacenti circa 5 mm. Il secondo fulmine trovato il conduttore interrotto dal primo, e mandata in aria la cuspide, come abbiamo detto, investì le lastre di zinco che formavano copertura alla cornice che girava intorno al campanile. Queste lastre di 1.3 mm. di spessore, di 65 cm. di larghezza e di 4 m. di lunghezza per ciascuno dei quattro lati del campanile, vennero in modo stranissimo spezzate o fuse. Infatti, su due lati specialmente, si presentano verso il bordo esterno delle linee di frattura a ciglio vivo senza traccia di fusione, in modo che si direbbero tagliate colle cesoje secondo una sagoma prestabilita. Il che indicherebbe trattarsi di una frattura dovuta forse alla istantanea dilatazione subíta dal zinco nelle parti colpite dal fulmine. Questo caso non è nuovo; il Plantè riportando alcune descrizioni di un fulmine globulare caduto a Parigi il 18 agosto 1876 scrive: *le zinc dont était garni le pignon a été découpé comme à l'emporte-pièce* (punzone) (1).

« La pesante croce di ferro di tre metri d'altezza, che sormontava il campanile e che trovavasi colla sua estremità superiore a 25 cm. circa al di sotto della punta del parafulmine, presenta le seguenti particolarità. 1° Una traccia di fusione non recente sul suo vertice, 2° una magnetizzazione con vari poli magnetici o punti conseguenti come nella figura qui annessa, in cui le lettere indicano la specie di magnetismo di ciascuna zona. Il moncone

(1) *Phénomènes électriques de l'atmosphère*, pag. 64.

estratto dal masso di pietra, ove era rimasto in seguito alla rottura, è anch'esso polarizzato come si vede nella figura, ma nessuna traccia di magnetizzazione ho ritrovato nell'asta, nè nel pezzo di conduttore da me posseduto.

« La croce ha preso questa magnetizzazione così complicata in seguito a questi due fulmini da me descritti o l'aveva già dapprima? Il fatto che altre volte fu già colpita da altre scariche elettriche e che da molti anni trovavasi su quella cima, ci fa ritenere come più probabile che quella magnetizzazione sia di vecchia data: ma ciò nessuno potrà assicurare.

« Tre anni or sono quell'istesso campanile fu colpito mentre si suonavano le campane; i tre suonatori rimasero sbalorditi ma se la scamparono, e così i paesani sperimentarono quanto sia pericolosa quella pratica che da allora in poi abbandonarono.

« Un vecchio del paese mi raccontava che sebbene tanti fulmini egli ricordasse su quel campanile pure mai nessuno avea prodotto danni paragonabili a quelli fattivi da queste due scariche avvenute dopo pochi mesi da che era stato messo il parafulmine. Egli si ricordava che una sola volta rimase uccisa una bestia. Ciò conferma luminosamente una volta di più quanto sia dannoso l'apporre i parafulmini con conduttori troppo sottili o dove non si possa o non si voglia raggiungere uno strato di terreno acquifero. Questa seconda condizione specialmente a cui si deve riguardare con molto scrupolo è quella che generalmente più si trascura. Ed a questo proposito osservo come le ultime istruzioni sull'impianto dei parafulmini redatte dalla Commissione sassone e dall'altra inglese nel 1882 raccomandano caldamente di rilegare i conduttori alle vicine tubulature stradali d'acqua e di gaz, purchè siano in ferro e di sufficiente grossezza. Troppi sono gli esempi che giustificano questa prescrizione. E notissimo fra gli altri è il caso avvenuto in Alatri nel 1871 in cui non ostante che il conduttore al dire del Secchi [1] si trovasse in buona comunicazione col suolo, una scarica elettrica potente deviando dalla estremità dello spandente, attraversò 10 metri di terreno facendo un fosso perfettamente rettilineo di 70 cm. di profondità per andare ad investire una tubulatura d'acqua di 8 cm. di diametro. Il fulmine, dopo avere scagliata

[1] Atti dell'Acc. pont. dei Nuovi Lincei. Anno XXV, sess. 1ª del 17 dic. 1871.

via la cantonata del castello d'acqua, troncò il tubo lanciando lontano i pezzi intermedi per una lunghezza di circa 80 cm., e fece vari altri danni che tralascio di descrivere, perchè trovansi inseriti nella Nota citata che il Secchi pubblicò in quell'occasione.

« Il secondo dei fulmini descritti fu, per quanto mi riferirono, globulare. Infatti oltre all'avere alcune donne veduto una palla di fuoco cadere sul campanile, una descrizione minuta fattami da un intelligente soldato d'artiglieria in congedo, comprova la mia asserzione. Egli mi raccontò che dopo essere stato per il primo fulmine rovesciato e balzato lungi dalla sedia ove trovavasi seduto vicino al camino, e riavutosi appena dallo spavento si accostò alla finestra per guardare il campanile, quando in quel momento vede come una *palla a fuoco* precipitarsi sulla punta della cuspide e lì spezzarsi in tante grandi scintille a zig-zag. Ciò coicide perfettamente con altre descrizioni. Infatti il fulmine globulare che cadde a Parigi il 24 luglio 1876 fu visto da taluno cadere come una bomba di fuoco della grossezza di un pugno, e da altri come un globo di fuoco della grossezza d'una palla da cannone (1) Inoltre il Plantè fa notare come molte volte dal punto stesso in cui appariva il globo fulminante, partono in tutti i sensi dei tratti di fulmine sinuosi o a zig-zag che colpiscono gli oggetti circostanti.

« Il Mascart emise l'opinione (2) che questi fulmini potessero essere l'effetto di una illusione ottica del dominio piuttosto della fisiologia che della fisica. Or bene mi sia qui permesso di accennare a due casi tanto più caratteristici quanto meno conosciuti, i quali a me sembra che assolutamente escludano il dubbio emesso dal Mascart. Questi trovansi descritti ambedue nel Bollettino dell'Osservatorio del Collegio Romano dal professor D. Ignazio Galli, e sono avvenuti ambedue in Velletri, città in cui ben si verifica l'opinione di H. de Parville, che cioè il fenomeno del fulmine globulare sia più frequente di quello che generalmente si pensi (3).

« Il primo di questi casi avvenne il 28 giugno 1875 (4). Parecchie persone che erano ricoverate in una stalla durante un temporale videro una massa luminosa staccarsi dalla soglia della porta, entrare nella stalla girare da un carretto all'altro sempre diretta su quei caratteristici mazzi di campanelli e piccoli campanacci che fanno riconoscere anche da lontano i carretti da vino,

(1) Plantè, l. c. pag. 59.

(2) *Conférence internationale pour la détermination des unités électriques*. 1882. Procès-verbaux, p. 109.

(3) Il prof. Galli mi asseriva che quasi tutte le fulminazioni che assai di frequente sono avvenute in Velletri, specialmente prima che vi si impiantassero i parafulmini, debbono a suo giudizio classificarsi fra le globulari. Egli ne sta compilando una lunga serie che credo riuscirà assai opportuna a gettar luce su questa classe di fenomeni così poco conosciuti.

(4) Bull. Met. dell'Oss. del Coll. Rom. Anno 1875, pag. 55.

e poi uscì in istrada per un'inferriata. I campanelli suonarono fortemente, un mazzo dopo l'altro, i cavalli s'infuriarono, una donna ed un uomo s'intesero un certo fastidio sulla testa, ma non accadde alcuna disgrazia. Un'ebanista che era sulla porta della sua bottega, vide distintamente uscire dalla ferrata quella massa di fuoco simile ad un braccio. Dopo molti effetti la cui descrizione tralascio per brevità, giacchè trovasi nel suddetto Bollettino, la massa fulminea invase un appartamento nella cui cucina era una donna in piedi presso un tavolo ed il suo marito presso la finestra. La donna vide alla sua destra e a circa due metri di distanza, fermo sul pavimento un grosso bastone di fuoco, il quale dopo un istante le corse addosso e le girò velocemente attorno alle ginocchia molte volte, divincolandosi come un serpente. Nello stesso tempo s'intese colpita sul capo e cadde a terra. Il marito vide chiaramente le stesse cose, e credette per un momento che la sua compagna fosse stata fulminata. Dopo sparito il serpente di fuoco corre esterrefatto a sollevarla e la trovò senza alcuna offesa, solo le doleva la pelle del capo ed i capelli erano divenuti aridi e meno pieghevoli di prima. Essi non videro dove andasse a finire quel serpente di fuoco, ma la fuliggine caduta in abbondanza dalla canna del camino è indizio che fuggisse via pel medesimo.

« L'altro caso avvenne il 17 agosto 1876 (¹). Fu vista correre da Nord a Sud per la strada Vittorio Emanuele e a circa un metro e mezzo d'altezza sul lastrico, una trave di fuoco molto ben circoscritta; si distinguevano i due capi ed i limiti superiore ed inferiore; la sua grossezza o il diametro apparve di circa 30 centimetri (²). Un momento dopo s'intese la detonazione che i vicini giudicarono simile ad un colpo di fucile esplodente in un luogo chiuso: ma più lontano sembrò assai più intensa. Nello stesso tempo entro un vicolo allato della medesima strada, e più su del luogo ove erasi osservata la trave di fuoco, si vide all'altezza dei secondi piani andare verso Est un globo luminoso di colore turchino che lanciava numerose scintille.

« Concludendo, sia per questi due casi da me citati che sono più degli altri con minute circostanze descritti, sia tenendo conto del grande numero di osservazioni che oramai sono state raccolte e sono state fatte in località e in condizioni tanto diverse sopra i fulmini globulari, mi sembra, non potersi più revocare in dubbio la loro esistenza, e doversene escludere le illusioni ottiche, le quali, se qualche volta possono essere ben avvenute, non lo saranno stato al certo che per un numero assai limitato di casi ».

(¹) Bull. Met. dell'Oss. del Coll. Rom. Anno 1876, pag. 74.

(²) Anche il fulmine globulare del 13 luglio 1869 dell'Ile du Rhin, studiato minutamente dal prof. Hugueny e da lui descritto nelle Mémoires de la Société des sciences naturelles de Strasbourg fu visto da parecchi testimoni collocati in luoghi diversi correre orizzontalmente a pochi metri sulla strada.

Spettroscopia. — *Sullo spettro di emissione della ammoniaca.* Nota di Gaetano Magnanini, presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

Spettroscopia. — *Sullo spettro di assorbimento del cloruro di nitrosile.* Nota di Gaetano Magnanini, presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Trasformazione dell'acrilato etilico in β-alanina.* Nota del dott. Vezio Wender, presentata a nome del Socio Koerner.

« Dopo avere istituito un metodo per eliminare l'azoto dagli ammido-acidi, passando ad acidi non saturi, i prof. Körner e Menozzi, in un lavoro più recente hanno dimostrato la possibilità di realizzare la reazione inversa, mostrando che gli acidi non saturi privi di azoto, allo stato dei loro eteri composti, possono fissare gli elementi dell'ammoniaca, sostituendosi la doppia legatura fra due atomi di carbonio, rispetto ad uno di essi con un atomo d'idrogeno, e rispetto all'altro col gruppo amidico. Così hanno per esempio trasformato gli acidi fumarico e maleico in acido aspartico inattivo.

« Su loro invito ho sottoposto l'etere acrilico alla predetta reazione, per indagare se la medesima sia applicabile anche agli acidi della serie oleica, e nel caso affermativo per constatare qual posto venga occupato dal gruppo basico NH_2 rispetto al carbossile, se cioè si fissi all'atomo di carbonio vicino a questo, risultandone così α-alanina, o se invece, alla stessa guisa di un atomo o gruppo di natura acida, si fissi all'atomo di carbonio successivo dando quindi β-alanina.

« I risultati ottenuti hanno dimostrato che la reazione ha luogo, e precisamente nel senso della seconda possibilità.

« L'acrilato etilico che ho impiegato venne preparato secondo le indicazioni di Caspary e Tollens (Ann. di Liebig, vol. CLXVII, pag. 241) per l'azione dello zinco ed acido solforico diluito sull'acido α-β-bibromopropionico.

« Ho scaldato 15 gr. dell'etere acrilico, con 55 C. C. di ammoniaca alcoolica del 15 %, in tubi chiusi alla temperatura di 110°-115° e per dieci ore.

« Riunito il contenuto dei tubi ho eliminato l'alcole per distillazione, ripreso il residuo con acqua e trattata la soluzione con etere. Quest'ultimo

coll'evaporazione abbandonò piccole quantità di un sciroppo in seno al quale si formarono alcuni cristalli aghiformi, che costituiscono probabilmente l'etere etilico dell'alanina formatasi, ma che per l'esigua quantità non ho potuto sottoporre all'analisi.

« La soluzione acquosa venne bollita con barite (24 gr. di barite crist. per ogni 15 gr. di acrilato etilico impiegato) fino a che cessò lo sviluppo di ammoniaca, il che avvenne dopo circa sei ore.

« Eliminata la barite mediante acido solforico ho concentrato la soluzione sino a debole sciroppo, dal quale dopo qualche tempo si depositarono cristalli tabulari incolori, molto solubili nell'acqua che fondevano a 178° scomponendosi.

« Queste proprietà coincidono con quelle della β-alanina; per constatare l'identità delle due sostanze ho trasformato il prodotto nel sale ramico per confrontarlo col sale ramico della β-alanina.

« Ho quindi sciolto in acqua la sostanza ottenuta, saturata la soluzione bollente con carbonato di rame, e concentrato il liquido azzurro risultante sopra acido solforico. Ottenni in tal modo, dopo qualche tempo, grossi cristalli tabulari o prismatici ben sviluppati, di un bellissimo colore azzurro cupo con leggero riflesso violaceo. Per l'analisi venne asciugato all'aria per due giorni allo stato di fina polvere, poichè il sale puro non sfiorisce che nell'aria secca.

I gr. 0,6453 di sale secco all'aria hanno perduto a 105° gr. 0,1974.

II gr. 0,3942 di sale secco a 105° diedero gr. 0,1219 di ossido ramico.

III gr. 0,3858 di sale secco all'aria hanno dato C. C. 28,2 d'azoto a 20°C. e 745^{mm}:

dal che si calcola

I nel sale secco all'aria . . . . Acqua 30,60.

II sale secco a 105° . . . . . Ossido di rame 30,90.

III sale secco all'aria. . . . . Azoto 8,24.

« Questi numeri corrispondono ad un sale della formola

$$(C_3 H_4 . NH_2 . CO_2)_2 Cu , 6H_2 O,$$

per la quale si calcola rispettivamente

Acqua	30,56.
Ossido di rame	30,97.
Azoto	8,10.

« Tale composizione differisce da quella data da Heintz (Liebig's Annalen v. CLVI, 48) per il sale di rame della β-alanina, che secondo questo chimico conterrebbe invece 5 mol. di acqua di cristallizzazione; però come Heintz aggiunge di aver ottenuto il suo sale da β-alanina non ancora purificata, ho ritenuto necessario di preparare una certa quantità di sale ramico da alanina pura preparata da acido β-iodopropionico.

« L'analisi di questo sale puro, conduce alla formola

$$(C_3 H_4 . NH_2 . CO_2)_2 Cu , 6H_2 O ,$$

come per quello che ho ottenuto dall'etere acrilico.

I gr. 1,0168 sale secco all'aria ha perduto a 105° gr. 0,3104 di H_2O.
II gr. 0,3383 sale secco a 105° diedero gr. 0,1033 di ossido ramico.
III gr. 0,3164 sale secco a 105° diedero gr. 0,0971 di ossido ramico.

da cui si deduce

	trovato	calcolato
Acqua	30,52	30,56.
Ossido di rame	30,63	30,95.
Ossido di rame	30,70	30,95.

« Come l'etere acrilico può ottenersi dall'α-alanina eliminandone l'azoto per introduzione di tre gruppi metilici e successiva scomposizione della risultante betaina (Rend. I. Lomb. s. 2ª, v. XX, p. 327), così diviene ora possibile di trasformare l'una alanina nell'altra ».

Fisiologia. — *Ricerche sulla natura del veleno che si trova nel sangue dell'anguilla* [1]. Nota del dott. Ugolino Mosso, presentata a nome del Socio Angelo Mosso.

« Un anno fa, nella seduta del 3 giugno mio fratello presentò due Note all'Accademia dei Lincei [2] colle quali dimostrò che il sangue dei murenidi ha un'azione intensamente velenosa. Avendo avuto da lui l'incarico di studiare la natura di questo veleno, che egli chiamò *ittiotossico*, ho fatto nell'inverno scorso le seguenti ricerche, per vedere se potevo estrarre qualche principio attivo del siero dell'anguilla, e mettere in raffronto questo veleno con quello dei serpenti, con quello delle sanguisughe e coi fermenti tossici dei mammiferi.

« Occorrendomi delle quantità grandi di siero di anguilla e quali a Torino non era possibile procurarmi, ho pregato il prof. A. Stefani di mandarmi del sangue da Ferrara e da Padova e sono lieto di avere questa occasione per ringraziarlo.

« Le anguille venivano uccise col taglio della coda ora a Ferrara ed ora a Padova ed il sangue raccolto mi veniva spedito in modo che io potevo già esaminarlo a Torino prima che fossero passate 24 ore. Essendo nell'inverno molto bassa la temperatura dell'Italia superiore, posso dire di aver sempre studiato del sangue fresco, perchè esso non passava in putrefazione neppure dopo parecchie settimane lasciandolo alla temperatura esterna.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico della R. Università di Torino.
(2) Rendiconti, 1888 vol. IV, pag. 665 e seguenti.

« Il sangue di anguilla veniva messo nella macchina centrifuga e fatto girare per un'ora o due. Esso diveniva trasparente, prendeva un colore giallognolo, alcune volte olivastro, con dei riflessi di colore bianco turchiniccio: altre volte aveva un colore roseo per traccie di emoglobina.

« Il siero di anguilla che ho esaminato aveva sempre una reazione alcalina più o meno intensa, ed una densità che variava fra 1021 e 1026 alla temperatura di 6°, determinata col picnometro.

« Ho voluto conoscere il peso delle sostanze solide e del cloro contenuto nel siero del sangue di anguilla.

« Grammi 3,23 di siero centrifugato, essiccato nel vuoto sull'acido solforico, hanno dato un residuo di sostanze solide di gr. 0,24 pari al 7,43 %.

« Altri grammi 3,04 essiccati nello stesso modo, hanno dato un residuo di sostanze solide di gr. 0,22 pari al 7,20 %.

« Grammi 6,27 di siero puro, che mi servirono per una determinazione di cloro col metodo delle pesate, hanno dato gr. 0,366 di cloro p. %, che calcolato come cloruro sodico corrisponde al 0,603 %.

« Ritenendo come non attivo il cloruro di sodio, rimangono il 6,71 % di residui.

« Se noi ammettiamo che tutto questo residuo sia la sostanza attiva (il che certamente non è) la dose di 0,03 per chilogrammo di animale, che sappiamo capace di uccidere quasi istantaneamente un cane, corrisponderà a gr. 0,002 di sostanza solida. E noi restiamo meravigliati della potenza di questo veleno di cui bastano già due milligrammi per uccidere un coniglio.

« Il sapore acre e bruciante che lascia sulla lingua una goccia di siero di anguilla è un segno caratteristico della sua azione tossica. Nelle mie esperienze ho trovato che quando scompare questo sapore scompare anche l'azione velenosa. Il siero di anguilla dopo i trattamenti chimici che verrò esponendo uccideva i cani ed i conigli solo quando conservava il suo gusto caratteristico. Tale sapore si osserva quando il siero è leggermente alcalino e neutro, o leggermente acido, quando è diluito con acqua, o con soluzioni saline di diverso titolo, ed anche quando viene essiccato.

Azione degli alcali, degli acidi e dei sali.

« Una corrente di acido carbonico che attraversa per lungo tempo una soluzione acquosa di siero di anguilla o del siero puro non modifica punto la potenza del veleno.

« Gli acidi minerali e gli acidi organici, anche in piccola quantità distruggono l'ittiotossico; sono più attivi gli acidi minerali, meno attivi gli acidi organici.

« Per studiare l'azione degli acidi e degli alcali sul siero di anguilla mi sono servito di un metodo empirico: prendeva un centimetro cubico di siero diluito al 10 % e poi lasciavo cadere goccia a goccia delle quantità

successivamento crescenti di acidi puri, fino alla scomparsa del sapore acre e della sua attività velenosa sul cane o sul coniglio. Le diluzioni degli acidi che mi servirono per questo studio erano preparate in modo che fosse necessaria la stessa quantità di alcali per neutralizzare una quantità eguale dei medesimi. Sapendo il titolo delle soluzioni, mi è stato facile calcolare approssimativamente la quantità di ciascun acido che scomponeva la parte velenosa del siero.

« Ho trovato: che per l'acido cloridrico bastano centimetri cubici 0,0025 di acido puro, densità 1,19, per distrurre completamente l'ittiotossico contenuto in 0,1 cc. di siero puro, mentre una dose eguale alla metà, cioè 0,0017, rimaneva senza azione.

« Di acido fosforico ci vuole una quantità quadrupla per ottenere lo stesso effetto e occorre sette volte tanto di acido acetico glaciale: cosicchè con cc. 0,0125 di acido acetico si sente ancora debolmente il sapore acre di 0,1 cc. di siero, mentre scompare affatto con una dose di 0,0175 cc.

« Aggiungendo al siero così acidificato una quantità di alcali che neutralizzasse la corrispondente quantità di acido aggiunto non era più possibile ridare al siero la sua tossicità. Avendo sperimentato su quantità piccole di siero, questi dati numerici hanno soltanto la precisione consentita dalle condizioni poco favorevoli nelle quali facevo le prove.

« Anche gli alcali distruggono l'ittiotossico: aggiungendo gradatamente a del siero, soda, potassa od ammoniaca scompare il gusto acre del siero e la sua azione velenosa ed una quantità di acido sufficiente a neutralizzare l'alcali non resti tuisce alsiero la perduta attività.

« Invece i sali neutri non hanno alcuna influenza sul siero d'anguilla. Si può aggiungere del cloruro di sodio, del solfato di sodio o di ammonio, degli acetati, dei fosfati di sodio o di potassio ecc. in tutte le proporzioni e sempre il siero rimane attivo anche quando sono mescolati intimamente nello stato solido.

« Non avendo potuto ottenere nè cogli acidi nè cogli alcali qualche precipitato e nemmeno un intorbidamente sensibile, ho tentato se colla dialisi fosse possibile isolare dal siero qualche composto che fosse attivo.

Ricerche fatte colla dialisi.

« Mi sono servito per la dialisi del siero di anguilla, dei tubi di carta preparati da C. Brandegger in Ellwangen col metodo del prof. Kühne. Versava in questi tubi 20 o 30 cent. cubici di siero puro e ripiegato il tubo in mezzo lo mettevo in un bicchiere contenente una quantità doppia di acqua distillata e lo lasciava stare uno o due giorni. Siccome ho esperimentato nell'inverno e la temperatura è sempre rimasta al di sotto degli 8° C., non può nascere il sospetto che nelle mie esperienze lo siero perdesse la propria attività in causa di alterazioni prodotte dalla putrefazione.

« Lasciato così il tempo necessario al compiersi dei fenomeni osmotici fra l'acqua esterna e lo siero nell'interno del tubo, ho fatto dei saggi preliminari sull'acqua esterna, servendomi dei reattivi comuni, e dei più sensibili per scoprire la presenza dei corpi albuminosi, ma non ho trovato la più piccola traccia di queste sostanze.

« Ho pure veduto che per mezzo della dialisi non si può estrarre dal siero qualche principio velenoso. Per averne la certezza, dopo aver dializzato dalle grandi quantità di siero, 50, o 60 cc. ho iniettato ad un cane od ad un coniglio, tutta l'acqua esterna del dializzatore, aggiungendovi una quantità conveniente di cloruro sodico per darvi il gusto che corrisponde a quello di una soluzione al 0,75 %.

« Nelle mie esperienze non ho mai trovato differenza di azione sia che iniettassi l'acqua che aveva servito alla dializzazione, sia che iniettassi una quantità eguale di cloruro sodico al 0,75 %. I conigli appena slegati, od anche molto tempo dopo non davano segni di alcuna sofferenza.

« Per eliminare il dubbio che l'acqua esterna fosse in così piccola quantità da non essere sufficiente per l'estrazione della parte attiva del siero ho messo il tubo dializzatore in un bicchiere più grande nel quale facevo circolare una corrente continua di acqua potabile. Malgrado che l'acqua scorresse continuamente per più giorni nel bicchiere esternamente, il siero nell'interno del tubo conservava inalterata la sua forza micidiale.

« Ho pure sottoposto alla dializzazione lo siero modificato, o scomposto dall'aggiunta di piccole quantità di acidi o di alcali: ma non fu possibile restituire all'ittiotossico il suo stato attivo.

« Con queste esperienze resta dimostrato che l'ittiotossico non è un sale libero, dializzabile e non è neppure un peptone, perchè sarebbe passato a traverso le membrane del tubo dializzatore.

« Per brevità non mi fermo a fare un raffronto tra le mie ricerche e quelle che Weir Mitchell e Edward Reichert hanno fatto sul veleno dei serpenti velenosi [1]. Essi hanno trovato che per mezzo della dialisi si può estrarre dal veleno del crotalo, del cobra e dei tanatofidi un peptone velenoso, ed una globulina pure velenosa.

« Basta questo fatto per stabilire una radicale differenza tra il veleno dei serpenti e quello contenuto nel sangue dei murenidi.

Azione della digestione naturale ed artificiale e della putrefazione sull'ittiotossico.

« La quantità di acido cloridrico necessaria a scomporre l'ittiotossico essendo superiore a quella che comunemente si aggiunge ai liquidi albuminoidi per la digestione artificiale, ho voluto ricercare se l'ittiotossico veniva

(1) W. Mitchell e Ed. Reichert, *Researches upon the Venoms of poisonous Serpents*, p. 12. Washington 1886.

distrutto nello stomaco, o se era ancora possibile rintracciarlo in altre parti del canale intestinale dove è differente la reazione chimica dei succhi digestivi.

« A questo scopo ho somministrato, con una sonda stomacale, 15 cc.' di siero di anguilla ad un cane del peso di 6000 gr. Mio fratello aveva già trovato che « l'ittiotossico è innocuo se viene introdotto nello stomaco e che i cani sopportano benissimo quantità considerevoli di siero di anguilla.

« Dopo due ore e mezzo uccido l'animale per dissanguamento, raccolgo il contenuto stomacale e quello intestinale, filtro separatamente: i due liquidi filtrati si iniettano nella vena giugulare di due piccoli cani, è questi non presentarono alcun fenomeno di intossicazione, nè durante l'iniezione, nè molto tempo dopo: e sopravissero.

« Ho preparato un infuso di pepsina dallo stomaco di un cane ucciso in piena digestione ed ho provato che digeriva bene lo siero e l'albumina d'uovo. Quindi ho preso 10 cc. di siero d'anguilla e vi ho aggiunto 5 cc. di infuso di pepsina e 20 cc. di acqua acidulata con acido cloridrico all'1 ‰ e lo lasciai durante una notte nella stufa a 38° C. Al mattino il liquido si era intorbidato ed aveva perduto la sua tossicità.

« È degno di nota che il liquido era torbido anche dopo la filtrazione, ciò che dimostra che l'azione della digestione è differente dall'azione degli acidi e degli alcali studiata anteriormente: quantunque il risultato finale sia quello di rendere inattivo l'ittiotossico.

« Essendo riusciti negativi questi esperimenti; ho voluto provare se la semplice putrefazione senza aggiunta di acidi avrebbe distrutto il veleno. A questo scopo ho lasciato in un tubo 4 centimetri cubici di siero di anguilla; dopo dieci giorni il liquido era divenuto torbido, aveva lasciato un deposito, ed era pieno di bacterii. Il liquido filtrato non è più attivo: Il deposito ridisciolto in acqua non è più attivo.

« Tutte queste esperienze dimostrarono che l'ittiotossico è una sostanza molto instabile contenuta nei corpi albuminosi del siero ».

Azione del calore sul siero dell'anguilla.

« Mio fratello studiando le proprietà dell'ittiotossico aveva gia trovato che « esso non è più velenoso se viene riscaldato fino a 100°, che nello stesso tempo perde il suo sapore acre, e che conserva la sua azione se viene essiccato nel vuoto ».

« Io ho voluto cercare se riscaldando lo siero di anguilla questo si comportasse in modo differente dal siero degli altri animali: se nella sostanza che è attiva si producesse qualche modificazione vicino al punto di coagulazione e se i prodotti della coagulazione dessero qualche indizio sulla costituzione dell'ittiotossico.

« Ho messo 10 cc. di siero di anguilla reso leggermente acido coll'averlo fatto attraversare da una forte corrente di acido carbonico in un tubo d'as-

saggio a pareti sottili ed altri 10 cc. di siero leggermente alcalino in un altro tubo eguale al primo.

« E poi ho immerso i due tubi nell'acqua dell'apparecchio che serve a graduare i termometri ed ho osservato le variazioni che si producevano nel liquido sottoposto a successivi riscaldamenti della durata di 20 minuti per diverse temperature osservate, ed ho trovato:

« Che il liquido alcalino, portato a 100°, non è coagulato, quantunque verso i 70°, si intorbidasse;

« Che quello leggermente acido si è intorbidato a 70°, ed a 78° era completamente coagulato.

« Il liquido residuo portato a 100° non si e più ulteriormente coagulato quantunque si intorbidasse.

« Alla temperatura di coagulazione il siero perde la sua attività e non si trova più alcuna traccia del sapore acre, tanto nel liquido, quanto nel coagulo.

« Queste esperienze ci dimostrano che l'ittiotossico è così strettamente legato ai corpi albuminoidi contenuti nel siero di anguilla, che basta già il passaggio di questo allo stato solido, oppure che subisca solamente l'azione del calore a 70° perchè esso sia completamente distrutto.

L'ittiotossico non è un fermento che si possa isolare.

« Dopo di essermi assicurato che il siero dell'anguilla non contiene un fermento che si possa paragonare alla ptialina, perchè non trasforma l'amido in zucchero; nè alla pepsina, perchè non digerisce le sostanze albuminose, ho voluto cercare, se dal siero dell'anguilla si potesse isolare un fermento come quello che A. Schmidt preparò dal sangue dei mammiferi.

« A questo scopo prendo 20 cc. di siero centrifugato e lo precipito coll'alcool a 95. Lascio due giorni in riposo, filtro e lavo con alcool: faccio essiccare fra carta bibula il filtrato in modo da esportare tutto l'alcool, quindi estraggo con acqua distillata.

« Questa non è attiva; non è attivo il residuo indisciolto nell'acqua; ed evaporato l'alcool, ripreso il residuo con acqua, trovo che ha perduto ogni azione velenosa.

« L'ittiotossico ha del resto un azione inversa a quella del fermento di A. Schmidt, perchè esso rende il sangue incoagulabile, come ha già dimostrato mio fratello.

L'ittiotossico è una serina.

« Non mi rimaneva che separare dal siero di anguilla i diversi componenti: le serine dalle globuline. A questo scopo mi sono servito di metodi differenti, che hanno dato tutti gli stessi risultati.

« *a*) Ho preso 35 cc. di siero centrifugato l'ho diluito con 15 volte il suo volume di acqua distillata e l'ho fatta attraversare da una corrente di acido carbonico. Già la sola aggiunta di acqua ha dato un intorbidamento

notevole e si è in seguito avuto un deposito bianco fioccoso di paraglobulina. Il passaggio della corrente di CO_2 ha favorito la separazione. Lasciato in riposo per 12 ore, decanto il liquido, filtro il deposito, lavo bene con acqua; quindi sciolgo il residuo sul filtro con cloruro sodico all'0,65 %. Iniettato questo al cane non ha alcuna azione: il liquido filtrato invece è ancora attivo.

« *b*) Ho preso 35 cc. di siero puro e l'ho mescolato intimamente con solfato di magnesia ridotto in polvere, finchè una parte rimanesse indisciolta nel siero. Il solfato di magnesia ha la proprietà di precipitare la paraglobulina e non ha alcuna azione sulla sieroalbumina. Filtrato e lavato con una soluzione satura di $Mg\ SO^4$ fino alla scomparsa della reazione del cloro sul filtrato. Ho ripreso il precipitato con poca acqua distillata, nella quale le globuline non sono solubili, fatto dializzare per alcuni giorni per estrarre i sali: filtro, rimangono sul filtro le globuline che sciolte colla soluzione di cloruro sodico ed iniettate nella vena giugulare del cane non sono attive.

« Con questo metodo (1) avevo separato completamente le globuline dalle serine: quantunque avessi trovato una quantità maggiore di paraglobulina non ho fatto che confermare i risultati ottenuti, ricavando la paraglobulina col metodo di Panum. (2).

« *c*) Dopo queste esperienze rimaneva ancora il dubbio che la sostanza attiva potesse essere una sostanza solubile, che non abbiamo ancora potuto isolare dal siero.

« A questo scopo mi sono servito della proprietà che ha il solfato di ammonio (3) di precipitare tutte le sostanze albuminoidi dello siero.

« Ho preso 35 cc. di siero centrifugato l'ho mescolato intimamente con $(NH_4)_2SO_4$ puro asciutto fino a che una parte rimanesse indisciolta: filtro, lavo bene con una soluzione satura del medesimo sale.

« Raccolto il precipitato è ripreso con poca acqua distillata e sottoposto alla dialisi, per liberarlo dal sale.

« Filtro nuovamente: nel filtrato passano, le serine. Sul filtro restano le globuline. Queste sciolte nel cloruro sodico al 0,65 % non sono attive mentre è assai attivo il liquido filtrato.

« *Il veleno dell'anguilla è dunque un corpo albuminoso, che può separarsi dal siero cogli stessi processi che servono per isolare le serine.*

« Continuerò le mie ricerche per vedere se i corpi albuminosi del siero dell'anguilla hanno la medesima composizione chimica di quelli del siero degli altri animali: e riferirò in una prossima Nota se all'azione velenosa della serina dell'anguilla corrisponda una differenza nella composizione centesimale ».

(1) Hammarsten Archiv. f. d. ges. Phisiologie Vol. XVIII, p. 64, 1878.

(2) Panum. Arch. für pathol. Anatomie. B. IV, pag. 17, 1852.

(3) Michaillow, Bericht. d. Ch. Gesellschaft zu Berlin. B. 18. p. 478-479. Referatband, 1887.

Zoologia. — *Elenco dei Copepodi pelagici raccolti dal tenente di vascello Gàetano Chierchia durante il viaggio della R. Corvetta « Vettor Pisani » negli anni 1882-1885, e dal tenente di vascello Francesco Orsini nel Mar Rosso, nel 1884.* Nota del dottor W. GIESBRECHT (1), presentata dal Socio TODARO.

Genere **Centropages** Kröyer.

64. *C. typicus* Kröyer.

« Mediterraneo 13° E.

65. *C. chierchiae* n.

« *Typico* et *brachiato* affinis; ab illo antennarum minorì longitudine, majori spinae 15mi articuli antennae dextrae et hami proximalis forcipis maris 5ti pedis longitudine, ab hoc hamorum ultimi thoracis feminilis segmenti symmetria differt. ♀ 1,8-1,9 ♂ 1,65-1,75 mill.

« Gibilterra.

66. *C. brachiatus* Dana.

« Baia di Churruca; Porto Huite; Ancud; Valparaiso (superficie e molti nella profondità); Coquimbo (molti); S-Ov. di Autofogasta; Pisagua (molti); Arica; Ov. di Mòllendo; S. di Pisco; Mollendo-Callao; Pisco; Pisco-Callao (molti); N.-Ov. di Ancon; foce del Guayaquil; Callao (ottobre e novembre).

67. *C. furcatus* Dana.

« Panama; 80° Ov. 6° N.; 81° Ov. 5° N.; 82° Ov. 3° N.; 87° Ov. Eq.; 88° Ov. Eq.; 89° Ov. 4° S.; Ov. di Callao; [Assab (O.)].

68. *C. orsinii* n.

« Ab omnibus generis speciebus differt primo cum secundo articulo rami 5ti pedis interni conjuncto. ♀ 1,5-1,6 ♂ 1,25-1,3 mill.

« Assab (O.).

69. *C. violaceus* Claus (non Brady 1883).

« Mediterraneo 3° e 11° E.

70. *C. calaninus* Dana.

« 115° Ov. 5° N. (100 m.); 119° Ov. 9° N. (100 m.); 132° Ov. 14° N. (100 m.); 138° Ov. 15° N. (100 m.).

71. *C. gracilis* Dana.

« 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 115° Ov. 5° N. (100 m.); 119 Ov. 9° N. (100 m.); 124 Ov. 11° N. (100 m.); 132 Ov. 14° N. (100 m.); 138° Ov. 15° N. (100 m.); 145° Ov. 18° N. (100 m.); 156° E. 13° N. (notte).

Genere **Heterochaeta** Claus.

72. *H. spinifrons* Claus (non Brady).

« 99° Ov. 3° S (1800 m.); 160° E. 14° N. 500 m.

73. *H. papilligera* Claus.

« Mediterraneo 11° E.; 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 108° Ov. Eq. (700 m.); 109° Ov. 1° N. (300 m.); 138° Ov. 15° N. (100 m.); 175° Ov. 19° N. (100 m.).

(1) V. Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, Vol. IV, 2° sem. 1888, pag. 284; 330.

74. *H. clausii* n.

« *Papilligerae* affinis, sed frontis et quinti pedis forma differt. ♀ 2,4 ♂ 2,2-2,4 mill.
« 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 108° Ov. Eq. (700 m.).

75. *H. abyssalis* (= ? *papilligera* Brady).

« *Papilligerae* et *clausii* affinis, sed maxillipedis anterioris et quinti pedis forma differt. 2,75 millim.
« 132° Ov. 14° N. 4000 m.

76. *H. vipera* n.

« Mandibulae lateris sinistri dens ventralis multo major quam dextri; seta media segmenti basalis primi maxillipedis posterioris normalem formam praebet. ♀ 2,8, ♂ 2,6 mill.
« 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 132° Ov. 14° N. 4000 m.

77. *H. longicornis* n.

« ♀. Tertii pedis ramus externus aeque ac secundi et quarti constructus est. 3 millim.
« 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 132° Ov. 14° n. 4000 m.

Genere **Disseta** n.

« Abdominis et antennarum structuram *Heterochaetae* similem, mandibularum, maxillarum, maxillipedum formam *Leuckartiae* affinem, tertii pedis ramum externum normalem praebet.

78. *D. palumbii* n. ♀ 5,7 millim.
« 166° E. 16° N. 1500 m.

Genere **Isochaeta** n.

« *Leuckartiae* affinis; differt corporis forma et segmentorum rami interni 5ti pedis numero, cujus secundum et tertium segmentum conjuncta sunt.

79. *I. ovalis* n. ♀ 1,5 millim.
« 99° Ov. 3° S. (1800 m.).

Genere **Isias** Boeck.

80. *I. clavipes* Boeck.
« Gibilterra.

Genere **Leuckartia** Claus.

81. *L. flavicornis* Claus (non Brady).

« 87 Ov. Eq.; 88° Ov. Eq.; 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 108 Ov. Eq. (700 m.); 115° Ov. 5° N. (100 e) 450 m.; 124° Ov. 11° N. 1000 m.; 128° Ov. 12° N. (notte); [163° E. 16° N. (1500 m.)].

82. *L. clausii* n.

« Differt a *flavicorni* antennarum et 5ti pedis forma, segmenti analis longitudine et segmentorum rami interni primi pedis numero in quo segmentum 2dum et 3um conjuncta sunt. ♀ 1,9-2,05 ♂ 1,7-1,85 mill.
« [82° Ov. 3° N.]; 99° Ov. 3° S. (1800 m.).

83. *L. longicornis* n.

« *Flavicorni* affinis, differt antennarum longitudine, quae furcam tribus ultimis segmentis superant. ♀ 1,8-2 ♂ 1,8 millim.

« 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 124° Ov. 11° N. 1000 m.; 132° Ov. 14° N. 4000 m.

84. *L. longiserrata* n.

« ♀ *Clausii* affinis, differt processu segmenti basalis primi 2di pedis et pedum setarum terminalium majori longitudine. 2,2 millim.

« 166° E. 16° N. 1500 m.

Genere **Hemicalanus** Claus (non Dana).

85. ? *H. mucronatus* Claus. juv.

« 44° Ov. 25° S.

86. *H. oxycephalus* n.

« ♀ *Mucronato* similis; capitis forma et antennarum anteriorum longitudine majori differt. 3,25 millim.

« 99° Ov. 3° S. (1800 m.); 124° W. 11° N. 1000 m.

87. ? *H. plumosus* Claus.

« 160° E. 14° N. 500 m.

88. *H. chierchiae* n.

« ♀ *Plumoso* similis, capitis forma, antennarum porteriorum rami externi segmentorum et maxillae setarum numero majori differt. 5 millim.

« 99 Ov. 3° S. (1800 m.).

89. *H. longicornis* Claus.

« 99° Ov. 3° S (1800 m.); 108° Ov, Eq. (700 m.); 109 Ov. 1° N. (300 m.); 124° Ov. 11° N. 1000 m.; 138° Ov. 15° N. (100 m.); 175° Ov. 19° N. (100 m.); 173° E. 20° N. (100 m.); 171 E. 18° N. (100 m.); 169° E. 16° (100 m.); 166° E. 16° N. (100 m.); 163° E. 16° N. (100 m); 160° E. 14° N. (500 m.); 156 E. 13° N. (notte); 143° E. 11° N. (100 m.).

90. ? *H. aculeatus* Brady juv.

« 99° Ov. 3° S. (1800 m.).

Genere **Augaptilus** n.

« Pro *Hemicalano filigero* Cls., *longicaudato* Cls., et affinibus; ramus internus maxillae deest; mares a feminis non differunt nisi abdominis, antennarum anteriorum et quinti pedis structura.

91. *A. palumbii* n.

« ♀ Abdominis segmentum anale duplo longius praecedenti; antennae anteriores duobus ultimis segmentis furcam superant; furcae setae abdomine non longiores. 2,25 mill.

« 99° Ov. 3° S. (1800 m.).

92. *A. bullifer* n.

« ♀ Abdominis segmentum secundum et tertium eadem longitudine; mandibulae palpus normali structura. 4,4 millim.

« 163° E. 16° N. (1500 m.).

93. *A. hecticus* n.

« Abdominis segmentum secundum et tertium eadem longitudine; mandibulae palpus rudimentarius, uni-ramosus. ♀ 2,45-2,75 ♂ 2,4 millim.

« 99° Ov. 3° S. (1800 m.).

94. *A. longicaudatus* Claus.

« 124° Ov. 11° N. 1000 m.

95. *A. megalurus* n.

« *Longicaudato* affinis; sed segmentum anale brevius praecedenti; feminae segmentum genitale duplo longius quam duo segmenta sequentia unita; segmentum secundum rami externi pedis quinti dextri maris cum duobus appendicibus in margine interna. ♀ 4,5 ♂ 4 millim.

« 124° Ov. 11° N. 1000 m.

96. *A. squamatus* n.

« ♀ Abdominis segmentum anale ter prope longius praecedenti; antennae anteriores 8 ultimis segmentis furcam superant; furcae setae mediae bis vel ter abdomine longiores. 6,8 millim.

« 163° E. 16° N. (1500 m.).

Genere **Phyllopus** Brady.

97. *Ph. bidentatus* Brady.

« 99 Ov. 3° S. (1800 m.).

Genere **Temora** Baird.

98. *T. stylifera* Dana (= *dubia* Lubbock, Brady p. p., = *armata* Claus).

« Mediterraneo 3° E.; Gibilterra; 24° Ov. 5 N.; 38° Ov. 20° S.; Abrolhos.

99. *T. discaudata* n. (= *dubia* Brady p. p.).

« *Styliferae* affinis; differt feminae furcae asymmetria, maris antennae prehensilis segmentorum 15^{mi} et 16^{mi} latitudine, segmenti tertii sinistri pedis secundi setarum et 5^{ti} pedis forma. ♀ 1,7-2 ♂ 1,7-1,9 millim.

« 91° Ov. 9° S.; 84° Ov. 8° S.; 90° Ov. 7° S. (notte); 89° Ov. 4° S.; 99° Ov. 3° S. superf. (e 1800 m.); 87° Ov. Eq.; 88° Ov. Eq.; Panama; 80° Ov. 6° N. (giorno e notte); 82° Ov. 3° N.; 109° Ov. 1° N. (300 m.); 110° E. 12° N., Hongkong; Assab (O.).

100. *T. turbinata* Dana.

« Amoy; Hongkong; [Assab (O.)].

Genere **Candace** Dana.

101. ? *C. longimana* Claus.

« 165° E. 16° N. (notte).

102. *C. tenuimana* n.

« ♀ *Longimanae* affinis; sed 2^{dum} basale primi pedis cum seta et spinarum terminalium pedis quinti interna multo longior quam altrae. 2,05 millim.

« 166° E. 16° N. 1500 m.

103. *C. ethiopica* Dana (= *melanopus* Claus).

« 25° Ov. 18° N.; 145 Ov. 18° N. (100 m.); 170° Ov. 20° N. (100 m.); 137° E. 10° N. (notte).

104. *C. bispinosa* Claus (= *truncata* Brady p. p.).

« 145° Ov. 18 N. (100 m.); 170° Ov. 20° N. (100 m.); 169° E. 16° N. (100 m.).

105. *C. simplex* n.

« *Bispinosae* et *truncatae* affinis; sed segmentum feminae genitale symmetricum, sine spinis; antennae dextrae maris segmentum, quod articulationem sequitur, sine processu et brevius sequenti. ♀ 1,85-2,1 ♂ 1,8-2 millim.

« 88° Ov. Eq.; 124° Ov. 11° N. (100 m.).

106. *C. curta* Dana (= *pectinata* Brady 1883 p. p.).

« 38° Ov. 20° S.; Ov. di Caldera; 88° Ov. Eq.

107. *C. pachydactyla* Dana.

« 25° Ov. 18° N.; 24° Ov. 5° N.; 26° Ov. 3° N.; Abrolhos; 87° Ov. Eq.; 110° E. 12° N.

108. *C. truncata* Dana (= ? Brady 1883 p. p.).

« 119° Ov. 9° N. (100 m.); 138° Ov. 15° N. (100 m.).

109. *C. bipinnata* n. (= ? *truncata* Brady 1883 p. p.).

« ♀ Segmentum genitale feminae valde largum, partibus lateralibus prolungatis; segmentum quod sequitur cum processu lamellari in latere ventrali. 2,35-2,5 millim.

« Abrolhos, S.-Ov. di Autofagasta; Ovest di Callao; 99° Ov. 3° S. (1800 m.).

110. *C. catula* (= ? *truncata* Brady 1883 p. p.).

« Duarum partis secundae maxillipedis anterioris setarum proximalis multo crassior distali; pes quintus dexter maris brevissimus. ♀ 1,45-1,6 ♂ 1,4-1,55 millim.

« Panama; 115° Ov. 5° N. (100 m.) ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

G. Grassi-Cristaldi. *Sulla Santoninfenilidrazina e sui prodotti di riduzione: Iposantonina e Isoiposantonina.* Presentata dal Socio Cannizzaro.

P. Gucci. *Ricerche sulla santoninossima e i suoi derivati.* Presentata id.

A. Coggi. *I sacchetti calcari ganglionari e l'acquedotto del vestibolo delle rane.* Presentata dal Socio Todaro.

PERSONALE ACCADEMICO

Notizie sulla vita e sulle opere di Giorgio Enrico Halphen.
Del Socio F. Brioschi.

« È appena trascorsa una settimana dal giorno in cui io riceveva da Versailles una lettera, colla data del 21 maggio, così concepita:

« *Monsieur le Président,*

« *J'ai la douleur de vous faire part du décès de mon bien-aimé gendre* « *M.r le Comm.dant Halphen qui a succombé aujourd'hui à la suite d'une* « *maladie contractée par l'excès de travail.*

« *Veuillez porter cette nouvelle à la connaissance des Membres de « l'Académie et reçevoir, Monsieur le Président, l'assurance de ma consi- « deration très-distinguée.*

« H. Aron ».

« Nel parteciparvi, egregi Colleghi l'infausto annunzio della morte dell'eminente analista, nostro Socio straniero dal 1887, permettetemi che io aggiunga alcune brevi notizie intorno la sua vita ed i suoi principali lavori. E queste vorrei che non solo valessero ad onorare la memoria dell'illustre Collega, ma benanco di manifestazione alla Accademia delle Scienze dell'Istituto di Francia, nella quale egli aveva acquistato una posizione così cospicua, che l'Accademia nostra partecipa al suo lutto per la grave perdita.

« Uno degli storici moderni di maggior fama, il di cui nome percorre oggi l'Europa e l'America, tanto è il fascino dell'opera sua, lo storico del popolo Inglese, il Green, in quella prefazione dedicata a definire il metodo da lui seguìto nel suo lavoro, così, concludendo, lo scolpisce « Io ho posto, « scrive il Green, Shakspeare fra gli eroi del secolo di Elisabetta, e le investi- « gazioni scientifiche della Società Reale al fianco delle vittorie di Cromwell » [1].

« È certamente invidiabile una nazione presso la quale la storia si concepisce e si scrive con programma così elevato, con tanta intiera coscienza dell'avvenire dell'umanità, e dove questo complesso di qualità vi è sì altamente apprezzato. Ma è a noi, a noi cultori delle scienze, che spetta principalmente il compito di porre in luce ed in sede sublime ogni manifestazione scientifica destinata a lasciare traccia di sè, è a noi che corre l'obbligo di rendere giusta lode agli uomini che ad esse portarono largo contributo, è nostro debito infine di onorare pei primi, se estinti, la loro cara memoria.

« Giorgio Enrico Halphen nacque in Rouen il 30 ottobre 1844. Perduto il padre nella tenera età di quattro anni, fu, dopo poco tempo, condotto dalla madre a Parigi. Ivi fece gli studi classici nel liceo Saint-Louis ottenendovi, sia durante i corsi, quanto nel concorso generale, le più alte distinzioni. Ammesso alla Scuola politecnica nell'anno 1862, ben presto sviluppavasi in lui una tendenza naturale verso le scienze matematiche, e già nel secondo anno di corso la sua svegliatezza d'ingegno, la sua facilità di percezione, formavano l'ammirazione dei suoi maestri e dei suoi compagni.

« Escendo dalla Scuola politecnica egli era aggregato all'arma di artiglieria, ed in essa, durante la guerra degli anni 1870-71, ed il secondo assedio di Parigi, diede prova sui campi di battaglia di tanta bravura da valergli la croce di Cavaliere della Legione d'onore. Pur continuando a far parte

[1] I have set Shakspeare among the heroes of the Elisabethan age and placed the scientific inquiries of the Royal Society side by side with the victories of the New Model. Green — Short History of the English People — Preface to the first Edition.

della Direzione generale dell'artiglieria, egli era nominato nell'anno 1873 Ripetitore d'analisi alla Scuola politecnica, e tenne questa posizione per quattordici anni, i tre ultimi nella qualità d'Esaminatore d'ammissione.

« Nell'anno 1872 contrasse matrimonio colla signorina Aron, ed ebbe dal medesimo, quattro figli, e due figlie.

« Rispetto alle qualità morali altamente pregevoli di Halphen, non saprei esprimerle con maggiore efficacia di quello che portando a vostra cognizione un brano della lettera che il sig. Henri Aron, adjoint au Maire du 2^{me} Arrond^{t} de Paris, suo suocero, dirigevami pochi giorni sono comunicandomi, dietro mia preghiera, le notizie espostevi fin qui « Fils affectueux et tendre, scrive « il sig. Aron, le meilleur des époux et des pères, le plus noble et le plus « chevaleresque des caractères, c'est un savant dont la France s'honorait, « un soldat valeureux, un homme d'une modestie parfaite, doux aux faibles « et à ses inferieurs, que pleurent sa famille inconsolable et ses nombreux amis ».

« Nominato *Membre de l'Institut* nell'anno 1886 alla quasi unanimità dei suffragi, era stato da quattro mesi promosso ad ufficiale della Legione d'onore, di recente scelto a Membro del Consiglio di perfezionamento della Scuola Politecnica, e doveva essere di questi giorni elevato al grado di Luogotenente Colonnello di Artiglieria.

« Fin qui dell'uomo; permettetemi ora qualche maggiore diffusione parlando dello scienziato.

« L'opera sua è tanto varia ed estesa, che non è facile il renderne conto in breve scritto. Già nell'anno 1885, allorquando l'Accademia delle Scienze conferiva a lui il premio Petit d'Ormoy per le scienze matematiche, il relatore della Commissione aggiudicatrice sig. Jordan così la definiva « L'œuvre de « M.^{r} Halphen est très considérable. Parmi les quatre-vingt-dix Mémoires « dont elle se compose, plusieurs forment des véritables volumes de 200 à « 300 pages in 4°. Ils se distinguent par des qualitès de premier ordre: « les questions traitées sont toujours importantes et difficiles, les solutions « élégantes et rigoureuses, ne sont jamais abandonnées à moitié chemin; les « applications sont variées et intéressantes ».

« Eppure quest'opera già così considerevole quattro anni ora sono, si è andata aumentando di non poco, dovendosi assegnare a quest'ultimo periodo quell'aureo *Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications*, che sgraziatamente la morte gli impedì di portare a compimento [1].

« La nota caratteristica del progresso moderno degli studi matematici deve rintracciarsi nel contributo che ciascuna speciale teoria, quella delle funzioni, delle sostituzioni, delle forme, dei trascendenti, le geometriche e così via, porta nello studio di problemi pel quale in altri tempi forse una sola

[1] Au mepris des fatigues et du surmenage qui ont causé sa perte, mi scriveva il sig. Aron, il consacrait le jour à ses occupations militaires, et la nuit à l'ouvrage sur les fonctions elliptiques dont le 3.^{me} volume reste inachevé!!

fra esse sembrava necessaria. È chiaro che questo moderno indirizzo scientifico esige una estesa coltura in chi può seguirlo, e che mentre un maggior numero di scienziati, pur valenti, possono perfezionare e far progredire alcuna fra le indicate teorie, è minore il numero di quelli che giungono a fare uso di esse a quello scopo complesso. La scuola di Clebsch ebbe molta parte nell'iniziare questo movimento, l'attuale di Klein vi ha dato notevole impulso ottenendo per questa via splendidi risultati.

« La Francia, la quale dalle sciagure del 1870 seppe ritrarre nuova e potente vitalità scientifica, e ne ha dato ampie prove in ogni ramo dello scibile, non rimase estranea a quel movimento, e fra i promotori di esso, certamente non inferiore ad alcuno, fu Halphen.

« Per raggruppare convenientemente i lavori di lui parmi debbano distinguersi in cinque classi, quando si faccia eccezione di alcune memorie, sopra argomenti speciali, alle quali accennerò più avanti. Questo raggruppamento è reso più facile dal metodo di lavoro adottato dall'autore e, direi meglio, da un evidente bisogno della sua mente. Allorquando un argomento si impossessava di questa, non rimaneva paga ai primi risultati ottenuti per quanto importanti, ma ritornava più volte sull'argomento stesso fino a penetrarlo da ogni lato.

« Le cinque classi di lavori delle quali feci or ora cenno possono intitolarsi così:

1° lavori sui punti singolari delle curve algebriche piane;

2° lavori sulle caratteristiche dei sistemi di coniche e delle superficie del secondo ordine;

3° lavori sulla enumerazione e sulla classificazione delle curve algebriche nello spazio;

4° lavori intorno la teoria degli invarianti differenziali, ed applicazioni di essa a questioni geometriche e principalmente allo studio delle equazioni differenziali lineari;

5° lavori sopra le funzioni elittiche.

« La Memoria: *Sur les points singuliers des courbes algébriques planes*, fu presentata all'Accademia delle scienze nella seduta del 20 aprile 1874 ed un estratto della medesima leggesi nei *Comptes-Rendus* di quella adunanza. Nell'adunanza dell'11 gennaio dell'anno seguente una Commissione composta dei signori Bertrand, Bonnet, de la Gournerie formulava il suo giudizio a un di presso nei seguenti termini. Il metodo impiegato dal signor Halphen nella sua memoria consiste nello sviluppare l'equazione della curva e delle sue derivate (polari, hessiana ecc.) conservando puramente i termini che possono avere influenza sulla questione da lui propostasi. Il teorema sulla somma degli ordini dei segmenti dà per questa via, in molti casi, una soluzione immediata. Sotto il rapporto analitico, le principali difficoltà che l'autore ha dovuto risolvere consistono nel riconoscere gli ordini di grandezza dei diffe-

renti termini di uno sviluppo nelle diverse ipotesi che possono essere fatte, nel classificare metodicamente i risultati e nell'esprimerli per formole speciali. In queste delicate ricerche, notano i Commissari, il sig. Halphen ha dato prova della più grande sagacità. La Memoria dietro deliberazione dell'Accademia fu pubblicata fra le « Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des sciences » (T. 26^me^, n. 2, 1879).

« Due altri importanti scritti di Halphen relativi alla stessa specie di ricerche si leggono nel « Journal de Mathematiques » (3^me^ série, T. 2); per l'anno 1876, ed hanno per titolo, il primo: *Sur une série de courbes analogues aux développées*; l'altro: *Sur la recherche des points d'une courbe algébrique plane, qui satisfont à une condition exprimée par une équation différentielle algébrique, et sur les questions analogues dans l'espace.*

« Un ultimo lavoro infine che ha stretto legame coi precedenti è la bella Memoria pubblicata nel quindicesimo volume dei « Mathematische Annalen » col titolo: *Recherches sur les courbes planes du troisième dégré.*

« Anche sul tema dei lavori della seconda classe Halphen ritornò più volte. Il lavoro più completo sembrami quello pubblicato nel tomo 28 (anno 1878) del « Journal de l'École Politechnique » nel quale risolve questa importante quistione: *Parmi les coniques dont l'ensemble constitue un système donné, quel est le nombre de celles qui satisfont à une condition donnée?*

« È noto che Jonquières e Chasles si erano già occupati della medesima ed avevano dato ciascuno una soluzione. Vari eminenti geometri avevano anche tentato di dare una dimostrazione alla soluzione di Chasles la quale invero non era fondata che sopra una induzione; fu Halphen che con uno studio più approfondito di essa, dimostrava che il teorema di Chasles è soggetto a restrizioni da lui precisate, e stabiliva così le formule esatte che risolvono completamente la quistione.

« Il primo annuncio di questi risultati era però già dato in precedenza da Halphen in una sua comunicazione all'Accademia delle Scienze del 4 settembre 1876, ed altri lavori suoi sull'argomento si trovano nei « Proceedings » della Società Matematica di Londra e nei « Mathematische Annalen » (1).

« Una prima Memoria relativa alla teoria: *des courbes gauches algébriques*, fu presentata da Halphen all'Accademia delle Scienze fino dal febbraio 1870 (2) e dodici anni dopo, cioè nel 1882, la sua grande Memoria sulla classificazione di quelle curve, nella quale era in gran parte riprodotto il lavoro giovanile, fu giudicata, dalla Accademia delle Scienze di Berlino, meritevole del premio Steiner.

« La brevità del tempo non mi concede di entrare in maggiori particolari sopra questo classico lavoro, tanto più che gli scritti di Halphen compresi nella quarta classe sono i più estesi e forse i più originali.

(1) Vol. IX, n. 133, 134: Bd. XV, pag. 16.

(2) Comptes Rendus des séances de l'Académie des sciences. T. 61.

« Per quanto si incontri già traccia di queste ricerche in una delle Memorie citate sopra ([1]), pure può dirsi che esse prendano origine dalla Tesi da lui presentata nel 1878 per ottenere il grado di dottore nelle scienze matematiche, la quale porta il titolo: *Sur le invariants différentiels.* Le prime parole della medesima che io qui testualmente riproduco mostrano chiaramente lo scopo, l'estensione, e l'importanza della ricerca: « Parmi les « équations différentielles qui s'offrent dans les applications usuelles de l'a- « nalyse à la Géometrie plane, il en est qui se reproduisent sans altération « quand on effectue sur les variables une substitution homographique quelconque: « telles sont les équations différentielles, en coordonnées rectilignes, des lignes « droites, des coniques, etc. Je nomme invariant différentiel le premier membre « d'une telle équation. C'est la Géometrie qui fournit ainsi les premiers « exemples d'invariants différentiels; c'est à l'Algébre qu'il appartient d'en « coordonner la théorie par la résolution de ce problème: former, sans en « omettre aucun, les invariants différentiels de chaque ordre. - Résoudre cette « question, tel est l'objet de ma Thèse ».

« Le proprietà degli enti matematici, figure o formole analitiche, osserva giustamente il signor Jordan nell'esaminare questa tesi e gli altri scritti di Halphen alla medesima connessi, sono di due sorta: le une individuali, le altre comuni a tutti gli enti di una stessa famiglia. Lo studio sistematico di questi ultimi costituisce la teoria degli invarianti, la quale ha rinnovellato l'algebra e la geometria analitica; ma nulla di simile era ancora stato fatto per il calcolo differenziale e per l'integrale.

« Mi limiterò a citare una prima pubblicazione successiva alla tesi, quella che ha per titolo: *Sur les invariants différentiels des courbes gauches* ([2]) nella quale il concetto e l'uso dell'invariante differenziale, appaiono ancora più chiari che nella tesi, per estendermi maggiormente sulla Memoria: *Sur la réduction des équations différentielles linéaires aux formes intègrables*, premiata nell'anno 1880 dall'Accademia delle scienze dell'Istituto di Francia.

« L'Accademia aveva per quell'anno posto a concorso la seguente quistione: Perfezionare in qualche punto importante la teoria delle equazioni differenziali lineari ad una sola variabile indipendente. Il tema era stato nel momento così opportunemente scelto, che sopra sei concorrenti, il relatore della commissione, il sig. Hermite, quattro ne additava di cui i lavori rendevano testimonianza della estesa coltura, e dello spirito indagatore dei loro autori. È in questo bellissimo lavoro, il quale come osservava l'illustre geometra che ho nominato, dimostra nel suo autore un talento matematico dell'ordine più elevato, che si trovano introdotti in ricerche di calcolo integrale le nozioni algebriche di invarianti, e da queste nuove combinazioni sono posti

([1]) Journal de Mathématiques. 3 série, T. 2.
([2]) Journal de l'École Politechnique. T. 28, 1880.

in luce gli elementi nascosti dai quali dipende, sotto le sue diverse forme analitiche, la integrazione di una data equazione. L'idea di estendere il concetto di invariante alle equazioni differenziali era già stata intraveduta da altri, ma nessuno prima di Halphen aveva fecondata quell'idea in uno studio sistematico delle equazioni differenziali.

« Nè le conseguenze di quelle prime ricerche si arrestano alla Memoria premiata, giacchè le due interessanti Memorie: *Sur les multiplicateurs des équations différentielles linéaires*, presentata all'Accademia nel 1883 e nel 1884 (1), l'altra: *Sur les invariants des equations différentielles linéaires du quatrième ordre*, pubblicata negli « Acta mathematica » di Stocolma (2), l'altra ancora: *Sur une équation différentielle linéaire du troisième ordre* che leggesi nei « Mathematische Annalen » (3) appartengono al medesimo ordine.

« Ed ancora più avanti egli progrediva per questa feconda via nella sua Memoria inserita nel « Journal de Mathématiques » del 1885 che porta il modesto titolo: *Sur un problème concernant les équations différentielles linéaires*, ma di cui lo scopo così da lui definito: « Se fra le diverse soluzioni di una stessa equazione differenziale lineare, soluzioni incognite, esiste una relazione conosciuta, quale profitto si potrà trarre da essa per la integrazione? » dinota tosto l'importanza e la difficoltà della quistione considerata nel lavoro.

« Una eccezione la quale sfugge al metodo seguito nella Memoria stessa, eccezione indicatavi dall'Autore, il caso cioè in cui la funzione delle soluzioni della equazione differenziale, supposta nota, sia una forma quadratica a coefficienti costanti, indusse Halphen a ritornare sopra l'argomento in una comunicazione all'Accademia delle Scienze nella seduta del 5 ottobre 1885.

« Altri lavori suoi relativi alle equazioni differenziali lineari mi sarebbe facile il citare per la conoscenza completa che ho dei medesimi, ma quanto esposi fin qui è già sufficiente a concludere che se Halphen nelle prime due serie o classi di scritti ha portato a compimento due teorie poco più che abbozzate, colle altre due fu iniziatore e creatore di nuove teorie.

« Eppure l'opera sua oltrepassa ancora questo già esteso campo di attività. E l'oltrepassa in quella forma che d'ordinario presenta maggiori difficoltà allo scienziato il quale possiede le qualità inventive d'Halphen; quella di scrivere un libro od un trattato.

« Il *Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications*, di cui il primo volume apparve nel 1886, il secondo nel 1888, ed il terzo, come già dissi, rimase incompiuto per l'infausta morte, ha qualità didattiche di primo ordine, per la perfetta conoscenza della materia, per la esatezza scrupolosa delle dimostrazioni, per la precisione della forma. Ma non basta; in

(1) Comptes Rendus, pag. 1409, 1541, anno 1883; pag. 134, anno 1884.
(2) Tomo 3, anno 1883.
(3) Bd. 24, anno 1884.

una disciplina pur già abbastanza nota ai geometri egli seppe introdurvi una nota tutta sua, originale, sicchè scorrendo quel libro appare tosto, se non lo si sapesse, che esso fu scritto da Halphen.

« Nel dominio delle Matematiche, osserva giustamente l'Autore nella prefazione al primo volume, si possono distinguere due parti: l'una la più elevata, che si aumenta di continuo, quasi sempre per gradi insensibili, non riguarda che i matematici; l'altra, lungamente immutabile, si accresce bruscamente ad intervalli lontani; questa è la materia dell'insegnamento, è ciò che devono sapere applicare tutti gli uomini che si dedicano alle scienze esatte, e senza coltivare le matematiche, hanno bisogno di conoscere. In quale di queste due parti devesi oggi comprendere la teorica delle funzioni ellittiche? Essa insegnasi dovunque, ma solo i matematici sanno servirsene. Essa traversa a quanto appare, un periodo di transizione. È nella speranza di accelerare la fine di questo periodo che ho intrapreso il mio lavoro.

« Già in precedenza della pubblicazione del Trattato aveva Halphen dimostrato di avere studiati con cura i lavori di Weierstrass, di Schwarz, e d'altri geometri della Germania, nella sua Memoria - *Sur la multiplication des fonctions elliptiques* - presentata all'Accademia delle Scienze nelle adunanze dei 3, 17 e 31 marzo 1879; e nella - *Note sur l'inversion des intégrales elliptiques*, inserita nel Journal de l'École Polytechnique (1) ed in qualche altra relative a problemi di meccanica razionale. Fu con questa preparazione che egli si accinse alla difficile intrapresa di scrivere il libro; il successo ha dimostrato possedere egli pure da questo lato le qualità necessarie.

« Dissi da principio che anche all'infuori delle cinque classi nelle quali può raggrupparsi l'opera principale di Halphen esistono molte ed importanti Memorie sue sopra argomenti speciali. Mi limiterò a citare quella che egli presentava all'Accademia delle Scienze, all'età di circa ventitre anni, col titolo - *Sur le caractère biquadratique du nombre 2* (2) - perchè da essa appaiono già fin d'allora a lui famigliari i classici lavori di Gauss e di Jacobi sull'argomento; e saltando a piè pari, sebbene a malincuore, un trentennio di vita laboriosa, rammenterò i due ultimi suoi lavori apparsi nell'anno in corso.

« Il primo di essi pubblicato nel « Journal de Mathématiques » (3) è relativo alla moltiplicazione complessa delle funzioni ellittiche. Come è noto la moltiplicazione complessa delle funzioni ellittiche fu una delle più belle scoperte di Abel, sviluppata ed estesa da due illustri geometri viventi, i signori Kronecker e Hermite. È a questi ultimi matematici che devesi la scoperta dello stretto legame esistente fra la moltiplicazione complessa e la teoria delle forme aritmetiche di Gauss. Altri geometri, i sigg. Stuart, Sylow, il P. Joubert, Weber, Pyck, Greenhill, continuarono più di recente con profitto

(1) Cinquante-Quatrième Cahier 1884.

(2) Comptes Rendus, 27 Janvier 1868.

(3) T. V, fasc. 1, anno 1889.

questo genere di ricerche; e le medesime non potevano sfuggire ad Halphen che di esse intendeva occuparsi nel terzo volume del suo trattato.

« Au point de vue des résultats, così egli modestamente giudica questo suo penultimo lavoro, c'est donc un complément que j'apporte à ce qui était acquis. Mais c'est surtout par la méthode employée, que ce travail, sans prétention, mérite peut-être un instant d'attention.

« Infine ancora l'undici marzo ora scorso, egli presentava all'Accademia delle Scienze una breve Nota - *Sur la résolvante de Galois dans la division des périodes elliptiques par 7* - nella quale dimostrava di avere già approfondito un altro dei difficili argomenti che dovevano trovar posto nel terzo volume. Fu a proposito di quest'ultimo lavoro che io ebbi uno scambio di lettere con lui, e da questa pur troppo breve corrispondenza l'ammirazione per lo scienziato si accrebbe di quella per l'uomo.

« L'opera di Giorgio Enrico Halphen, egregi Colleghi, per quanto interrotta da una morte prematura, farà vivere il suo nome nella storia delle matematiche, nella storia della scienza. Possa questa fiducia, possa questo mio breve ricordo, portare qualche conforto alla vedova, alla famiglia sua, desolate per tanto grave perdita ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Socî:

G. Capellini. *Sul primo uovo di Aepyornis maximus arrivato in Italia.*

G. G. Gemmellaro. *La fauna dei calcari con Fusulina della valle del fiume Sosio, nella provincia di Palermo.*

Il Socio Razzaboni presenta una sua Memoria a stampa contenente il « *Risultato di esperienze idrometriche sopra tubi addizionali conici divergenti* », e ne discorre.

Il Socio Todaro fa omaggio di varie pubblicazioni del dott. L. Torre, delle quali verrà inserito l'elenco nel Bollettino bibliografico, dando conto di quanto in esse è trattato e rilevandone i pregî.

CORRISPONDENZA

Il Presidente comunica alla Classe una lettera d'invito del « Comitato nazionale per la partecipazione degl'italiani all'Esposizione universale di

Parigi del 1889 » colla quale si dà anche notizia dei Congressi che dovranno tenersi prima della chiusura dell'Esposizione.

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Società zoologica di Amsterdam; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; la R. Biblioteca di Berlino.

Ringraziano ed annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Le R. Scuola Normale Superiore di Pisa; la Commissione geodetica svizzera, di Zurigo; la Società geologica di Darmstadt.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 16 giugno 1889.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie* per lo scorso mese di maggio, e lo accompagna con la Nota seguente:

« Il suolo d'Este (Regione X) non cessa di restituire importante suppellettile scientifica. Nel predio *le Boldue* furono esplorate alcune tombe che appartengono alla necropoli atestina di Morlungo, e che si riferiscono al secondo periodo euganeo.

« Nel Bolognese (Regione VIII) tombe del tipo Villanova si dissotterrarono nel comune di Monteveglio; e tombe di età romana nel territorio di Lagaro, del comune di Castiglione dei Pepoli. Sistematiche esplorazioni furono fatte eseguire dal Ministero in Marzabotto, in contrada *Misano*, nella proprietà del conte Aria, e vi si rimisero all'aperto varie costruzioni della città antica che colà sorgeva. Quivi, in un grande ciottolo estratto dal fondo di un pozzo, fu letta un'iscrizione etrusca, la prima che si abbia da quella contrada oramai troppo nota ai cultori dell'archeologia.

« Un cospicuo frammento di un Feriale fu recuperato in Amelia (Regione VI), nel sito ove sorgeva l'abbazia di s. Secondo; e nel territorio della città stessa si raccolsero mattoni con bolli di fabbrica, ed un pezzo di anfora fittile con sigillo greco.

« Una stele etrusca, di arte arcaica, fu riconosciuta tra i materiali di fabbrica nella chiesa di s. Maria di Peretola, presso Firenze (Regione VII), ed altra stele simile si ebbe da Santa Agata del Mugello, nel comune di Scarperia. La prima, per cura dell'ispettore Carocci, e l'altra per dono del cav. Ranieri Aiazzi furono aggiunte alle collezioni pubbliche del Museo archeologico fiorentino.

« Una tomba con iscrizione fu scoperta nel comune di Fabbrica di Roma.

« Proseguirono gli scavi nella necropoli di Veio, e furono esplorati parecchi sepolcri del più antico periodo della storia della città. Vi si raccolse suppellettile funebre simigliante a quella delle tombe dell'Esquilino, e delle tombe vetustissime della necropoli falisca.

« Nel suolo di Roma (Regione I) fu dissotterrata una testa di statuetta fittile, nei lavori per la fogna della via Claudia: lastroni di marmo colorato nella prosecuzione delle opere in via Lanza presso la Subura; pezzi di statua colossale in via Labicana; un mascherone fittile in via dei Serpenti; un busto muliebre in rame, con residui di doratura, nell'area già occupata dal monastero delle Vive Sepolte, dove pure fu trovato un mattone con musaico assai fine, che conserva parte di una testa policroma. Fu compiuto il disterro dell'area antica nel luogo dell'ex-noviziato dei Gesuiti sul Quirinale, e vi fu recuperata una strana tavola lusoria. Molti frammenti fittili si discoprirono presso l'orto dei Cappucini; una lastra di porfido in via Pinciana; avanzi di costruzioni laterizie in via Giulio Romano; un piedistallo di statua con bassorilievi, un'iscrizione sepolcrale e mattoni con bolli figuli in via Arenula; una lastra marmorea iscritta in via del Consolato, ed altra lastra, con epigrafe funebre, presso s. Cosimato.

« Nei disterri del palazzo di Giustizia, ai prati di Castello, si scoprì un sarcofago ove era inciso il nome di Crepereia Trifena, entro il quale si trovarono ricchi ornamenti personali di una donna ed una pupattola di legno. Vi si trovò anche un altro sarcofago col nome di L. Crepereio Evhodo.

« Fu riconosciuto un tronco di condottura in terracotta nella tenuta di Roma vecchia sull'Appia; avanzi di costruzioni s'incontrarono nei lavori di bonifica sulla via Campana, nel centro dello stagno di ponente o di Campo Salino: e lastre marmoree con epigrafi sepolcrali si ebbero in prossimità dell'Episcopio di Porto, sulla via Portuense. Nell'Isola Sacra furono scoperti resti della grande via littoranea, che metteva in comunicazione Porto Traiano con Ostia.

In Albano fu rimesso in luce il basamento di un antico sepolcro, presso cui giaceva un' ara pulvinata di peperino, dedicata a Giove. In Anzio fu

riconosciuta una parte dell'aggere nell'antico recinto della città, e si scoprirono resti di un edificio del primo secolo dell'impero.

In Napoli, nella via *Cristallini*, nel giardino del sig. Giovanni dei baroni di Donato, si riconobbero celle sepolcrali, con ipogei abbelliti di motivi ornamentali del gusto greco più eletto.

In Pescina (Regione IV) fu ritrovata una lapide latina, già rimessa in luce nello scorso secolo, e poi smarrita; in Pentima fu dissotterrato un pavimento in musaico, e sotto di esso molti pezzi di vasi fittili; in Vasto furono esplorate tombe di età romana, in una delle quali dicesi rinvenuta una statuetta di bronzo.

« Parecchie iscrizioni funebri latine pervennero dal fondo Carrasco presso Brindisi (Regione II), ove furono aperte varie tombe di età romana, che conservavano i resti degli scheletri, sotto il cui cranio trovavasi costantemente uno specchio metallico.

« In Metaponto, (Regione III), si recuperarono altre terracotte del coronamento fittile del famoso tempio di Apollo Licio.

« In Serramaiori, tra i comuni di Canna e Nocara, nel circondario di Castrovillari, furono riconosciuti i resti di un antichissimo abitato.

« In Siracusa si notarono sul forte Eurialo, pezzi di un arco semicircolare, simile a quello delle fortificazioni a nord dell'acropoli di Selinunte.

« Nella Sardegna tornarono all'aperto avanzi di edificio romano, in s. Antigori nel comune di Sarrok; anelli di bronzo, forse ornamenti personali, nel comune di Nugheddu Santo Vittorio; bronzi di antica fonderia nel comune de' Lei, e finalmente parecchi oggetti di età romana nel suolo dell'antica Olbia ».

Filologia. — *Intorno al Bestiario comunicato nella seduta del 19 maggio.* Nota del Socio ERNESTO MONACI.

NOTE AL TESTO

« 1. Manca nel ms. il titolo, che fu supplito col n. 2.   2. Il senso e la misura dimandano *Ke de niuna*   5. Legg. *À de lo c.*   8. *non* = non ne   9. Circa gl'ipermetri mi richiamo a quanto avvertii nella *Crestom. ital. dei primi secoli*, p. V.   12. Legg. *de sua venuta*

« 2, 4. Il senso, contro la rima, vorrebbe *perito*

« 3, 5. Forse *El caciatore tanto s'a.*   9. *maio*, è dell'Umbria, come anche *maie*, che forse fu dapprima nel testo in corrispondenza con *assaie* del v. 12.   12. *potte*, corr. *pote* ovvero *pone*

« 4, 4. *Versi e*, corr. *Ver la*?   8. Forse *Se dane e vale*

« 5, 1. Soppr. *la*, cf. 6, 1.   4. Intendi: va incontro agli uomini più sicura che se fossero legati.   3, 5, 7. La rima vuole *defenna*, *emenna*,

entenna; cf. le note 41, 9; 46, 1. 10. Legg. *Mangiar l'alme*? ovvero *k'enno*?

« 6. Corr. *serra*; cf. il Bestiario latino edito dal Mann: « Est belua in mari que dicitur serra » (*Französ. Studien*, VI, 239). 11. *sono*, legg. *so*, correzione che dimandano anche i vv. 9, 7; 27, 10; 37, 6; 38, 5, 11; 40, 3; 41, 10; 44, 12; 48, 12; 53, 9; 58, 13. 13. Forse *De gireli*

« 7, 1. Corr. *sopresa* (= sorpresa) 3. Soppr. *ella* 8. *sciendono*, forse nell'originale era *sciendo*; terze plurali senza il *-no* sono accertate in questo testo pei vv. 29, 6 e 59, 12, ove le rime esigono *promecto* e *dico*, invece di *promectono* e *dicono*, come reca l'apografo. Pertanto simili restituzioni credo dovute anche nei vv. 6, 8 (*volio*), 7, 8 (*scendo*), 9, 8 e 44, 6 (*occido*), 14, 13 (*vengo*), 32, 8 (*pento*), 38, 7 (*posso*), 12 (*mecto*), 40, 4 (*conduco*), 43, 7 (*tengo*), 50, 1 (*vivo*), 52, 4 (*sento*) ecc. Si noti che in tutti questi verbi, venendo essi dalle conjugazioni in *-ere* o in *-ire*, non poteva la terza singolare confondersi con la terza plurale. 9. Legg. *te* 14. Corr. *Fien*?

« 8, 12. Legg. *Kusì fa lo n.*

« 9, 8. Soppr. *ne* e v. nota 7, 8. 10. Legg. *Ke cacia*

« 10, 2. Corr. *Ora sì poni mente a la f.* 3. Legg. *En* o *po* 4. Corr. *ello* (= en lo) *verno* 5. Corr. *E però ke* 9. Forse *E kusì fare dea* 10. Corr. *k'ene*, cf. 12, 11; 29, 9; 23, 1; *ene* domandano anche i vv. 11, 3; 18, 9; 24, 12; 25, 1; 30, 5; 33, 1; 38, 9; 41, 1, 3. 12. Forse *Dea departire*

« 11, 2. *foroti*, corr. *forti* 13. Forse *ne li sui* 14. Soppr. *ne*

« 12, 3. Forse *E de la natura* ovvero *ke agia* 5. *retraga* è in rima con *selvaggia*, *agia*, *travaglia*. Si risalirà a una serie originaria *salvaja*, *aja*, *retraja*, *travaja*? Si può dubitarne: in questo testo *lj* rimane inalterato o tutt'alpiù si rammollisce, così che vi troviamo 55 esempî con *lj* e 28 con *gli*; *bj* pure si mantiene (*abbi* 14, 8) o si riduce a *gi*, onde *aggio* 44, 1, *aggi* 21, 8; finalmente il suffisso *-atico*, come in *selvaggia*, così è trattato in *dalmaggio* 17, 9, in *viagio* 34, 4. D'altra parte, se la rima perfetta predomina, qui abbiamo anche esempî non dubbî di rime imperfette e di assonanze: v. le serie in *-ura*: *-ora* nei ss. 5, 6, 26, 33; in *-uce*: *-oce* nei ss. 29, 57; *-isso*: *-esso* 61; e così pure *castore* (o *castoro*): *retorno* 9; *sapiente*: *delectamento* 22; *amaça*: *caça*: *usança*: *baldanca* 31; *falla*: *sale* (o *salle*) 47; *udito*: *vetro*: *Egypto* 49; *alena*: *fera* 59; *adorato*: *pericolare* 60. 12. La rima tornerebbe con il plurale umbro *afare* 13. Corr. *è migl.* 14. Forse *Ed a l'omo*

« 13, 4. Legg. *Ed a grande m. sì se p.* 7. Forse *K'ene a sign.* cioè, che sta a sign. 9-13. il senso non corre, e nel 9 come nel 13 la misura non è giusta, ma non mi si offre un emendamento soddisfacente.

« 14, 13. Forse nell'originale era *Ko l. ke vengo da lo core*

« 15, 10. Forse è da restituire *Quelle ke corro so l'a. s.*, cf. le note

7, 8 e 14, 13. 11. Soppr. *vivo* 13. Corr. *possante*? o non sarà piuttosto da pensare ad un *sænti* nel v. 10? v. nelle osservazioni, suoni, § 1.

« 16, 3. Suppl. *li fura* 6. la rima tornerebbe con la forma umbra *splendia* 13. La rima vorrebbe *peruti*

« 17, 1. Legg. *ke ane*? 11. Legg. *Però sì guarda*?

« 18, 4. Forse prima era *l'arpiglia* 7. Suppl. *Ki sta*? 11. Corr. *de lo santo*

« 19. *bonatio* = *herinatio* (*h'inatio*)? « Phisiologus dicit, quod herinatius figuram habet porcelli lactantis », così il Bestiario edito dal Mann (op. cit. p. 247). Questa definizione, con quel che segue, corrisponderebbe a quella del nostro Riccio (v. n. 8). 2. Corr. *et malo p.* 13. Legg. *Con bei s.*

« 21, 3. Corr. *Ne lo v. ke sì*?

« 22, 6. Soppr. *sui* 8. Corr. *ell'anima* 12. Corr. *lo suo* 13. Corr. *ked enfine ene*

« 23, 3. La rima qui domanda *fiata* 6. Suppl. *più* dopo *Corale amore* 10. La rima tornerebbe con la forma umbra *lassi*, cf. *relassi* 28, 4.

« 25, 1. Legg. *vocata ene*

« 26, 1-2. Corr. *pecto esmesurato*, *Com'ello* (= en lo) *pecto en'* (*è*) *ella boccatura.* 8. Legg. *la umana* con iato. 13. Soppr. *poi* o legg. *restora*

« 27, 3. *Finançe*, corr. *Ançe*? 10. *sono*, legg. *so*

« 28, 2. Legg. *de pena* 13. Legg. *sì pensi*?

« 29, 2. Legg. *capretto* 5. Legg. *vedelo* 6. Legg. *promecto*, v. nota 7, 8. 13. Legg. *cor*

« 30, 5. Legg. *ene decepto* 9. Soppr. *E* 10. In fine a questo verso porrei un interrogativo, togliendolo dal 12 e dal 14. 11. Soppr. *E*

« 31, 9. Legg. *k'ene*

« 32, 8. Legg. *pento*, v. nota 7, 8. 9. Soppr. *la*? cf. 12. 14. Legg. *de lo suo*

« 33, 3. Legg. *La rieri parte* 8. Corr. *Aucidelo e devoralo*

« 34, 6. Corr. *loro*

« 35, 12. *canbio*, la rima tornerebbe con la forma umbra *cagno*

« 36, 4. Corr. *de lo reggerli*? 10. Soppr. *gran*

« 38, 5. Corr. *sol. ebielli*, forse per *obielli*, cioè *ovelli*, nel senso di ovunque?? 7. Legg. *posso*, v. nota 7, 8. 9. Corr. *ene* 10. La rima tornerebbe con la forma umbra *malegni* 11. Legg. *so li omini* 12. Legg. *mecto*

« 39, 8 Legg. *te* e soppr. *la* 9. Corr. *fone*? 14. Corr. *judia*?

« 40, 1. Corr. *k'ane* 3. Corr. *Poi so* 4. Legg. *conduco* 10. *reda*, forse nell'originale era *ro dà* (= loro dà; cf. appendice, II, 74). 11. Corr. *retorna* 13. Forse *se lascione morire*

« 41, 1. Corr. *ene* 3. Corr. *m'ene en* 9. La rima vuole *pelanno* 10. Corr. *E altri so*

« 42, 2. Corr. *Non mangia* 4. Corr. *refusata*?

« 43, 1. Forse *ane sì* 7. Corr. *tengo* 10. Corr. *Ke va*

« 44, 2. Soppr. *Ke* 4. Corr. *s'adormo* 6. Corr. *li occido* 12. Corr. *ove so*

« 45, 10. Corr. *Ke a la* e *cambione*

« 46, 2. Corr. *certeça* 1, 3, 7. La rima vorrebbe *offenne*, *entenne*, *renne*; cf. le note 5, 5; 41, 9. 9. Corr. *à facto malo f.* 13. Forse *sì dea*

« 47, 2. Soppr. *lo*

« 48, 11. Forse *mortalemente* 12. Forse *li so tolte*

« 49, 2, 9. Forse *li filii e so* 3. Corr. *de vitro* 5. Forse *E cierca, trovali, vass'ein Egipto* 9. Corr. *li filii*

« 50, 1. Forse *vivo a signore* 7. Forse *sì pensa*

« 51, 2. Corr. *E uno* 3. Corr. *a giornata* 12. Corr. *Poi l'ài* 14. Forse *de batallia*

« 52, 4. Corr. *E sse lo sento nolli te leg.*

« 53, 9. Corr. *Li gufi so nimici* 12. Corr. *Ciò so*

« 54, 10, 12. La rima si restituirebbe con le forme umbre *feice*, *veice*; cf. 9, 10; 28, 11.

« 55, 12. Corr. *Se l'alma*?

« 56, 5. Forse *u de* 10. Corr. *virtuti*? 13. Corr. *Se de la conf. non t'ajuti*?

« 57, 8-14. Dalle rime si vede che qui il guasto fu maggiore che altrove. Forse prima era così:

E, commo debbi, lui rendare 'nore.
A rengratiare Cristo k'è tua luce
Non te voli levare de lo lecto
A repensare la sua morte dura;
E per te fo levato nella croce!
Signore, la mi' anima te commecto,
K'a lo morire non vale paura.

« 58, 1. Corr. *avoltore* 6. Corr. *Dentro l'onf.* 10. Forse *desire* 13. Corr. *so*

« 59, 12. Corr. *dico* 13. Corr. *tal n'à niq.* cnf. 39,8.

« 60, 5. Corr. *ene* 8. Corr. *Lo nemico è* 10. Corr. *odorare*??

« 61, 4. Forse *e combatte*

« 62, 5. La rima dimanda la forma umbra *proferesce* 13. Forse *destrui* 14. Corr. *Po non è dato*

« 63, 15. Abbiamo un verso di più, ma il senso non permette di sopprimere nè questo nè altro dei precedenti.

« 64, 8. Soppr. *sua*? 12-14. L'ultima terzina forse va restituita così:

Se, per mi bene, en tal exenplo miro
Quelli ke sono d'onni pena degni,
Nom me porrò a dormire, onde l cor m'arda.

OSSERVAZIONI

« Nelle note che precedono, quasi tutte le correzioni che ora il senso, ora la rima, ora la ragion metrica dimandano, ci riportarono a suoni e forme che, estranee all'italiano letterario, si ritrovano invece nei vernacoli dell'Umbria. Umbro dunque sembra che sia stato l'autore, e a meglio chiarire questo punto raccolgo qui appresso quanto di più notevole mi avvenne di rilevare nel testo, che non si ritrova nella lingua comune.

I. Suoni

Vocali toniche.

« 1. A in *ai* e in *e* per propaginazione d'*i* anche implicito: *raigno* 32 (cf. *aignello* 28, 9); *piengnere* 35, 13. -ARIO: *volonteri* 5, 9; 31, 3; *mainera* 15, 7; 28, 14; 52, 5; 54, 5; *gridera* 28, 11; *rivera* 54, 1; *lumera* 54, 3; *primera* 56, 9.

« 2. E breve (dittongato in *ie* soltanto in *priego* 17, 9; *cielo* 1,10; *tieni* 28,14; *rieri* 33, 3; *uciello* 57, 2; *dietro* 19, 4; *giecta* 19, 6; 22, 14; *pietra* 31, 2) si conserva in *vene* 2, 3; 3, 5; 34, 5; 58, 6; 64, 2; *fera* 3, 4; 5, 1; 6, 1; 11, 9; 15, 3, 9; 19, 1; 20, 1; 24, 1; 52, 1; 59, 7; *tene* 7, 9; 20, 13; 21, 5; 34, 1, 8; 36, 13; 51, 2; 58, 4; 60, 14; *petra* 20, 4, 12; *fele* 22, 13; *kederli* 27, 13; *mele* (mellis) 29, 11; *apertene* 34, 11; *revene* 41, 8; 50, 6; *avene* 42, 3; *Deo* 6, 11; 25, 11; 29, 11; 30, 11; 36, 11; 42, 11; 52, 13; 42, 11; 52, 13; *convene* 45, 9; 51, 8; 55, 11; 58, 14; 64, 8. Ma intanto *liei* 12, 4; 37, 8, 11.

« 3. E lunga si dittonga in *feice* 28, 11; *preiso* 48, 14; *seimo* 49, 12; v. anche nelle note al testo 54, 10.

« 4. I breve si dittonga anch'esso, come l'E lunga, in *enveice* 9, 10; *reteine* 26, 7; *proveide* 32, 12; e così ancora in particelle che perdettero per proclisi l'accento: *ei* (i, gli) 5, 2; 49, 8; *ein* (in) 14, 11; 16, 1, 7; 47, 9; 49, 3; 54, 13; *eilla* (in la) 28, 3; e nel composto *einançe* 32, 13; 56, 4 (cf. *einudo* 61, 2). Nella posizione abbiamo *e* in *maravellia* 2, 2; 9, 2; *vermellia* 7, 5; *tegnese* 7, 6; *lengua* 7, 9; 62, 5; *seguesce* 19, 5, 10; *comenci* 21, 1; *amonesce* 25, 6; *vence* 29, 14; *restrenge* 45, 6; *comencia* 46, 14; *perescie* 60, 13; 62, 3; *mordesce* 62, 1; *soferesce* 62, 7; *falesce* 62, 8; *costrenge* 63, 4; di contro a *inpio* 21. 2.

« 5. I lungo, forse per alterazione terziaria, dittongato in *enfieni* 7, 10; *enfien* 7, 14; *fieni* 57, 3.

« 6. O breve (dittongato soltanto in *buon* 9, 12; *vuoli* 14, 8; 47, 7; *puoi* (potes) 35, 12; *muori* 27, 9; *buono* 47, 2; *luogo* 58, 12) si conserva in *po* 1, 8; 8, 2; 10, 5; 37, 3; 41, 6; 46, 11, 14; 60, 9; 61, 6; *homo* 1, 8;

3, 12 ; 4, 12 ; 10, 1 ; 11, 8 ; 15, 8 ; 25, 5 ; 28, 1 ; 51, 14 ; *omo* 9, 10, 12 ; 12, 13, 14 ; 13, 2, 8, 9 ; 19, 14 ; 24, 9 ; 31, 9 ; 33, 10 ; 36, 12 ; 42, 9 ; 46, 9 ; 52, 13 ; 54, 6 ; 55, 10 ; 61, 2, 10 ; *core* 3, 5 ; 9, 12 ; 12, 10 ; 29, 3 ; 45, 2 ; 52, 3 ; 55, 6 ; *fore* 7, 9 ; 48, 1 ; 49, 12 ; *loco* 11, 14 ; 12, 12 ; 25, 10 ; 30, 3 ; *vole* 30, 2 ; 31, 11, 14 ; 41, 14 ; 52, 2 ; 55, 5, 10 ; 62, 2 ; *bona* 12, 13 ; 31, 10 ; *volio* 3, 11 ; *voli* 10, 1 ; 27, 12 ; 57, 11 ; *homini* 26, 12 ; 31, 1 ; 32, 8 ; *coce* 29, 3 ; *bono* 41, 1 ; *more* 48, 3 ; *removi* 50, 14 ; *boi* (boves) 52, 3 ; *foco* 54, 4 ; *copre* 59, 10. Malgrado la posizione si dittonga in *puoi* (post).

« 7. O lungo si oscura in *maiure* 1, 3.

« 8. U breve si conserva in *busco* 11, 11 ; *dua* (de ubi) 11, 6 ; passa ad *o* in *fo* 1, 12 ; 2, 7 ; 4, 14 ; *giongne* 6, 4 ; *gionse* 17, 4 ; *donqua* 46, 13.

« 9. AU : *roica* 45, 7.

Vocali atone.

« 10. A di sillaba iniziale in *ai*, per attrazione o per propagine d'*i* : *mainera* 15, 7 ; 28, 14 ; 52, 5 ; 54, 5 ; *aignello* 28, 8 ; *raisgione* 32, 12 ; 45, 12 ; *maitino* 57, 3 ; così anche in sillaba interna : *liberaisgione* 49, 8 ; in *au*, da *alp* : *taupinella* 31, 1, 10 ; *taupinello* 43, 6 ; 56, 7 ; *taupino* 50, 6. Conservata in *lasciarai* 17, 8 ; *passarai* 17, 12.

« 11. E protonica conservasi in *demorança* 1, 4 ; *descese* 1, 10 ; *defenda* 5, 3 ; *scegura* 5, 4 ; *devora* 5, 8 ; *mesura* 7, 13 ; 8, 6 ; *recollie* 8, 10 ; *departelo* 9, 6 ; *retorno* 9, 13 ; *remanda* 9, 14 ; *respecta* 10, 11 ; *delectamenti* 11, 13 ; *retrage* 12, 5 ; *repensa* 12, 11 ; *renovare* 14, 4 ; *refrena* 17, 13 ; *desperatione* 25, 14 ; *presgione* 49, 2 ; *removi* 52, 14 ; ecc. e così nelle proclitiche e nelle enclitiche *me*, *te*, *se*, *ce*, *ve* passim. Mutasi in *a* in *alifante* 3, 1, 2 ; *axenplo* 35, 3 ; similmente in sillaba interna : *lectaratura* 10, 12 ; *bevaria* 35, 6 ; così in postonica dinanzi ad R : *prendarlo* 9, 11 ; *essare* 14, 8 ; 28, 13 ; 36, 14 ; 39, 3, 7 ; 61, 7 ; *rendare* 28, 6 ; 57, 9.

« 12. I protonica tende ad affievolirsi in *e* : *semeliança* 1, 2 ; *estante* 2, 5 ; *encarnò* 4, 11 ; *mesléale* 6, 12 ; *entendere* 11, 9 ; *enteramente* 12, 9 ; *semeliato* 13, 14 ; *semelitudine* 14, 7 ; *vertudi* 16, 11 ; *enfin* 18, 5 ; *encendore* 54, 8 ; *fenire* 55, 14 ; *aletando* 15, 3 ; *dissemegliato* 18, 3 ; *genteleça* 37, 9 ; *Serene* 44, 1 ; *solecetudine* 45, 8 ; ecc. Passa ad *a* in *maravellia* 2, 2 ; 9, 2 ; *anvito* 39, 5 ; ad *o* in *onferno* 44, 11 ; 49, 11 ; 50, 13 ; 58, 6.

« 13. O iniziale in *a* : *affende* 15, 6 ; in *e* : *escura* 5, 6 ; in *au* : *auciderlo* 34, 8, seppur qui non s'abbia a base *ancidere* mutato poi in *alcidere* (*ancisio* è in Isidoro, *ancisus* in Prisciano [1]) ; ma in un'antica lauda assisiate trovo *auriente* (oriente), in altro testo pure umbro *auliva* (oliva).

« 14. U iniziale si conserva in *cusì* 3, 14 ; 4, 9 ; 7, 12 ; ecc. *mundano*

[1] Quicherat, *Addenda lexicis latinis*, s. v.

8, 12 ; passa ad *a* in *laxuria* 52, 14 ; ad *o* in *ponture* 52, 9 ; *iontura* 52, 14 ; *omore* 60, 4.

« 15. AU iniziale : *audita* 2, 2 ; *audirete* 8, 4 ; *audito* 9, 1 ; 50, 1 ; 63, 1 ; 64, 1 ; *audire* 44, 13 ; *aucello* 47, 1 ; *orrire* ? 53, 8 ; *uvero* 45, 1 ; *urecie* 63, 5.

Consonanti.

« 16. J conservato in *iocando* 11, 5 ; *iudea* 39, 14 ; *iudicato* 43, 9 ; *iovanetto* 56, 1. LJ intatto in *semeliança* 1, 2 ; 23, 9 ; 28, 9 ; 34, 11 ; *sutiliança* 1, 6 ; *pilia* 1, 5 ; *maravelia* 3, 1 ; *resimilia* 3, 3 ; *asotilia* 3, 5 ; *piliare* 3, 6 ; 9, 3 ; 38, 4 ; *apilia* 3, 7 ; *volio* 3, 11 ; *voliono* 6, 8 ; *miliore* 8, 3 ; *svelia* 9, 8 ; *talienti* 11, 2 ; *inpilia* 11, 7 ; *dolioso* 11, 14 ; *semeliato* 13, 14 ; *filioli* 16, 3, 8, 10 ; 23, 3 ; 34, 3 ; 36, 1, 8 ; 37, 3 ; 40, 1 ; *filiolo* 18, 10 ; 20, 11 ; 22, 2, 9 ; 36, 14 ; 29, 3 ; *similiante* 19, 12 ; *batalia* 21, 1 ; *semeliata* 24, 7 ; *ugualiança* 27, 5 ; *melio* 34, 7 ; *recolie* 39, 5 ; *dolia* 39, 5 ; *coliesti* 50, 10 ; con geminazione della liquida in *meravellia* 2, 2 ; *maravellia* 9, 2 ; *resimillia* 18, 2 ; *fillio* 4, 9 ; *asotillia* 7, 2 ; 9, 4 ; *vermellia* 7, 5 ; *mellio* 61, 13 ; in *gn*, per dissimilazione : *ragolgnino* (raccolgono) 59, 5. NJ : *coupania* 60, 14 ; SJ : *scegura* 5, 4 ; *masgione* 8, 11 ; *disginore* 27, 6 ; *presgione* 42, 2, 12 ; *casgione* 59, 8 ; *malvasgitate* 59, 10 ; TJ : *stasgione* 8, 1 ; *presgio* 19, 14 ; *anguscia* 40, 5 ; *raisgione* 31, 12 ; 45, 12 ; *liberaisgione* 49, 8. BJ : *agio* 2, 2 ; *agi* 21, 8 ; 34, 3 ; *agia* 12, 3 ; *aggio* 9, 1 ; 44, 1 ; *aggi* 21, 8.

« 17. L : *rusignolo* 57, 1. PL : *exemplo* 3, 11 ; 18, 6 ; 23, 2 ; 25, 9 ; 41, 1 ; *replecha* 25, 4 ; *plena* 60, 4 ; FL : *flamma* 30, 6 ; *flore* 50, 3, 9. BL : *senblança* 1, 8 ; *senblanti* 19, 13 ; *rasenbla* 45, 5. CL : *eclesia* 18, 9 ; *claro* 54, 2 ; *oki* 7, 9 ; 29, 6 ; *envekiato* 41, 5 ; *urecie* 63, 5.

« 18. V passa nella esplosiva in *boce* 4, 6 ; 21, 13 ; 24, 5 ; 45, 12.

« 19. N in *m* : *gram* 4, 3 ; *im* 6, 6 ; geminata : *yenna* 5, 1 ; dileguo in *no* 14, 5 ; 15, 3 ; *co* 18, 4, 10 ; 14, 2, 9, 13 ; 15, 9. ND v. nelle note al testo 5, 3 ; 41, 9 ; 46, 1.

« 20. M geminata in *commo* 6, 2 ; 28, 7 ; 37, 7 ; *lammia* 22, 10.

« 21. C conservasi in *spica* 10, 6 ; *tricata* 11, 6 ; digrada nella sonora in *gogitationi* 12, 10 ; *scegura* 5, 4 ; *ascegura* 7, 10 ; *ragolgnino* 59, 7.

« 22. Q digrada in *guasi* 37, 7.

« 23. G conservasi in *fatigano* 52, 3.

« 24. T digrada in *podeano* 1, 14 ; *fiade* 3, 2 ; 59, 12 ; *fiada* 23, 3 ; 25, 2 ; 29, 1 ; *podere* (inf.) 56, 11 ; 61, 4.

« 25. D conservasi in *perdice* 37, 1.

Accidenti generali.

« 26. Prostesi : *arisanò* 4, 14 ; *alassi* 6, 5 ; *amandica* 10, 8 ; *areduca* 25, 11 ; *aguardalo* 39, 4.

« 27. Epentesi : *salie* 55, 9 ; *àquilia* 33, 4.

« 28. Epitesi : *dane* 4, 8 ; *ene* (in) 10, 3 ; *maio* 33, 14 ; 35, 5, 6 ; *cone* 51, 11 ; *sie* 52, 9.

« 29. Aferesi : *tade* 56, 9 ; *niquitade* 39, 8 ; 59, 13 ; *dormito* (addormito) 64, 5.

« 30. Metatesi : *perfondo* 6, 9 ; *dretactione* 19, 13 ; *terdisgone* 33, 7 ; *enterlasata* 42, 2.

« 31. Assimilazione : *penetença* 5, 10 ; *disginore* 27, 6.

« 32. Dissimilazione : *perfondo* 6, 9 ; *volenteri* 31, 3 ; *volentade* 58, 10.

« 33. Consonanti preservate dalla geminazione : *ucelli* 7, 8 ; *ucello* 7, 11 ; 33, 2 ; 56, 3 ; *debia* 10, 7 ; *meço* 17, 2 ; *fuge* 22, 4 ; 52, 8 ; *fugirà* 22, 12 ; *vegote* 28, 1 ; *fano* 40, 3 ; *dano* 40, 5 ; *stano* 40, 7 ; *vano* 41, 9 ; 53, 10 ; 64, 5 ; *trare* 24, 10 ; 62, 10 ; *beleça* 46, 4 ; *morbideça* 46, 6 ; *tristeça* 46, 8 ; *struço* 49, 1, 9 ; *legacia* 52, 4 ; *ano* 64, 6.

« 34. Scempiamenti di geminate o complicate: *sutiliança* 1, 6; *secha* 3, 7; *acesa* 7, 5 ; *tera* 7, 7 ; *ricio* 8, 1 ; *avolgie* 8, 13 ; *cacia* 9, 10 ; *aquista* 10, 4; *eso* 16,7; *pasare* 17, 6; *donatione* 9,10; *caciata* 23, 7; *sotile* 33, 6, 12; *correndo* 38, 12 ; *recolie* 39, 5 ; *aleva* 40, 2 ; *ocidono* 44, 6 ; *ocide* 44, 11; *beleça* 46, 4 ; 48, 9 ; 54, 7 ; *terena* 47, 11 ; 59, 3 ; *tereno* 47, 14 ; *rikeçe* 53, 14 ; *enpenato* 56, 2 ; *asai* 56, 2 ; *lecare* 62, 3 ; *falança* 63, 12.

II. Forme.

« 35. Nomi. Figura nominativale : *pate* 2, 5, 12 ; 40, 8. Genere : plurali di tipo neutro : *membra* 9, 7 ; *poma* 60, 2. Declinazioni : residuo della quinta : *merigge* 38, 2, 8. Passaggio dalla terza alla prima : *tigra* 16, 1 ; dalla terza alla seconda : *pescio* 59, 1 ; dalla quarta alla prima : *corne* 11, 1. Segnacasi : *de* sempre invece di *di*. Articoli : quasi sempre *lo*, (*el* soltanto 18, 1 ; 23, 2 ; 49, 11) ; femm. *ella* (la) 57, 7.

« 36. Pronomi : *lo* (loro) 38, 14 ; cf. note al testo 40, 10 ; *seo* (?) v. note al testo 30, 14 ; *sui* 22, 6 ; 29, 6 ; 52, 8 ; *esti* 25, 2 ; *nesciuno* (alcuno) 41, 5 ; *doi* 11, 1 ; 23, 3 ; *dui* 11, 10 ; 25, 2 ; *tranmendue* 40, 6 ; *onni* 4, 8 ; 50, 14 ; 54, 11 ; 64, 13 ; *onniumque* 42, 12.

« 37. Verbi : indic. pres. 1ª s. *agio* 2, 2 ; 3, 2 ; *aggio* 9, 1 ; 44, 1 ; 2ª s. *si* (sei) 34, 14 ; 3ª s. *ane* 6, 2 ; 13, 17 ; 24, 5 ; 26, 1 ; 30, 11 (*ave* 22, 1 forse è un lapsus) ; *ene* 12, 11, 13 ; 20, 9, 12 ; *pone* (può) 23, 8 ; 52, 14 ; *potte* (?) 3, 12 ; 10, 3 ; *dea* (deve) 10, 9 ; 37, 12 ; 39, 3, 7 ; 46, 13 ; 54, 10, 11 ; 61, 5 ; *fane* 23, 3 ; *perdi* (perde) 49, 2 ; *trai* (trae) 32, 6; *pate* (patisce) 4, 6 ; *fere* 25, 3 ; 40, 9 ; *rape* 26, 5 ; 1ª pl. *semo* 16, 9 ; *potemo* 23, 2 ; 37, 1 ; 44, 7 ; 46, 2 ; *volemo* 45, 12 ; 3ª pl. *ano* 64, 6 ; *dano* 40, 5 ; *fano* 40, 3 ; *vano* 41, 9 ; 53, 10 ; 64, 5 ; *stano* 40, 7 ; *stono* 5, 2 ; perf. 3ª s. *fo* 1, 12 ; *sappe* 3, 6 ; *volse* (volle) 43, 13 ; *durone* 45, 13 ; fut. 2ª s. *sirai* 21, 12 ; 23, 13 ; *porrai* 4, 1 ; 14, 14 ; 25, 13 ; 27, 7 ; 3ª s. *sirà* 22, 9 ; 25, 14 ; *serà* 54, 12 ; *porrà* 12, 8 ; 30, 9 ; cong. pres. 2ª s. *aggi* 21, 8 ; *agi* 21, 8 ; 34, 13 ;

3ª s. *agia* 12, 3; condiz. 3ª s. *sirea* 61, 14; *vorea* 51, 9; *soferrera* 15, 5; 3ª pl. *àberanno* 63, 11; partic. *visso* 50, 12; passivo: *po homo* 1, 8; *omo possa* 3, 4; ecc.

« 38. Avverbi: *dua* 11, 6; *fore* 7, 9; 13, 3; *ançe* 21, 6.

III. Lessico.

« *Adasta* (eccita, affretta) 27, 12. *alante* (aliante, veloce, agile) 33, 6, 13. *alassa* (si abbandona) 6, 5. *alunate* (?) 5,11. *anvito* 39, 5 (noia, fastidio, cordoglio). *arçillo* (assillo) 52, 1. *bonatio* (v. note al testo 19). *dalmagio* (danno) 17, 7. *decepta* (inganna) 24, 8. *delicança* (dilicatezza) 30, 12. *divisato* (strano) 18, 1; 41, 1. *dubito* (dubbio, tema) 31, 4. *encomenciaglia* (cominciamento) 21, 7. *enmanestante* (immantinente) 33, 8. *gridera* (lamento) 28, 11. *guarire* (salvare) 27, 5. *intama* (ferisce) 19, 11. *loco* (là) 11, 4. *lupica*, *luppica* (upupa) 48, 1. *manticora* (nicticorax?) 24, 1. *mertisse* (meritasse) 27, 8. *metidio* (?) 13, 4. *miserea* (miseria) 56, 6. *moricina* (iniettata di sangue? cf. morice) 45, 7. *mosteto* (?) 17, 1. *orrire* (haurire?) 53, 8. *orlosia* (?) 35, 8. *pascura* (pasce) 11, 4. *patioso* (mite) 28,7. *ponteca* (topa) 31, 1. *ramitella* (ramoscello) 35, 8. *-rasca* (?) 31, 6. *relassi* (abbandoni) 28, 4. *rieri parte* (parte posteriore) 33, 3. *sbernare* (il cantare degli uccelli all'entrar di primavera) 57, 4. *scicina* (sgrana) 8, 7. *siuga* (asciuga) 62, 10. *sorcoitanza* (oltracotanza) 28, 12. *suavitoso* (soave) 55, 10. *tradita* (traditrice) 2, 8. *tricata* (intricata) 11, 6. *urecie* (orecchie) 63, 5. *usata* (usanza) 42, 6. *vaccio* (presto) 11, 6.

« Raccolti questi dati, avremo tanto per determinare anche di qual parte dell'Umbria sarà stato il nostro autore?

« Il Mazzatinti crede il codice, e non senza ragione, di provenienza eugubina ([1]). Ma se di Gubbio fu lo scrittore del codice, ossia il copista, dubito che altrettanto possa sicuramente affermarsi dell'autore del Bestiario. È vero che la maggior parte dei fenomeni fonetici e morfologici qui osservati trova riscontro in testi eugubini sì antichi come moderni ([2]); ma è pur vero che questa maggior parte consiste di fonomeni che sono comuni a tutta la regione dell'Umbria, e perciò nel caso nostro non provano abbastanza. Di più, nel Bestiario si notano anche due altre peculiarità, le quali sono fra le più specificamente caratteristiche di quella zona dove il parlare umbro-aretino s'incontra con l'emiliano o gallo-italico. Voglio dire dell'alterarsi dell'A tonico in *e*, e del dittongo *ei* da E lungo e da I breve pur sotto accento ([3]).

([1]) Scelta di curios. letter. CLXXIX, p. V.

([2]) *Laude dei Disciplinati di Gubbio* pubblicate da G. Mazzatinti (nel Giornale di filologia romanza, III, 99); *Canti popolari umbri raccolti a Gubbio* da G. Mazzatinti, Bologna, Zanichelli, 1883.

([3]) Ascoli, Archivio glottologico, II, 414 e 411,

« Del primo di questi fenomeni, ossia dall'*e* da Á, non abbiamo, è vero, che un solo esempio nel Bestiario [1], e questo può altresì avere speciale ragione. Ma anche solo, e anche tenuto conto della sua ragione speciale, quell'esempio è pur sempre significativo; tanto più, se si ripensi che in uno dei dialetti umbri ove quel fenomeno si svolse con maggiore energia, nel dialetto cioè di Città di Castello, il Bianchi non era riuscito a raccoglierne se non esempi moderni, benchè di testi antichi, dal secolo XIV in poi, parecchi ne avesse a sua disposizione [2].

« Meno scarsi sono gli esempi dell'*ei* da É e da Í, che dalla Romagna attraverso un lembo dell'Umbria si estende fino ad Arezzo, e di cui il Bianchi medesimo affermava non aver trovato traccia « negli scritti di Città di Castello antichi e moderni » [3]. Ma sta in fatto che di quest'*ei* esempi antichi vicino a Città di Castello non mancano, come in ispecie può vedersi nelle tre laude inedite d'una confraternita di Sansepolcro date qui in appendice; e intanto se l'*è* da Á oggi si estende anche a Gubbio [4], là però non troviamo traccia dell'*ei* da É e da Í. Non dovremo dunque, per ora almeno, restare incerti sull'eugubinità del nostro anonimo?

« Venendo finalmente alla età dell'opera, più indizi concorrono per indurci a conclusioni meno dubitative di quelle a cui ci dovemmo fermare circa la patria dell'autore. Invero, così il codice, che appartiene ai « primi anni del secolo XIV » ed è opera di seconda e fors'anche di terza mano; e così anche la lingua del testo, che ridonda di arcaismi, dicono già abbastanza che l'originale va riferito secondo ogni verosimiglianza al secolo XIII. Ma quel che maggiormente ne spinge a questa conclusione, è l'osservare la struttura data in questo testo al sonetto. È omai accertato che lo schema primitivo del sonetto fu quello che ha i quadernarî con rime incatenate (*abababab*), e si sa pure che nell'ultimo venticinquennio del secolo XIII contro questa prese ad invalere l'altra maniera, con i quadernarî a rime incrociate (*abbaabba*), la quale al cominciare del secolo successivo aveva pienamente trionfato della prima [5]. Ora, essendo tutti i sonetti del Bestiario con i quadernarî a rime incatenate, senza che mai, come accade per esempio nel *Fiore* [6], se ne trovi framezzo qualcuno con le rime incrociate, ne viene che anche la ragione morfologica ne porti insieme con gli altri indizî a classificare l'operetta non più giù che fra le scritture della seconda metà del secolo XIII ».

(1) V. sopra, vocali toniche, § 1.

(2) *Il dialetto e la etnografia di Città di Castello*, Memoria di B. Bianchi, Città di Castello, Lapi 1888.

(3) Bianchi, op. cit. p. 65, n. 1.

(4) Bianchi, op. cit. pp. 17-18.

(5) Biadene, *Morfologia del sonetto* (negli Studi di filologia romanza, IV, 27).

(6) *Il fiore*, poème italien du XIII^e^ siècle en CCXXXII sonets imité du Roman de la Rose, publ. par F. Castets, Paris, Maisonneuve, 1881.

APPENDICE

LAUDE DEI DISCIPLINATI DI SANSEPOLCRO (1).

I.

In festo nativitatis beate Marie.

Laudiamo nocte et dia
cum grande solepnitade
la sancta nativitade
de la virgine Maria. 4
Or laudiamo devotamente
l'ora ke fo conceputa,
ché sapemo veracemente
ch'esa de buono core aiuta. 8
sua legenda aggio veduta,
comme fone engenerata
quella vergine beata
piena d'onni cortesia. 12
De suo padre et de sua madre
audirete pietança;
lo mio core de fuoco enfianba
de sì grande cordollianças; 16
a quel tenpo si era usança,
chi rede non engenerava,
che del tenplo se cacciava
et stare non ce dovea. 20
Jovachim [aud]endo questo,
stava molto contr[ari]ato.
dice: lascio! el mio cor tristo!
quanto è forte el mio peccato, 24
ke del tempio so cacciato,
perked io fillio non aggio!
al deserto n'andiraggio
e staraggio en vita mia. 28
O Dio, chamanto fo l cordollio
quando si venne al partire!
disse: lascio, gire me vollio
al deserto a Deo servire, 32
poi ke reda non posso avere,
maio non voglio rafinare
del piangere et lagrimare
la forte ventura mia.
Quando vene al partimento,
tre pastori fe venire
de bestie et grande armento,
al deserto le fe gire; 40
a nulo homo non fe sapere
là u fosse el suo viaggio;
sì era tristo el suo coraggio
ke nocte et die piangea. 44
Demorando ello deserto,
ad oratione stava,
con verace core aperto
l'alto Dio pregava 48
et da lui sapietava
ke s'elli era el suo volere
ke d[eve]sse provedeire
[. . . . .]
Et sancta Anna benedetta 52
stava a casa conturbata.
dicea: lassa, [co] so aflicta,
ked del tenplo so cacciata!
Jovachino sì m'à lasciata 56
et non so là u s'è gito.
sì grand'è lo mio anvito
ke contare non se poterea.
Dicea: trista, taupina! 60
de dolore vorea morire,

(1) Il codice, d'onde ho tratto queste laude, è del sec. XIV. Riservandomi di farlo meglio conoscere in altro momento, per ora mi richiamo alla descrizione che ne diede il prof. Corazzini, nei suoi *Appunti storici e filologici su la Valle Tiberina superiore*, Sansepolcro, 1885, p. 53. I, 5. ms. *Or laudiamo* 21. Qui e appresso supplisco tra parentesi quadre le lettere che mancano nel ms. per corrosione dei tarli. 49. Corr. *Ed a lui supplicava*? 51. Qui e appresso chiudo fra parentesi quadre le lacune che nel ms. non sono avvertite.

ke so remasa orfanella
[. . . . .
. . . . .] seppe se staea.
Puoi k'ave parturito 64
poverelamente stava,
et non sentia el fantino vestito,
con pancelli lo fasciava,
e strectamente l'abracciava 68
et strengelose al pecto.
figliuolo mio, s'avesse lecto,
volentiere te colkaria.
Doppia non avea niente 72
nè piumaccio nè saccone,
nè persona de sua gente
ke n'avesse passione;
mataraçça nè saccone, 76
nè denançi paratura;
la polçella vergine pura
su lo fieno se giaceia.
Deo, camanta pietade 80
ki pensare ce volesse!
no fo maio en veritade
femina ke parturisse
tanta povertà avesse 84
nè sì grande necessitade.
tanta fo sua humilitade
k'em paci el se soferia.
L'angel da Deo fo mandato, 88
con una boce resplandente
ai pastori à nuntiato:
nato è Xpisto nepotente,
ke venne per salvar la gente 92
k'andava a perdimento
per lo primo fallimento
ke Adam commesso avia.
Et pastori s'aviaro 96
per saper quella novella,
posar mente et guardaro
sotto a quella trasanella,
vidaro la vergine polçella 100
ella grepia giacere,
el figliuolo en braccio tenere
ke lla poppa li daeva.
Puoi viddaro lo fantino, 104
fecero grande conoscença;
collo capo li fiero enkino
et feciarli reverença,
et retornaro sença temença. 108
per la via se gieno cantando,
l'alto Dio rengratiando
ke l figliuolo mandato avia.

Alora li angioli cantaro,
fecero grande solepnitade,
la devina maiestade,
ke de Xpisto era radice,
ciascun lauda et benedice 116
lo suo nome ttuttavia.
Una stella molto bella
sì aparve en oriente,
enverso quella trasenella 120
racto venia te presente;
fuor li magi incontenente
ke conovaro per legge
k'era nato sì gram rege, 124
tutto el mondo avea in balia.
Cianscuno venne dal suo lato,
ad uno luoco s'adunaro;
l'uno coll'altro ave parlato 128
et insieme si andaro,
al re Rode se n'andaro
et demandaro dell'ambasciata.
la stella loro se fo cellata, 132
ke già veruno no la vedea.
Lo re Rode mastramente
a li magi ave parlato:
gite via spacciatamente 136
et sacciate là u è nato;
puoi ke l'avete adorato
sì retornarete voi,
et io virrò con essovoy 140
et farovve conpannia.
Quando li magi s'aviaro
et la stella rapario,
tolsero oncenso et mirra et auro, 144
ciascuno la sua ofrio.
lo fantino lo receveio
tucte tre alegramante
colli braccia strectamente 148
al pecto sì s'estrengia.
Per l'oro significava
k'era signor tenporale,
per l'oncenso significava 152
alto re celestiale,
per la mirra era mortale.
enperciò lo fantino lo tolse
per mostrare [. . . .] 156
ke per noi morire voleia.
E li magi se riçaro,
a lo re Rode volieno argire,
tucti tre s'adormentaro, 160
già non se poteino partire.
et l'angelo venne et preise a dire:

62. Dopo questo verso manca nel ms. un foglio. 121. *te* = de 144. Ms. *et auro et mirra* 146. *lo*, corr. *li*

per un'altra via tornate;
s'a re Rode lo dicete, 164
lo fantino auciderìa.
E li magi se partiro,
niente non demoraro,
grande cortesia fiero 168
c'a re Rode non tornaro,
per un'altra via n'andaro
et retornaro a lor paese.
lo re Rode ke li atese, 172
già neuno non ce gia.
Puoi ke vidde el traditore
ke dai magi era engannato,
fe venire uno banditore 176
et tosto li ave comandato:
va, bandisci in omni lato,
tucti li fantini nati
nante a me sien aricati, 180
ké vedere li me vorria.
Puoi k'ei fantini fuoro arichati,
la famellia feice armare,
tucti fuoro decollati, 184
kè pensavam Jhesù trovare.
non se porieno contare.
sì c̀ho dice la Scriptura,
tanti ne fuor morti alora, 188
del sangue fiume corria.
Le loro madri tapinelle,
k'ei filioli avieno portati,
argiero cum novelle 192
ke morti li avieno lassati.
già nonn erano soterati
quando da lor se partiero.
or pensate come fiero 196
et quanta fo lor dolore.
L'alta maistà devina
ke l filiolo avia mandato,
l'angelo mandò mantenente. 200
a Gioseppe à comandato:
tolli el fantino ked è nato
et co llui mena la mate,
en Egitto recovarate 204
e luoco staite nocte et dia.
Quanto puoi ne va fugendo,
neente non demorare;
ké l fantino se va kerendo, 208
ke se vole decapitare.
leva su et briga d'andare
racto quanto tu puoi;
ke se più te ravolgi, 212
lo fantino preiso siria.

Quando la vergine enteise
ke l figliuolo se gia kerendo,
entro en grambo lo se mise, 216
colli panni lo gia coprendo,
con gran pianto gia dicendo:
figliuolo mio, perké fosse uciso?
a nullo homo ài offeso, 220
nè ancora à' fatta fullia.
Dicea: figliuolo, co faraggio,
puoi ke me convien partire?
ki m'ensegnerà la via, 224
ke de nocte teco non posso gire?
non so usata de fugire.
nanti solea stare serrata,
or me conven gire a giornata 228
con teco sperança mia.
Trovai una selva forte,
k'era dura a lo passare.
a quel luogo aven paura a morte, 232
començai a tremare.
viddi un drago k'era molto gaudioso,
puoi ke pose el capo giuso,
enfino a la terra se flectio. 236
Con quel trago venia
altre fere desemeglate,
et tutte quante se flectino,
sì bene erano amaestrate, 240
[. . . .] la castitade
de la vergine beata
kè da [. . . . . . .]
più ke nulla altra ke sia. 244
De die s'avione
quella dolce creatura,
de fugire non rafinoe
quella k'era vergine pura 248
[. . . . .]
nante c'a luogo giognesse.
se contare se volesse,
longa storia ne seria. 252
Brevemente l'ò contata,
siccome l'avete enteso.
or kiamam per avocata
la vergine de paradiso, 256
facciane veder quel viso
del suo figliuolo gaudioso,
quel k'è tanto amoroso
ke contare non se porria. 260

Finita è questa lauda a nor di Dio
et de la sua benedecta madre
madona sancta Maria
Amen.

213. *Siria*, Ms. *Sirra* 237. Ms. *Onqual trago.*

II.

Saludiamo Yhesu Xpisto,
quel ke per noi fo morto et sopelito;
puoi k'è resuresito,
mercé kiaman che n'aggia pietança. 4
Or è resuresito
del monumento cono humilitade
e a l'onferno è gito,
ké l prende de l'anime pietade 8
ked erano private,
ké non podien veder Dio onnipotente,
per lo primo parente
ch'em paradiso avia facta fallança. 12
L'alto signor beato
già non volse guardare a sua follia,
l'onferno à spoliato
de quelli ched amar sua compania; 16
aperta n'à la via
ke longo tempo era stata serrata,
la vergine beata
la fede conservò k'era mancança. 20
Li apostoli piangeno,
ké non credeu che fusse resuresito,
ed enfra lo dicieno:
o taupinelli, quanto è l nostro anvito! 24
ked avemo smarito
nostro signore che tanto n'amava.
tuctor ne confortava
et davane de lui ferma sperança. 28
Aitar no lo podemmo
quando da li giuderi fo pilliato;
da lui ne departemmo
et ciascheduno remase sconsolato, 32
ed esso fo legato
e fo menato a guisa de ladrone;
non fe defensione
da quelli ke l pilliaro con arogança. 36
Maria la Madalena
en onni parte per Yhesù cercava,
de dolore era piena,
del pianger nocte et di no rrafinava, 40
al monimento andava
pere ongiarli le mai ei piei e l lato;
onguento avia portato
lo quale si era pieno d'onni odorança. 44
L'altre Marie piangeno,
con Madalena gieno aconpangniate,
l'una a l'altra dicieno:
o triste, quanto seimo adolorate! 48
ki n'avarà pietade
c'a noi taupini revolti la piota?
la força aven perduta,
et tanto fra noi abunda la tristança. 52
Guardaro al monimento,
viddero un giovinecto respiandente,
k'era el suo vestimento
comme neve de monte relucente. 56
a lor disse en presente:
o mulieres, que gite kerendo,
ke venite piangendo
ed enfra voi faite grande lamentança? 60
Resposaro con paura:
noi gimo kerendo Xpisto crucifixo.
ecco la sepoltura,
e fermamente sapeimo ke i ce fo messo, 64
ké noi fommo con esso
quando ei giuderi en croce lo kiavaro,
de lancia lo foraro
e feicerlo morire con arogança. 68
Quel disse: non temeite,
nè del nostro signore non dubitate.
s'artrovare lo voleite,
en Galilea tosto ve n'andate, 72
li apostoli retrovate,
dicetero ke Dio v'aggia afermato,
k'elli è resuscitato
Cristo k'era nostra deletança. 76
Madalena respuose:
lo mio core non se parte consolato.
al sepolcro se pose,
vidde lo luogo là u fu soterato; 80
puoi ke l'ave cercato,
trovò lo panno là u Xpisto fo involto:
lo mio signore m'è tolto,
se no l'artrovo, mai non ò posança. 84
Guardaro al monimento
e fuoro al certo ke non ce giacea:
fecero departimento
e ciascheduna prese la sua via. 88
Madalena piangeva.
dice: taupina, non trovo conforto;
lo mio signore m'è tolto,
se non l'artrovo, mai non ò posança. 92

6. *cono* = con 20. *mancança* (ms. *mancaça*), suppl. *en* 42. *pere* = per 74. *dicetero* = dicete loro.

III.

Ave Maria de gratia plena,
stella serena del nostro signore.
Benedetta si tu, vergine beata,
e l'ora e l dì ke fosti annuntiata. 4
dallo Spirito santo voi foste adornata
et copiosa via del peccatore.
Et piena seite de gratia ambundosa,
fontana viva d'acqua saporosa, 8
sopra onni donna seite delettosa,
madre de Xpisto lo nostro signore.
L'alto Dio padre signor volse mandare
lo suo sancto figlio de Maria encarnare, 12
nel suo santo corpo nove mesi portare,
de lei naque Xpisto lo nostro signore.
Sopra omni altra donna seite benedetta,
ké foste et seite belancia deritta; 16
tu ce conduchi da la parte dericta
em paradiso là u è omni dolçore.
Benedetto sia el fructo ke de te fo nato,
altissimo signore Yhesù Xpisto beato, 20
sempre si tu benedetto et laudato,
ké seite degno, Xpisto, d'onni onore.

13. *nove*, ms. *neve*.

Archeologia. — *Sopra il cosidetto gruppo di Amore e Psiche.* Nota del Socio W. Helbig.

« Nel presentare all'Accademia alcune osservazioni sopra il cosidetto gruppo di Amore e Psiche, temo di essere riguardato come un grande eretico; giacchè l'opinione ch'esporrò è essenzialmente diversa da quella generalmente accettata e divenuta cara anche al pubblico.

« Ma prima di tutto dobbiamo farci la domanda, se quel gruppo sia stato di fatto originariamente inventato per rappresentare Amore e Psiche. Per tale quistione sono importanti alcune considerazioni ultimamente svolte dal Wolters (1), il quale peraltro non ne dedusse le necessarie conclusioni. Sono a noi pervenute almeno dieci riproduzioni statuarie del nostro gruppo. Siccome di parecchie di esse abbiamo una cognizione soltanto superficiale e ci mancano precise notizie, in quanto siano modernamente ristaurate, così per ora è impossibile di sottoporre tutti gli esemplari ad un'analisi comparativa. Ma nondimeno ciò che ne sappiamo basta per dividerli in due categorie. L'una di queste categorie, che per amore di brevità chiamerò la prima, comprende il celebre gruppo capitolino (2), un esemplare che fa parte della collezione

(1) Archäologische Zeitung XLII (1884) p. 14 ss.

(2) Clarac pl. 653 n. 1501. *Denkm. d. alten Kunst* II tav. LIV 681. Tutta la letteratura relativa è raccolta dallo Stephani *Compte-rendu* 1877 p. 160 n. 1. Vi sono di ristauro moderno nella figura del giovinetto la punta del naso, il lato sinistro dell'occipite, alcuni pezzi del collo, la mano destra, la palma della mano sinistra — le cui dita però sono antiche —, il piede sinistro; nella figura della giovinetta il naso e la mano destra appoggiata all'occipite del giovane, prescindendo dalla punta del dito mignolo, la quale è antica. Oltre a ciò è moderna la maggior parte del plinto.

Hope [1] e due esposti nel Museo di Dresda [2]. Per tale categoria è specialmente caratteristica la direzione obliqua, nella quale il giovinetto ha posto la gamba sinistra davanti alla parte inferiore della compagna, ed inoltre è notevole il fatto che le due figure sono prive di ali. Nella mia ricerca terrò principalmente conto dell'esemplare capitolino, il quale supera gli altri tanto per la bontà dell'esecuzione quanto per lo stato della conservazione. Oltre a ciò ho potuto studiarlo nell' originale e rendermi esatta ragione di tutte le sue particolarità; essendo noto che in simili ricerche disegni e fotografie spesso offrono una base poco sufficiente.

« Gli esemplari della seconda categoria, diligentemente enumerati dal Wolters [3], presentano nell'attitudine sì del giovane che della giovinetta diverse mescolanze. Ma sono comuni a tutti specialmente due particolarità che li distinguono dagli esemplari della prima categoria. In primo luogo le due figure stanno più o meno ritte l'una dirimpetto all'altra; cioè la direzione obliqua che mostra la gamba sinistra del giovane nelle riproduzioni formanti la prima categoria, apparisce molto meno accentuata, quale è il caso dell'esemplare fiorentino [4], o, ciò che si osserva più spesso, questa gamba tocca il plinto in direzione verticale [5]. Oltre a ciò negli esemplari della seconda categoria le due figure sono munite di ali, e così caratterizzate come Amore e Psiche. Per le medesime ragioni, che accennai di sopra riguardo al gruppo capitolino, nella seconda categoria terrò d'occhio principalmente l'esemplare fiorentino.

« Ora se domandiamo, quali esemplari riproducano più fedelmente il gruppo originale, ciò evidentemente deve dirsi degli esemplari della prima

(1) Clarac pl. 653 n. 1501 B. Michaelis *Ancient marbles in Great Britain* p. 287 n. 22.

(2) Clarac pl. 652 n. 1497, n. 1498 (le ali rappresentate nel n. 1498 sono un'aggiunta moderna, ora tolta al gruppo). Cf. Stephani l. c. p. 160 n. 3, n. 4; Arch. Zeitung XLII (1884) p. 14.

(3) Arch. Zeit. XLII (1884) p. 14 ss.

(4) Clarac pl. 652 n. 1496 (dove il gruppo per isbaglio è riprodotto in maniera rovesciata). Dütschke *Bildwerke in Oberitalien* III p. 222 n. 508.

Siccome ultimamente ho potuto studiare quest'esemplare nell' originale, così comunico i restauri che in esso s'osservano. I quali sono nella figura del giovane alato l'estremità posteriore della treccia, la punta del naso, la sommità dell'ala destra, la punta dell'ala sinistra, l'indice della mano destra, la gamba destra dalla metà della coscia in giù, la gamba sinistra dalla metà dei polpacci in giù; nella figura della giovinetta la maggior parte dell'ala destra e la parte inferiore del corpo dalla metà dei polpacci in giù. La figura della giovinetta era rotta sotto l'ombelico. Ma non si può dubitare che la parte superiore alla metà dei polpacci sia antica. Vi si osservano soltanto alcuni restauri moderni nelle pieghe della veste, e specialmente in quelle che si svolgono immediatamente sotto il ventre. Il plinto è interamente moderno.

(5) Tale posa è propria p. e. all'esemplare Torlonia (*I monumenti del Museo Torlonia riprodotti con la fototipia* tav. XLIV 174) ed a quel che pare anche ad un esemplare che si trova nel Museo di Berlino (*Verzeichniss der antiken Skulpturen in Berlin* p. 33 n. 151. Cf. Arch. Zeitung XLII p. 15).

categoria. La flessuosità delle linee, come più tardi ci convinceremo per l'analisi della replica capitolina, vi mostra una incomparabile bellezza e ricchezza; mentre l'attitudine data alle due figure negli esemplari della seconda categoria apparisce molto monotona. L' espressione delle due teste nel gruppo capitolino è piena di verità individuale, vuota invece ed indifferente in quello fiorentino. Il fatto, che gli esemplari più atti ad informarci delle particolarità dell' originale, rappresentano la coppia senz 'ali, e che le ali sono aggiunte soltanto nei tipi che riproducono l' originale con modificazioni più o meno svantaggiose, è certamente degno di nota. Oltre a ciò ognuno concederà che le ali nuocciono all'insieme armonioso offerto dai contorni delle due figure, e che le sottili e delicate ali di farfalla, caratteristiche per Psiche, non si prestano affatto ad essere espresse nel marmo. Chi volesse aver un'evidente conferma di quest'ultima osservazione, esamini la statua di Psiche tormentata che si trova nella galleria del Museo capitolino ([1]). Le ali vi suscitano l'impressione d'un peso stravagante, e paiono più adatte a ritenere sulla terra che a sollevare nell'aria un corpo delicato. Se dunque secondo tutti questi criterî sembra che le due figure nel gruppo originale fossero prive di ali, non vi è più ragione di spiegarle per Amore e Psiche, ma possiamo riconoscervi semplici mortali, ossia una scena generica. E che il gruppo in fatti debba spiegarsi per generico, evidentemente risulta dalla testa del giovinetto, qual'è trattata nell'esemplare capitolino. Essa testa cioè, col naso prominente sotto la fronte e cogli zigomi fortemente pronunciati, non mostra fattezze ideali ma un tipo d'un carattere molto individuale.

« Generalmente si crede che le due figure siano rappresentate nell'atto di baciarsi; ed il Conze ([2]) per istabilire l'epoca, in cui il gruppo ebbe origine, espone eziandio il diverso grado d'interesse che i poeti greci dei diversi tempi palesano per quella amorosa espressione. Ma possiamo far astrazione da tali elucubrazioni filematologiche, poichè è certo che il gruppo originale non raffigurava la coppia in cosiffatta azione. Il bacio, se non mi sbaglio, consiste nel mutuo contatto delle morbide epidermidi delle labbra. Ora tra le riproduzioni statuarie del nostro gruppo soltanto una, che fà parte della seconda categoria ([3]), rappresenta le due figure toccantisi colle labbra. Ma essa e per la composizione e per l' esecuzione è la peggiore che ci sia conservata, e fà l'impressione d'un tipo che un'artista poco abile ed appartenente a tempi tardi derivò dal motivo originale. Invece in tutte le altre repliche i volti delle due figure sono discosti l'uno dall'altro, e nell'esemplare capitolino,

([1]) Montagnani *il Museo capitolino illustrato* I 38. Righetti *Descrizione del Campidoglio* I 69. Penna *Viaggio pittorico della villa Adriana* III 37. Clarac pl. 654 n. 1500 A. Cf. Stark *Niobe* p. 299-305. Stephani *Compte-rendu* 1877 p. 211-212.

([2]) *De Psyches imaginibus quibusdam* (Berolini 1855) p. 11 ss.

([3]) *Revue archéologique* XXX (1875) pl. XXII p. 201 ss.

come pure in quello fiorentino, la mano destra del giovane posta sul volto della giovinetta forma un deciso impedimento al ravvicinamento delle labbra.

« Siccome gli archeologi non si sono finora reso conto del significato da attribuire a siffatta attitudine di quella mano, così dobbiamo formarci un esatto giudizio su tale proposito. È vero che nel gruppo capitolino la mano destra del giovane è moderna; ma non si può dubitare che il restauratore in tutte le particolarità abbia espresso l'originario motivo. In fatti sul volto della giovinetta si sono conservate le tracce delle estremità di tre dita, le quali, considerata la distanza tra esse tracce ed il polso, ch'è antico, possono essere state soltanto le tre dita di mezzo. Tali circostanze perfettamente giustificano il moderno restauro. L'indice tocca l'angolo sinistro della bocca della giovinetta e — ciò che finora è sfuggito all'attenzione degli archeologi — tira alquanto in giù il labbro inferiore, mentre il dito di mezzo e quello anulare sono leggermente imposti sulla guancia sinistra (1). Cotesta azione non ammette altra spiegazione fuori di quella che il giovane è intento ad aprire colla destra la bocca della compagna. Riconosciuto ciò, la situazione rappresentata diventa chiara: Un giovinetto ed una giovinetta scherzano tra loro. Il primo, avendo col braccio sinistro attirato a sè la compagna, cerca coll'indice della destra di aprirle la bocca chiusa. Se ciò egli faccia per ammirare o contare i piccoli denti di lei o per altro scherzo, resta indeciso. Ma giova rammentare che un analogo soggetto, cioè un fanciullo ed una fanciulla, i quali in una calda giornata d'estate sdraiati in un campo di grano si divertono col contarsi vicendevolmente i denti, è stato graziosamente trattato da Gottfried Keller nella bella novella « Romeo und Julia auf dem Dorf » (2). Lo scherzo però, al quale si abbandonano il giovane e la giovinetta rappresentati dall'antico artista, produce sopra di loro un effetto particolare. In conseguenza cioè del mutuo contatto, in ambedue si sveglia la sensualità; più debolmente nel giovinetto — nel cui volto, diretto verso quello della giovinetta, predomina un'espressione mista di furberia e di curiosità —, più violentemente nella giovinetta, la quale, guardando il compagno con occhi socchiusi e languidi, spinge la guancia destra contro la spalla sinistra di lui e colla mano dritta cerca di avvicinare a sè il di lui capo. Ma ambedue sono ancora troppo innocenti per indovinare in qual modo sarebbe soddisfatto il naturale loro desìo.

« Tale innocenza è caratterizzata maestrevolmente ed in maniera, che ogni motivo, adoperato ad esprimerla, accresce nel medesimo tempo la bellezza di forma del gruppo. Questo deve dirsi in primo luogo della direzione obliqua, in cui il giovinetto tiene la gamba sinistra davanti alla parte inferiore della

(1) In tutte le pubblicazioni (v. sopra 828 not. 1) tali particolarità sono rese in maniera più o meno sbagliata.

(2) Presso Heyse *Deutscher Novellenschatz* III p. 248.

compagna. La quale posizione dall'un canto forma per così dire una barriera contro il ravvicinamento sessuale, e dall'altro è vantaggioso per la composizione; giacchè — come ognuno può convincersi confrontando gli esemplari della seconda categoria, nei quali il motivo in discorso apparisce modificato — il parallelismo di due corpi ritti l'uno dirimpetto all'altro suscita un'impressione propriamente noiosa, mentre la circostanza che la parte inferiore dell'uno s'incrocia con quella dell'altro produce una grande ricchezza di belle linee svariate. Egualmente è molto significativo per l'idea, che l'artista voleva esprimere, l'avere la giovinetta coperta dalla veste la parte inferiore del corpo. Ma anche tale motivo vieppiù aumenta la bellezza della composizione; giacchè esso mette in equilibrio il corpo delicato della giovinetta con quello più robusto del compagno. Fuor di dubbio quella maestria, con cui l'artista ha caratterizzato l'ingenuità della coppia, è stata la cagione onde gli scienziati, studiando il gruppo, non hanno badato alla sensualità che spicca dal modo col quale le due figure si tengono abbracciate, e dall'espressione voluttuosa che domina nel volto della giovinetta. E così è diventato a poco a poco un luogo comune nella letteratura archeologica l'encomiare il carattere casto del nostro gruppo [1]. Tale gruppo invece rappresenta propriamente il primo episodio d'un idillio di Dafni e Cloe ed appartiene ai prodotti sensuali più raffinati dell'antichità. Esso, tanto nel soggetto quanto nella forma, corrisponde ad un indirizzo artistico, che comincia a svolgersi ai tempi di Alessandro Magno e guadagna terreno nell'epoca dei diadochi; indirizzo che si studia di trattare problemi fisiologici in maniera graziosa e stimolante i sensi.

« Un criterio preciso per fissare l'epoca, in cui ebbe origine il nostro gruppo, viene fornito da un gruppetto fittile trovato nell'Asia minore, il quale è lavorato sotto l'impressione del gruppo marmoreo e il cui stile accenna al 2. secolo a. Cr. [2]. Il giovane e la giovinetta, i quali anche qui hanno le teste discoste l'una dall'altra, coll'aggiunta delle ali sono caratterizzati per Amore e Psiche. Dunque l'originale del gruppo marmoreo esisteva già nel 2. secolo; già allora influiva sull'industria artistica, e già allora il suo motivo s'adoprava per rappresentare Amore e Psiche.

(1) Soltanto il Brizio (Bull. dell'Inst. 1874 p. 7) ha avuto una giusta intuizione congetturando che il nostro gruppo sia il *symplegma* di Cefisodoto, figlio di Prassitele, *nobile digitis corpori verius quam marmori impressis* (Plin. 36, 24). Contandolo cioè tra i *symplegmata*, vale a dire tra le rappresentanze di amplessi amorosi, ei gli attribuisce un carattere sensuale. Ma non credo che un Greco abbia potuto chiamare *σύμπλεγμα* il nostro gruppo, giacchè tale parola accenna ad uno stadio molto più avanzato di quello raffiguratovi. E nemmeno combina colla congettura del Brizio la descrizione che Plinio dà del *symplegma* di Cefisodoto, mostrando nessuna riproduzione un particolare raffinamento nella maniera, colla quale sono trattate le dita impresse nella carnagione.

(2) Furtwängler *Sammlung Sabouroff* II tav. 135. Cf. Arch. Zeitung XLII (1884) p. 13-14.

« Siccome il concetto di rappresentare il giovinetto nell'atto di aprire la bocca alla compagna ha un carattere molto particolare, così non è da maravigliarsi che gli scultori, anche quando riproducevano il gruppo nel suo significato originale, cioè come gruppo generico, talvolta ne abbiano fatto astrazione. Questo è il caso nell'esemplare della collezione Hope ([1]), nel quale la mano destra del giovinetto è posta non sul volto ma sulla spalla sinistra della compagna. Tale gruppo dunque rappresenta semplicemente una coppia innocente nell'atto di abbracciarsi. Ma in ogni caso il motivo in discorso doveva essere abbandonato, allorchè la composizione adoperavasi nel senso mitologico. Sarebbe stata una stranezza, se il dio dell'amore cercasse di aprire la bocca a Psiche. Nell' esemplare fiorentino la mano destra di lui è posta sul volto della compagna, ma tocca soltanto la guancia col dito di mezzo e resta fuori di relazione colla bocca che apparisce chiusa. Nemmeno in una rappresentazione di Amore e Psiche potevano conservarsi l'espressione sensuale ed il contrasto che essa presenta dirimpetto all'innocenza della coppia. Perciò gli scultori che si servivano della composizione per raffigurare Amore e Psiche hanno cambiato anche in tale riguardo i motivi originali. Ma come quasi sempre accade, quando una grande creazione artistica subisce delle modificazioni, così anche in questo caso i pregi particolari dell'originale andarono perduti. Modificata la posa del giovane, svanirono la ricchezza e la varietà delle linee. L'espressione molto individuale delle due teste cedette il posto a quel carattere di sentimentalismo malinconico, che l'arte greca dei bassi tempi rappresenta con predilezione e spesso senza criterio. Per tal modo un'opera artistica, la quale con meravigliosa chiarezza e con somma bellezza di forma esprimeva un concetto pieno di originalità, fu trasformato in tipi indifferenti nell'espressione e monotoni nella composizione ».

Filologia. — *Su di una Nota del prof. Rajna relativa ad una novella ariostea.* Nota del prof. PULLÈ, presentata dal Socio FERRI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

([1]) Sopra pag. 828 not. 2. Non ardisco di dar in questo riguardo un giudizio sopra le due riproduzioni esposte nel Museo di Dresda (sopra pag. 828 not. 3); perch' io non so, se il braccio destro del giovinetto vi sia antico o ristaurato.

Filologia.— *Delle* Maqâmât *di* Abû Ṭâhir At-Tamîmî. Nota del dott. Luigi Bonelli, presentata dal Socio Ignazio Guidi.

« Come notò già il Nöldeke (1), nella letteratura poetica araba possonsi distinguere due periodi principalissimi: l'uno che meritamente puossi chiamare aureo, l'altro che rappresenta la decadenza. Il I°, dalle origini si estende fino all'avvenimento al trono della dinastia Abbasside; molti dei poeti infatti che fiorirono sotto la dinastia degli Umajjadi, la quale possiamo ben considerare come rappresentante dell'antico indirizzo pagano (2), furono anche dai contemporanei messi a pari grado cogli autori delle *Muʿallaqât*. Cogli Abbassidi per cause molteplici che qui non istaremo ad esaminare, l'indirizzo della letteratura poetica subisce un profondo cambiamento, e si inizia il II° periodo, periodo ben diverso, di riflessione ed imitazione. Un genere letterario che in modo caratteristico ci rappresenta la tendenza di tale periodo è quello conosciuto sotto il nome di *Maqâmât*, unico intento del quale fu di meglio metter in mostra e tutte spiegare le finezze, le squisitezze, le risorse infinite della lingua. La fama del بديع الزمان al-Hamadânî (✝ 1008 dell'êra nostra), inventore del genere, è ben presto superata da quella dell'immortale Ḥarîrî, (✝ 1121) con cui la maestria nel maneggio della lingua tocca il sommo. Le imitazioni che sorsero sono innumerevoli come innumerevoli sono gli imitatori di Firdusi, di Petrarca ecc. Fra esse basta citare oltre quelle di Abû Ṭâhir Temimita di cui qui si discorre, il *Pardaisâ daʿden*, di Abʰdîšôʿ, le *maqâmât* del rabbino Jehuda al-Ḥarîzî (quello stesso che fece ancora una versione ebraica dell'opera di Ḥarîrî), quelle di Suyûṭî ecc. Anche ai nostri giorni ebbimo in questo genere l'eccellente produzione di Nâṣîf al-Jâzigî مجمع البحرين che alla sua volta risvegliò attorno a sè altre imitazioni.

« Del primo di tali imitatori Abû Ṭâhir volli qui occuparmi presentando un breve saggio; chè si può senz'altro affermare essere l'autore, nonostante il brevissimo cenno datone dal De Sacy (3), e la pubblicazione fatta di alcune poche parti dell'opera, da Asso del Rio (4), ed ora quasi irreperibile, ancora pochissimo conosciuto. Il breve brano poi che qui sotto riporto, per la pedanteria e meschinità che appare manifesta da tutto il dettato, credo sarà atto a dare un'idea sufficiente del genere di stile del nostro autore. Le notizie più abbondanti che intorno ad esso potei trovare, leggonsi nella

(1) *Beiträge zur Kenntniss der Poesie der alten Araber.*

(2) Goldziher, *Muhammedanische Studien.* Einleitendes Kapitel, Muruwwa und Dîn. p. 28-29. Halle 1889.

(3) Nelle note alla traduzione della VII seduta di Harîrî, *Chrestomathie arabe.*

(4) *Bibliotheca Arabica Aragonensis.* Amsterdam 1782.

Bibliotheca Arabico-Hispanica del Casiri e nel *Lessico bibliografico* di Ḥâǵî Ḫalîfa: fra gli *Excerpta* infatti del Codice MDCLXVIII contenente frammenti dell'opera di Muḥammad ben 'Abdallâh al Khâṭîb di Granata, intitolata الاحاطة فى تاريخ غرناطة e più precisamente fra gli estratti dalla parte VII[a] leggesi: « Mohammed ben Joseph ben Abdallah al tamimaeus al Mozenus, vulgo Abû Taherus Caesaraugustanus vir singularis eloquentiae, patri jure comparandus. Hic ad Al-Hariraei imitationem Academias linguae Arabicae Rhetorices et Poëtices Cordubae instituit, sermonesque academicos evulgavit, quos consessus Cordubenses (sic) مقامات القرطبية inscripsit, ubi ars bene dicendi, scribendique traditur. Non pauca illius carmina in nostro codice invenias. Decessit Cordubae ad vesperas feriae tertiae, die 21 Gemadi prioris, anno Egirae 538, Christi 1143 ».

« Più avanti, a pag. 163 pure del II° vol., fra gli *excerpta* del cod. MDCCXXV contenente l'opera المعجم di Abû Bakr Al Quḍâ'î di Valenza, leggesi ancora: « Mohammed ben Joseph ben Abdallah Abu Thaher natus loco Aschtarqui اشتركوى, Asturik in Tudelae ditione vir omni scientiarum genere excultus, plura edidit doctrinae monumenta, in his Poemata de Traditionibus atque Ecclesiae Mahometanae Historiam ad annum Eg. 538 perductam, quo anno Cordubae mortuus est die 5 Gemadi prioris ».

« L'Abû Ṭâhir dell'ultimo passo contrariamente a ciò che parve al Casiri (Vedi Indice, sotto Mohammed ben Joseph), è evidentemente lo stesso del primo passo; abbiamo infatti concordanza delle due date della morte che i due biografi attestano avvenuta in Cordova nel mese di Ǵumâdâ primo dell'anno 538 (la lieve discrepanza nella determinazione del giorno non significa nulla). Inoltre il nome è in entrambo i casi identico, solo nel I° è riportato distesamente. Che poi il nostro autore fosse conosciuto sotto nome di ابن الاشتركونى ci è attestato da Ḥâǵi Ḫalîfa(1) che fa menzione dell'opera di Abû Ṭâhir nei seguenti termini: مقامات السرقسطية اللزومية المشهورة للشيخ جمال الدين [ابى طاهر] محمد بن يوسف [التميمى المازنى السرقسطى المعروف بابن الاشتركونى المتوفى سنة ٥٣٨] وهى خمسون مقامة انشاها بقرطبة عند وقوفه على ما انشاه الحريرى بالبصرة اتعب فيها خاطره واسهر ناظره ولزم فى نشرها ونظمها ما لا يلزم فجاءت على غاية من الجودة حدث فيه المنذر بن همام عن السائب بن تمام.

« Nell'opera di Al Makkari (2), leggesi pure il seguente accenno: « Ibn Ghalib informs us that the sons of Teym, son of Morrah, son of Odd, son of Tábikhah, son of Elyas, son of Modhar, were very numerous in Andalus, and that Abú-t-táhir, the author of the *Makamát Al-lazúmiyyah,* was one of them ». Vedi pure la nota a tal passo.

(1) *Lexicon bibliographicum.* Ed. Flügel vol. VI, pag. 54. Le parole di H. Ḫ. sono copiate dall'introduzione, quale è nel cod. vat.; v. appresso.

(2) *The history of the Mohammedan Dynasties in Spain translated by Gayangos.* Vol. II. p. 22.

« Il ms. della Vaticana n. 372, decimo ottavo della raccolta dei mss., portati dall'Oriente da Pietro della Valle, e da cui ricavai la parte dell'opera che qui sotto riporto, per quanto puossi desumere dai cataloghi stampati di mss. orient. delle diverse biblioteche, è unico in Europa ed ha per tal ragione un' importanza bibliografica incontestabile. È in 8°, di carta così detta bombicina, e consta di 222 pagine; porta la data $\frac{650}{1252/53}$ ed è redatto in caratteri nesḫi sufficientemente chiaro se non elegante.

« A pag. 222 r. leggesi: كتبها صالح بن محمد بن فايق حامدًا لله تعالى على نعمته مصليا على رسوله سيدنا محمد النبى و آله مسلما

« Sullo stesso foglio v. leggonsi i seguenti versi: (Metro basîṭ)

نسخة ما وُجِد فى آخر النُسخة بخطّه

تَمَّ الكِتَابُ بِحَمْدِ اللهِ بَارِينَا   وَمَن بِلاَ شَكٍّ (1) بَعْدَ المَوْتِ يُحيِينَا

وَنَحْنُ نَعْلَمُ أَنَّ الكَفَّ بَالِيَةٌ   تَحْتَ التُرَابِ وَيَبْقَى خَطُّهَا حِينَا

يَا رَبِّ فَٱغْفِر لِعَبْدٍ كَانَ كَاتِبَهُ   يَا قَارِئَ الخَطِّ قُلْ يَا اللّٰه آمِينَا

للفقيه ابى طاهر محمد بن يوسف بن عبد الله بن يوسف التميمى ' فى كل كلمةٍ عَين

(Metro ḫafîf)

وَعَنَاءٌ عَتْبُ المُعَنّى فَدَعْنِى   لِوُلُوعِى وَرَوْعَتِى وَارتِيَاعِى

وَعَزِيزٌ عَلَىَّ عَتْبُ عَزِيزٍ   لاَ يُرَاعِى عَزَازَتِى وَضِيَاعِى

والحمد لله رب العالمين
رب اختم بخير رحمتك
والسلام

بسم الله الرحمن الرحيم

وبه استعين اما بعد حمد الله العلى والصلاة على المصطفى النبى فهذه خمسون مقامة انشاها ابو الطاهر محمد بن يوسف التميمى السرقسطى بقرطبة من مدن الاندلس عند وقوفه على ما انشاه الرييس ابو محمد الحريرى بالبصرة اتعب فيها خاطره واسهر فاطره (l. ناظره) ولزم فى نثرها ونظمها ما لا يلزم فجاءت على غاية من الجودة والله اعلم

فالاولى منها

قال حدث المنذر بن حمام قال حدثنى السايب بن تمام ' قال انى لفى بعض البلاد قد اقويتُ من الطريف والتلاد ' استناف الارض واذرع الطول والعرض ' وافتل

(1) Il metro richiede la breve.

الدهر فى الذروة والغارب وارقب منه كل شارق وغارب ، قد افردنى حتى الامـل ونابذنى حتى السعى والعمل ، عبر اسفارٍ ونضو مهامه وقفارٍ ،ولا صاحب على طول الاغتراب الا رقراق آل او سراب ، اذ دُفعت الى اباطح واجارع ومسارح ومشارع ، فاجلت الطرف فى نور وزهر واجلت العيش على جدول ونهر ، واذ بلُمَّة كالنجوم يترامون من الكؤوس بالرجوم ، يتهللون طلاقةً ويبتذلون خلافةً ، قد نبذوا الوقار واستحلوا العُقار ، واستنفدوا العيـن والعَقار وعوَّضوا مـن المسك الـدن والقار ، تنم عن شمايلهم الرياض وتتخجل من ايمانهم الحياض ، قد غفلوا عن العواقب ولم يشعروا بالزمان المراقب ، يحيون بالريحان يـومَ السباسب (1) وينتمون الى الكرم والمناصب والمناسب ، قد لفهم الشباب فى بروده ورواهم من سلسله بروده ، ينتقلون جنيات اللمم ويجرّون فضول الريط واللمم ، والكاس قد تمشّت فى المفاصل فما ترى غير مساعد ومواصل ، قد نزلوا من الارض وهادًا وافترشوا الروض مهادًا ، واذا امامهم شيخ رايع السّبلات ضخم العبلات ، يصغون الى حديثـه ويفتنون بقديمـه وحديثه ، وهو يعللهم من خبره بطرف ويُهدى اليهم منه اندى تحف وطرف ، يحبّب اليهم البطالة فلا يملون منـه اسهابا ولا اطالـة ، فمِلتُ الى منتداهم وكُنتُ الذى حيّاهم وفدّاهم ، فقالوا يا خبّ هـازل وعود بازل من اين يا اشعث او يـا اشعب كـلا امرُك اشـدّ واصعب ، لقد اجترأتَ على الملوك وتحلّلت نظم السلـوك ، وركبتَ الممالك و توغلتَ المسالك ، هل عندك من المغربة يا هذيل فانك ما شيتَ من عُذَيقٍ او جذيل ، انّى و انت اخـو الصعاليك سموتَ الى ذوى الرتـب والمماليك ، فقلت مهلاً ايها الشيخ مهلاً وهـلا مرحبا بـك واهـلاً ، ان ترنى وقد نفِد زادى وصغر مرادى ، وطفئ شهابى واخلق اهابى ، وخشن اديمـى ونفر عنى صاحبى و نديمى ، فلقد فتنت الكواعب وذللت المصاعب ، وارضيتُ الامّالَ وتسوّغتُ الآمال ، وبذلتُ الخطير و وصلتُ الشطير ، واكرمت النزيل ووهبت الجزيل ، وسحبتُ فضل الذيل وارسلتُ طرفى فى الخول والخيل ، وقدتُ الجيـاد ومنعت القياد ، ثم لم يكن الا ان تقلّبَت احوال وتعاقبَت سنون واحوال ، ذهبَت بالحدث والقديم واثّرت فى الصميم والاديم ، فبدّلَت من النعيم البُوسَ و من البِشر القطوبَ والعبوسَ ، وعوّضَت من العذب المجاج بالملح الاجاج ، ومن الإعزاز بالإذلال ومـن الاكثار بالإقلال ، فابتدر الشيخ يفدّينى بابنآئه ويهنّئنى بهنآيه ، ويقول انه لكما قـال ولعاثر ان يقال ، انا اعرف اباءه واجداده وشهدتُ جوعه واعداده ، طال مـا ركب السرير ولبس الحرير ، وصبت اليه الكَعاب وانقصفت دونه الكِعاب ، وخضعت

(1) Nâbiġa, Ahlw. *Six poets* 3 (!).

لحده الاملاك ودان به القوام و الملاك ، لقد اطاعته الانداد و اجابته الاعداد ، و دوّخ البلدان فذل كلٌّ له ودان ، فيا لك من دهر لا يبقى على احد ويُبقى على مستانس وحد ، يُعنى بالقريب والبعيد ويولع بالشقى والسعيد ، ومن حق ذلك الفضل ان توصل اسبابه وترفع قبابه ، ويصانَ مذاله ويحلى جيده و قذاله ، وانتم يا بنى الاكارم وذوى الهمم والمكارم ، رقّوا للافاضل واعطفوا بالفواضل ، وارحموا عزيزًا ذلّ وكثيرًا قلّ، وشريفا دفع وحايمًا على موردكم وقع ، فكل خلع ما عنده اليه ، وخلع عنى خلق تلك الاسمال وجاء بما شاء و شئتُ من كسوةٍ ومال ، فملأ اليمين والشمال واستقبل الجنوب والشمالَ ، ثم قال اللهُمّ يا رافِعَ الاعدام وجامع الندام ، وعالم الخفيات و مُيسّر الحفيات، وملطف الاسباب ومؤلف الاحباب ، متّعهم بالمسَرّات والحبرات والحفهم بالمروط و الحِبَرات ، و افض عليهم جدواك وزحزح عنهم بلواك ، واحرُسهم عن الغِيَر ولا تجعلهم عِظة الامثال والسِيَر ، وارسل عليهم من سترك مديدا وخذ بهم من امرك سديدا ، وقال لى خذها اليك واذا كنتُ معك فلا عليك ، فسِرنا وقد اظلّ العَشا وسقط عليه العَشاء ، يقودنى زَعَمَ الى أُسرته ويحادثنى عن يسره وعُسرته ، وجعل يُومئُ ويشير ويقول هناك العَدَدُ والعشير، كل لك خول وطاعة ولك علىَّ امرةٌ ومطاعة ، فسِرتُ حتى دنا بى الى خيام ومعشر نيام ، فقال امكث هاهنا قليلا حتى أُريك جليلا ، واكشف لك من امرى عجيبًا و اقود اليك سابحًا او نجيبا ، تحل من متن هذا فى انيق وتسمو من ذروة ذاك على نيق ، نتبوأ القصر المشيد ونخلُف المامونَ والرشيدَ فتحلل تِلك الخيامَ وايقظ النيام ، فما شعرت الا بالقوم وقد اخذونى باللّوم ، مَن المنتابُ ولعله الخآين البارحة السارق ، والأَكُفُّ لا تكفّ واليمين تصفع والشمال لا ترفع ، ولا قول لى يُسمَعُ ولا انا فى حيوة اطمَعُ ، حتى طردونى عن جِهاهم ورمَوا بى الى مرماهم لا اقلّب طرفًا و لا اُقرن حرفًا ، والشيخ مع ذلك يرمينى بسهامى ويعجب من خيبه وجهامى ، ويذكرنى بالعهد و يقول ما احوَجَك الى المهد ، ثم انصلَتَ عنّى انصِلاتًا ، وولى انسرابًا و انفلاتًا ، وهو يُنشد

شعرٌ

دَعَا بِكَ الدهرُ لو تُجيبُ   يا حَبّذا السَامِعُ المُجيبُ
كَمْ تَصْحَبُ الدهرَ بِالامَانِى   يُغُرّكَ الطرفُ والنَجيبُ
فَخُذْ حَدِيثًا عَنِ الليَالِى   وَكلّ انْبَآيهَا عَجيبُ
مَن خَادَعَ الدهرَ والبَرَايَا   فَذَالِكَ السَيدُ والنَجيبُ

المَجْدُ فَوقَ الفَتَى بِحَظّ   فما نميمٌ وَمَا نُجِيبُ
يَا رُبَّ خِدْنٍ نَزَلْتُ يومًا   وَحَظّهُ الوَجْدُ والوَجِيبُ
مُجَدَّلًا فِي التُرَابِ يُدْعى   مِنهُ سَمِيعٌ فَلَا يُجِيبُ

فعَلِمتُ انه الشيخ ابو حبيبٍ وقلتُ ما لِدَاءِ كيده من طَبِيبٍ

Fisica matematica. — *Sull'estensione del principio di D'Alembert all'elettrodinamica.* Nota del Socio E. Beltrami.

« Nei capitoli V, VI e VII della parte IV del celebre *Treatise* (p. 185-212 del t. II, ed. II), Maxwell espone il suo notevolissimo tentativo di deduzione diretta delle azioni elettrodinamiche dalle equazioni generali della Meccanica analitica.

« Non è mio scopo di qui esaminare punto per punto quella memorabile deduzione, nè di discutere le successive ipotesi che Maxwell introduce per renderla possibile. Voglio soltanto esporre una considerazione di massima la quale, se non erro, rende molto più naturale e più perspicua la deduzione medesima, esonerando da ogni necessità di farvi intervenire volta per volta concetti non inclusi già nelle basi stesse del metodo. Mi pare che si venga così a colmare una lacuna che in tal qual modo sussiste nel procedimento di Maxwell, e che credo dovuta, in gran parte, alla precedenza che l'illustre fisico inglese ha amato di dare alle equazioni di Hamilton su quelle di Lagrange.

« Ecco in brevi parole di che si tratta.

« Il fondamento della Meccanica analitica è tutto contenuto nella nota formola (¹) :

$$\Sigma \{ (X - mx'')\,\delta x + (Y - my'')\,\delta y + (Z - mz'')\,\delta z \} = 0\,,$$

che Lagrange ha dedotto dalla combinazione di due principî, quello dei lavori virtuali e quello di D'Alembert. Di questi due principî il primo, inteso nel senso generalissimo e quasi astratto che gli è attribuito da Lagrange, si deve riguardare come un postulato universale, del quale non è mai stata revocata in dubbio l'applicabilità a qualsivoglia classe di fatti meccanici; ma il secondo si fonda sopra un ben determinato canone della dottrina dinamica insegnata da Galileo e da Newton, sul canone, cioè, che quando un punto materiale $m(x, y, z)$ è in istato di moto, l'insieme di tutte le forze che mantengono questo moto è equipollente ad una forza unica, diretta secondo l'accelerazione attuale del punto, e proporzionale in grandezza a questa ed alla massa m del punto medesimo. Tutta la Meccanica analitica implica essenzialmente questo concetto, nè può uscire dal campo delle sue immediate applicazioni.

(¹) Qui, come in seguito, gli apici indicano derivate totali prese rispetto al tempo t.

« Ora se da questo campo si passa a quello dei fenomeni elettrodinamici, scompare (almeno per ora) ogni chiaro concetto di forza motrice misurabile da prodotto di massa e di accelerazione, e vien meno con ciò ogni possibilità di applicare senz'altro a tali fenomeni le equazioni classiche della dinamica. Vi è però, in questo nuovo campo di fatti meccanici, un altro canone ben accertato, il quale fa esatto riscontro, quanto al suo significato intimo, a quello dianzi rammentato della meccanica ordinaria, benchè se ne scosti non poco per altri rispetti (così da potersi veramente dubitare se esso possegga un eguale carattere di primordialità). Questo altro canone è la legge di Ohm, la quale, rispetto alle correnti chiuse filiformi, può enunciarsi dicendo che quando una tale corrente j esiste, l'insieme di tutte le forze elettromotrici che la mantengono è equipollente ad una forza unica, proporzionale all'intensità attuale j della corrente ed alla resistenza R del conduttore filiforme che questa attraversa.

« Tenendo conto di questa legge, quando, come fa Maxwell, si voglia considerare un sistema di masse ponderali $m(x,y,z)$, fra cui esistano dei conduttori filiformi percorsi da correnti j, e si voglia supporre che le forze esterne agenti su questo sistema sieno in parte ordinarie, (X, Y, Z), in parte elettromotrici, E, misurate le une e le altre in una stessa unità, per es. la meccanica, è evidente che l'equilibrio contemplato dal principio di D'Alembert non deve più sussistere fra le sole reazioni ordinarie

$$(X - mx'', \quad Y - my'', \quad Z - mz''),$$

ma bensì fra queste e le forze elettromotrici di reazione

$$E - Rj\,;$$

cosicchè l'equazione dinamica del sistema non può più essere quella di Lagrange, ma deve essere invece quest'altra:

$$\text{(A)} \qquad \Sigma \{ (X - mx'')\,\delta x + (Y - my'')\,\delta y + (Z - mz'')\,\delta z + (E - Rj)\,\delta r \} = 0.$$

« In questa nuova equazione la lettera r è il simbolo generico d'una nuova classe di variabili, ciascuna delle quali individua lo stato attuale di una delle correnti, e che si possono chiamare *variabili elettriche*, in opposizione alle altre variabili puramente *geometriche*, quali sono le coordinate cartesiane dei varî punti del sistema (o, meglio, quelle variabili indipendenti q, per mezzo delle quali è possibile esprimere, tenuto conto dei legami, le coordinate dei punti di tutti i conduttori ed in genere di tutti i corpi che seguono, di fronte alle forze esterne, le leggi della meccanica ordinaria). Il solo postulato che bisogna ammettere, per legittimare l'uso delle nuove coordinate r, è che sia effettivamente possibile concepire, per ciascuna corrente j, soggetta ad una forza elettromotrice E, l'esistenza d'un parametro r tale che il lavoro elettromotore corrispondente ad una variazione δr di questo parametro sia misurato da $E\delta r$. Questo postulato, non occorre quasi dirlo, è perfettamente nello spirito della Meccanica analitica.

« Ma è poi anche indispensabile ammettere che le coordinate di una parte almeno dei punti materiali $m(x, y, z)$ dipendano essenzialmente dalle nuove variabili r, oltre che dalle q, senza di che l'equazione (A) si spezzerebbe in due, di cui l'una sarebbe ancora la formola classica dei sistemi puramente ponderali, mentre la seconda si riferirebbe alle sole correnti, ciascuna delle quali apparirebbe inoltre, stante l'indipendenza delle variabili r, dominata dalla pura e semplice legge di Ohm, come se non vi fosse azione veruna fra una corrente e l'altra. Queste masse m, le cui coordinate dipendono tanto dalle variabili q quanto dalle r, non possono essere altro se non che quelle il cui insieme costituisce il *mezzo* nel quale si genera e si trasmette l'energia cinetica costitutiva dello stato di corrente: e questo è il concetto fondamentale di Faraday e di Maxwell.

« Le variabili elettriche sono state introdotte da quest'ultimo e danno, in fondo, la chiave di tutta la sua deduzione. Se non che egli non è già risalito al principio di D'Alembert, ma è partito senz'altro dalle note equazioni di Hamilton e di Lagrange fra le variabili indipendenti ed il tempo, ammettendo che queste variabili vi si risolvano già nei due gruppi delle q e delle r: il che veramente non mi pare perfettamente rigoroso. Infatti le equazioni di Lagrange presuppongono essenzialmente, come dissi, l'eguaglianza

$$\text{Forza} = \text{Massa} \times \text{Accelerazione}$$

e non possono invocarsi, nella loro forma genuina, se non a patto che quest'eguaglianza sussista per tutti gli elementi del sistema, niuno eccettuato. Si può bene presumere che gli ulteriori progressi dell'elettrodinamica condurranno un giorno alla dimostrazione di questa grande verità: ma quando ciò avvenisse, la legge di Ohm perderebbe con ciò stesso il suo carattere di legge primordiale e le variabili di ogni problema sarebbero le sole q. Pertanto introdurre le variabili r, che rappresentano una fase transitoria (se così si vuole) della ricerca, ed al tempo stesso invocare le equazioni di Lagrange pure e semplici, è, a stretto rigore di termini, una intrinseca contraddizione. Mi affretto però a soggiungere che questa contraddizione è più di forma che di sostanza, giacchè Maxwell non si è giovato delle equazioni di Lagrange che *per formare i primi membri delle equazioni dinamiche*, i cui secondi membri dovevano poi essere quelle forze, funzionanti da forze motrici esterne, che egli si riservava di introdurre di volta in volta (cfr. i nn.[i] 579 e 580 del *Treatise*).

« Comunque sia, credo che la considerazione precedentemente esposta, e conducente all'equazione (A), giovi a rendere molto più facilmente intelligibili ed accettabili le conclusioni di Maxwell, come voglio rapidissimamente indicare.

« Pongasi per brevità

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = \delta L ,$$

cioè si denoti con δL il totale lavoro virtuale delle forze ordinarie (senza punto intendere con ciò che esista una funzione finita L di cui δL sia la variazione esatta). Facendo la solita ipotesi $\delta = d$ (che qui non è il caso di supporre soggetta a restrizioni), l'equazione (A) dà

$$dL + \Sigma E\, dr = dT + \Sigma R j dr ,$$

dove T è la forza viva totale delle masse m, espressa da una funzione omogenea e quadratica delle derivate q', r', coi coefficienti dipendenti dalle variabili q, r. Il primo membro di quest'eguaglianza è la somma dei lavori effettivamente compiuti nel tempuscolo dt da tutte le forze esterne, ordinarie ed elettromotrici; ma, per la consueta definizione di *intensità di corrente*, il lavoro d'una forza elettromotrice E, sopra una corrente j, nel tempuscolo dt, è espresso da $Ejdt$: dev'essere dunque $jdt = dr$, cioè $j = r'$, e l'equazione testè ottenuta diventa

$$dL + \Sigma E j dt = dT + \Sigma R j^2 dt .$$

Essa esprime il principio della conservazione dell'energia, poichè mostra che il lavoro totale delle forze esterne è speso in aumento di energia cinetica, così dei corpi come del mezzo, ed in produzione di calore.

« Introducendo dappertutto, al posto delle coordinate cartesiane, le variabili indipendenti q, r, si ha da notissime trasformazioni

$$\Sigma m (x'' \delta x + y'' \delta y + z'' \delta z)$$

$$= \sum \left\{ \frac{\partial T}{\partial q} - \left(\frac{\partial T}{\partial q'} \right)' \right\} \delta q + \sum \left\{ \frac{\partial T}{\partial r} - \left(\frac{\partial T}{\partial r'} \right)' \right\} \delta r ,$$

epperò, ponendo anche

$$\delta L = \Sigma Q \delta q ,$$

si ottengono subito dalla formola (A) tutte le equazioni del problema in due distinti gruppi, il primo dei quali è rappresentato da

$$- \frac{\partial T}{\partial q} + \left(\frac{\partial T}{\partial q'} \right)' = Q$$

ed il secondo da

$$- \frac{\partial T}{\partial r} + \left(\frac{\partial T}{\partial r'} \right)' = E - Rj .$$

« Ma qui giova decomporre la forza viva T in due parti, relativa la prima ai soli corpi ponderali, la seconda al mezzo che trasmette le azioni elettrodinamiche. La prima parte, che può continuarsi a designare con T, non dipende evidentemente che dalle q e dalle q'; la seconda, che si denoterà con U, potrebbe *a priori* supporsi dipendente da q, r, q' ed r', ma le considerazioni di Maxwell, che in questa parte sono plausibilissime, conducono a stabilire che U non può dipendere dalle r nè dalle q' e che questa quantità deve quindi essere una funzione quadratica ed omogenea delle j,

coi coefficienti funzioni delle q. Conseguentemente i due gruppi d'equazioni dinamiche si possono trascrivere così:

$$-\frac{\partial T}{\partial q}+\left(\frac{\partial T}{\partial q'}\right)'=Q+\frac{\partial U}{\partial q},$$

$$Rj=E-\left(\frac{\partial U}{\partial j}\right)'.$$

La prima equazione mostra che il sistema ponderale, stante l'esistenza delle correnti, è soggetto non solo alle date forze ordinarie Q, ma eziandio alle forze ponderomotrici, d'origine elettrodinamica, la cui componente secondo q è

$$+\frac{\partial U}{\partial q}.$$

Ora queste forze ponderomotrici d'origine elettrodinamica sono quelle stesse che risultano dalla legge d'Ampère, ed un ben noto calcolo conduce per tal modo a concludere che l'espressione U dell'energia cinetica del mezzo non è altro che il potenziale di F. E. Neumann, cangiato di segno. Tenendo conto di questo fatto, le equazioni del secondo gruppo porgono, sotto la forma

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial j}\right)',$$

l'esatta espressione delle forze elettromotrici di reazione, ossia delle note forze d'induzione elettrodinamica, determinate dallo stesso F. E. Neumann.

« Seguendo Maxwell, non ho qui considerato che il caso delle correnti chiuse filiformi: ma il principio di D'Alembert ammette una più generale applicazione, su di che mi propongo di ritornare in altra occasione ».

Meccanica. — *Sulle forze atte a produrre eguali spostamenti.* Nota II del Corrispondente F. Siacci.

§ 1.

« Le relazioni tra le forze che producono la stessa traiettoria, stabilite nella precedente Nota [1] costituiscono un teorema che può evidentemente enunciarsi in questi termini:

« Le $2n$ equazioni integrali del moto di un sistema ad n coordinate $q_1 q_2 \ldots q_n$, sollecitato da forze $P_1 P_2 \ldots P_n$ dipendenti dalle coordinate, dalle velocità e non dal tempo, convengono al moto di un sistema ad egual numero di coordinate, che sia sollecitato dalle forze

$$\tau^2 P_1+\frac{d\tau}{\tau\, dt}q'_1\,,\quad \tau^2 P_2+\frac{d\tau}{\tau\, dt}q'_2\ldots,\quad \tau^2 P_n+\frac{d\tau}{\tau\, dt}q'_n\,,$$

[1] Rendiconti. Seduta 5 maggio 1889.

mettendo nelle P di queste espressioni q'_r in $q'_r:\tau$, e cambiando nelle $2n$ equazioni integrali t in $\int \tau\, dt$, e q'_r in $q'_r:\tau$; τ essendo una funzione arbitraria di $q_1 \dots q_n$, $q'_1 \dots q'_n$, t.

« S'intendono per forze i valori di $\frac{d^2 q_r}{dt^2}$, e per velocità le $q'_r = \frac{dq_r}{dt}$,

Notisi anche che siccome

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\partial \tau}{\partial t} + \Sigma_r \frac{\partial \tau}{\partial q_r} q'_r + \Sigma_r \frac{\partial \tau}{\partial q'_r} \frac{dq'_r}{dt}$$

e

$$\frac{dq'_r}{dt} = \tau^2 \mathrm{P}_r + \frac{d\tau}{\tau\, dt} q'_r$$

così sostituendo verrà

$$\frac{d\tau}{\tau\, dt} = \frac{\frac{\partial \tau}{\partial t} + \Sigma_r \frac{\partial \tau}{\partial q_r} q'_r + \tau^2 \Sigma_r \frac{\partial \tau}{\partial q'_r} \mathrm{P}_r}{\tau - \Sigma_r \frac{\partial \tau}{\partial q'_r} q'_r};$$

ed il denominatore non può esser nullo, poichè se τ fosse una funzione lineare delle q'_r, siccome $\frac{q'_r}{\tau}$ rappresenta la q'_r del primo problema, quel denominatore nullo significherebbe una condizione tra le variabili, mentre esse debbono essere indipendenti.

« Per avere del problema trasformato il sistema completo delle equazioni integrali libero da τ e da $\int \tau\, dt$, immaginiamo risolute le $2n$ equazioni rispetto a tutte le coordinate, e a tutte le velocità: ponendo $\int \tau\, dt = t'$ avremo

$$(1) \qquad q_r = f_r(t') \quad , \quad (1)' \qquad q'_r = \tau f'_r(t') .$$

Sia poi

$$\tau = \varphi(q_1\, q_2 \dots q_n, q'_1 \dots q'_n, t) .$$

Messi al posto di q_r e q'_r i valori dati da (1) e da (1)', verrà $\tau = \varphi(\tau, t', t)$, e risoluta questa rispetto a t', verrà

$$(2) \qquad t' = \lambda(\tau, t) ,$$

che differenziata darà

$$(3) \qquad \left(\frac{\partial \lambda}{\partial t} - \tau\right) dt + \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} d\tau = 0 .$$

Integrata quest'equazione (e l'integrazione riducesi ad una quadratura, quando in φ manchi il t) verrà

$$\tau = \mu(t) \quad , \quad t' = \lambda[\mu(t), t] .$$

Messe queste espressioni in (1) ed (1)' avremo q_r e q'_r in funzione del tempo. Le $2n$ costanti arbitrarie rimangono le medesime, tranne una: quella che accompagnava t nel problema non trasformato, e quindi t' nell'equazioni (1) ed (1)', e che è sparita nella differenziazione di (2), dando luogo ad un'altra nell'integrazione della (3).

§ 2.

« Eliminando t' e τ tra le (1) e le (1)', si ottengono $2n-2$ equazioni indipendenti dal tempo che soddisfano tanto al problema colle forze P, quanto al problema trasformato; ma ciò non significa, che i due problemi hanno $2n-2$ integrali comuni, poichè intendendosi per *integrale* di un problema di meccanica una espressione delle variabili, che differenziata è immediatamente soddisfatta quando si mettono in luogo delle $\frac{dq'_r}{dt}$ le espressioni delle forze, le $2n-2$ equazioni comuni non equivarranno ad altrettanti integrali comuni se non quando contengano solo $2n-2$ costanti arbitrarie: in generale ne conterranno $2n-1$, giacchè coll'eliminazione di t' e di τ si porta via solo la costante introdotta coll'integrazione della (3). Vediamo perciò quali condizioni dovranno sussistere nelle forze P, affinchè le costanti si riducano a $2n-2$.

« L'eliminazione di τ e di t' immaginiamola ottenuta in questo modo. Si prenda da una delle (1), per es. dell'ultima, il valore di t' e si sostituisca in tutte le altre $2n-1$ equazioni; così le (1) diverranno

$$q_s = \psi_s(q_n)\ ,\quad (s=1,2\ldots n-1)$$
$$q_n = f_n(t')\,.$$

Preso poi il τ da una delle (1)', per esempio dall'ultima, si sostituisca in tutte le altre, e così le (1)' diverranno

$$\frac{dq_s}{dq_n} = \psi'_s(q_n)\quad ,\quad q'_n = \tau f'(t')\,.$$

« Se ora le $2n-2$ equazioni

$$q_s = \psi_s(a_n)\,,\quad \frac{dq_s}{dq_n} = \psi'_s(q_n)$$

non contengono che $2n-2$ costanti, allora ricavate queste da tali equazioni e messe in

$$\frac{d^2q_s}{dq_n^2} = \psi''_s(q_n)\,,$$

il secondo membro prenderà la forma

$$\frac{d^2q_s}{dq_n^2} = \Pi_s\left(q_1\ldots q_n, \frac{dq_1}{dq_n}\cdots\frac{dq_{n-1}}{dq_n}\right), \tag{4}$$

e i $2n-2$ integrali di queste $n-1$ equazioni saranno comuni al sistema

$$\frac{d^2q_r}{dt^2} = \mathrm{P}_r\,.$$

« Ma da queste si ha

$$\frac{q'_n\dfrac{d^2q_s}{dt^2} - q'_s\dfrac{d^2q_n}{dt^2}}{q'^3_n} = \frac{d^2q_s}{dq_n^2} = \frac{\mathrm{P}_s q'_n - \mathrm{P}_n q'_s}{q'^3_n}\,,$$

dunque

$$(5)\qquad P_s q'_n - P_n q'_s = q'^3\, \Pi_s\left(q_1 \dots q_n, \frac{dq_1}{dq_n} \dots \frac{dq_{n-1}}{dq_n}\right).$$

« Affinchè adunque più problemi di meccanica abbiano $2n-2$ integrali comuni indipendenti dal tempo, è necesrio e sufficiente che le n forze P_r soddisfino alle $n-1$ condizioni (5), e gl'integrali comuni saranno gl'integrali dell'equazioni (4).

« Questo teorema, ma pel solo caso di $n=2$, è stato dedotto dal Korkine (Mathematische Annalen, Zweiter Band, pag. 21) con un'analisi alquanto laboriosa da un teorema di Clebsch sul numero delle soluzioni di un sistema di equazioni a derivate parziali.

« Seguendo la stessa via il teorema fu esteso ad $n=3$ dal dott. Pennacchietti (Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, vol. IV), il quale ha dato al teorema una forma che estesa ad n qualsiasi suona così:

« Se $\frac{d^2 q_s}{dt^2} = \Pi_s\left(q_1\, q_2 \dots q_{n-1}, t, \frac{dq_1}{dt}, \dots, \frac{dq_{n-1}}{dt}\right)$ sono le equazioni « differenziali di un problema da $n-1$ dimensioni, sostituendo ne' suoi $2n-2$ integrali t con q_n e $\frac{dq_s}{dt}$ con $\frac{q'_s}{q'_n}$, questi « $2n-2$ integrali così trasformati converranno a tutti quei « problemi ad n dimensioni ove le forze soddisfino alle con- « dizioni (5) ».

« Le condizioni (5) equivalgono a questa: che le $P_s q'_n - P_n q'_s$ debbono essere rispetto alle velocità $q'_1 \dots q'_n$ funzioni omogenee di terzo grado. Onde se con F_r rappresentiamo una funzione qualunque delle q, ma omogenea di 2° grado rispetto alle q', e con λ una funzione qualunque delle q delle q' e di t, le equazioni che hanno $2n-2$ integrali comuni indipendenti da λ e da t avranno la forma

$$(6)\qquad \frac{d^2 q_r}{dt^2} = F_r + \lambda q'_r\,.$$

« Se invece si vogliono considerare l'equazioni del moto sotto la forma

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_r}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_r} = Q_r\,,$$

poniamo

$$T = \tfrac{1}{2}\, \Sigma_r\, \Sigma_s\, a_{rs}\, q'^2_r\, q'^2_s \qquad (a_{rs} = a_{sr}) \qquad (r, s = 1, 2 \dots n),$$

ed avremo

$$(7)\qquad \frac{\partial T}{\partial q'_r} = \Sigma_s a_{rs} q'_s\,, \quad Q_r = \Sigma_s a_{rs} \frac{dq'_s}{dt} + \Sigma_s \frac{da_{rs}}{dt} q'_s - \frac{\partial T}{\partial q_r}\,.$$

" Onde ponendo mente alle (7), ed alle (6), potremo concludere, che qualunque sia la funzione λ, i sistemi

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_r}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_r} = \Phi_r + \lambda \frac{\partial T}{\partial q'_r}$$

ammettono $2n-2$ integrali comuni indipendenti da t e da λ, se le Φ_r sono funzioni qualunque delle q, ed omogenee di 2° grado rispetto alle q' ".

Fisica. — *Sulla misura delle forze elettromotrici di contatto dei metalli in vari gas, per mezzo delle radiazioni ultraviolette.* Nota del Corrispondente AUGUSTO RIGHI.

Nella mia prima Nota sui fenomeni elettrici che vengono prodotti dalle radiazioni ultraviolette (1) ho dimostrato che queste radiazioni riducono allo stesso potenziale due conduttori che sieno vicinissimi, per esempio una lastra metallica ed una rete di altro metallo, parallela e vicinissima alla lastra, e pei vani della quale passano le radiazioni. Si ha dunque in questa esperienza un mezzo semplicissimo e comodissimo per misurare le differenze di potenziale di contatto, giacchè basta leggere la deviazione che si ha nell'elettrometro comunicante colla lastra (mentre la rete è in comunicazione col suolo permanentemente) allorchè, dopo aver messo un istante anche l'elettrometro in comunicazione colla terra, si fanno agire le radiazioni per un tempo sufficiente. Un tal metodo ha dei vantaggi notevolissimi su tutti gli altri finora conosciuti, giacchè non impone nessuna condizione di forma, di dimensioni, o posizioni relative dei due metalli (rete e lastra), nè obbliga ad eseguire con questi determinati movimenti. Inoltre, i risultati sono indipendenti dall'intensità delle radiazioni, dovendosi solo far durare più o meno la loro azione a seconda della loro minore o maggiore intensità, e basta che questa non sia troppo piccola, onde non sia a temersi l'effetto della dispersione.

« Nelle misure che ho intraprese con questo metodo, ho fatto uso sempre della luce, ricchissima dei raggi ultravioletti più rifrangibili, che fornisce la lampada elettrica a zinco descritta in altro luogo (2). Con tal sorgente di radiazioni la deviazione misuratrice della forza elettromotrice di contatto, si forma in pochi istanti.

« Le misure che ho eseguite riguardano diversi metalli del commercio ed il carbone di storta, tenuti nell'aria, o entro una campana piena di altro gas

(1) Rend. della R. Acc. dei Lincei, Seduta del 4 marzo 1888.

(2) *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni.* Seconda Memoria. Atti del R. Istituto Veneto, t. VII, serie VI. Sarà riprodotta fra poco nel « N. Cimento ».

o di aria carica di vapori, ed accoppiati ad una rete d'ottone, di zinco o di platino. Dalle misure fatte con diverse lastre ed una stessa rete metallica, possono dedursi poi, colla legge di Volta, le differenze di potenziale fra le lastre prese due a due. Altre misure nell'aria più o meno rarefatta sono in via di esecuzione. Siccome però non potrò pubblicare che fra qualche mese tutti i valori numerici ottenuti, riferirò sommariamente in questa Nota alcuni dei risultati che già ho potuto trarre da essi.

« Variando molto le differenze di potenziale fra i metalli a seconda della loro diversa pulitura, per fare il confronto fra i valori della forza elettromotrice di contatto nell'aria e quelli in un altro gas, ho creduto bene di riempire alternativamente d'aria e del gas da studiare la campana nella quale stanno i due metalli, puliti bene immediatamente prima. In tal modo ho riconosciuto, che la differenza di potenziale di contatto fra i metalli finora messi alla prova, resta sensibilmente la stessa, sieno essi nell'aria secca od umida o nell'anidride carbonica.

« Operando nell'idrogeno secco e puro ho avuto risultati interessanti, che, cosa singolare, non furono notati da altri sperimentatori che fecero con altri metodi analoghe misure. Infatti, mentre che col carbone, bismuto, stagno, rame e zinco, i risultati sono numericamente gli stessi che operando nell'aria, si ottengono invece valori assai diversi, se uno dei metalli adoperati è platino palladio, nichel o ferro.

« Con uno di questi metalli (che sia per esempio in forma di lastra vicinissima ad una rete d'ottone o di zinco), se si fa entrare poco a poco nella campana l'idrogeno, mentre le radiazioni continuano ad agire, la deviazione varia ben tosto, per assumere un nuovo valore stabile, allorchè l'idrogeno si è completamente sostituito all'aria. Si può indicare in qual senso avviene la variazione dicendo, che nell'idrogeno quei metalli si comportano come lo farebbero nell'aria se si trasformassero in metalli più ossidabili. La variazione è assai forte col platino e col palladio, minore assai col nichel e assai piccola col ferro. Per esempio, mentre in una esperienza la differenza di potenziale fra platino e rete di zinco nell'aria risultò di 1,12 volta, si ridusse a 0,69 v., dopo aver sostituito all'aria l'idrogeno. Facendo poi entrare di nuovo l'aria per scacciare l'idrogeno, la forza elettromotrice di contatto varia in senso inverso, tendendo a riprendere il valore primitivo, che però non viene completamente raggiunto, in generale, neppure dopo un'ora di tempo.

« È indubitato che la causa della diversa forza elettromotrice di contatto nell'idrogeno e nell'aria, deve cercarsi nell'assorbimento che alcuni metalli esercitano sull'idrogeno.

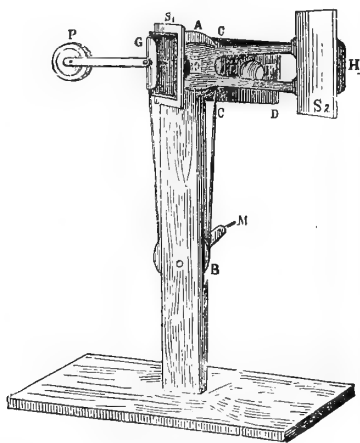
« Fenomeni simili si ottengono saturando di ammoniaca l'aria della campana. Se non che in tal caso le variazioni sono notevolissime anche con altri metalli, come lo stagno ed il bismuto. Tutti i metalli finora studiati, accoppiati colla rete di zinco, si comportano nell'ammoniaca come se divenissero

meno ossidabili, cioè in senso inverso che nell'idrogeno, Sostituendo di nuovo l'aria pura e secca all'aria saturata d'ammoniaca, le deviazioni elettrometriche tendono a riprendere poco a poco il valore primitivo, il che prova che non si tratta neppure in tal caso di qualche permanente alterazione chimica delle superficie metalliche.

« Infine col gas illuminante sostituito all'aria si hanno pure notevoli variazioni nei valori delle forze elettromotrici di contatto. Così il carbone, il rame ed il platino si comportano nel gas illuminante come metalli più ossidabili. Accoppiando una rete di platino ed una lastra di rame, la forza elettromotrice di contatto cambia segno, allorchè si fa entrare nella campana piena d'aria la corrente di gas illuminante.

« Nella Memoria che pubblicherò sull'attuale soggetto si discuterà se ed in qual senso queste esperienze possano fornire indizi intorno alla interpretazione delle esperienze sull'elettricità di contatto, e cioè se debba o no considerarsi come attivo nei fenomeni il gas che circonda i due metalli, o che ad essi aderisce ».

Fisica. — *Sopra un apparecchio stereoscopico.* Nota del Corrispondente A. Righi.

« Il piccolo apparecchio, rappresentato nell'annessa figura, diversifica dal *polistereoscopio* da me ideato e descritto molto tempo fa [1], in ciò che la parte principale può girare per mezzo di una manovella M e di due puleggie A, B, intorno ad un asse orizzontale. Esso comprende quindi un diaframma fisso CD, con due fori E, F. muniti di corti tubi, ai quali si applicano gli occhi, ed una piastra GH, intagliata come mostra la figura, connessa alla puleggia A, e su cui sono fissati i due specchi S_1, S_2. Questi specchi sono press'a poco paralleli fra loro ed inclinati di circa 45° sulle visuali.

« Quando la parte girevole GH, il cui asse di rotazione coincide coll'asse del foro E, è nella posizione indicata nella figura, l'occhio sinistro, che è applicato al foro F, vede direttamente gli oggetti, mentre l'occhio destro riceve i raggi che, partiti dall'oggetto, si sono riflessi prima su S_2 e poi sopra S_1. L'immagine che si forma quindi nell'occhio destro è quale apparirebbe se l'occhio stesso fosse

[1] *Sulla visione stereoscopica,* N. Cimento, luglio 1875.

collocato in un certo punto (che non è altro che l'immagine dell'occhio data dal sistema dei due specchi), posto alla sinistra dell'occhio sinistro ed alquanto indietro. In tali condizioni (trascurando la leggera diminuzione di grandezza dell'immagine che si forma nell'occhio destro in causa di quest'ultima circostanza, la quale diminuzione non disturba l'effetto stereoscopico), invece di vedere l'oggetto che si osserva qual'è realmente, lo si vede quale dovrebbe essere, onde, visto senza istrumento producesse nei due occhi le stesse due immagini. Dimostrai nel lavoro citato che precisamente in tali condizioni si ha l'effetto pseudoscopico, e cioè che il rilievo degli oggetti appare invertito.

« Se poi si fa fare alla parte mobile una rotazione di 180°, mentre l'occhio sinistro vede sempre direttamente gli oggetti, il destro li vede come se esso fosse dalla stessa parte in cui è realmente per rispetto all'altro occhio, ma fosse da questo assai più lontano. In tal caso il rilievo degli oggetti apparisce esagerato, e cioè l'istrumento dà l'effetto del telestereoscopio.

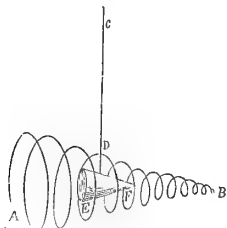
« Nelle posizioni intermedie della parte girevole, si hanno effetti intermedi, giacchè non recano disturbo certe piccole differenze di altezza fra le due immagini di uno stesso punto. Per cui con una lenta e continuata rotazione, dovrà vedersi ogni oggetto successivamente col rilievo esagerato e col rilievo invertito, con passaggi graduali dall'una all'altra di queste apparenze estreme (1).

« Siccome però non è solo sulla diversità delle due immagini retiniche e sulla convergenza delle visuali che si fonda il giudizio della terza dimensione, ma anche su altri elementi, come gli effetti di luce, le ombre, la nozione preventiva della vera forma dell'oggetto ecc., così le variazioni d'aspetto degli oggetti visti col mio polistereoscopio possono in alcuni casi essere contrastate. È perciò che queste variazioni, e particolarmente l'invertirsi del rilievo, riescono meglio guardando oggetti ove non sieno possibili gli effetti di luce, per esempio degli scheletri di fili metallici, come modelli di solidi geometrici o di cristalli, anneriti e posti contro un fondo bianco uniforme. Con uno di tali oggetti, o meglio con due posti l'uno davanti all'altro, e guardati col polistereoscopio girante qui descritto, si verifica che il rilievo varia periodicamente nel modo previsto.

« Nel lavoro citato descrissi e spiegai i singolari fenomeni che dà il

(1) Onde si possa avere, senza sforzi insoliti di convergenza, la fusione delle immagini binoculari, bisogna regolare bene la inclinazione dei due specchi. A questo scopo lo specchio S_1 può muoversi un poco intorno ad un asse verticale, e lo specchio S_2 intorno ad un asse orizzontale. Guardando con un sol occhio e rasentando collo sguardo il lato superiore di S_1, è facile vedere qualche punto dell'oggetto simultaneamente per riflessione sui due specchi e direttamente. Si inclinano allora gli specchi sino a che le due immagini di quel punto coincidano fra loro. Allora quel dato punto apparirà, anche visto nell'istrumento, nella sua vera posizione, mentre quella degli altri punti dell'oggetto sarà mutata.

mio polistereoscopio, adoperato come pseudoscopio, e guardando con esso degli oggetti in rotazione, per esempio uno scheletro di fili metallici che giri intorno ad un asse verticale. Quest'oggetto lo si vede allora girare in senso inverso del vero. Col nuovo apparato, mantenuto in rotazione, si vedrà l'oggetto girante, ora ruotare nel senso in cui ruota realmente, ora in senso contrario, il chè produce un effetto assai curioso.

« L'esperienza riesce particolarmente bene con un grosso filo di ferro AB piegato ad elica conica, in modo che la distanza da A a B sia di circa 60 cm., ed il diametro della spira maggiore in A sia di circa 35 cm. Questa elica si sospende ad un filo CD davanti ad un fondo bianco.

« Se poi entro il fil di ferro si sospende anche un cono di cartone EF, succede uno dei tre effetti seguenti:

« *a*) Il cono di cartone, in causa degli effetti di illuminazione, lo si vede nella sua vera forma anche quando l'apparecchio è nella posizione in cui deve dare l'inversione del rilievo, ed anche l'elica di fil di ferro si vede nella sua vera forma. Allora le rotazioni dei due coni appariscono sempre nel senso vero. Ciò accade a pochi, e stando troppo lontani dall'oggetto.

« *b*) Il cono di carta si vede sempre non invertito e quindi sempre a girare nel suo vero senso, mentre l'elica si vede col rilievo invertito e con rotazione opposta al vero nei momenti in cui lo strumento è nella posizione pseudoscopica. Quest'effetto è quello che più di frequente si produce, ed è assai singolare, poichè sembra che l'elica di tanto in tanto inverta la sua rotazione e passi attraverso la massa del cono interno.

« *c*) Il cono s'inverte nel suo rilievo come l'elica metallica, e quindi s'inverte anche il senso della rotazione. Ciò accade meno facilmente, e solo ho trovato un mio collega che di preferenza ottenga questo effetto, il che prova che in lui i criteri di rilievo basati sugli effetti d'illuminazione sono meno potenti che quelli basati sulle differenze delle due immagini retiniche.

« Se infine il cono di carta si innesta nella punta dell'elica conica, e se supponiamo che accada il fenomeno più comune *b*), le spire di filo che direttamente lo circondano, seguono il cono nel suo moto. L'elica girante sembra dunque spezzarsi ad ogni giro dell'apparecchio, poichè la parte che avvolge il cono vedesi sempre girare nel senso vero, e il resto ora in questo senso ora in senso contrario.

« Quest'apparecchio, pur così semplice che uno dei due occhi vede sempre direttamente gli oggetti, mentre dà gli effetti del telestereoscopio, del pseudoscopio (ed anche, se si vuole, dell'iconoscopio), adoperato mentre esso è in rotazione fornisce dunque nuovi e singolari effetti, l'esame dei quali sarà forse di qualche giovamento nello studio fisio-psicologico della visione binoculare ».

Chimica. — *Sulla trasformazione del pirrolo in tetrametilendiammina.* Nota del Corrispondente Giacomo Ciamician.

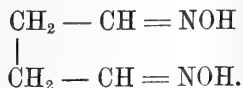
« Lo studio del comportamento chimico del pirrolo e delle sue svariate metamorfosi ha raggiunto in questi ultimi anni uno sviluppo così notevole, che il gruppo delle sostanze pirroliche è diventato uno dei più interessanti della chimica organica. Malgrado il numero assai rilevante di osservazioni, che in breve volger d'anni si sono accumulate sopra questo argomento, la chimica del pirrolo è tutt'altro che esaurita, sebbene possa dirsi che essendo stabiliti i caratteri chimici fondamentali di questa classe di corpi, il lavoro che resta a compiersi è per la maggior parte un lavoro di dettaglio diretto a calmare le lacune che sono rimaste nel sistema. È stata perciò per me una gradita sorpresa l'accorgermi, che una ricerca, destinata a delucidare un punto rimasto oscuro in uno dei lavori pubblicati assieme a Dennstedt nel primo periodo dei miei studî sul pirrolo, sia diventata una delle più interessanti, perchè illustra una metamorfosi del pirrolo, che non ha riscontro fra quelle che si conoscono presentemente.

« Nel 1884 (1) Dennstedt ed io avevamo osservato, che il pirrolo può formare coll'idrossilammina un composto solido, fusibile a 173°, al quale avevamo attribuito la formola:

$$C_4H_8N_2O_2\,,$$

che realmente esprime la sua composizione e la sua grandezza molecolare.

« Nella mia Monografia sul pirrolo ed i suoi derivati io ho fatto poi notare che la pirrolidrossilammina potrebbe essere considerata, come la diossima dell'aldeide succinica (2):

$$\begin{array}{l} CH_2 - CH = NOH \\ | \\ CH_2 - CH = NOH. \end{array}$$

« Per risolvere la questione io ho ripreso, in collaborazione col dott. Zanetti, lo studio di questo composto e dalle nostre esperienze risulta che la mia supposizione corrisponde assai bene ai nuovi fatti. Su questi noi pubblicheremo durante le vacanze accademiche un'estesa relazione, mentre in questa Nota io mi limiterò ad accennare, senza alcun dettaglio sperimentale, alle nuove relazioni che essi determinano.

« Il fatto fondamentale è la trasformazione della *pirrolidrossilammina* in *tetrametilendiammina*, che si compie per riduzione della prima con sodio

(1) Gazz. chim. 14, 156.

(2) Memoria della R. Acc. L. (4) vol. IV, pag. 292 (1888).

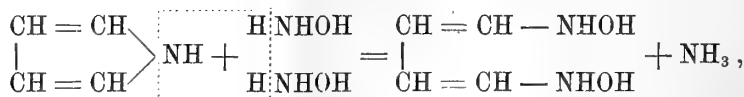
ed alcool assoluto. Questo interessante alcaloide, che sotto il nome di *putrescina* fa parte delle ptomaine della putrefazione [1], è stato ottenuto dal Ladenburg per riduzione del cianuro d'etilene ed è stato poi da questo valentissimo chimico trasformato in quella base, che Magnaghi ed io abbiamo chiamato *pirrolidina*.

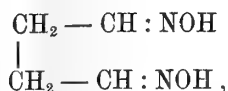
« L'identità della base proveniente dalla pirrolidrossilammina con la tetrametilendiammina è provata dal punto d'ebollizione, che noi abbiamo trovato a 158-159°, mentre Ladenburg dà 158-160° [2], dal punto di fusione del derivato benzoilico, che secondo le nostre esperienze fonde a 178° (il punto di fusione dato da Udránszki e Baumann è 176-177°) [3], e dalla diretta comparazione della forma cristallina del cloroplatinato e del picrato della base da noi ottenuta, con la forma cristallina dei corrispondenti derivati della tetrametilendiammina, eseguita gentilmente dal dott. G. B. Negri. Il prof. Ladenburg ebbe la somma cortesia di inviarci un campione di cloridrato della diammina da lui preparata e noi siamo lieti di ringraziarlo pubblicamente. Per ultimo abbiamo trasformato il cloridrato della base ottenuta dalla pirrolidrossilammina in pirrolidina, il di cui cloroaurato è in tutto identico a quello descritto da Ciamician e Magnaghi, e fonde a 205-206° con decomposizione.

« La trasformazione della pirrolidrossilammina in tetrametilendiammina, dimostra, che la prima deve contenere la catena di atomi fondamentale

$$N - C - C - C - C - N\,.$$

« Ora se si tiene conto delle proprietà della sostanza in questione e della sua formazione dal pirrolo, si può ammettere che questo reagisca su due molecole di idrossilammina con eliminazione d'ammoniaca:

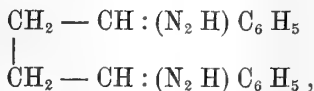
$$\begin{matrix} CH = CH \diagdown \\ | \qquad\quad\; \\ CH = CH \diagup \end{matrix} NH + \begin{matrix} H\,NHOH \\ \\ H\,NHOH \end{matrix} = \begin{matrix} CH = CH - NHOH \\ | \qquad\qquad\qquad \\ CH = CH - NHOH \end{matrix} + NH_3\,,$$

e che il prodotto che potrebbe formarsi in principio, passi alla forma più stabile:

$$\begin{matrix} CH_2 - CH : NOH \\ | \qquad\qquad\quad \\ CH_2 - CH : NOH\,, \end{matrix}$$

che è quella della diossima dell'aldeide succinica.

« La pirrolidrossilammina somiglia per le sue proprietà alquanto alle gliossime, si scioglie negli alcali, reagisce coll'anidride acetica e sviluppa con acido nitroso protossido d'azoto.

(1) Berl. Ber. 21,2938.
(2) Berl. Ber. 19,780.
(3) Berl. Ber. 21,2938.

« Scaldata con fenilidrazina dà un diidrazone, seguendo in ciò la reazione di F. Just [1], per la quale molte ossime si trasformano in idrazoni per diretta azione della fenilidrazina. L'idrazone derivante dalla pirrolidrossilammina sarebbe, secondo le vedute accennate, quello dell'aldeide succinica:

$$\begin{array}{l} CH_2 - CH : (N_2H)\,C_6H_5 \\ | \\ CH_2 - CH : (N_2H)\,C_6H_5\,, \end{array}$$

alla cui composizione corrisponde realmente il prodotto da noi ottenuto, che fonde a 124-125° ».

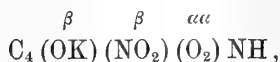
Chimica. — *Sopra alcuni derivati della bicloromaleinimide* [2]. Nota del Corrispondente G. Ciamician e di P. Silber.

« In una Nota presentata a questa Accademia verso la fine dello scorso anno, abbiamo messo in rilievo l'analogia dell'imide bicloromaleica col cloroanile, indicando succintamente alcuni fatti sperimentali che illustrano le proprietà chimiche della prima mettendone in evidenza l'analogia col secondo. Le reazioni allora soltanto accennate, si trovano descritte dettagliatamente nella presente comunicazione.

I. Azione del nitrito potassico sull'imide bicloromaleica.

« Riassumiamo qui brevemente quello che su questa reazione abbiamo già scritto in altra occasione [3]. Trattando una soluzione alcoolico-acquosa di imide bicloromaleica con nitrito potassico, il liquido si colora in giallo col riscaldamento, e con svolgimento di gaz si separa un nuovo composto solido, pulverulento, che si può purificare facilmente cristallizzandolo alcune volte dall'acqua bollente.

« Il composto così ottenuto è il *sale potassico dell'imide ossinitromaleica*.

$$C_4\overset{\beta}{(OK)}\overset{\beta}{(NO_2)}\overset{\alpha\alpha}{(O_2)}NH\,,$$

come risultò dalle analisi allora eseguite:

	trovato	calcolato per $C_4HN_2O_5K$
C	24,69	24,49 p. cto.
H	0,64	0,51 »
N	14,42	14,28 »
K	20,05	19,89 »

(1) Berl. Ber. 19, 1205.

(2) Le esperienze descritte in questa Nota sono state eseguite nel R. Istituto chimico di Roma.

(3) Rendiconti Acc. L. IV, II, 447,

« Questo sale forma piccoli cristalli anidri, colorati lievemente in giallo, che sono quasi insolubili nell'acqua fredda e solubili in quella bollente. Riscaldati sulla lamina di platino deflagrano lievemente.

« Dal sale potassico non si può ottenere l'ossinitromaleinimide libera, perchè scomponendo il sale con acido solforico avviene una decomposizione profonda in cui si forma acido ossalico.

« L'imide ossinitromaleica corrisponde, come s'è già detto allora e come si vedrà più avanti, all'acido nitranilico, e si ottiene in modo del tutto analogo alla preparazione di questo ultimo dal cloroanile.

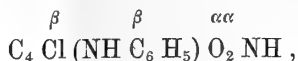
II. Azione dell'anilina sull'imide bicloromaleica.

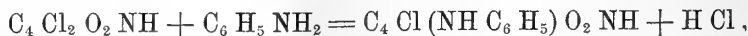
« Nell'imide bicloromaleica gli atomi di cloro possono essere rimpiazzati completamente o parzialmente con alcuni di quei radicali che sostituiscono facilmente gli atomi di cloro nel cloroanile. In questo modo si ottengono derivati della bicloromaleinimide, che, come l'ossinitromaleinimide ora descritta, corrispondono perfettamente agli analoghi derivati del cloroanile.

« È noto che questo derivato clorurato del chinone dà coll'anilina e coll'ammoniaca alcoolica due composti in cui il cloro è rimpiazzato per metà dai residui amminici. Queste sostanze sono la *cloroanilanilide* e la *cloroanilamide*.

« L'imide bicloromaleica dà anch'essa con gli stessi reattivi prodotti del tutto analoghi.

L'imide cloroanilidomaleica

$$\overset{\beta}{C_4}\,\overset{\beta}{Cl}\,(NH\,C_6\,H_5)\,\overset{\alpha\alpha}{O_2}\,NH\,,$$

si ottiene trattando l'imide bicloromaleica con anilina in soluzione alcoolica. Mescolando una soluzione di 3 gr. di imide sciolta il 30 c. c. d'alcool a 90 °/₀ con 6 gr. d'anilina si forma subito un liquido giallo. Scaldando a b. m. per compiere la reazione

$$C_4\,Cl_2\,O_2\,NH + C_6\,H_5\,NH_2 = C_4\,Cl\,(NH\,C_6\,H_5)\,O_2\,NH + H\,Cl\,,$$

e lasciando poi raffreddare il prodotto, si separano aghi gialli in modo così abbondante da produrre una massa semisolida. Il nuovo composto, separato per filtrazione dal liquido, viene purificato con alcune cristallizzazioni dall'acool bollente. Ottenuto a questo modo forma prismetti gialli, che fondono a 195°-196°.

« L'analisi conduce alla formola sopra scritta.

I. 0,2634 gr. di materia dettero 0,5270 gr. di CO_2 e 0,0870 gr. di H_2O.
II. 0,3310 gr. di materia dettero 0,2106 gr. di Ag Cl.
III. 0,2228 gr. di sostanza svolsero 23,5 cc. d'azoto misurato a 10° e 765 mm.

« In 100 parti:

	trovato			calcolato per $C_{10}H_7N_2ClO_2$
	I	II	III	
C	54,57	—	—	53,93
H	3,67	—	—	3,15
Cl	—	15,76	—	15,95
N	—	—	12,71	12,59

« L'imide cloro-anilido-maleica non è volatile senza decomposizione, scaldata sopra il suo punto di fusione si scompone emettendo vapori colorati in giallo. Essa è solubile nell'etere e nell'alcool bollente e si scioglie poco nell'acqua anco bollente. Dalla soluzione acquosa bollente si separa per raffreddamento in aghetti gialli finissimi intrecciati. Scaldando la sua soluzione con acido solforico diluito si ottiene un liquido senza colore.

« Non è possibile di rimpiazzare col residuo anilico anche il secondo atomo di cloro della imide bicloromaleica, per ottenere un derivato dianilico, scaldando il miscuglio di anilina e di imide nelle volute proporzioni a 130°-140° in tubo chiuso, si ottiene il composto già descritto, spingendo poi la temperatura fino a 180°, il prodotto viene completamente resinificato.

« È degno di nota il fatto, che l'imide bicloromaleica dà per trattamento con dimetilanilina, in soluzione alcoolica, una colorazione rossobruna, perchè il cloroanile dà nello stesso modo una materia colorante violetta.

III. Azione dell'ammoniaca alcoolica sull'imide bicloromaleica.

« L'ammoniaca alcoolica agisce in modo del tutto analogo all'anilina, tanto sul cloroanile che sull'imide bicloromaleica. In quest'ultimo caso si forma, per una sostituzione parziale del cloro

l'imide cloro-amido-maleica $C_4 \overset{\beta}{Cl} \overset{\beta}{(NH_2)} \overset{\alpha\alpha}{(O_2)} NH$.

« La reazione si compie scaldando in recipiente chiuso, a b. m., per tre ore l'imide bicloromaleica (8 gr.) con un eccesso di ammoniaca alcoolica. Dopo il riscaldamento il liquido è colorato in bruno, contiene materia resinosa in sospensione e le pareti del vaso, che non erano state in contatto del liquido durante il riscaldamento, sono rivestite da un sublimato di carbonato ammonico. Aprendo il vaso non si nota differenza di pressione ed il contenuto viene svaporato a b. m., per eliminare l'alcool assieme all'eccesso di ammoniaca. Il residuo è colorato in rossobruno, ed è formato da una materia cristallina e da una sostanza carboniosa, che resta indietro, filtrando la soluzione acquosa, ottenuta liscivando con acqua il prodotto della reazione. Per estrazione con etere si ottiene un residuo giallo, cristallino, che purificato per alcune cristallizzazioni da poca acqua, si presenta in forma di aghetti giallo-dorati, splendenti, che fondono a 220°.

« L'analisi dette numeri concordanti con la formola sopraindicata.
I. 0,2372 gr. di materia dettero 0,2870 gr. di CO_2 e 0,0546 gr. di H_2O.
II. 0,2034 gr. di materia dettero 0,1978 gr. di Ag Cl.
III. 0,1258 gr. di materia diedero 20 cc. d'azoto misurato a 8° e 751 mm.
« In 100 parti:

	trovato			calcolato per $C_4ClH_3O_2N_2$
	I	II	III	
C	32,99	—	—	32,76
H	2,55	—	—	2,05
Cl	—	24,05	—	24,23
N	—	—	18,98	19,11

« L'imide cloro-amido-maleica è solubile nell'acqua, nell'alcool e nell'etere ed è insolubile nel benzolo. La sua soluzione acquosa non reagisce sulle carte. La soluzione nella soda e nella potassa caustica è colorata in giallo, ma si scolora col riscaldamento. Il rendimento non è molto soddisfacente, da 8 gr. di imide bicloromaleica ne abbiamo ottenuto uno del nuovo composto.

« Impiegando nella reazione ora descritta alcool assoluto come solvente dell'ammoniaca, non si ottiene che l'imide cloro-amido-maleica, se si adopera invece un'alcool acquoso si forma oltre a questa un altro prodotto che si può ottenere dalla soluzione acidificata. Questo composto, che fonde a 175°, è un acido, e si produce più abbondantemente impiegando invece dell'ammoniaca alcoolica, l'ammoniaca acquosa.

IV. Azione dell'ammoniaca acquosa sull'imide bicloromaleica.

« L'ammoniaca acquosa trasforma l'imide bicloromaleica in acido bicloromaleinammico ed agisce perciò in modo analogo alla potassa, che dà il sale potassico dell'acido bicloromaleico. Queste reazioni, come si vede, non sono più comparabili alle metamorfosi che questi reattivi determinano nel cloroanile, perchè, come è noto, questo dà coll'ammoniaca acquosa e con gli alcali, gli acidi cloroanilammico e cloroanilico.

L'acido bicloromaleinammico $C_2Cl_2\langle{}^{COOH}_{CONH_2} + H_2O$,

si ottiene scaldando in un tubo chiuso a b. m., per due ore, l'imide bicloromaleica (8 gr.) con ammoniaca acquosa (80 c. c.). Dopo il riscaldamento si si svapora il liquido bruno a b. m. per eliminare l'eccesso di ammoniaca. La soluzione così ottenuta non contiene sostanze estraibili dall'etere, ma contiene invece il sale ammonico del nuovo acido, che si può estrarre facilmente con etere, dopo avere acidificato il liquido alcalino. La soluzione eterea lascia indietro per svaporamento un residuo cristallino molto colorato, che si

purifica lavandolo sul filtro con acqua, facendolo cristallizzare da questo solvente e ripetendo più volte questo trattamento.

« In questo modo si ottengono delle croste cristalline bianchissime, che fondono a 175°.

« L'analisi dette numeri, che conducono alla formola suaccennata. L'acido bicloromaleinammico cristallizza con una molecola d'acqua, che non perde a 100°.

I. 0,4856 gr. di sostanza dettero 0,4236 gr. di CO_2 e 0,1150 gr. di OH_2.
II. 0,1706 gr. di sostanza dettero 10,5 cc. d'azoto, misurato a 13° e 748 mm.
III. 0,2966 gr. di sostanza dettero 0,4210 gr. di Ag Cl.

« In 100 parti:

	trovato			calcolato per $C_4\,Cl_2\,H_3\,O_3\,N + H_2\,O$
	I	II	III	
C	23,79	—	—	23,76
H	2,63	—	—	2,47
N	—	7,16	—	6,93
Cl	—	—	35,12	35,14

« L'acido bicloromaleinammico fonde a 175° con forte scomposizione ed i vapori che si sviluppano hanno un odore pungente, identico a quello dei vapori dell'acido bicloromaleico. L'acidido bicloromaleinammico si scioglie nell'etere e nell'alcool ma non nel benzolo, è molto solubile nell'acqua calda, ma non è deliquescente come lo è l'acido bicloromaleico.

« Il dott. Bucca ci comunica i seguenti dati cristallografici su quest'acido:

« Sistema triclino:

$$a:b:c = 1{,}234568:1:1.131450$$

$\alpha = 90°.\ 5'.$ — $\quad \xi = 91°.14'.$ —

$\beta = 80°.\ 1'.$ — $\quad \eta = 100°.\ 3'.\ 30''$

$\gamma = 97°.27'.$ — $\quad \zeta = 82°.27'.$ —

Angoli	Misurati	Calcolati
100 . 101	41°.54'.—	*
101 . 001	38°. 7'.—	*
100 . 110	55°. 3'.30"	*
110 . 010	42°.23'.30"	*
001 . 010	90°. 5'.—	*
001 . $\bar{1}$00	47°.13'.—	47°.18'.27"

« *Osservazione.* — Tra i nicol incrocianti, sulle faccie (100) e (010) la direzione d'estinzione non è parallela allo spigolo [001], ciò che conferma il sistema triclino a cui abbiamo riferito il nostro cristallo.

« *Sale argentico.* — Trattando con nitrato argentico una soluzione del sale ammonico dell'acido bicloromaleinammico si ottiene un precipitato bianco,

formato da aghetti finissimi, che esplode col riscaldamento. Questo sale contiene due atomi d'argento, e la sua costituzione sarebbe da interpellarsi con una delle seguenti formole.

$$\begin{matrix} C\,Cl - CONH\,Ag \\ \| \\ C\,Cl - COO\,Ag \end{matrix} \quad \text{oppure} \quad \begin{matrix} C\,Cl - CO \\ \| \\ C\,Cl - C(OAg)_2 \end{matrix} \Big\rangle NH$$

« L'analisi condusse a numeri corrispondenti alla composizione:

$$C_4\,H\,Cl_2\,O_3\,Ag_2\,N.$$

0,4600 gr. di sale argentico, seccato nel vuoto sull'acido solforico, dettero 0,3316 gr. di Ag Cl.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4\,HCl_2\,Ag_2\,NO_3$
Ag	54,25	54,27

« La composizione di questo sale è molto vicina a quella del sale argentico dell'acido bicloromaleico (Ag 54,14), ma ci sembra improbabile che si tratti realmente di questo composto piuttosto che di un derivato dell'acido bicloromaleinammico.

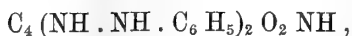
V. Azione della fenilidrazina sull'imide bicloromaleica.

« Scaldando una soluzione alcoolica di imide bicloromaleica (2 gr. di imide in 25 c. c. di alcool ordinario) a b. m., con una soluzione alcoolica di fenilidrazina (6 gr. in 10 c. c. d'alcool), il liquido si colora subito in rosso-ranciato carico ed entra spontaneamente in ebollizione, mentre si separa una massa di cristalli rossoranciati. Questi vengono filtrati, bolliti e lavati con alcool ed indi seccati a b. m.. La nuova sostanza, che si ottiene in questo modo, forma una massa voluminosa di finissimi cristalli, che sono assai poco solubili nei solventi ordinarî. La purificazione del composto idrazinico venne fatta sciogliendolo in una grande quantità di acetone bollente, concentrando la soluzione e ricristallizzando il prodotto, che si separa, per molte volte di seguito. In questo modo si ottiene una massa cristallina giallo-ranciata, che fonde a 269-271° con decomposizione. Il punto di fusione rimane invariato anche se la si ricristallizza un'altra volta dall'acido acetico glaciale.

« Le analisi di questo composto conducono a numeri che stanno fra le due formole:

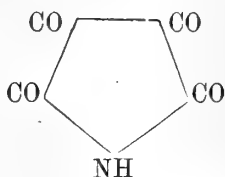
$$C_{16}\,H_{15}\,N_5\,O_2 \text{ e } C_{16}\,H_{13}\,N_5\,O_2.$$

« Nel primo caso il composto avrebbe la costituzione:

$$C_4\,(NH\,.\,NH\,.\,C_6\,H_5)_2\,O_2\,NH\,,$$

nel secondo invece, sarebbe il fenilididrazone di un chetone:

CO —— CO

CO   CO

NH

ed avrebbe la costituzione:

$$C_4\,(N_2\,HC_6\,H_5)_2\,O_2\,NH.$$

« Quale sia la vera formola e la vera costituzione del composto in questione non si può per ora decidere e su questo argomento speriamo di potere a suo tempo pubblicare nuovi dati sperimentali.

« I risultati delle analisi accennate sono i seguenti:

I 0,2138 gr. di materia dettero 0,4926 gr. di CO_2 e 0,0912 gr. di H_2O.
II 0,0980 gr. di materia dettero 18,5 c. c. d'azoto misurato a 10° e 755 mm..
III 0,2754 gr. di materia dettero 0,6320 gr. di CO_2 e 0,1102 gr. di H_2O.
IV 0,1176 gr. di materia dettero 23 c. c. d'azoto misurato a 9° e 751 mm..

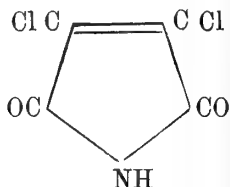
« In 100 parti:

	trovato				calcolato per	
	I	II	III	IV	$C_{16}H_{13}N_5O_2$ e	$C_{16}H_{15}N_5O_2$
C	62,84	—	62,59	—	62,54	62,13
H	4,74	—	4,47	—	4,23	4,85
N	—	22,45	—	23,20	22,80	22,65

« Il composto idrazinico ottenuto dall'imide bicloromaleica fonde, come s'è detto, con decomposizione a 269-271°, scaldato sulla lamina di platino emette vapori gialli e lascia indietro un residuo carbonioso. Esso è quasi insolubile nei solventi ordinarî, e non si scioglie sensibilmente che nell'acetone e nell'acido acetico glaciale, dai quali solventi si separa in forma di aghi rossoranciati, finissimi ed intrecciati. Nell'acqua, nell'alcool, nell'etere e nel benzolo è insolubile, nel toluene bollente si scioglie in quantità minime. Il nuovo composto si scioglie nell'acido solforico concentrato con colorazione rossa intensa, per aggiunta d'acqua si separa un precipitato fioccoso giallo-ranciato.

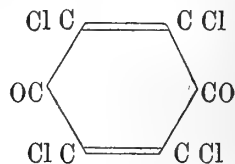
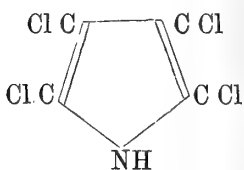
VI. Caratteri generali dell'imide bicloromaleica.

« L'imide bicloromaleica corrisponde pel suo comportamento al cloroanile perchè essa dà una serie di derivati analoghi a quelli che dà il tetraclorochinone. Per mettere in rilievo questa corrispondenza giova comparare la formola dei derivati analoghi dell'imide biclomaleica e del tetraclorochinone. Oltre all'analogia delle formole e dei modi di formazione dei composti

in questione, va notato pure la corrispondenza di alcune loro proprietà fisiche, p. es. del colore. L'imide bicloromaleica è veramente quasi bianca mentre il cloroanile è giallo dorato, ma al bibromoanile, che è rossastro, fa riscontro l'imide bibromomaleica che tende al giallo.

imide bicloromaleica

Cl C C Cl

OC CO

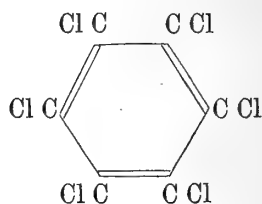
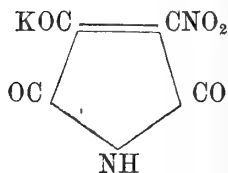
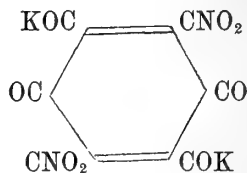
Cl C C Cl

cloroanile

tetracloropirrolo

esaclorobenzolo

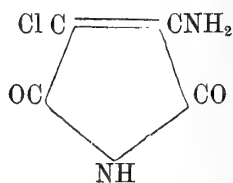
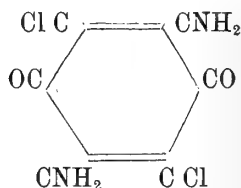
KOC CNO$_2$

OC CO

NH

sale potassico dell' imide nitro-ossi-maleica
(giallo chiaro)

sale potassico dell'acido nitranilico
(giallo)

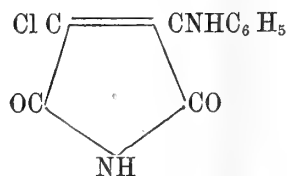
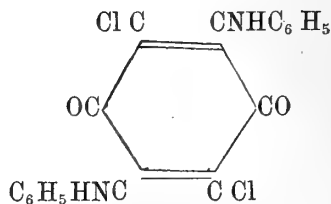
Cl C CNH$_2$

OC CO

NH

imide cloro-amido-maleica
(giallo dorato)

cloro-anilamide
(rosso bruno)

Cl C CNHC$_6$ H$_5$

OC CO

NH

imide cloro-anilido-maleica
(giallo intenso)

cloro-anilanilide
(giallo bruno)

« Da questa comparazione risulta che il gruppo:

— CO — CCl = CCl — CO —

mantiene nell'imide bicloromaleica una parte delle proprietà che esso ha nel cloroanile, come il gruppo:

— CH = CH — CH = CH —

del benzolo e del fenolo, mantiene in parte i suoi caratteri nel tiofene e nel pirrolo. L'imide bicloromaleica è perciò da riguardarsi come il chinone biclorurato della serie del pirrolo ».

Matematica. — *La teoria di Maxwell negli spazi curvi.* Nota di ERNESTO PADOVA, presentata a nome del Socio E. BELTRAMI.

« La ricerca della deformazione infinitesima di un mezzo elastico isotropo ed omogeneo, capace di destare in esso quelle tensioni e trazioni, che furono da Maxwell trovate equivalenti alle azioni elettriche determinate colla teoria dell'azione a distanza, ha, quando in nulla si modifichi la ordinaria teoria matematica dell'elasticità, condotto il Beltrami [1] a conclusioni negative. Egli ha infatti dimostrato che non è possibile deformare un mezzo dotato di tutte le proprietà, che si ammettono nei corpi solidi, elastici ed isotropi, che si considerano in quella teoria per modo da far nascere in esso le tensioni indicate da Maxwell e che anzitutto è necessario supporre il mezzo elastico di una natura speciale, incapace cioè di trasmettere le vibrazioni longitudinali. Ma bisogna notare che, insieme alle accennate ipotesi fisiche sulla natura del mezzo, il Beltrami ne ha ammessa nella sua analisi una geometrica supponendo euclideo lo spazio occupato dall'etere; quando questa restrizione sia tolta e lo spazio nel quale si trova il mezzo si consideri dotato di curvatura costante negativa, si riconosce che non è più necessario assoggettare all'accennata speciale condizione le costanti d' isotropia; talchè viene così remossa una delle prime difficoltà, che si presentano nella interpretazione meccanica delle formule di Maxwell. Scopo di questa Nota è la dimostrazione dell'enunciato teorema, cui ho dovuto premettere alcune considerazioni sulle formule fondamentali della teoria matematica della elasticità.

« Supponiamo dato un mezzo deformabile e che in esso i punti sieno determinati di posizione mediante le coordinate curvilinee qualsivogliano x_1, x_2, x_3, il quadrato dell'elemento lineare, quando si adottano queste coordinate, assuma la forma

$$ds^2 = \Sigma_{hk}\, a_{hk}\, dx_h\, dx_k\,; \tag{1}$$

[1] *Sulla interpretazione meccanica delle formole di Maxwell.* Memoria dell'Ac. di Bologna, serie 4ª, tomo VII.

in questa somma, come nelle seguenti, gli indici variabili prendono i valori 1, 2, 3 e se un indice supera 3, si deve rimpiazzare con quel numero maggiore di zero e non maggiore di 3, che è congruo ad esso secondo il modulo 3. Se Q_1, Q_2, Q_3 sono aumenti infinitesimi dati alle coordinate x_1, x_2, x_3 di un punto qualunque dello spazio e si pone

$$2\lambda_{hk} = \Sigma_i \left(a^i_{hk}\, Q_i + a_{hi}\, Q_i^k + a_{ki}\, Q_i^h\right),$$

ove per brevità u^s rappresenta la derivata della funzione u rapporto alla variabile x_s, per effetto della deformazione il quadrato dell'elemento lineare dello spazio diverrà

$$\Sigma\, b_{rs}\, dx_r\, dx_s = \Sigma\, (a_{rs} + 2\lambda_{rs})\, dx_r\, dx_s .$$

Con c_{rs} indichiamo l'elemento reciproco ad a_{rs} nel determinante a formato coi coefficienti della (1), diviso per a stesso, l'aumento δc_{rs} di questa espressione per effetto della deformazione si otterrà facilmente, osservando che $\Sigma_s\, c_{rs}\, a_{ts}$ è costante, quindi sarà

$$\delta c_{rs} = -\, 2\Sigma_{ij}\, c_{ri}\, c_{sj}\, \lambda_{ij} . \tag{2}$$

« Posto

$$2a_{hk,i} = a^k_{hi} + a^h_{ki} - a^i_{hk}, \quad \lambda_{hk,i} = \lambda^k_{hi} + \lambda^h_{ki} - \lambda^i_{hk}, \quad 2b_{hk,i} = b^k_{hi} + b^h_{ki} - b^i_{hk}$$

avremo

$$b_{hk,i} = a_{hk,i} + \lambda_{hk,i} . \tag{3}$$

« Osserviamo inoltre che, se alle variabili x si sostituiscono delle nuove variabili y, l'elemento lineare $\sqrt{\Sigma_{rs}\, a_{rs}\, dx_r\, dx_s}$ assumerà la forma $\sqrt{\Sigma_{rs} (a_{rs})\, dy_r\, dy_s}$, lo spostamento di un punto qualsivoglia dello spazio, che fa aumentare di Q_1, Q_2, Q_3 le coordinate x di quel punto, darà alle coordinate y gli aumenti (Q_1), (Q_2), (Q_3); fra le Q e le (Q) avranno luogo le relazioni

$$Q_i = \Sigma_j\, (Q_j)\, x_i^j ; \quad \Sigma_l\, Q_i^l\, x_l^s = \Sigma_j\, (Q_j^s)\, x_i^j + \Sigma_j\, (Q_j)\, x_i^{js}$$

e conseguentemente, se (λ_{hk}) sono nel nuovo sistema di coordinate le quantità omologhe alle λ_{hk}, avremo

$$(\lambda_{hk}) = \Sigma_{ij}\, \lambda_{ij}\, x_i^h\, x_j^k ;$$

donde si conchiude che le λ_{ij} sono legate alle (λ_{ij}) dalle stesse relazioni che legano fra loro le a_{ij} e le (a_{ij}). Ne segue che le espressioni

$$\vartheta = \Sigma_{hk}\, c_{hk}\, \lambda_{hk} ; \quad \Theta = \frac{1}{a}\, \Sigma_{hk}\, a_{hk} \left(\lambda_{h+1\, k+1}\, \lambda_{h+2\, k+2} - \lambda_{h+1\, k+2}\, \lambda_{h+2\, k+1}\right)$$

sono *invariabili*, non cangiano cioè forma al variare delle coordinate.

« Se si osserva che è $\vartheta = \dfrac{\delta \sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ si riconosce subito ch'essa è la dilatazione cubica.

« Quando le Q_i sono le derivate covarianti di una stessa funzione U, quando cioè si ha

$$Q_i = \Sigma_r\, c_{ri}\, U^r,$$

si ottiene

$$\lambda_{rs} = U^{rs} - \Sigma_{ij}\, a_{rs,i}\, c_{ij}\, U^{j},$$

le λ_{rs} cioè sono le derivate seconde covarianti della funzione U; allora è

$$\vartheta = \Delta_2 U \quad \text{e} \quad \Theta = \Delta_{22} U \ (^1)$$

le ϑ e Θ sono i parametri differenziali di secondo ordine di U.

« Il potenziale di elasticità Π pei mezzi isotropi ed omogenei è dato dalla equazione

$$2\Pi = A\vartheta^2 - B\Theta$$

ove A e B sono due costanti, e da questa espressione resulta immediatamente per le precedenti osservazioni una proprietà dei mezzi elastici isotropi che può servire alla loro definizione: Il potenziale di elastictà dei mezzi isotropi non muta forma al cangiare delle coordinate.

« In tutti quegli spazi nei quali il quadrato dell'elemento lineare può porsi sotto la forma $\alpha \Sigma_r dx_r^2$, come sono gli spazi piani e quelli a curvatura costante, i soli dei quali ora ci occuperemo, la condizione necessaria e sufficiente perchè il lavoro fatto dalle forze elastiche di un mezzo isotropo sia negativo per qualsiasi spostamento è che si abbia $3A - B > 0$, $B > 0$.

« Pongasi ora

$$(4) \qquad a_{hk,lm} = a^{m}_{hl,k} - a^{l}_{hm,k} + \Sigma_{uv}\, c_{uv} \left(a_{hm,u}\, a_{lk,v} - a_{hl,u}\, a_{km,v}\right);$$

le espressioni analoghe relative ai coefficienti b_{hk} dell'elemento deformato, quando si osservi che le λ sono quantità infinitesime, talchè si debbono trascurare i termini relativamente ad esse del secondo ordine rispetto a quelli del primo, si potranno ottenere dalla (4) colle note regole del calcolo delle variazioni e, tenendo presenti le (2), (3), verranno date dall'equazione

$$(5) \qquad b_{hk,lm} = a_{hk,lm} + \lambda^{m}_{hl,k} - \lambda^{l}_{hm,k} +$$
$$+ \Sigma_{uv}\, c_{uv} \left(a_{hm,u}\, \lambda_{kl,v} + a_{k,vl}\, \lambda_{hm,u} - a_{hl,u}\, \lambda_{km,v} - a_{km,v}\, \lambda_{hl,u}\right)$$
$$- 2\Sigma_{uvij}\, c_{ui}\, c_{vj}\, \lambda_{ij} \left(a_{hm,u}\, a_{lk,v} - a_{lh,u}\, a_{km,v}\right)$$

ossia, se per brevità poniamo

$$(6) \qquad \lambda_{hk,lm} = \lambda^{m}_{hl,k} - \lambda^{l}_{hm,k} +$$
$$+ \Sigma_{uv}\, c_{uv} \left(a_{hm,u}\, \lambda_{kl,v} + a_{kl,v}\, \lambda_{hm,u} - a_{hl,u}\, \lambda_{km,v} - a_{km,v}\, \lambda_{hl,u}\right)$$
$$- 2\, \Sigma_{uvij}\, c_{ui}\, c_{vj}\, \lambda_{ij} \left(a_{hm,u}\, a_{kl,v} - a_{hl,u}\, a_{km,v}\right),$$

dalla equazione

$$(5_a) \qquad b_{hk,lm} = a_{hk,lm} + \lambda_{hk,lm}\,.$$

« Ciò posto ricordiamo, che è proprietà caratteristica degli spazi piani od euclidei di annullare le sei espressioni (4), qualunque sieno le coordinate

(1) La notazione Δ_{22} è stata introdotta dal prof. Ricci. Vedasi la sua Memoria *Sui parametri e gli invarianti delle forme quadratiche differenziali*. Ann. di Mat., serie 2ª, tomo XIV.

che servono a determinare la posizione dei loro punti, se dunque supponiamo che i punti costituenti il mezzo che deformiamo, riempiano uno spazio euclideo, non solo dovranno annullarsi le $a_{hk,lm}$, ma eziandio le $b_{hk,lm}$, poichè il movimento dei punti materiali che occupano uno spazio, sia pure in modo continuo, effettuato in modo da non farli uscire dallo spazio dato, non può far variare la natura di questo, donde concludiamo che la condizione necessaria e sufficiente, perchè in questo caso le λ_{hk} rappresentino i coefficienti di una deformazione, è data dall'annullarsi delle sei espressioni $\lambda_{hk,ij}$. Il che coincide con quanto ho già comunicato a questa illustre Accademia nella Nota: *Sulle deformazioni infinitesime* presentata dal Socio Dini nella seduta del 3 febbraio 1889 [1]. Ricordiamo pure che se uno spazio è a curvatura costante K le sei espressioni $a_{hk,lm}$ debbono soddisfare le equazioni

$$a_{hk,lm} = \mathrm{K} a c_{ij}$$

ove i sei indici h, k, l, m, i, j vanno presi in modo da formare due volte la serie dei numeri 1, 2, 3 o, secondo le nostre convenzioni, la serie dei numeri da 1 a 6; escludendo, ben s' intende, il caso che la $a_{hk,lm}$ sia identicamente zero, ciò che accade quando i due indici da una stessa parte della virgola sono uguali fra loro; quindi condizione necessaria e sufficiente perchè le λ_{hk} rappresentino in questo caso i coefficienti di una deformazione è che si abbia

$$\lambda_{hk,lm} = \mathrm{K}\delta\,(a c_{ij}) = 2a\mathrm{K}\,(\vartheta - \Sigma_{uv}\, c_{ui}\, c_{vj}\, \lambda_{uv})\,. \tag{7}$$

« E colla stessa facilità si potrebbero ottenere le condizioni necessarie e sufficienti perchè sei funzioni λ_{hk} rappresentassero i coefficienti di una deformazione infinitesima, in uno spazio nè euclideo nè a curvatura costante, ogniqualvolta la natura di esso fosse caratterizzata da note relazioni differenziali fra i coefficienti dell'elemento lineare.

« Indichiamo con $\varLambda_{hk}$ la derivata di $\varPi$ rapporto a λ_{hk} presa negativamente, avremo

$$\begin{aligned}\varLambda_{hk} = -\mathrm{A}\vartheta c_{hk} + \frac{\mathrm{B}}{2a}\big(&a_{h+2\,k+2}\,\lambda_{h+1\,k+1} + a_{h+1\,k+1}\,\lambda_{h+2\,k+2} - a_{h+1\,k+2}\,\lambda_{h+2\,k+1} \\ &- a_{h+2\,k+1}\,\lambda_{h+1\,k+2}\big)\end{aligned} \tag{8}$$

donde

$$\Sigma_{hk}\, a_{hk}\, \varLambda_{hk} = (\mathrm{B} - 3\mathrm{A})\,\vartheta\,. \tag{9}$$

« Dalle (8) abbiamo pure

$$\begin{aligned}\Sigma_k\, a_{hk}\, \varLambda_{hk} &= -\left(\mathrm{A} - \frac{\mathrm{B}}{2}\right)\vartheta - \frac{\mathrm{B}}{2}\,\Sigma_k\, c_{hk}\,\lambda_{hk} \\ \Sigma_k\, a_{hk}\, \varLambda_{h+1k} &= -\frac{\mathrm{B}}{2}\,\Sigma_k\, c_{h+1k}\,\lambda_{hk} \\ \Sigma_k\, a_{hk}\, \varLambda_{h+2k} &= -\frac{\mathrm{B}}{2}\,\Sigma_k\, c_{h+2k}\,\lambda_{hk}\end{aligned}$$

[1] Avvertasi però che, per errore, tanto nella formula (9) quanto nella (9_a) di quella Nota manca il fattore 2 al termine $\Sigma_{rsvw}\, \lambda_{rs}\, c_{ru}\, c_{sw}\, (a_{hk,v}\, a_{uj,w} - a_{hj,v}\, a_{ku,w})$.

donde risolvendo

$$\lambda_{hk} = \frac{2A - B}{B} \vartheta a_{hk} - \frac{2}{B} \Sigma_{rs} a_{hr} a_{ks} \varDelta_{sr} .$$

« Ora il Beltrami ha dimostrato nella Memoria: *Sull'uso delle coordinate curvilinee nelle teorie del potenziale e dell'elasticità* (¹) che se U è una funzione potenziale di forze elettriche, considerandola come equivalente ad un sistema di tensioni elastiche, le corrispondenti quantità $\varDelta_{rs}$ vengono date dalla equazione

$$\varDelta_{rs} = \frac{1}{8\pi} (c_{rs} \varDelta_1 U - 2 \Sigma_{hk} c_{hr} c_{ks} U^h U^k)$$

quindi, sostituendo nelle precedenti equazioni, avremo

$$(9_a) \qquad \vartheta = - \frac{1}{3A - B} \frac{\varDelta_1 U}{8\pi}$$

e

$$(10) \qquad \lambda_{hk} = - \frac{1}{2\pi B} (C a_{hk} \varDelta_1 U - U^h U^k) ,$$

ove si è posto per brevità

$$(11) \qquad C = \frac{4A - B}{12A - 4B} .$$

Dalle (9_a) e (11) resulta che per ogni funzione reale U la condensazione ϑ è negativa e che la costante C è positiva.

« Sostituiamo nelle (7) le ora trovate espressioni (10) delle λ_{hk} e, scrivendo per brevità U_r, U_{rs} per le derivate covarianti di primo e secondo ordine di U, troveremo

$$\begin{aligned} 2aK (\vartheta c_{ij} - \Sigma_{uv} c_{ui} c_{vj} \lambda_{uv}) = {} & 2 (U_{hl} U_{km} - U_{hm} U_{kl}) - 2C \varDelta_1 U a_{hk,lm} - \\ & - 2C \Sigma_{rs} U_r U_s [a_{kl} a_{hr,ms} + a_{hm} a_{kr,ls} - a_{hl} a_{kr,ms} - a_{km} a_{hr,ls}] - \\ & - 2 \Sigma_{rs} C c_{rs} [a_{hm} U_{rl} U_{sk} + a_{lk} U_{rh} U_{sm} - a_{km} U_{lr} U_{hs} - a_{lh} U_{kr} U_{ms}] - \\ & - 2C [a_{kl} \nabla(U, U_{hm}) + a_{hm} \nabla(U, U_{kl}) - a_{km} \nabla(U, U_{hl}) - a_{hl} \nabla(U, U_{km})] + \\ & + 2C \Sigma_{urs} U_u c_{rs} \{ a_{kl} (a_{um,s} U_{hr} + a_{uh,s} U_{mr}) + a_{hm} (a_{uk,s} U_{lr} + a_{ul,s} U_{kr}) - \\ & - a_{hl} (a_{uk,s} U_{mr} + a_{um,s} U_{kr}) - a_{km} (a_{uh,s} U_{lr} + a_{ul,s} U_{hr}) \} . \end{aligned}$$

« In questa equazione $\nabla(\alpha\beta)$ rappresenta il parametro misto del primo ordine delle due funzioni α e β. Di queste equazioni ne abbiamo sei corrispondenti alle espressioni $\lambda_{23,23}$, $\lambda_{13,13}$, $\lambda_{12,12}$, $\lambda_{31,23}$, $\lambda_{23,12}$, $\lambda_{12,31}$; moltiplichiamole ordinatamente per a_{11}, a_{22}, a_{33}, $2a_{12}$, $2a_{13}$, $2a_{23}$ e sommiamole, ma per rendere più semplice la forma del risultato osserviamo che se n rappresenta la normale alla superficie $U =$ cost. e si chiama H la radice quadrata del parametro $\varDelta_1 U$, si ha

$$H \frac{\partial S}{\partial n} = \nabla(U, S)$$

(¹) Acc. di Bologna, serie 4ª, tomo VI.

per cui dopo alcune riduzioni otteniamo l'equazione

$$2K\vartheta = (1 - 4C)\Delta_{22} U - CH^2 \Sigma \frac{a_{ij}}{a} a_{hk,lm} + 2C \Sigma U_r U_s c_{ij} a_{ir,js} +$$

$$+ 2C(\Delta_2 U)^2 + 2HC \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial n} .$$

« Scegliamo nello spazio ora considerato delle coordinate che dieno al quadrato dell'elemento lineare la forma $\alpha \Sigma dx_r^2$ ed avremo

$$(12) \qquad K(2\vartheta - CH^2) = (1 - 4C)\Delta_{22} U + 2C(\Delta_2 U)^2 + 2HC \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial n} .$$

« Ma giova osservare che si ha

$$2\Delta_{22} U = (\Delta_2 U)^2 - \Sigma_{rs} \left(\frac{U_{rs}}{\alpha}\right)^2$$

e ricordando il significato di C la (12) assume la forma

$$(12_a) \quad K[8(3A - B)\vartheta - (4A - B)H^2] = 2A\Sigma \left(\frac{U_{rs}}{\alpha}\right)^2 + 2(3A - B)(\Delta_2 U)^2 +$$

$$+ 2(4A - B) \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial n} H .$$

« Questa è l'annunciata estensione della formula che serve di base alla dimostrazione del Beltrami; la formula da questo autore trovata differisce dalla (12_a) soltanto in ciò, che in essa mancano i termini moltiplicati per K quindi se ne inferisce che negli spazi vuoti, nei quali $\Delta_2 U = 0$, ed in quelli omogenei nei quali è $\frac{\partial \Delta_2 U}{\partial n} = 0$, essa non può essere verificata da una funzione reale U, a meno che questa non sia lineare rispetto alle coordinate, il che è inammissibile perchè le funzioni potenziali newtoniane si annullano all'infinito, oppure a meno che sia nulla la costante A, il che sarebbe in contraddizione colle diseguaglianze già stabilite e richiederebbe che il mezzo elastico fosse incapace di trasmettere le vibrazioni longitudinali. Ma nel caso nostro, ricordando le citate diseguaglianze ed osservando che ϑ è negativo, si vede che la (12_a) può essere soddisfatta da funzioni U reali e non lineari, senza che sia $A = 0$, tosto che si supponga la curvatura K negativa, come volevamo provare.

« Ma neppure con questa ipotesi sulla natura del mezzo che costituisce l'etere elettrico si eliminano tutte le difficoltà, che si presentano, quando si voglia coll'ordinaria teoria dell'elasticità, dare una interpretazione meccanica delle formole di Maxwell; occorrerebbe infatti per ciò che, se U e V sono due funzioni, che nello spazio a curvatura costante negativa tengono il posto delle ordinarie funzioni potenziali newtoniane, si avesse

$$2\, C a_{hk} \nabla (UV) - (U^h V^k + U^k V^h) = 0 ,$$

il che non è ».

Matematica. — *Di alcune proprietà delle linee caratteristiche.* Nota del dott. V. Reina, presentata dal Corrispondente V. Cerruti.

« In una recente Nota del prof. Pucci [1], venne stabilito il concetto di *linee caratteristiche*. Queste linee, sopra una superficie a curvatura positiva, fanno riscontro alle linee asintotiche delle superficie a curvatura negativa, e godono di notevoli proprietà, alcune delle quali furono già poste in luce nella predetta Nota, altre formano l'oggetto della presente.

« 1. Intorno ad un punto di una superficie, i cui due raggi di curvatura principali indicheremo con ϱ_1 e ϱ_2, supponiamo di far ruotare un elemento lineare ds di lunghezza costante, in guisa che l'estremo mobile descriva un cerchietto geodetico (infinitesimo). Se indichiamo con α l'angolo che l'elemento ds forma colla direzione principale che corrisponde al raggio ϱ_1 (noi supporremo sempre $\varrho_1 \leq \varrho_2$), con dp la minima distanza delle normali alla superficie, condotte ne' due punti estremi dell'elemento ds, è noto che si ha [2]:

$$1) \qquad dp = ds \frac{\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}}{\sqrt{\frac{1}{(\varrho_1 \operatorname{sen} \alpha)^2} + \frac{1}{(\varrho_2 \cos \alpha)^2}}} .$$

« Se α, α' definiscono due direzioni coniugate, tra α ed α' ha luogo la relazione:

$$2) \qquad \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha' = -\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$$

e ponendo $\alpha' - \alpha = \omega$, cioè indicando con α l'angolo compreso fra due direzioni coniugate, si ottiene, fatta astrazione dal segno:

$$\cos \omega = \frac{\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}}{\sqrt{\frac{1}{(\varrho_1 \operatorname{sen} \alpha)^2} + \frac{1}{(\varrho_2 \cos \alpha)^2}}}.$$

Pertanto la precedente espressione di dp si può porre sotto la forma:

$$3) \qquad dp = ds \cos \omega$$

la quale dice che la minima distanza dp, corrispondente ad un elemento ds, è eguale alla proiezione dell'elemento ds sulla direzione coniugata.

[1] *Dell'angolo caratteristico e delle linee caratteristiche di una superficie.* Rendic. della R. Acc. dei Lincei, Vol. V, fasc. 7.

[2] I. Knoblanch, *Einleitung in die allgemeine Theorie der Krummen Flächen*, § 26.

« Di qui segue la nota proprietà che se l'elemento ds cade secondo una linea di curvatura, la minima distanza dp è nulla (più esattamente infinitamente piccola del 3° ordine, quando l'elemento ds si consideri come infinitesimo del 1° ordine).

« L'elemento dp assumerà il valore massimo quando ω diventa minimo. Indicando con Ω il valor minimo di ω, e chiamando col prof. Pucci *linee caratteristiche della superficie* (*linee asintotiche* per le superficie a curvatura negativa), le linee tangenzialmente coniugate formanti l'angolo Ω, si vede che la direzione dell'elemento ds, alla quale corrisponde un massimo di dp, è quella delle linee caratteristiche.

« Le linee caratteristiche si possono dunque anche definire come quelle lungo le quali le normali consecutive alla superficie hanno la massima distanza.

« Il valore di α, che determina la direzione delle linee caratteristiche, è dato dall'equazione

$$4) \qquad \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{\pm \frac{\varrho_2}{\varrho_1}}$$

dove, sotto il radicale, è da prendersi il segno superiore o l'inferiore, a seconda che la superficie è a curvatura positiva o negativa. Se questo valore di α si sostituisce nella 1), si ottiene come valor massimo di dp:

$$dp = ds \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_1 + \varrho_2}$$

la quale relazione può anche assumersi come equazione differenziale delle linee caratteristiche, e confrontata colla 3) fornisce per l'angolo Ω l'espressione:

$$\cos \Omega = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_1 + \varrho_2} .$$

« 2. Se si indica con r il segmento di normale alla superficie, intercetto fra la superficie stessa ed il piede della minima distanza dp, si ha (1):

$$5) \qquad r = \frac{\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} \operatorname{tg}^2 \alpha}{\frac{1}{\varrho_1^2} + \frac{1}{\varrho_2^2} \operatorname{tg}^2 \alpha} .$$

Se in questa si sostituisce il valor 4) di tg α, si ottiene:

$$r = \frac{\frac{1}{\varrho_1} \pm \frac{1}{\varrho_1}}{\frac{1}{\varrho_1^2} \mp \frac{1}{\varrho_1 \varrho_2}}$$

la quale, nel caso delle superficie a curvatura negativa, si riduce ad

$$r = 0$$

(1) Cfr. Knoblanch, ibid. § 26.

ossia: — La minima distanza delle due normali ad una superficie, condotte per gli estremi di un elemento ds di asintotica, è misurata dallo stesso elemento ds —, proprietà che risulta anche subito osservando che le normali ad una superficie, lungo una linea asintotica, costituiscono il sistema delle binormali della linea stessa. Se la superficie è a curvatura positiva, la relazione precedente assume la forma:

$$6)\qquad \frac{1}{r_c}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)$$

ossia lungo una linea caratteristica il segmento r è eguale alla media armonica dei due raggi di curvatura principali.

« Nella citata Nota del prof. Pucci, venne dimostrato che il raggio di curvatura della geodetica tangente ad una linea caratteristica è eguale alla media aritmetica dei due raggi di curvatura principali, ossia che indicando con ϱ_c tale raggio, si ha:

$$7)\qquad \varrho_c=\frac{1}{2}(\varrho_1+\varrho_2)\,.$$

Combinando questa colla 6) si ottiene:

$$8)\qquad \frac{1}{\varrho_c\, r_c}=\frac{1}{\varrho_1\,\varrho_2}$$

la quale fornisce una nuova espressione per la curvatura Gaussiana di una superficie a curvatura positiva.

« 3. Sia r_m la media di tutti i valori che il segmento r assume al ruotare dell'elemento ds intorno al punto considerato. Sarà:

$$r_m=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} r\,d\alpha$$

e poichè r assume i medesimi valori nei quattro quadranti determinati dalle linee di curvatura, come risulta dalla 5), si avrà

$$r_m=\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} r\,d\alpha=\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\dfrac{1}{\varrho_1}+\dfrac{1}{\varrho_2}\,\mathrm{tg}^2\,\alpha}{\dfrac{1}{\varrho_1^{\,2}}+\dfrac{1}{\varrho_2^{\,2}}\,\mathrm{tg}^2\,\alpha}\,d\alpha=\frac{2}{\dfrac{1}{\varrho_1}+\dfrac{1}{\varrho_2}}$$

ossia per la 6):

$$9)\qquad r_m=r_c$$

dunque la media dei valori che r assume, secondo tutte le direzioni uscenti da un punto della superficie, è eguale al valore che esso prende nella direzione delle caratteristiche.

« 4. Nel fare la precedente media si è supposto che gli elementi ds fossero egualmente spaziati intorno al punto dato. Si potrebbe però anche fare la media dei valori di r, supponendo egualmente spaziate le minime distanze

dp. Sapendo che le direzioni degli elementi ds e dp sono coniugate, ed indicando ancora con α, α' gli angoli che esse formano colla direzione principale di raggio ϱ_1, avrà luogo la relazione 2). Sostituendo il valore di tg α ricavato da questa nella 5) si ottiene:

$$r = \varrho_1 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2 \cos^2 \alpha'$$

che è l'espressione del *teorema di Hamilton.*

« La nuova media r'_m sara quindi data da:

$$r'_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r d\alpha = \frac{1}{2} (\varrho_1 + \varrho_2)$$

e rammentando la 7) si avrà:

$$r'_m = \varrho_c \,. \tag{10}$$

« Essa è dunque eguale al raggio di curvatura della geodetica tangente alla caratteristica nel punto considerato.

« 5. La relazione 8) è suscettibile di generalizzazione. — La espressione del segmento r', corrispondente ad un elemento ds di inclinazione α', si può porre sotto la forma:

$$r' = \varrho_1 \varrho_2 \frac{\varrho_1 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2 \cos^2 \alpha'}{\varrho_1^2 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2^2 \cos^2 \alpha'} \,. \tag{a}$$

« Il raggio di curvatura della geodetica uscente dal punto considerato colla inclinazione α'', è dato da:

$$\varrho'' = \frac{\varrho_1 \varrho_2}{\varrho_1 \operatorname{sen}^2 \alpha'' + \varrho_2 \cos^2 \alpha''} \,.$$

Se l'inclinazione α'' è coniugata all'inclinazione α' sarà:

$$\operatorname{sen}^2 \alpha'' = \frac{\varrho_2{}^2 \cos^2 \alpha'}{\varrho_1{}^2 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2{}^2 \cos^2 \alpha'}$$

$$\cos^2 \alpha'' = \frac{\varrho_1{}^2 \operatorname{sen}^2 \alpha'}{\varrho_1{}^2 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2{}^2 \cos^2 \alpha'}$$

e la precedente espressione di ϱ'' diviene:

$$\varrho'' = \frac{\varrho_1^2 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2^2 \cos^2 \alpha'}{\varrho_1 \operatorname{sen}^2 \alpha' + \varrho_2 \cos^2 \alpha'}$$

la quale, combinata colla a), fornisce la relazione:

$$\frac{1}{r' \varrho''} = \frac{1}{\varrho_1 \varrho_2} \tag{11}$$

e cioè la curvatura Gaussiana di una superficie è anche data dall'inversa del prodotto del segmento r corrispondente ad una direzione qualunque, per il raggio di curvatura della geodetica, avente la direzione coniugata.

« Quando la 11) debba applicarsi ad una superficie a curvatura negativa basterà, riguardo ai segni di r' e ϱ'', fare quelle medesime convenzioni, che solitamente si fanno pei segni di ϱ_1 e ϱ_2.

« 6. La 11) si può porre sotto la forma:

$$\frac{1}{r'}=\frac{\varrho''}{\varrho_1\,\varrho_2}$$

ed analogamente si avrà:

$$\frac{1}{r''}=\frac{\varrho'}{\varrho_1\,\varrho_2}\,.$$

« Da queste segue, avendo riguardo alla nota relazione:

$$\varrho'+\varrho''=\varrho_1+\varrho_2\,,$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)$$

e ricordando la 6):

12) $$\frac{1}{r_c}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}\right).$$

« Il segmento r, corrispondente ad una linea caratteristica, è dunque eguale alla media armonica dei due valori di r, corrispondenti a due direzioni coniugate ».

Fisica. — *Sulla compressibilità di alcuni idrocarburi ed alcoli e sui loro coefficienti di tensione e calori specifici a volume costante.* Nota del dott. STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio BLASERNA.

« I valori dei coefficienti di compressibilità di alcuni idrocarburi ed alcoli, esposti in questa Nota, sono quelli da me ottenuti col dott. Luigi Palazzo in uno studio sperimentale, i cui risultamenti furono già presentati a questa illustre Accademia nell'anno 1884 (1), e che ora ho di nuovo calcolati, modificando i valori dei coefficienti di deformazione dei piezometri dietro ragioni esposte in una mia recente Nota *Sulla compressibilità dell'acqua e dei miscugli alcoolici.* Aggiungerò ai risultati sperimentali i coefficienti di tensione ed i calori specifici a volume costante dei liquidi considerati calcolati colle formole (2): $\alpha'=\frac{\alpha v_0}{p\mu v}$ e quella del Thomson: $c_v=c_p-\frac{T}{J}\frac{\alpha_1^2 v_0^2}{\mu v}$ nelle quali α è il coefficiente di dilatazione a pressione costante, α' il coefficiente di tensione, v_0 e v i volumi del corpo alle temperature assolute 273° e T, ed alla pressione p, μ il coefficiente di compressibilità, J l'equivalente meccanico della caloria, c_p e c_v i calori specifici del liquido a pressione costante ed a volume costante.

(1) Volume XIX delle Memorie della R. Accademia dei Lincei (anno 1883-84).

(2) S. Pagliani, *Sul coefficiente di tensione e sul calore specifico a volume costante dei liquidi.* Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, vol. XX, 1884.

« I coefficienti di compressibilità sono qui riferiti alla pressione unitaria di una megadine per cm². Quanto ai caratteri delle sostanze studiate mi riferisco alla Memoria sopra citata, non riportando qui che qualche dato numerico più importante.

Idrocarburi.

« Benzina. — Densità a 17°,60: 0,8816.

« *Compressibilità.* — $t = 15°,4$ $\mu \times 10^7 = 878,5$
$t = 50°,1$ » 1114
$t = 78,8$ » 1266.

« Questi risultati sono rappresentati dalla espressione:

$$\mu_t = 0,00008785 + a\,(t - 15°,4) - b\,(t - 15,4)^2$$

in cui $\log a = 3,88095$ e $\log b = 1,37143$.

« I valori del coefficiente di dilatazione furono dedotti dalla formola del Louguinine (Ann. Chim. Phys. [4]. XI, 453):

$$v_t = 1 + 0,00116\ t + 0,000002226\ t^2.$$

« Per il calore specifico a pressione costante abbiamo i dati di A. von Reis tanto per la benzoina quanto per altri liquidi. In un suo esteso lavoro sul calore specifico dei composti organici liquidi (Wied., Ann. 1881, XIII, 447) il Reis ha dedotto dai dati sperimentali per molti corpi le costanti K, a e b di una formola: $C = K + a\,(T + T_1) + b\,(T^2 + TT_1 + T_1^2)$, la quale serve a trovare il calore specifico medio fra le due temperature T e T_1. Se ora per trovare il calore specifico vero ad una temperatura qualunque t noi facciamo $T = t$ e $T_1 = t + 1$ o, pure con molta approssimazione, $T = T_1 = t$ noi avremo una formola: $C = K + 2at + 3bt^2$, la quale servirà all'uopo, quando a K, a, b si sostituiranno i valori dati dal Reis.

« Per la benzina: $K = 0,3231$, $a = + 0,002131$ $b = - 0,00001191$ (1).

t	α	$\mu \times 10^7$	α'	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
20°	0,00125	913	13,0971	0,3940	0,2753	1,4312
40°	0,00134	1051	11,9016	0,4364	0,3128	1,3951
60°	0,00143	1171	11,1120	0,4502	0,3191	1,4108
75°	0,00149	1248	10,6449	0,4508	0,3141	1,4352

« Si vede come il coefficiente di tensione diminuisce col crescere della temperatura, mentre il calore specifico a volume costante cresce. La divergenza da questa regola, che si osserva alla temperatura di 75° credo sia

(1) Nella mia Nota sopracitata ho esposto le ragioni perchè ho assunto questo valore di b e non quello dato nella Memoria del Reis, dove sembra sia occorso qualche errore di stampa.

dovuta, più che ad altro, a qualche errore accidentale nei dati del calcolo del calore specifico a pressione costante.

« Toluene. — Densità a 0°: 0,88218. Punto di ebollizione 109°,34 a 739^{mm},9.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$, $\mu \times 10^7 = 777$
$t = 15°,4$ » 860
$t = 47,65$ » 1008
$t = 99,0$ » 1441.

« Formola calcolata: $\mu_t = \mu_0 (1 + 0,0059446\ t + 0,0000203\ t^2)$.

« I valori del coefficiente di dilatazione furono dedotti dalla seguente formola delle densità (1):

$\delta' = a - bt - ct^2$ in cui $a = 0,88218$ $\log b = 6,9584796$ $\log c = 3,6912505$.

« Ammettendo per approssimazione: $v_t = 1 + \frac{b}{a} t + \frac{c}{a} t^2$ si otterrà:

$$v_t = 1 + 0,0010302\ t + 0,0000005568\ t^2 \text{ dalla quale si deduce } \frac{dv}{dt}.$$

« Per calcolare i valori del calore specifico abbiamo:

$$K = 0,3957 \quad a = 0,000275 \quad b = 0,0000005168.$$

t	α	$\mu \times 10^7$	α'	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
0°	0,0010302	777	12,999	—	—	—
20°	0,0010525	876	11,544	0,4073	0,3191	1,2764
40°	0,0010747	987	10,244	0,4202	0,3349	1,2547
60°	0,0010970	1111	9,101	0,4343	0,3520	1,2338
80°	0,0011193	1247	8,100	0,4496	0,3703	1,2142
100°	0,0011416	1397	7,229	0,4662	0,3900	1,1954

« Xilene. — Densità a 0°: 0,8753. Punto di ebollizione 140° a 740^{mm}.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$ $\mu \times 10^7 = 741$
$t = 15°,5$ » 779
$t = 48,1$ » 946
$t = 99,2$ » 1344.

$$\mu_t = \mu_0 (1 + 0,0025877\ t + 0,0000590\ t^2).$$

« Per il coefficiente di dilatazione mi servì la formola del Louguinine:

$$d_t = 0,8770 - 0,0008415\ t - 0,000000367\ t^2$$

dalla quale si calcola la formola approssimata:

$$v_t = 1 + 0,0009595\ t + 0,0000004185\ t^2$$

(1) Naccari e Pagliani, *Sulla tensione massima dei vapori, e sulla dilatazione termica di alcuni liquidi.* Atti della R. Accad. delle scienze di Torino, 1881, vol. XVI.

« Per il calore specifico non abbiamo i dati sperimentali relativi.

t	α	$\mu \times 10^7$	α'
0°	0,0009595	741	12,695
20°	0,0009762	797	11,783
40°	0,0009930	888	10,555
60°	0,0010100	1013	9,225
80°	0,001026	1174	7,936
100°	0,001043	1370	6,785

» Cimene. — Densità a 0°: 0,8751. Punto di ebollizione: 172°-173° a 742^{mm},0.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$ $\mu \times 10^7 = 732$
$t = 17°,6$ » 778
$t = 50,6$ » 937
$t = 99,2$ » 1282

$$\mu_t = \mu_0 (1 + 0,0028329\ t + 0,0000496\ t^2).$$

« Per il cimene dall'essenza di cumino abbiamo la formola del Louguinine:

$$d_t = 0,8705 - 0,000799\ t - 0,000000118\ t^2$$

dalla quale si deduce la formola approssimata:

$$v_t = 1 + 0,000918\ t + 0,000000136\ t^2.$$

« Per il calore specifico non abbiamo dati sperimentali.

t	α	$\mu \times 10^7$	α'
0°	0,000918	732	12,295
20°	0,000923	788	11,502
40°	0,000929	873	10,262
60°	0.000934	987	8,964
80°	0,000940	1130	7,742
100°	0,000945	1302	6,637

Alcooli.

« Alcool metilico. — Densità a 0°: 0,8162. Punto di ebollizione 63,6-64,2 a 733^{mm},4.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$ $\mu \times 10^7 = 1012$
$t = 15°,3$ » 1108
$t = 57,6$ » 1404

$$\mu_t = \mu_0 (t + 0,0060765\ t + 0,00001124\ t^2).$$

« Per i coefficienti di dilatazione adoperai la formola del Kopp:
$v_t = 1 + 0,0011342\ t + 0,0000013635\ t^2 + 0,000000008741\ t^3$.
« Per i calori specifici abbiamo:
$K = 0,5633 \quad a = 0,0010504 \quad c = 0,000001754$.

t	α	$\mu \times 10^7$	α'	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
0°	0,0011342	1012	10,988	—	—	—
20°	0,0011992	1139	10,083	0,6055	0,5178	1,1693
40°	0,0012852	1276	9,420	0,6557	0,5618	1,1671
55°	0,0013635	1385	9,221	0,6947	0,5946	1,1684

« Alcool etilico. — Densità a 0°: 0,8060.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$ $\mu \times 10^7 =$ 974
$t = 18°,1$ » 1046
$t = 50°,0$ » 1292
$t = 68°,5$ » 1400
$\mu_t = \mu_0 (1 + 0,0037988\ t + 0,0000455\ t^2)$.

« Per i coefficienti di dilatazione mi servii della formola del Kopp:
$v_t = 1 + 0,00104136\ t + 0,0000007836\ t^2 + 0,000000017618\ t^3$
« Per i calori specifici quella del Regnault (Mem. Acad. Scienc. XXVI):
$C_t = 0,54754 + 0,0022436\ t + 0,000006618\ t^2$.

t	α	$\mu \times 10^7$	α'	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
0°	0,00104136	974	10,4820	0,5475	0,4737	1,1558
20°	0,00109384	1066	9,8526	0,5951	0,5169	1,1513
40°	0,00118861	1193	9,3565	0,6412	0,5550	1,1554
60°	0,00132566	1365	8,9046	0,7060	0,6086	1,1601

« Alcool propilico primario. — Densità a 0°: 0,8203. Punto di ebollizione 95°,91 a 742^{mm},5.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$ $\mu \times 10^7 =$ 864
$t = 15°,0$ » 917
$t = 49°,5$ » 1102
$t = 99°,3$ » 1582

$\mu_t = \mu_0 (1 + 0,0033544\ t + 0,00005060\ t^2)$.

« Per i coefficienti di dilatazione mi servii della seguente formola delle densità [1]:

$d_t = 0{,}8203 - at + bt^2 - ct^3$ in cui $\log a = 6{,}90228$ $\log b = 3{,}66482$ $\log c = 2{,}10469$; da essa si deduce la formola approssimata:

$$v_t = 1 + 0{,}0009734\ t - 0{,}0000005634\ t^2 + 0{,}00000001551\ t^3$$

« Per i calori specifici il Reis diede le seguenti costanti:

$$K = 0{,}4946,\ a = 0{,}0016653,\ b = 0{,}000001286.$$

t	α	$\mu \times 10^7$	α'	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
0°	0,0009734	864	11,0460	—	—	—
20°	0,0009695	936	9,9582	0,5597	0,4896	1,1432
40°	0,0010027	1050	8,9959	0,6216	0,5517	1,1267
60°	0,0010733	1195	8,1986	0,6805	0,6079	1,1195
80°	0,0011811	1376	7,7240	0,7363	0,6575	1,1216

« Alcool isobutilico. — Densità a 0°: 0,8162. Punto di ebollizione: 106°,4 a 741mm,8.

« *Compressibilità.* — $t = 0°$ $\mu \times 10^7 =$ 887
$t = 14°,8$ » 939
$t = 50°,7$ » 1154
$t = 98°,9$ » 1634

$$\mu_t = \mu_0\ (1 + 0{,}0031023\ t + 0{,}00005473\ t^2).$$

« Per i coefficienti di dilatazione applicai la seguente formola delle densità [2]:

$$d_t = 0{,}81624 - At - Bt^2 - Ct^3$$

nella quale $\log A = 6{,}87551$, $\log B = 3{,}43912$ $\log C = 1{,}86857$ donde si calcola la formola approssimata:

$$v_t = 1 + 0{,}000920\ t + 0{,}000000337\ t^2 + 0{,}00000000905\ t^3.$$

« Per il calore specifico non abbiamo i dati sperimentali relativi.

t.	α	$\mu \times 10^7$	α'
0°	0,000920	887	10,1690
20°	0,000944	961	9.4507
40°	0,000990	1075	8,7010
60°	0,001058	1227	7,9886
80°	0,001147	1417	7,3410
100°	0,001258	1648	6,7780

(1) Naccari e Pagliani, loc. cit.
(2) Naccari e Pagliani, loc. cit.

« Alcool amilico. — Densità a 0°: 0,8252. Punto di ebollizione 130°,5 a 131°,2 a 736^{mm},7.

« *Compressibilità.* — $t = 0$ $\mu \times 10^7 = 823$

$t = 17°,4$ » 878

$t = 50°,5$ » 1038

$t = 99,0$ » 1445

$$\mu_t = \mu_0 (1 + 0,0029988\ t + 0,00004731\ t^2)$$

« Per i coefficienti di dilatazione applicai la formola del Kopp:

$$v = 1 + 0,00090692\ t + 0,00000035970\ t^2 + 0,000000013786\ t^3.$$

« Per il calore specifico non abbiamo i dati relativi.

t	α	$\mu \times 10^7$	α'
0°	0,00090692	823	10,8040
20°	0,00093774	888	10,1670
40°	0,00100165	984	9,6170
60°	0,00109865	1111	9,0805
80°	0,00122873	1270	8,7694
100°	0,00139190	1459	8,4396

« *Conclusioni.* — Dai valori sopra riportati per i diversi liquidi si possono dedurre i seguenti risultati generali.

« Il coefficiente di tensione a volume costante per i liquidi è molto più grande di quello a pressione costante. Questo risultamento trova la sua spiegazione nella lieve compressibilità dei corpi allo stato liquido.

« Se si fa eccezione per l'acqua, nei limiti di temperatura delle esperienze il coefficiente di tensione dei liquidi diminuisce, mentre il calore specifico a volume costante cresce col crescere della temperatura. Tanto i decrementi della prima quantità, quanto gli aumenti della seconda assumono valori sempre più piccoli col crescere della temperatura, cosicchè le due quantità sembrano tendere verso un valore limite. Questo risultato si spiega facilmente quando si consideri che tanto da una parte i due coefficienti di dilatazione e di tensione, quanto dall'altra i due calori specifici di un corpo liquido tendono ad assumere valori poco differenti fra loro, a misura che si avvicinano alla temperatura critica. Quindi il coefficiente di tensione, che è molto più grande del coefficiente di dilatazione, deve diminuire col crescere della temperatura; il calore specifico a volume costante, che è minore di quello a pressione costante, deve aumentare colla temperatura.

« Quanto al rapporto fra i due calori spefici esso aumenta per qualche liquido (a. etilico); diminuisce invece per qualche altro (toluene) col crescere della temperatura; in generale però oscilla nei limiti di temperatura da noi

considerati fra valori pochissimo differenti fra loro, dimodochè la variazione colla temperatura è assai piccola.

« Si comprende poi come anche coi valori dei coefficienti di compressibilità nuovamente calcolati la discussione delle formole di Dupré e Amagat porterebbe alla stessa conclusione, a cui sono già arrivato altra volta, che cioè dette formole non si possono applicare con rigore ad alcuno dei liquidi studiati, e tutto al più si verificano per alcuni di essi soltanto approssimativamente. Ad analoghi risultamenti giunse pure il dott. Grimaldi nelle sue ricerche sulla dilatazione termica di alcuni liquidi a diverse pressioni (etere etilico, cloroformio e idruro di anile) » [1].

Fisica. — *Metodo acustico per la misura di piccoli allungamenti, e determinazione dei moduli di elasticità.* Nota del prof. PIETRO CARDANI, presentata dal Socio BLASERNA.

« Nello scorso anno lavorando sulle vibrazioni delle corde elastiche, pensai che anche l'acustica poteva fornire un metodo abbastanza preciso per la misura delle piccole variazioni di lunghezza e, quel che più importava, di una estrema semplicità: ora mi trovo in condizione di poter esporre questo nuovo metodo e contemporaneamente render conto dei risultati che esso mi ha dato nella determinazione dei moduli di elasticità dei metalli, dei quali erano costituite le corde adoperate.

« Il principio sul quale si fonda questo metodo è facilissimo a comprendersi; sia, per esempio, AB una sbarra di cui si vogliano misurare gli allungamenti e sia fissa l'estremità A. Rileghiamo rigidamente all'estremità B una corda elastica BC e si tenda in modo che essa compia un numero di vibrazioni N.

A B C

« Se la sua lunghezza è L ed il peso di un metro p, sarà

$$N = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Pg}{p}}$$

nella quale formola P indicherebbe la tensione della corda, e g l'accelerazione dovuta alla gravità. Si potrebbe quindi ricavare

$$P = \frac{4L^2N^2p}{g}. \qquad (1)$$

[1] Atti dell'Accademia Gioenia di scienze naturali di Catania, serie III, vol. XVIII, e Atti della R. Accademia dei Lincei [3], VIII.

« Sotto questa tensione l'allungamento l della corda sarebbe dato da

$$l = \frac{1}{K} \frac{LP}{S} \tag{2}$$

nella qual formola K rappresenterebbe il modulo di elasticità ed S la sezione della corda vibrante [1].

« Supponiamo che la sbarra AB cresca di una quantità piccolissima Δl; sarà come se l'allungamento della corda diminuisse di una quantità eguale: ma, per un allungamento $l - \Delta l$, corrisponderà una nuova tensione P′ data da

$$l - \Delta l = \frac{1}{K} \frac{LP_1}{S} . \tag{3}$$

« D'altra parte colla nuova tensione P_1 si avrà un altro numero di vibrazioni N_1, tale che sia

$$P_1 = \frac{4N_1^2 L^2 p}{g} .$$

« Sottraendo la (3) dalla (2) avremo

$$\Delta l = \frac{1}{K} \frac{L}{S} (P - P_1)$$

dalla quale equazione si potrebbe ricavare Δl, cioè l'allungamento subìto dalla sbarra AB, se fosse cognito K.

« Le pressioni P e P_1 si deducono con tutta precisione dai numeri delle vibrazioni, avendo dimostrato nell'ultimo mio lavoro: *Sull'influenza delle forze elastiche nelle vibrazioni delle corde* [2], che tra i risultati teorici e pratici esiste un accordo che può dirsi perfetto.

« Per avere un'idea della sensibilità del metodo supponiamo che la corda BC sia un filo di ferro che pesi 1 gr. per ogni metro: supponiamo che la lunghezza sia di m. 0,50 e con tale tensione da vibrare con 99 v. d. per secondo: colla solita formola si ricaverebbe che la tensione del filo dovrebbe essere di 1 kgr.

« Con questa tensione, l'allungamento della corda sarebbe, ponendo K = 21000, (secondo la determinazione del prof. Pisati)

$$l = 0{,}207^{mm}.$$

« Se la sbarra AB si allungasse di $0{,}01^{mm}$, l'allungamento diventerebbe di $0{,}197^{mm}$, a cui corrisponderebbe una tensione di gr. 951,7; e la corda colla nuova tensione dovrebbe dare 96,5 v. d. al secondo: cioè una variazione di lunghezza della sbarra AB di un centesimo di millimetro, porterebbe la diminuzione di 2,5 vibrazioni *doppie* della corda: quando si pensi che un

(1) A tutto rigore L della formola (2) sarebbe la lunghezza della corda senza tensione: L della formola (1) la lunghezza colla tensione P; la differenza tra i due valori è però così piccola che non porterebbe nel valore di N differenze apprezzabili.

(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Volume IV, 1888, pag. 524.

orecchio alquanto esercitato può benissimo apprezzare la differenza di una vibrazione sopra cento, e che col metodo stroboscopico, da me adoperato nel lavoro sopra citato, si può avere con sicurezza il decimo di vibrazione, risulta manifesto che con questo metodo acustico si può in modo esattissimo apprezzare, col solo ajuto di una corda elastica, variazioni di lunghezza minori di 0,01 di millimetro, e col metodo stroboscopico arrivare anche a frazioni di millesimo di millimetro.

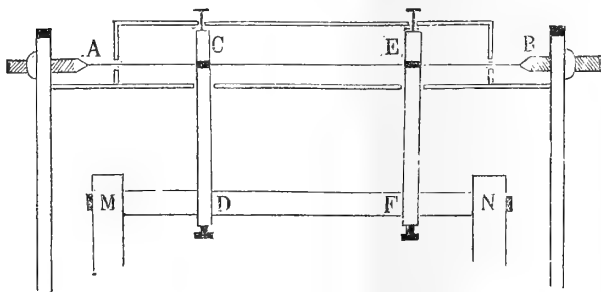
« Se si trattasse di misurare i soli rapporti delle variazioni di lunghezza della sbarra AB, si avrebbe per un allungamento $\Delta l'$

$$\Delta l' = \frac{1}{K} \frac{L}{S} \left\{ P - P_{11} \right\} \qquad (5)$$

e dividendo membro a membro le equazioni (4) e (5)

$$\frac{\Delta l}{\Delta l'} = \frac{P - P'}{P - P_{11}} ;$$

ma se invece si volessero le misure assolute degli allungamenti, bisognerebbe conoscere K: ora è noto che il modulo di elasticità presenta delle notevoli differenze secondo che il metallo adoperato è più o meno puro, o secondo che sia incrudito o ricotto; e se per la determinazione di K si dovesse ricorrere ai metodi usati sinora, la grande semplicità del metodo che io propongo per la misura dei piccoli allungamenti diventerebbe illusoria: è per questo che credo conveniente di esporre il modo come, collo stesso metodo acustico, si possa molto facilmente determinare i moduli di elasticità, e di trascrivere anche i risultati ottenuti da queste ricerche.

« Sia AB la corda di cui si debba determinare il modulo di elasticità: CD ed EF due sostegni costituiti da due grosse sbarre di ferro, rigidamente unite alla sbarra MN, la quale a sua volta sia fissa sopra un tavolo e contenuta dentro una cassetta in modo di mantenere costante la temperatura o con acqua o con ghiaccio fondente. Supponiamo che le estremità A e B si possono spostare lateralmente con opportune viti e che dopo eseguita la tensione voluta si chiuda la corda sui sostegni tra i cuscinetti C ed E con viti di pressione.

Colla solita formola si potrebbe dedurre la tensione P della corda dal numero delle vibrazioni N e sia

$$P = \frac{4 N^2 L^2 p}{g} .$$

« Rallentiamo le viti in A ed in B, in modo che la tensione della fune si eserciti sui sostegni CD ed EF: se questi fossero inflessibili il numero delle vibrazioni N rimarrebbe lo stesso; questa condizione è però quasi impossibile ad ottenersi; in generale si avrà nei sostegni una piccola flessione e quindi una diminuzione di tensione della corda: al nuovo numero di vibrazioni N_1 corrisponderà una tensione P' data dall'equazione

$$P_1 = \frac{4N_1^2 L^2 p}{g}.$$

« La diminuzione di tensione della fune sarà dunque $P - P_1$; ma per l'equilibrio la tensione della fune sarà eguale a quella che si esercita sui sostegni, e quindi la flessione dei medesimi σ sarà proporzionale a P': sarà cioè

$$\sigma = \alpha P'$$

dove α dipenderà dalle dimensioni e dalla sostanza dei sostegni: mentre la diminuzione della lunghezza della corda sarà proporzionale a $P - P_1$ e sarà

$$l = \beta \{ P - P_1 \}$$

dove β dipenderà dalle dimensioni e dalla sostanza della corda.

« La flessione dei sostegni σ dovendo esser eguale alla diminuzione di lunghezza della corda sarà

$$\alpha P_1 = \beta (P - P_1)$$

e quindi

$$\frac{P - P_1}{P_1} = \frac{\alpha}{\beta}$$

se la corda prendesse una nuova tensione P'', che si potrà sempre dedurre dal numero delle vibrazioni, si potrebbe calcolare facilmente la tensione X che avrebbe se i sostegni si conducessero nella posizione di riposo iniziale; per questa tensione X si avrebbe

$$\frac{X - P_{11}}{P_{11}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{P - P_1}{P_1}$$

e quindi

$$X = P_{11} + \frac{P_{11}}{P_1} (P - P_1).$$

« Lasciando sempre fissa la corda sui sostegni, noi potremo modificare la tensione P_1 riscaldando la corda da t° a t_1°, e misurare la tensione P_{11} dopo il riscaldamento: si avrebbe così la tensione P alla temperatura t°, e dall'ultima equazione la tensione X a t_1°, corrispondenti al caso che i sostegni fossero inflessibili [1].

[1] Rigorosamente parlando a t_1° la tensione X dovrebbe esser data da

$$X = P_{11} \frac{P_{11}}{P_1} (P - P_1) \frac{\beta}{\beta_1},$$

giacchè nel valore di β entrando il modulo di elasticità della corda, che varia colla temperatura, alla temperatura t_1° il valore di β dovrebbe variare e diventare β_1; ma se si fa variare di

« Questa caduta di tensione P — X è dovuta al fatto che diminuisce l'allungamento elastico per l'allungamento della fune duvuto alla temperatura e sarà precisamente come se l'allungamento elastico diminuisse di tanto di quanto si allunga la sbarra per la temperatura.

« L'allungamento della sbarra per la temperatura sarebbe

$$\lambda\,(t_1 - t)\,L$$

essendo λ il coefficiente di dilatazione medio tra t_1 e t, mentre la diminuzione dell'allungamento elastico dovrebbe essere

$$\frac{\{P - X\}\,L}{KS}$$

dove K sarebbe il modulo di elasticità medio tra t e t_1; l'equazione

$$\lambda\,(t_1 - t) = \frac{P - X}{KS}$$

ci darà il modo di trovare il valore di K.

« Per determinare K basterebbe una variazione di temperatura anche di tre o quattro gradi: basterebbe cioè la semplice variazione diurna della temperatura: ma nelle esperienze che ho eseguite, ho cercato di poter riscaldare la corda fino a circa 100 gradi per studiare così anche la diminuzione del modulo di elasticità colla temperatura. Per ciò le estremità superiori delle sbarre verticali che reggevano la corda, e quindi anche la corda vibrante, erano contenute in una cassetta di legno col fondo metallico attraverso il quale le sbarre verticali passavano senza toccarlo: questa cassetta era sostenuta da sostegni speciali. La corda si vedeva attraverso due fenditure praticate nelle pareti più lunghe della cassetta e chiuse da lastre di vetro. Esternamente alla cassetta si trovavano le viti che servivano per dare alla corda la tensione voluta; indi la corda veniva stretta alle sbarre verticali con cuscinetti a viti di pressione. Determinato il numero delle vibrazioni della corda, se ne lasciavano libere le estremità in modo che la tensione si esercitasse tutta liberamente sulle sbarre di appoggio, e si determinava il nuovo numero di vibrazioni.

« La temperatura veniva letta in sei termometri, collocati in posizioni equidistanti, e vicinissimi alla corda vibrante: e per riscaldare l'aria della cassetta si riscaldava il fondo metallico con una numerosa serie di piccole fiamme, regolando le quali la temperatura si poteva mantenere per tutta la lunghezza della corda abbastanza costante: la temperatura media della corda

---

pochi gradi la temperatura, e se si tiene conto che la variazione del modulo di elasticità colla temperatura è piccolissima, e che principalmente il termine $\frac{P_{11}}{P_1}(P - P_1)\frac{\beta}{\beta_1}$, è un termine di correzione che si può rendere piccolissimo facendo i sostegni molto grossi, risulta manifesto che si potrà ritenere senza errore apprezzabile il rapporto $\frac{\beta}{\beta_1}$ come eguali all'unità.

si aveva con un errore che non poteva al massimo superare il valore di un grado. Certamente avrei potuto ottenere temperature più rigorose: ma ho preferito mettermi nelle condizioni peggiori possibili pur di lasciare all'apparecchio la massima semplicità. Perchè poi il riscaldamento avvenisse lentamente e con maggiore regolarità, sul fondo metallico della cassetta venne versato un grosso strato di sabbia.

« Il numero delle vibrazioni della corda veniva determinato col metodo stroboscopico descritto nel mio lavoro precedentemente citato; ciò del resto non toglie che tale misura si possa fare anche bene paragonando il suono della corda con quello di un'altra di lunghezza variabile tesa sul sonometro. Per far vibrare la corda dall'esterno della cassetta adoperai una pinzetta speciale, facile ad immaginarsi.

Risultati delle esperienze.

« Negli specchietti che seguono, le lettere sovrapposte alle colonne hanno i seguenti significati:

T temperatura media della corda:
N numero delle vibrazioni della corda, determinato sperimentalmente:
P_1 tensione della corda corrispondente al numero di vibrazioni N:
P tensione che la corda avrebbe se i sostegni fossero rigidi:
Δ differenza tra i valori di P_1 alla temperatura T^0, ed il valore di P alla temperatura iniziale:
A il prodotto della sezione S del filo per l'allungamento calcolato colla formola

$$\alpha (T - t) + \beta (T - t)^2$$

dove α e β sono i coefficienti di dilatazione lineare determinato da Fizeau:
K il modulo di elasticità medio tra T e la temperatura iniziale.

Filo di Argento.

« Lunghezza $L = 0,39$ m.; p (peso di un metro della corda) = gr. 1,777;
« Accelerazione della gravità $g = 9,80$ m.
« Essendo la corda tesa alle estremità si trovò

$$N = 152,00 \text{ v. d. a cui corrisponde la tensione } P = \frac{4N^2 L^2 p}{g} = \text{gr. } 2551.$$

« Si lascia che la corda eserciti la tensione sui sostegni
$N_1 = 125,00$ v. d. a cui corrisponde la tensione $P_1 = 1724$ gr.
« Temperatura iniziale $t = 22°$; Sezione del filo $S = 0,169$ mm².

T	N	P_1	P	Δ	A	K
22	125,00	1724	2551			
34,5	116,69	1502	2223	328	0,0000402	8165
56	101,44	1135	1680	871	0,0001100	7918
76	86,00	816	1207	1344	0,0001764	7619

Filo di Alluminio.

« Essendo la corda tesa alle estremità si trovò $N = 147,03$.
« Lunghezza della corda $L = 0,39$ m.; $p =$ gr. 0,561 :

$$P = \frac{4\,N^2\,L^2\,p}{g} = 753 \text{ gr.}$$

« Si lascia che la corda eserciti la tensione sui sostegni

$$N_1 = 116,90 \quad ; \quad P_1 = 476 \text{ gr.}$$

« Temperatura iniziale $t = 22^\circ$; Sezione della corda $S = 0,216$ mm².

T	N	P_1	P	Δ	A	K
22	116,90	476	753	138	0,0000206	6699
26	105,64	389	615	258	0,0000414	6224
30	94,78	313	495	467	0,0000838	5569
38	72,06	181	286	592	0,0001132	5230
43,5	54,06	102	161			

Filo di Rame.

« Essendo la corda tesa alle estremità si trovò $N = 170,81$.
« Lunghezza della corda $L = 0,39$ m.; $p =$ gr. 1,2492

$$P = \frac{4\,N^2\,L^2\,p}{g} = 2244 \text{ gr.}$$

« Si lascia che la corda eserciti la tensione sui sostegni

$$N_1 = 125,00 \quad ; \quad P_1 = 1212 \text{ gr.}$$

« Temperatura iniziale $t = 20^\circ$; Sezione della corda $S = 0,142$ mm².

T	N	P_1	P	Δ	A	K
20	125,00	1212	2244	528	0,0000376	14059
36	109,31	999	1716	827	0,0000634	13044
47	99,23	852	1417	1290	0,0001075	12000
65	82,37	612	954	1588	0,0001447	10976
80	67,51	412	656			

Filo di Ferro.

« Essendo la corda tesa alle estremità si trovò $N = 204,23$.
« Lunghezza della corda $L = 0,39$ m.; $p =$ gr. 0,8405

$$P = \frac{4\,N^2\,L^2\,p}{g} = 2175 \text{ gr.}$$

« Si lascia che la corda eserciti la tensione sui sostegni

$$N_1 = 147,53 \quad ; \quad P_1 = 1135 \text{ gr.}$$

« Temperatura iniziale $t = 23,5°$; Sezione della corda $S = 0,108 \text{ mm}^2$.

T	N	P_1	P	Δ	A	K
23,5	147,53	1135	2175	316	0,0000154	20050
35,5	136,37	970	1859	681	0,0000340	20005
50,5	122,27	780	1494	1120	0,0000559	20028
66	102,74	551	1055	1254	0,0000641	19563
72	96,00	481	921	1439	0,0000751	19153
80	85,82	384	736			

« Ho determinato con cura direttamente dagli allungamenti i moduli di elasticità dei fili adoperati ed ho ottenuti i seguenti risultati:

Sostanza	Moduli di elasticità dedotti dagli allungamenti	Moduli di elasticità dedotti dalle vibrazioni
Argento	7817	8165
Alluminio	6511	6669
Rame	13848	14059
Ferro	19845	20050

« Ho eseguite altre esperienze coll'oro, col platino ecc. che mi hanno dato risultati anche concordantissimi, risultati che non trascrivo non consentendolo i limiti di una semplice Nota.

« Riguardo alle variazioni dei moduli di elasticità colla temperatura, forse i numeri da me dati nei prospetti superiori, sono un poco più piccoli dei veri, perchè la correzione che ho dovuto fare per la flessione dei sostegni, fu più grande di quello che supponeva: ad ogni modo risulta molto evidente che, mentre la diminuzione del modulo colla temperatura è piccolissima pel ferro, come ha trovato anche il chiar.mo prof. Pisati, è più forte per l'argento, pel quale metallo il Wertheim aveva trovato invece che il modulo aumentava: è ancora più notevole pel rame e più di tutti per l'alluminio.

« Il metodo, che ho esposto, serve dunque per dare la misura dei piccoli allungamenti col solo aiuto di una corda vibrante, e di un orecchio bene conformato e sotto questo punto di vista potrebbe benissimo sostituire l'oculare micrometrico: ma si presta anche ad un altra applicazione, che reputo molto più interessante, di poter cioè conoscere il valore della temperatura della corda dal numero delle vibrazioni che essa produce: e colla conoscenza esatta della temperatura della corda spero risolvere alcune questioni che si riferiscono al passaggio delle correnti elettriche nei fili conduttori, delle quali mi sto attivamente occupando.

« Le ricerche superiormente descritte, furono fatte nell' Istituto Fisico della R. Università di Roma ».

Spettroscopia. — *Sullo spettro di emissione della ammoniaca.* Nota di GAETANO MAGNANINI [1], presentata a nome del Corrispondente G. CIAMICIAN.

« A. Grünwald, nello stabilire le relazioni che esistono fra gli spettri del vapore acqueo, dell'idrogeno e dell'ossigeno, ed in un lavoro nel quale è stato condotto a conclusioni forse troppo ardite [2], ha fatto conoscere il notevole rapporto che esiste fra le lunghezze d'onda del secondo spettro dell'idrogeno e le lunghezze d'onda delle linee dello spettro del vapore acqueo: *ad ogni raggio di lunghezza d' onda* λ *del secondo spettro dell' idrogeno, corrisponde nello spettro del vapore acqueo un raggio colla lunghezza d' onda eguale a* $\frac{\lambda}{2}$. Questo fatto, importante, per la semplicità del rapporto, e perchè l'idrogeno è appunto uno dei costituenti del vapore acqueo, mi ha spinto a ricercare se fra le lunghezze d' onda delle linee dello spettro di qualche altra combinazione ricca di idrogeno, e quelle delle linee di questo elemento, fosse possibile pure trovare dei rapporti semplici, paragonabili ai rapporti stechiometrici. Fra queste combinazioni quella che parve adatta allo scopo fu l'ammoniaca la quale, come hanno fatto conoscere Mitscherlich [3] e Dibbits [4], dà uno spettro proprio quando brucia nell'aria mescolata all'idrogeno, o meglio quando si fa ardere da sola in una atmosfera di ossigeno. Come si vedrà, lo studio dello spettro della ammoniaca, ed il confronto collo spettro di Hasselberg [5], se non mi hanno condotto a stabilire valore alcuno per la condensazione dell'idrogeno nella ammoniaca nel senso di Grünwald, mi hanno condotto però ad un altro risultato non meno interessante, sebbene inesplicabile, il quale forma oggetto della presente comunicazione.

« Lo spettro della ammoniaca, ottenuto bruciando l'ammoniaca nell'ossigeno, è stato descritto da diversi spettroscopisti. Le migliori misure sono state date da Dibbits [6] ed Hofmann [7], i quali però non hanno dato le lunghezze d' onda delle righe e bande misurate, ma si sono limitati il primo a dare le diverse posizioni sopra una scala, il secondo a comprendere le

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.
(2) Astronom. Nachrichten 117, 201. 1887.
(3) Pogg Annalen 121, p. 459-488. (1863).
(4) Pogg. Ann. 122, p. 497-545. (1864).
(5) Mém. de l'acad. de St. Petersbourg XXX e XXXI.
(6) l. c.
(7) *Ueber die Spektral-Erscheinungen des Phosphorswasserstoffs und des Ammoniaks;* Pogg. Ann. 147, 92.

diverse righe o bande fra righe vicine dello spettro solare. Una riduzione poi dei dati di Dibbits ed Hofmann, in lunghezze d'onda è stata fatta approssimativamente da Kayser ([1]).

« Siccome questo Istituto non possiede ancora un buon spettroscopio, ho dovuto ricorrere per avere lo strumento necessario, alla cortesia del chiarissimo sig. prof. P. Spica, direttore dell' istituto chimico-farmaceutico di questa Università; a lui devo in questa occasione rendere pubblicamente i miei più sentiti ringraziamenti. Lo spettroscopio, costruito da A. Krüss in Amburgo, è a due prismi, coll'angolo di 60° ciascuno, e con movimento automatico per mantenere i raggi all'angolo di deviazione minima. L'oculare è provvisto di un reticolo ed il cannocchiale è mosso da una vite micrometrica. È col mezzo di questo micrometro che è stata misurata la posizione delle diverse righe facendo coincidere ogni volta il centro del reticolo col centro della riga. L'errore possibile di apprezzamento nelle misure è, per righe nette e splendenti, di una divisione del micrometro, il che equivale, per la parte verde dello spettro, a circa un diecimilionesimo di millimetro nella lunghezza d'onda; per righe meno splendenti è possibile anche un errore di due divisioni. Per le righe dello spettro della ammoniaca, le quali sono molte volte appena visibili e sopratutto sfumate e sopra fondo continuo, l'errore possibile di apprezzamento non è mai inferiore a due divisioni del micrometro e può raggiungere per le righe più larghe e più sfumate anche le quattro unità.

« La graduazione del micrometro è stata fatta nel modo indicato nella seguente Nota ([2]).

« La fiamma della ammoniaca è stata ottenuta bruciando, nell'ossigeno, ed in un cannello ossidrico, il gaz svolto da una mescolanza di calce e cloruro ammonico, riscaldata in una marmitta di ghisa, e seccato attraverso ad una colonna di calce viva. La corrente di ammoniaca, che si ottiene, è regolarissima e può alimentare una bella fiamma per parecchio tempo. Il quadro seguente contiene le misure e la descrizione dello spettro della ammoniaca; nella prima colonna si trovano le misure fatte col micrometro, nella seconda le lunghezze d'onda corrispondenti, nella terza l'intensità relativa di ciascuna riga, indicando col numero 10 l'intensità maggiore, nella quarta colonna si trovano le misure fatte da Dibbits, nella quinta quelle fatte da Hofmann e finalmente nella sesta colonna si trovano le eventuali osservazioni.

([1]) *Lehrbuch der Spektralanalyse*, pag. 300.

([2]) Vedi nota: *Sullo spettro d'assorbimento del cloruro di nitrosile.* Questo rendiconto pag. 908.

Posizione del microm.	Lunghezza d'onda	i	Dibbits	Hofmann	Osservazioni
2080	6666	5	723-652	—	riga leggermente sfumata.
2103	6626	5	662	663-659	"
2116	6602	3	—	—	riga sottile ben netta.
2141	6562	4	654	—	banda sfumata non risolvibile in righe.
2162	6532		—	—	
2192	6488	—	—	644-642	banda risolvibile in righe. sfumata verso il rosso, dove l'intensità della banda è minore.
2233	6433	5	—	—	
2253	6405	6	651-633	637-633	riga netta.
2265	6387	3	—	—	riga visibile difficilmente.
2282	6366	5	—	—	
2291	6351	3	—	—	riga visibile difficilmente.
2310	6329	8	633-629	—	riga netta verso il rosso, sfumata verso la seguente:
2340	6292	9	—	—	riga sfumata un poco anche verso il violetto.
2365	6262	6	624	625-620	posta quasi al termine della sfumatura precedente.
2393	6228	7	—	—	
2400	6220	5	—	—	
2430	6188	9	620	—	riga netta verso il rosso, pochissimo sfumata verso il violetto.
2440	6170	6	—	617	
2487	6114	8	613	613	queste due righe sono assai sfumate, e riunite.
2504	6094	7	—	—	
2526	6070	4	—	—	riga sfumata.
2545	6050	9	606-602	606-603	netta verso il rosso e sfumata verso il violetto.
2550	6044	7	—	—	queste 5 righe costituiscono una banda molto intensa e caratteristica.
2571	6022	$8^1/_2$	—	—	
2579	6014	7	—	601	
2587	6005	9	599	—	netta verso il violetto e sfumata verso il rosso.
2620	5972	9	597	597	
2634	5958	$8^1/_2$	597-571	—	dopo questa riga, e verso il violetto, si osservano delle righe ($i = 3$) molto fitte le quali non sono riuscito nè a misurare nè a numerare.
2670	5922	6	—	—	
2680	5912	6	—	—	
2705	5886	6	—	589	riga sfumata verso il violetto.
2710	5882	5	—	—	
2722	5869	7	—	585-583	a contorni assai indefiniti; verso il violetto la sfumatura va gradatamente spegnendosi fino a circa $\lambda = 5845$.
2731	5860	5	—	—	
2758	5832	5	582	—	
2786	5805	6	—	—	banda costituita da una serie di righe che non sono riuscito nè a misurare nè a numerare.
2804	5787	7	—	—	
2819	5773	8	—	—	riga netta.
2830	5762	7	576	—	riga sfumata verso la seguente:
2848	5746	7	—	574-571	riga sfumata verso la precedente.
2860	5735	5	—	—	

Posizione del microm.	Lunghezza di onda	i	Dibbits	Hofmann	Osservazioni
2872	5724	5	—	—	banda costituita da una serie di righe la cui intensità va diminuendo verso il violetto.
2888	5710	3	—	—	
2896	5702	10	571	—	riga leggermente sfumata verso la seguente.
2906	5693	9	569-556	—	
2928	5674	$3^1/_4$	—	—	banda di righe difficilmente risolvibili.
2951	5654	3	—	—	
2968	5640	3	—	—	
2979	5630	2	—	—	vicino a questa verso il violetto si scorge una riga molto debole che non mi è riuscito di misurare.
3005	5608	1	—	—	riga sbiadita.
3019	5597	3	—	559-556	fra queste due righe se ne notano altre ($i = 3$) che non potei nè misurare nè numerare.
3055	5568	4	—	—	
3068	5557	5	554-540	—	
3111	5525	4	—	—	sfumata verso il rosso.
3165	5485	4	—	—	fra queste due righe se ne scorgono altre ($i = 2$) poco distinte.
3193	5465	3	—	545-540	banda di righe, sfumata verso il rosso.
3230	5438	5	—	—	
3242	5430	6	—	—	
3262	5416	6	—	—	con sfumatura appena visibile verso il violetto.
3297	5390	5	539	538	riga assai indecisa; i limiti delle due sfumature sono $\lambda = 5392$ e $\lambda = 5383$.
3370	5339	3	539-527	534	banda le cui righe estreme misurate sono le più intense; frammezzo la banda è costituita da righe ($i = 1$) assai difficilmente risolvibili.
3425	5303	3	533	—	
3476	5270	5	527-524	528-526	piccola banda costituita dalle due righe che si sfumano reciprocamente.
3488	5262	5	—	—	
3503	5253	5	—	—	come la banda precedente.
3518	5242	5	—	—	
3535	5232	2	523-517	—	riga sfumata.
3565	5212	3	—	—	banda non risolvibile in righe.
3633	5170	$2^1/_2$	—	519-516	
3640	5166	5	—	—	
3656	5156	4	514	—	riga sfumata.
3705	5127	5	—	513	grossa riga sfumata verso la seguente:
3712	5123	5	—	—	
3727	5115	5	—	—	grossa riga con sfumatura bilaterale.
3739	5108	5	—	—	
3782	5084	5	508	—	piccola banda sfumata verso il rosso.
3803	5072	5	—	507-502	
3804	5072	3	—	—	banda non risolvibile in righe.
3898	5020	$2^1/_2$	500-492	—	
3946	4995	3	492-472	498	banda risolvibile in righe larghe e sfumate.
4021	4955	$2^1/_2$	—	496-495	
4088	4923	2	—	—	centro di una piccola banda coi limiti $\lambda = 4925$, $\lambda = 4920$.

Posizione del microm.	Lunghezza di onda	i	Dibbits	Hofmann	Osservazioni
4183	4878	1	—	488-485	
4212	4864	2	—	—	
4265	4840	$^1/_2$	—	480-479	piccola banda sfumata, la misura si riferisce al centro.
4380	4789	1	—	—	banda a limiti piuttosto incerti.
4415	4774		472	470-469	
4999	4550	$^1/_2$	—	467-465	
5063	4526		—	461-459	
5108	4513	$^1/_2$	—	455-453	
5165	4492		472-418	447-445	intorno a $\lambda = 4647$ si osserva una sfumatura molto debole ed incerta.

« Lecoq de Boisbaudran (1) ha ottenuto col mezzo della scarica elettrica, in determinate condizioni, da una soluzione acquosa di ammoniaca, uno spettro che egli descrive come segue:

λ

632.5
629.3
618.0 — linee strette, nebulose, delle quali la prima e la terza sono più deboli di intensità della seconda.

604.5 linea stretta, nebulosa.
600.8 linea larga, nebulosa, ed alquanto più debole della precedente.
596.4 linea molto nebulosa, più debole della 600, 8.
570.2 linea molto stretta, intensa e nebulosa.
547.0-540.6 banda indeterminata, sfumata dal violetto verso il rosso.
525.2 punto medio di una banda molto piccola e nebulosa.

« Paragonando le misure ed i dettagli di questo spettro colle misure ed i dettagli da me dati nel quadro dello spettro di emissione della ammoniaca, si vede che lo spettro di Lecoq è costituito dalle righe e dalle parti più intense dello spettro studiato.

« Facendo passare la scarica elettrica attraverso a un tubo di Geissler ripieno di ammoniaca, Schuster (2) ottenne solamente una banda coi limiti $\lambda = 5680 - 5627$. Come ho potuto anche io constatare, lo spettro, ottenuto in queste condizioni, non è paragonabile a quello ottenuto nel fulgoratore da Lecoq e molto meno a quello che si ottiene bruciando l'ammoniaca.

Spettro delle ammine.

« Completato così lo studio dello spettro di emissione dell'ammoniaca, mi è sembrato interessante studiare collo spettroscopio la fiamma delle ammine, e segnatamente di quelle meno ricche in carbonio, allo scopo di vedere se,

(1) Beiblätter zu den Annalen d. Physik u. Chemie 1886, 171.
(2) Rep. Brit. Ass. 1872.

oltre allo spettro di bande di Swan emesso generalmente da tutte le sostanze carbonate gassose in combustione, fosse possibile scorgere anche un altro spettro indicante l'origine di queste sostanze dalla ammoniaca. Il risultato ottenuto colla etilammina e colla trimetilammina è che queste sostanze bruciando nell'aria, o meglio ancora nell'ossigeno danno, oltre lo spettro di Swan, anche, sebbene assai meno intenso, lo spettro della ammoniaca.

« *Etilammina*. La corrente gassosa, fornita dalla etilammina liquida della quale si regolava l'ebullizione col raffreddamento, è stata bruciata in atmosfera di ossigeno, nel solito cannello ossidrico. Se l'ossigeno predomina, si ottiene specialmente lo spettro di Swan; con una corrente conveniente di ossigeno è più intenso lo spettro della ammoniaca. Vennero misurate le righe principali seguenti, col micrometro:

NH_3	$C_2H_5NH_2$	NH_3	$C_2H_5NH_2$
2340	2341	2896	2896
2430	2428	2906	2908
2545	2546	3262	3262
2587	2590	3640	3639
2620	2618	3656	3655
2634	2635	—	—

« Delle bande dello spettro di Swan, debolissimo, vennero solo misurati i due primi massimi della banda δ nel verde:

« Etilammina $\lambda =$ 5167 e 5125.

« Spettro di Swan $\lambda =$ 5164 e 5128 (Angström e Thalèn).

« *Trimetilammina*. Dal cloridrato [1] con calce viva; lo spettro della ammoniaca è appena visibile e quello di Swan è più intenso. Dello spettro della ammoniaca vennero misurate quattro righe corrispondenti alle seguenti posizioni del micrometro: 2546, 2586, 2896, e 2907; delle altre righe parecchie non sono visibili e le altre vennero constatate senza misurarle. Dello spettro di Swan vennero fatte le seguenti misure, espresse in lunghezza di onda:

$(CH_3)_3N$	Swan	$(CH_3)_3N$	Swan
5633	5633	5166	5164
5581	5583	5126	5128

(1) Il cloridrato adoperato, precipitato completamente con cloruro di platino in soluzione alcoolica concentratissima ha dato un sale cristallizzato in ottaedri tutti monometrici, che lavati con poco alcool assoluto erano purissimi:

Pt trovato 36,88 — calcolato per $[(CH_3)_3N . HCl]_2 PtCl_4$ 36,87 p. cto.

Confronto col secondo spettro dell' idrogeno.

« Paragonando le lunghezze d'onda delle righe dello spettro della ammoniaca colle lunghezze d'onda delle righe del secondo spettro dell' idrogeno, studiato da Hasselberg [1], si trova questo fatto importante, che molte delle righe dello spettro dell'ammoniaca si trovano anche nello spettro dell' idrogeno. Guardati infatti attentamente, i due spettri presentano una grande analogia, la quale però è mascherata dal fatto che se le posizioni delle righe corrispondono, non corrispondono i dettagli relativi alle intensità ed alla maggiore o minore nebulosità delle medesime. Prescindendo da quelle righe le quali non trovano le loro corrispondenti si potrebbe dire che *lo spettro di emissione della ammoniaca è, in gran parte costituito da righe del secondo spettro dell' idrogeno, sopra un fondo di luce continua, e profondamente alterato nei dettagli.* Lo spettro della ammoniaca è poi assai meno intenso e le righe sono limitate quasi sempre da sfumature le quali rendono le misure più difficili e più incerte.

« Nel quadro seguente si trovano le lunghezze d'onda di tutte le righe della ammoniaca colle relative intensità, ed accanto ho notato le coincidenze, riportando le lunghezze d' onda misurate da Hasselberg, colle rispettive intensità da lui segnate coi numeri 1-6.

(1) Mémoires de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg, VII série, tome 30, N. 7, e tome 31 N. 14. (1882 e 1883).

λ(NH_3)	i	λ(H)	i	λ(NH_3)	i	λ(H)	i	λ(NH_3)	i	λ(H)	i
6666	5			5882	5	5883	6	5270	5	5272	3
6626	5			5869	7	5869	4	5262	5	5261	2
6602	3			5860	5	5861	1,2	5253	5		
6562	4			5832	5	5832	2,3	5242	5		
6532				5805	6	5805	1,2	5232	2	5230	1
6488	—			5787	7	5786	1	5212	3	5214	
6433	5			5773	8	5774	4	5170	2½	5171	
6405	6			5762	7	5762	1	5166	5	5168	1
6387	3			5746	7			5156	4	5156	1
6366	5			5735	5	5735	4	5127	5	5127	1
6351	3			5724	5			5123	5	5123	1,2
6329	8	6324	4	5710	3	5712	2	5115	5	5113	3
6292	9	6296	3,4	5702	10	5702	3	5108	5	5108	1,2
6262	6			5693	9	5693	1,2	5084	5	5084	
6228	7	6232*	1	5674	3¼	5674	1	5072	5	5072	
6220	5			5654	3	5655	3	5072	3	5072	
6188	9			5640	3			5020	2½	5020	
6170	6	6169	2,3	5630	2	5631	1	4995	3	4996	
6114	8	6112	1	5608	1	5608	1	4955	2½	4956	
6094	7	6095	4	5597	3	5599	3	4923	2	4925	
6070	4	6070	5	5568	4					4924	
6050	9	6052	4	5557	5	5554*	1,2	4878	1	4877*	
6044	7	6044	1,2	5525	4	5526*	1,2	4864	2	4866	
6022	8½	6023	3,4	5485	4			4840	1½	4841	1,2
6014	7	6011	1	5465	3	5464**		4789	1	4790	
6005	9	6004	1	5438	5	5439		4774			
5972	9	5974	5	5430	6	5430*	1	4550	½		
5958	8½	5959	3,4	5416	6	5417	1,2	4526			
5922	6	5920	4	5390	5	5390	1	4513	½		
5912	6	5911	1	5339	3	5331		4492		4493	
5886	6	5888	6	5303	3	5302					

* Le righe segnate con un asterisco sono le sole delle quali la coincidenza non si sia potuta osservare paragonando gli spettri col prisma di confronto.

** Alle bande che seguono, verso il violetto, corrispondono nello spettro di Hasselberg gruppi di righe, delle quali sono indicate nel quadro solamente le estreme.

« Sul significato di queste coincidenze è difficile stabilire qualche cosa di certo. Sarebbe realmente un fatto singolare che l'idrogeno bruciando nelle condizioni nelle quali si trova nella fiamma della ammoniaca e di alcune ammine desse uno spettro che non dà quando brucia da solo nell'ossigeno [1]

[1] Anche bruciando l'idrogeno nel protossido di azoto non ho potuto ottenere lo spettro di cui è parola, ma solo una luce continua, debole, nella parte meno rifrangibile dello spettro.

e che non danno gli altri composti organici idrogenati. È possibile perciò che quelle coincidenze, le quali per la natura delle misure oscillano entro limiti abbastanza estesi, sieno semplicemente fortuite; in questo caso sarebbe però sempre un fatto notevole questo, che *lo spettro della ammoniaca ed il secondo spettro dell'idrogeno presentano una grande somiglianza.* Una comparazione diretta dei due spettri fatta con uno strumento di maggiore dispersione, potrebbe, constatando meglio le corrispondenze, diminuire la probabilità di una coincidenza fortuita.

Spettroscopia. — *Sullo spettro di assorbimento del cloruro di nitrosile.* Nota di Gaetano Magnanini [1], presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

« La legge che ad ogni combinazione chimica spetta come tale uno spettro proprio è stata annunciata per la prima volta da A. Mitscherlich, ed altri spettroscopisti, fra i quali Ångström, Ciamician, Diacon e Moser, hanno contribuito a stabilire questo fatto, il quale ha ricevuto la sua più bella dimostrazione dalla scoperta degli spettri di assorbimento delle sostanze a bassa temperatura. A questa legge sembrò da principio però fare eccezione l'anidride nitrosa, la quale allo stato di vapore dà lo stesso spettro di assorbimento che dà la ipoazotide, ma si riconobbe però, ed è stato dimostrato anche più recentemente, che l'anidride nitrosa non esiste allo stato di vapore, ma si dissocia a temperatura ordinaria in ipoazotide ed ossido nitrico; lo spettro dunque della anidride nitrosa allo stato di vapore non si conosce, perchè non si conosce il vapore della sostanza.

« Mi è sembrato perciò interessante di studiare lo spettro di assorbimento di qualche altro derivato dell'acido nitroso, più stabile a temperatura ordinaria; ed a questo scopo ha corrisposto il cloruro di nitrosile, il cui vapore, colorato abbastanza intensamente in giallo rossastro, faceva supporre l'esistenza di un assorbimento elettivo.

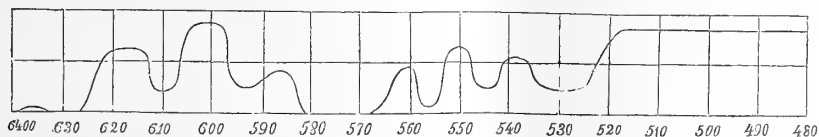
« Io ho trovato che il cloruro di nitrosile dà uno spettro caratteristico, il quale si ottiene facendo passare la luce continua attraverso ad uno strato sufficientemente grande del vapore della sostanza. Io mi sono servito, a questo scopo, dapprima di tubi di vetro chiusi alle estremità da lastrine di vetro piano, parallele, attaccate con guttaperca; i tubi venivano poi seccati con cura e riempiti del vapore di cloruro di nitrosile, del quale si regolava l'ebullizione col mezzo di una mescolanza frigorifera. Con questo metodo si hanno però due inconvenienti, giacchè, prima di tutto, è difficile eliminare esattamente tutta l'umidità e per conseguenza evitare la formazione di una piccola quantità di acido nitroso, la quale produce lo spettro della ipoazotide, ed

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

inoltre la guttaperca viene prontamente attaccata dal cloruro di nitrosile. Tuttavia anche con questo metodo ho potuto osservare, che lo spessore dello strato assorbente non ha che l'influenza di aumentare l'intensità dell'assorbimento, ma l'aspetto generale dello spettro resta sempre lo stesso. Per evitare questi due inconvenienti e specialmente quello dell'intaccamento del mastice, mi sono servito di un tubo di vetro chiuso e rigonfio alle due estremità in modo da avere due superficie quasi piane e parallele; i due rigonfiamenti erano poi provvisti ciascuno di un tubo laterale per l'entrata e l'uscita del gaz all'atto del caricamento. Invece di riempire il tubo coi vapori svolti dal cloruro di nitrosile liquido, bollente, io ho fatto passare attraverso al tubo, perfettamente seccato, direttamente il prodotto della reazione del pentacloruro di fosforo sul nitrito sodico, intercalando un sistema di tubi ad U raffreddati con ghiaccio, ed adoperando un forte eccesso di pentacloruro di fosforo, il quale trasforma la ipoazotide in cloruro di nitrosile [1]; durante il passaggio del gaz le due tubulature laterali vennero chiuse alla lampada. Ho ottenuto così uno strato di cloruro di nitrosile dello spessore di circa 49 cm., perfettamente scevro di vapori di ipoazotide, il quale mi ha dato lo spettro che descrivo in questa Nota.

« Come fonte di luce continua mi sono servito di una lampada a gaz, molto luminosa; la luce del magnesio adoperata poi in seguito non mi ha lasciato scorgere nessun nuovo dettaglio principalmente perchè il cloruro di nitrosile assorbe tutta la parte più rifrangibile dello spettro.

« Lo spettro di assorbimento del cloruro di nitrosile è uno spettro di bande la cui intensità, come ho detto, aumenta collo spessore dello strato assorbente; anche però adoperando piccoli strati di vapore, lo spettro resta sempre uno spettro di bande, che non si possono risolvere in righe. Nel suo assieme dunque, lo spettro del cloruro di nitrosile si scosta dagli spettri di assorbimento delle altre sostanze gassose, le quali per lo più danno spettri di bande risolvibili, avvicinandosi invece agli spettri di assorbimento dei liquidi. Lo spettro è inoltre assai semplice ed è costituito da tre bande nel rosso, delle quali quella di mezzo è la più intensa, e da tre bande nell'estremo verde, con un assorbimento completo nella parte più rifrangibile.

« Portando sopra un sistema di assi coordinati come ascisse le lunghezze di onda e come ordinate le intensità relative dei diversi raggi, lo spettro del cloruro di nitrosile viene rappresentato graficamente dalla annessa figura.

(1) Geuther, *Chemische Kleinigkeiten.* Liebig's Annalen 245, 99.

La descrizione dettagliata dello spettro, si trova in fine di questa Nota. Lo spettroscopio adoperato è quello stesso che mi ha servito per lo studio dello spettro della ammoniaca [1].

« La graduazione del micrometro è stata fatta determinando le posizioni di parecchie righe, scelte fra le più splendenti negli spettri dei metalli, e delle quali le lunghezze d'onda corrispondenti sono state determinate con esattezza da differenti sperimentatori. Ho preferito di fare la graduazione con questo mezzo, che è più incomodo, anzichè servirmi delle righe dello spettro del sole, giacchè il passaggio della luce solare attraverso i prismi ne innalza la temperatura e per conseguenza, come hanno fatto conoscere l'illustre prof. P. Blaserna [2] e più recentemente anche altri fra i quali G. Krüss [3], si ha uno spostamento nelle posizioni delle righe. Un confronto diretto poi dello spettro solare collo spettro della ammoniaca non sarebbe stato possibile per la piccola intensità delle righe di questo, molte delle quali non si sarebbero potute così scorgere.

« La seguente tabella, la quale è stata assunta come base nel calcolo anche delle lunghezze d'onda delle righe dello spettro della ammoniaca, indica nelle differenti posizioni dello spettro, la dispersione dello strumento adoperato. La distanza, in divisioni del micrometro, delle due righe del sodio è di quattro unità. La temperatura dello strumento durante il periodo delle osservazioni era costante a 20°.

Elemento	Posizione del micrometro	λ (Thalèn)	Elemento	Posizione del micrometro	λ (Thalèn)
Li	2049	6705	CO	3590	5197
H	2141	6562	Mg	3630	5172
Cd	2229	6438	Cd	3780	5085
H	2417	6199	Li	3989	4972
Li	2497	6102	Ba	4061	4933
H	2572	6021	H	4219	4861
Na	2699 [4]	5892 [5]	Zn	4333	4810
Hg	2800	5788	Zn	4545	4721
Hg	2823	5768	Zn	4651	4680
CO	3005	5608	Sr	4845	4608
Ba	3096	5535	Li	4856	4603
Tl	3355	5349	H	5716	4340

(1) Vedi Nota: *Sullo spettro d'emissione dell'ammoniaca.*

(2) Pogg Annalen 143, 655-656.

(3) Berl. Berichte XVII, 2732.

(4) Media delle misure delle due righe D_1 e D_2.

(5) Media delle lunghezze d' onda delle due righe D_1 e D_2.

« Per dare una idea del grado di attendibilità delle mie misure, ecco le determinazioni delle lunghezze d'onda di alcune righe note, confrontate colle misure fatte da altri autori.

Elemento	Posizione del micrometro	λ (trovata)	λ (Thalèn)	λ (Kirchhoff)	λ (Lecoq)
Zn	2284	6363	6363	6362	6361
Mg	3612	5183	5183	5183	5183
Cd	4357	4799	4799	4800	4799

Ecco la descrizione dello spettro del cloruro di nitrosile. Le cifre segnate, le quali indicano i limiti delle diverse bande, hanno naturalmente un valore approssimativo, giacchè le bande sono sfumate e l'apprezzamento dei limiti è alquanto incerto. Nella prima colonna si trovano segnate le posizioni in lunghezza d'onda, nella seconda le intensità relative, indicando col numero 10 il maggiore assorbimento, nella terza colonna si trovano le eventuali osservazioni ».

λ	i	OSSERVAZIONI
6375		intorno a questa posizione vi è un assorbimento appena apprezzabile
{ 6228 { 6133	1	banda sfumata da ambedue le parti
{ 6133 { 6063	2 1/2	leggero assorbimento continuo fra la banda precedente e la seguente
{ 6063 { 5970	10	banda, la più intensa a limiti mal definiti
{ 5970 { 5898	2 1/2	assorbimento continuo
{ 5898 { 5843	4 1/2	banda sfumata
{ 5634 { 5600	5	banda molto sfumata colla maggiore intensità nel centro
{ 5600 { 5532	1/2	assorbimento continuo molto debole
{ 5532 { 5481	7 1/2	banda sfumata
{ 5481 { 5411	2 1/2	assorbimento continuo
{ 5411 { 5363	6 1/4	banda a limiti assai incerti
{ 5363 { 5268	3 3/4	assorbimento continuo
5268	3 3/4	aumenta l'assorbimento fino a:
5203	10	viene assorbita tutta la parte più rifrangibile.

Le posizioni dunque delle 6 bande caratteristiche sono le seguenti:

{ 6228 { 6133	{ 6063 { 5970	{ 5898 { 5843	{ 5634 { 5600	{ 5532 { 5481	{ 5411 { 5363

Chimica. — *Sulla difenilacetilendiureina e sopra alcuni suoi derivati.* Nota di Angelo Angeli [1], presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

« L'azione dell'urea e delle uree sostituite sopra alcuni dichetoni e dialdeidi della serie grassa è stata studiata da Schiff [2] e da Franchimont e Kobbie [3]. Per dare a questa reazione un carattere più generale ho voluto studiare il comportamento dei dichetoni della serie aromatica, e vedere così se ai composti che risultano, i radicali aromatici imprimono caratteri speciali.

« Come dichetone ho scelto il benzile $C_6H_5 . CO . CO . C_6H_5$, il quale reagisce sull'urea nello stesso senso del gliossal e del diacetile. In questo caso però la combinazione non avviene con quella facilità con cui si formano le diureine di questi ultimi due dichetoni, e le soluzioni acetiche od alcooliche di benzile ed urea mescolate, sottoposte a lunga ebollizione, si mantengono inalterate anche dopo parecchio tempo. La reazione fra benzile ed urea si compie però facilmente fondendo assieme le due sostanze.

« Si mescola intimamente il benzile con circa il triplo del suo peso d'urea e si riscalda il miscuglio in un matraccio in un bagno ad olio alla temperatura di 220°; è necessario adoperare un eccesso di urea, perchè buona parte di questa viene decomposta dal calore. Il contenuto del matraccio fonde, svolge ammoniaca e vapor acqueo e dopo alcuni minuti la massa si solidifica; si continua a riscaldare finchè cessa lo sviluppo del vapor acqueo. In un quarto d'ora la reazione è per lo più compiuta. Quando la massa è fredda, si polverizza finamente, si tratta due o tre volte con alcool a caldo per sciogliere un po' di benzile, che sempre rimane inalterato, e la porzione insolubile si fa bollire con acido acetico glaciale. La maggior parte della sostanza viene disciolta e rimane indietro una polvere bianca, che ha le proprietà e la composizione dell'acido cianurico, prodottosi evidentemente per il riscaldamento dell'urea. Per raffreddamento della soluzione acetica si separa una sostanza bianca, che si purifica con ripetute cristallizzazioni dall'acido acetico glaciale ed infine si lava con acqua.

« La sostanza, seccata a 130°, diede all'analisi numeri, che conducono alla formola $C_{16}H_{14}N_4O_2$.

I grammi 0,0991 diedero gr. 0,2365 di CO_2 e gr. 0,0508 di H_2O.
II » 0,1349 » » 0,3217 » » 0,0634 »
III » 0,1298 » 20,2 cc. d'azoto misurati a 5°,5 e 768,3 mm.

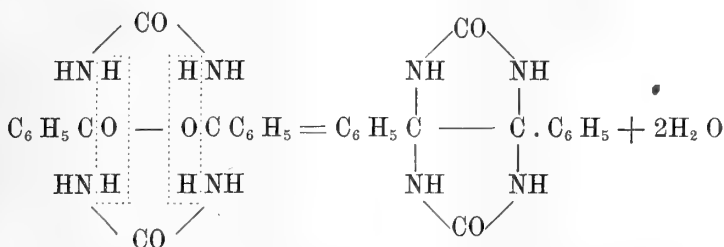
[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.
[2] Liebig's Annalen 189, 157.
[3] Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas, tome VII, 251.

« In 100 parti:

	trovato			calcolato
	I	II	III	
C	65,08	65,04	—	65,30
H	5,69*	5,22*	—	4,76
N	—	—	19,14	19,05

« La nuova ureina risulta dalla combinazione di una molecola di benzile e di due molecole di urea, con eliminazione d'acqua:

$$C_{14}H_{10}O_2 + 2\,CON_2H_4 = C_{16}H_{14}O_2N_4 + 2\,H_2O\,,$$

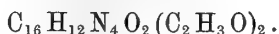
probabilmente nel seguente modo:

« Sarebbe quindi la *difenilacetilendiureina*, di costituzione analoga alla dimetilacetilendiureina di Franchimont e Klobbie.

« La sostanza pura è bianchissima, possiede uno splendore serico ed al microscopio appare costituita da sottilissimi fili. A 310° non fonde, e riscaldata sulla lamina di platino svolge fumi bianchi prima di fondere in una massa bruna. È insolubile nell'acqua e nel benzolo, si scioglie facilmente nell'acido acetico glaciale bollente, poco nell'alcool caldo, dal quale per raffreddamento, si separa in forma di sottili aghetti. È solubile nell'acido solforico concentrato e per aggiunta d'acqua la sostanza si precipita inalterata. Come la formola lo mostra, questa sostanza non può dare sali; non si scioglie nei liquidi alcalini, e con la soluzione ammoniacale di nitrato d'argento dà un precipitato nerastro, costituito in gran parte d'argento ridotto. Per dimostrare che nella molecola di questa sostanza sono contenuti quattro immini, non mi restava quindi che vedere se fosse capace di dare derivati acetilici.

« Vennero riscaldati a 140° in tubo chiuso, per otto ore, 1 grammo della diureina, 2 grammi di acetato sodico fuso con 10 grammi di anidride acetica. Aprendo il tubo, non si nota veruna pressione, ed il contenuto di esso è costituito da una massa cristallina, impregnata di un liquido giallo bruno, che venne versata in molt'acqua, neutralizzando poi la maggior parte dell'acido acetico con carbonato sodico. La massa bruna, che si separa in tal modo, venne disciolta in poco acido acetico al 50 %, bollita lungamente con car-

*) La sostanza trattiene molto tenacemente l'acqua, malgrado un prolungato essiccamento.

bone animale e filtrata. Dal liquido che passa, debolmente colorato in giallo, per raffreddamento si separa una polvere cristallina giallognola, che venne disciolta in poco etere acetico bollente. Per raffreddamento si separano così cristallini aghiformi, che vennero purificati ripetendo per parecchie volte lo stesso trattamento. L'analisi della sostanza seccata a 100° diede i seguenti risultati che conducono alla formola:

$$C_{16}H_{12}N_4O_2(C_2H_3O)_2 .$$

I gr. 0,1315 di sostanza diedero gr. 0,3078 di CO_2 e gr. 0,0630 di H_2O.
II " 0,1525 " " 0,3568 " " 0,0696 di H_2O.
III " 0,1493 " " cc. 18,7 d'azoto misurati a 10° e 760,4 mm.

« In 100 parti:

	trovato			calcolato
	I	II	III	
C	63,83	63,80	—	63,50
H	5,32	5,06	—	4,76
N	—	—	15,00	14,81.

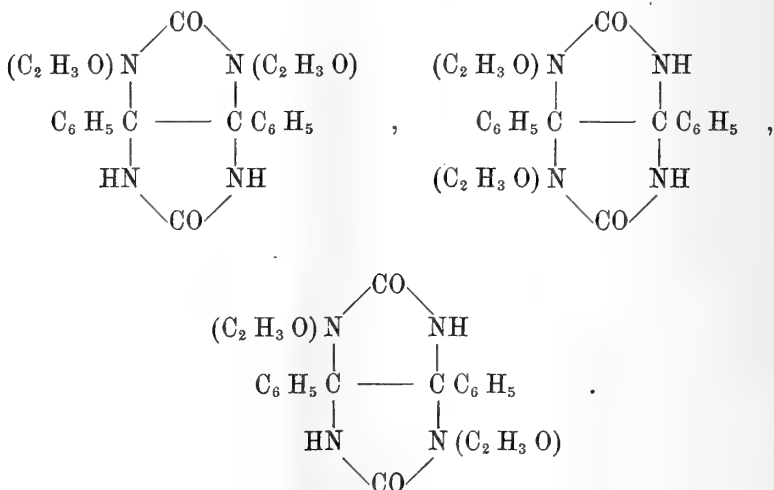
« La sostanza è quindi una *diacetil-difenilacetilendiureina.* Quando è pura cristallizza in aghetti raggruppati a sfera debolmente dicroici, d'un colore bianco-violetto; è insolubile nell'acqua, poco nell'alcool e le soluzioni nell'acido acetico e nell'etere acetico, per trasparenza incolore, presentano una magnifica fluorescenza violetta, anche quando sono molto diluite.

« Fonde a 266°, decomponendosi; la soluzione alcoolica e calda viene saponificata dalla potassa e tosto si separa la diureina primitiva.

« Non mi è stato possibile, per quanto abbia variate le condizioni, di ottenere derivati dalla diureina i quali contengano uno, o più di due radicali acetilici.

« Resta ora a vedere quale costituzione abbia questo derivato diacetilico; teoricamente sono possibili tre isomeri:

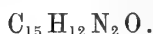
$$\begin{array}{ccc} & CO & \\ (C_2H_3O)N & & N(C_2H_3O) \\ | & & | \\ C_6H_5C & — & CC_6H_5 \\ | & & | \\ HN & & NH \\ & CO & \end{array} \quad , \quad \begin{array}{ccc} & CO & \\ (C_2H_3O)N & & NH \\ | & & | \\ C_6H_5C & — & CC_6H_5 \\ | & & | \\ (C_2H_3O)N & & NH \\ & CO & \end{array} \quad ,$$

$$\begin{array}{ccc} & CO & \\ (C_2H_3O)N & & NH \\ | & & | \\ C_6H_5C & — & CC_6H_5 \\ | & & | \\ HN & & N(C_2H_3O) \\ & CO & \end{array} \quad .$$

« I prodotti dell'azione dell'anidride acetica ad alta temperatura sulla diureina e sul derivato acetilico mi hanno condotto alla risoluzione del problema.

« Riscaldando la diureina con anidride acetica ed acetato sodico a 180°, assieme al derivato acetilico già descritto, si ottiene anche una sostanza bianca, infusibile; allo scopo d'averne una quantità maggiore vennero riscaldati a 240° per 8 ore in tubi chiusi un grammo della diureina, due grammi di acetato sodico fuso e dieci grammi di anidride acetica. La pressione nei tubi è fortissima ed all'atto di aprirli si sprigiona un gas costituito in gran parte da anidride carbonica. Il contenuto dei tubi, un liquido intensamente colorato in bruno, venne versato nell'acqua e neutralizzato con carbonato sodico. La sostanza, che si separa, venne disciolta in acido acetico e fatta bollire con carbone animale; per raffreddamento si separano minutissimi aghi, che si purificano ricristallizzandoli parecchie volte da un miscuglio di etere acetico ed acido acetico.

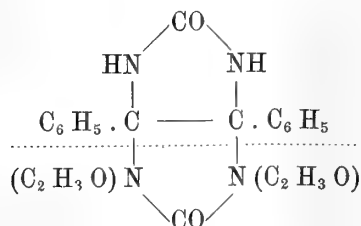
« Si ottengono in tal modo aghetti bianchi che riscaldati a 310° non fondono. La sostanza è insolubile nell'acqua e nel benzolo, più solubile nell'acido acetico, poco nell'etere acetico e le soluzioni possiedono fluorescenza violetta.

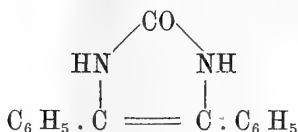
« All'analisi si ebbero i seguenti risultati, che corrispondono alla formola più semplice:

$$C_{15}H_{12}N_2O.$$

I grammi 0,1359 di sostanza diedero gr. 0,3803 di CO_2 e gr. 0,0673 di H_2O.
II » 0,1232 » » 13,3 cc. d'azoto misurati a 21° e 755,8 mm.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato
	I	II	
C	76,32	—	76,27
H	5,50	—	5,08
N	—	12,20	11,86

« Probabilmente questa sostanza è un prodotto di scissione del derivato acetilico, operato dall'anidride acetica:

« Non ho potuto ancora bene accertare se a questo prodotto spetti la formola semplice:

$$\begin{array}{ccc} & CO & \\ HN & & NH \\ | & & | \\ C_6H_5 . C & = & C : C_6H_5 \end{array}$$

oppure se sia un polimero. Sfortunatamente questa sostanza, come la diureina primitiva ed il derivato diacetilico sono quasi insolubili a freddo nell'acido acetico e nel fenolo, nella naftalina fusa ecc., ciò che non mi ha permesso di determinare il loro peso molecolare col metodo di Raoult.

« Da un tentativo fatto però, pare che il prodotto di scissione del diacetilderivato non addizioni bromo, ciò che escluderebbe la presenza di un doppio legame e parlerebbe in favore di una formola più complessa. Con ulteriori ricerche mi riservo di chiarire la questione.

« Questo modo di scindersi del derivato diacetilico mostra che i due acetili, in modo analogo ai due residui nitrici nella dimetilacetilendinitroureina di Franchimont e Klobbie, sono attaccati a due atomi d'azoto appartenenti ad uno stesso residuo dell'urea, e che perciò alla diacetildifenilacetilendiureina spetta probabilmente la prima delle tre possibili formole di costituzione ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

B. Lagumina. *Il libro della Palma di 'Abû Hâtim ás Siġistânî.* Presentata dal Socio Amari.

P. R. Troiano. *Partizione aristotelica della filosofia.* Presentata dal Socio Ferri.

A. Wolynski. *Nuovi documenti Galileiani.* Presentata a nome del Socio Govi.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Ferri presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai seguenti Socî ed estranei:

F. Lampertico. *Di Giuseppe Tedeschini e dei suoi scritti su Dante.*

L. Amoni. *Vita di S. Francesco d'Assisi, scritta da S. Bonaventura. — Fioretti di S. Francesco d'Assisi.*

C. Antona-Traversi. *Nuovi studi letterarî.*

R. Cadorna. *La liberazione di Roma nell'anno 1870.*

N. Colajanni. *La Sociologia criminale.* Vol. I.

Lo stesso Segretario presenta inoltre il Vol. II dei *Discorsi parlamentari* di Agostino Depretis, pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati.

Il Segretario Ferri presenta la seconda edizione dell' opera del Socio Berti intitolata: *GiordanoBruno da Nola, sua vita e sua dottrina*, (Paravia e comp., 1889). Egli fa notare le differenze che distinguono questa nuova edizione dalla prima. Alla primitiva Introduzione è premesso un proemio nel quale, espressa nuovamente la sua ammirazione pel carattere del Bruno e segnatamente per la forza e costanza delle sue convinzioni, l'autore espone le ragioni di questa seconda edizione; nella quale hanno dovuto prender posto i documenti nuovi apparsi nel ventennio che la separa dalla prima.

La prima edizione conteneva la vita di Giordano Bruno in 17 capitoli; le ampliazioni introdotte dall' autore in questa ne hanno accresciuto e maggiormente illustrato su certi punti, dietro la scorta dei nuovi documenti, la narrazione. Un buon numero di note illustrative succedono al testo della biografia e fra esse ne va specialmente additata una che rileva l'errore nel quale è caduto uno scrittore italiano che si è occupato del Bruno, rintracciando, con documenti mal interpretati, le origini della famiglia di lui. Da esse note apprendiamo pure non essere mancato chi abbia preteso ritrovare tali origini fra le famiglie dell' Astigiano, pretesa affatto insostenibile.

Ai documenti relativi al processo veneto e già stampati nella prima edizione, l'autore ne ha aggiunte tre altre serie coi titoli di: *Documenti Romani*, cioè relativi alla prigionia e al processo del Bruno in Roma, di *Ginevrini*, cioè relativi al soggiorno del Bruno in Ginevra, e finalmente di *Varia*, cioè relativi allo Studio di Marburgo e alla morte di Pomponio Algeri, altro martire della libertà di coscienza.

Una completa bibliografia riveduta delle opere edite e inedite di Giordano Bruno compie la seconda edizione di questa opera, insigne così per la compitezza e l'ordine del racconto, come per la sicurezza della critica, l'indipendenza del pensiero e l' imparzialità storica. Benchè la narrazione della vita del filosofo Nolano ne sia lo scopo precipuo, la considerazione delle opere di lui vi accompagna così la serie degli anni e delle azioni da manifestare sulla filosofia del Bruno alcuni fondamentali concetti che l'autore promette di svolgere in altro volume di prossima pubblicazione ".

Il medesimo Segretario discorre pure dell' opera del Socio straniero Barthélemy St. Hilaire intitolata: *La Philosophie dans ses rapports avec les Sciences et la Religion*, di cui l'autore fa omaggio all'Accademia.

Egli espone con che vigore l'Autore mantenendo fede alla filosofia la difende contro le usurpazioni del Positivismo scientifico e del Dogmatismo teologico. Il Barthélemy discorrendo dello stato della filosofia nei varî paesi

dell' Europa, nota con predilezione i servigi resi da Descartes e dal Cousin al pensiero filosofico in Francia, dalla scuola scozzese in Inghilterra e dal Kant in Germania, non senza osservazioni critiche sullo scetticismo originato dalla dottrina del filosofo di Königsberg e sul carattere dei sistemi eretti dai suoi successori. Al Comte e all'angusto materialismo scientifico uscito dalla sua scuola, si rivolgono pure le sue censure. Le scienze contendono invano alla filosofia il suo ufficio nello sviluppo dello spirito umano; esse non possono nè adempierlo in vece sua, nè sopprimerlo; non sopprimerlo perchè la sintesi del sapere che ne è l'effetto è un bisogno perpetuo della nostra mente, non surrogarlo perchè tale sintesi avviene in virtù della riflessione sui principî supremi e del metodo che ad esse non ispettano, e che ricevono dalla filosofia. E quanto alla Religione, se il suo influsso nella civiltà è incontestabile, essa non può tenere il luogo della filosofia, colla quale divide il dominio degli animi, diversa per la forma del pensiero, per le fonti sue e pei caratteri che la distinguono. La filosofia non è intollerante; essa riconosce l'ufficio della Religione mantenendo nondimeno alla Ragione la suprema direzione della Coltura e l'ultimo criterio del vero.

Presenta inoltre da parte del Socio Corrispondente prof. Tocco un volume intitolato: *Le opere latine di Giordano Bruno esposte e confrontate con le italiane da Felice Tocco*. Questo volume di XV e 420 pagine fa parte delle Pubblicazioni del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze (Sezione di Filosofia e Filologia),

Come si vede dal titolo, l'opera è specialmente consacrata a far conoscere le opere latine del filosofo da Nola, richiamando peraltro le opere italiane in guisa da potere offrire un quadro completo della sua attività intellettuale e delle sue dottrine. L'ordine del volume è il seguente. Premessa una breve prefazione sulle varie interpretazioni date intorno alla Filosofia di Giordano Bruno dagli scrittori anteriori e sulla necessità di studiarne il significato complesso dietro le fasi del suo sviluppo, e premessa pure una introduzione sulla distribuzione delle opere latine suddette, il prof. Tocco ordina il suo libro in cinque parti così intitolate: I° opere Lulliane, II° opere Mnemoniche, III° opere Espositive e critiche, IV° opere Costruttive, V° La Filosofia del Bruno. Termina il volume con alcune pagine di Conclusione.

In ciascuna delle quattro prime parti del volume, l'autore espone per ordine ognuna delle opere di Bruno comprese nella relativa classe. L'esposizione particolareggiata è fatta con grande accuratezza e competenza. Alla fine un riassunto chiaro e preciso ne condensa ogni volta la sostanza e il significato. In questa guisa sono analizzate successivamente tutte le opere latine edite di Giordano Bruno a cominciare da quella che s'intitola: *De Compendiosa Architectura et Commento Artis Lullii*, e che è la prima delle Lulliane, fino al *De Immenso* che è l'ultima delle Costruttive.

Questa distribuzione risponde ad aspetti e parti distinte del pensiero filosofico di Bruno e del suo processo. Nelle opere Lulliane il Bruno espone e commenta la dottrina di Raimondo Lullo contenuta principalmente nella sua *Ars Magna*, la quale, come è noto, intendeva allo scopo logico e ontologico di guidare la mente nello studio e investigazione della realtà ed essenza delle cose mediante un'arte dialettica di combinare i concetti. Nelle opere Mnemoniche, alle quali l'autore di questo volume ha con faticosa ricerca strappato il secreto degli oscuri e complicati artifizi della Mnemotecnica Bruniana, e che non vanno confuse colle precedenti, il filosofo Nolano espone le proprie invenzioni in aiuto della memoria premettendovi l'esposizione dei principî generali della sua filosofia; per cui sono anch' esse necessarie a studiarsi da chi voglia conoscerla nella sua molteplice espressione. Del resto in alcune di esse il Bruno manifesta non solo la sua virtù speculativa, ma anche il suo acume psicologico, indagando le leggi della associazione delle idee, congiunta naturalmente con la Mnemotecnica.

Nelle opere espositive e critiche il Bruno ci apparisce sotto l'aspetto speciale di avversario e critico della filosofia aristotelica e dei suoi seguaci. Finalmente nelle opere costruttive apparisce il fondatore di un nuovo sistema, l'apologista entusiasta della nuova idea dell' infinito universo derivata dal concetto copernicano del mondo. Le relazioni del filosofo Nolano cogli altri pensatori della rinascenza e cogli antichi, nonchè coi più insigni rappresentanti del movimento del pensiero religioso e civile, sono messe in luce dal prof. Tocco nelle varie parti della sua esposizione e si integrano nella sintesi che termina il libro e in cui sono ricostruite nel loro insieme le idee di Bruno relative alla dottrina della conoscenza, alla metafisica e all'etica.

Aggiungerò finalmente che a pie' di pagina l'autore ha inserito sempre e in gran copia le citazioni delle opere esposte ed illustrate.

Questo volume del prof. Tocco ci presenta finalmente il pensiero di Giordano Bruno qual' è veramente nella sua realtà storica e lo vendica dei travestimenti che ne hanno, in questi ultimi tempi, alterato il carattere e il significato con interpretazioni arbitrarie.

Il Socio Tabarrini fa omaggio del fasc. VII del *Bullettino Storico Italiano*.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Ferri dà comunicazione di una lettera, firmata dal Socio straniero I. Simon, colla quale s'invita l'Accademia ad assistere al secondo Congresso internazionale che la « Société des Gens de lettres » terrà a Parigi nel corrente mese di giugno.

Lo stesso Segretario dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambia degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Società di storia naturale di Emden; l'Università di California; l'Osservatorio di S. Fernando.

Ringraziano ed annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società degli antiquari di Picardia, di Amiens; la Società di Storia patria di Kiel; l'Istituto geodetico di Berlino; la Scuola politecnica di Delft; l'Ufficio idrografico della R. Marina Italiana, di Genova.

L. F.

INDICE DEL VOLUME V. — RENDICONTI

1889 — 1° Semestre

INDICE PER AUTORI

A

B

C

D

F

G

N

P

R

S

INDICE PER MATERIE

A

B

C

F

ERRATA-CORRIGE

A pag. 781 linea 12 invece di « *nella 4ª i coefficienti di tensione espressi* ecc. « leggasi: « *nella 4ª i coefficienti di tensione a volume costante* ».

» » nella tabella invece di $\alpha' \times 10^4$ leggasi α'.

» 784 linea 31 invece di « *Se si considera che la compressibilità dell'acqua diminuisce col crescere* ecc. « leggasi: *Se si considera che la compressibilità dei liquidi in generale diminuisce col crescere della pressione* (*come risulta dalle misure dell'Amagat sull'acqua e sull'etere*) ».

» 785 linea 8 invece di « *pressione* » leggasi: « *temperatura* ».

» » » 30 invece di « 0,00687 » leggasi: « 0,00647 ».

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

[L'asterisco * indica i libri e i periodici ricevuti in dono dagli autori o dagli editori; il segno † le pubblicazioni che si ricevono in cambio].

Pubblicazioni non periodiche pervenute all'Accademia nel mese di dicembre 1888.

Pubblicazioni italiane.

**Alfonso N. R. d.* — Saggio di pedagogia. Torino, 1883. 8°.
**A. M. Z.* — Primi elementi di filosofia. Roma, 1888. 8°.
**Bernardo D. di.* — La pubblica amministrazione e la sociologia. Vol. I. Prato, 1888. 8°.
**Bertini E.* — Sulle curve fondamentali dei sistemi lineari di curve piane algebriche. Palermo, 1889. 8°.
**Bizzarri A.* — Modo di preparare il grano per la sementa e trattamento delle ossa per ingrasso di terreni. 2ª ed. Firenze, 1887. 8°.
**Id.* — Del vino tipo da pasto in Toscana. Firenze, 1888. 8°.
**Id.* — Vino ottenuto sulle vinacce. 5 rist. Firenze, 1886.
**Cafici I.* — Bronzi della prima età del ferro scoperti a Tre canali nel Vizzinese. Parma, 1888. 8°.
**Calzecchi-Onesti T.* — Sulla rotazione inversa dell'anemometro dell'Osservatorio meteorologico di Fermo. Roma, 1888. 4°.
**Cavour C. di* — Diario inedito con note autobiografiche, pubblicato per cura di D. Berti. Roma, 1888. 8°.
**Colbertaldo B.* — Confutazione di un secondo opuscolo del sig. Bullo intitolato « Rettifiche e spiegazioni sul libro del sig. ing. Colbertaldo stampato nel 1885. Venezia, 1888. 8°.
**Dei A.* — Due anomalie osservate nel cranio di un agnello. Firenze, 1888. 8°.
**Id.* — Due casi di mostruosità doppia parassitaria addominale ecc. osservati in due giovani piccioni. Firenze, 1888. 8°.
**Id.* — L'aphrophora spumaria. Siena, 1888. 8°.
**Falcucci F.* — Le voci del desiderio doloroso presso i Corsi ed altri popoli. Firenze, 1886. 8°.

Ferrari P. — Il vaiuolo e la vaccinazione giusta le ricerche batterioscopiche. Catania, 1888. 8°.

Fineschi G. — Saggio di medicina eziologica. Siena, 1888. 8°.

Freschi G. — Dei mezzi che le nuove conquiste della scienza offrono all'agricoltura come conducenti all'abbassamento del costo di produzione. Venezia, 1888. 8°.

Geiringer E. — Pro Aqua. Trieste, 1888. 8°.

Lampertico F. — Discorso al Senato sulla facoltà al Governo di pubblicare il nuovo Codice civile. Roma, 1888. 4°.

Lorenzo G. di — Memorie ed osservazioni di clinica medica, idrologia ed igiene. Napoli, 1889. 8°.

Macchiati L. — Fisiologia degli organi di nutrizione delle piante applicata all'agricoltura. Firenze, 1888. 8°.

Marchesini G. — Necessità casuale. Montagnano, 1888. 8°.

Rapisardi F. — La guida del galantuomo. 2ª ed. Firenze, 1888. 8°.

*Scuola (R.) di applicazione degli ingegneri in Bologna. — Notizie concernenti la scuola, monografie di gabinetti, delle collezioni ecc. Bologna, 1888. 4°.

Siacci F. — Balistica. 2ª ed. Torino, 1888. 8°.

†Statistica delle opere pie al 31 dicembre 1880 e dei lasciti di beneficenza fatti nel settennio 1881-87. Toscana. Roma, 1888. 4°.

Stefani F. — Il cippo miliare di Sanbruson e le vie consolari Annia ed Emilia nella Venezia. Venezia, 1888. 8.°

Taramelli T. — Lo scoscendimento di Bracca in Val Serina. Torino, 1888. 8°.

Pubblicazioni estere.

†*Albersheim J.* — Ein Fall von geheiltem Pneumothorax bei Lungentuberculose. Freiburg, 1888. 8°.

†*Ameshoff H. A.* — De Utrechtsche Gasfabriek uit Rechtskundig vogpunt beschouwd. Utrecht, 1887. 8°.

†*Asmus R.* — Quaestiones Epicteteae. Friburgi, 1888. 8°.

Balzani U. — The Popes and the Hohenstaufen. London, 1889. 8°.

†*Bauer F.* — Zur Kenntniss des Di-para-nitro-Stilbens und des Di-ortho-nitro-Stielbens. Leipzig, 1888. 8°.

†*Beck E.* — Ueber die Behandlung der Kniescheibenbrüche und deren Endresultate. Tübingen, 1887. 8°.

†*Bendix B.* — Multiple eitrige Gelenksentzündung nach Diphteria faucium. Freiburg, 1888. 8°.

Benussi B. — Santo Stefano al Quieto. Trieste, 1888. 8°.

†*Bergmann W.* — Beiträge zur Kenntniss der Nitroderivate der Para-Xylol-monosulfonsäure. Freiburg, 1888. 8°.

†*Berliner A.* — Ueber die katalytische Wirkung der Metalle auf Knallgas und ihre Fähigkeit Wasserstoff zu occludieren. Freiburg, 1888. 8°.

†*Bertrand A. F. A.* — Zur Kenntniss der Betaïne. Freiburg, 1888. 8°.

†*Beyer M.* — Ueber (1. 2. 4.) — Trimethylanthrachinon. Freiburg, 1887. 8°.

†*Biermann P.* — Beiträge zur Kenntniss des Narcotins. Freiburg, 1887. 8°.

†*Bodenstein G.* — Beiträge zur Kenntniss der Chlorderivate des Naphtalins. Hannover, 1888. 8°.

†*Born E.* — Die Grundzüge des französischen Konsularrechts unter Berücksichtigung des deutschen Rechts. Freiburg, 1888. 8°.

**Braun A.* — Zur Statistik der Hausindustrie. Wien, 1888. 8°.

†*Bräuninger H.* — Ueber die Resection des narbig verengten Pylorus. Freiburg, 1888. 8°.

†*Bruitenrust Hettema F.* — Bijdragen tot het Oudfriesch woordenboek. Leiden, 1888.

†*Brunswig H.* — Ueber Derivate des Acetothiënons. Freiburg, 1888. 8°.

†*Burchard O.* — Ueber die Oxydation des Jodwasserstoffes durch die Sauerstoffsäuren der Salzbilder. Hamburg, 1888. 8°.

†*Burg F.* — De M. Caelii Rufi genere dicendi. Lipsiae, 1888. 8°.

†*Burschell E.* — Ueber Diphenilamin-Aethyliden-Phosphonsäure. Freiburg, 1887. 8°.

†Catalogue de la Bibliothèque de la Fondation Teyler. Livr. 7, 8. Harlem, 1887-1888. 8°.

†Catalogus der verzamelingen bilderdijk en van Lennep, aanweizig in de Boekerij der k. Akad. van wetenschappen. Amsterdam, 1887. 8°.

†*Christ A.* — Ueber Sulfo- und Nitro-Derivate des (2) Bromparacymols. Freiburg, 1887. 8°.

†*Cless E.* — Ueber die diätetische Behandlung des Diabetes mellitus. Berlin, 1887. 8°.

†*Clinge Doorenbos J. M.* — Over het voorkomen van outaarding der periphere zenuwen bij verschillende ziekten. Utrecht, 1888. 8°.

†*Cold C.* — Küsten-Veränderungen im Archipel. Marburg, 1886. 8°.

†*Cruismann M.* — Ueber die Einwirkung von Phosphorpentachlorid auf das Natriumsalz der β-Naphtol-α-Disulfonsäure. Freiburg, 1888. 8°.

†*Dammer U.* — Beiträge zur Kenntniss der Vegetativen Organe von Limnobium Stoloniferum Grisebach nebst einigen Betrachtungen über die Phylogenetische Dignität von Diclinie und Hermaphroditismus. Berlin, 1888. 8°.

†*David F.* — Von der Unteilbarkeit der Servituten. Tübingen, 1887. 8°.

**Deés E. D. de* — Crustacea Cladocera Faunae Hungaricae. Budapest, 1888. 4.°

†*Dies R.* — Ueber die Knospenlage der Laubblätter. Regensburg, 1887. 8°.

†*Doedes J. I.* — Collectie van Rariora Utrecht, 1888. 8°.

† *Dörken C.* — Ueber Derivate des Diphenylphosphorchlorürs und des Diphenylphosphins. Aachen, 1888. 8°.

† *Dressler M.* — Ueber die Veränderungen im Gehirn und Rückenmark des Kaninchens bei Bleivergiftung. Karlsruhe, 1887. 8°.

† *Dürr F.* — Beiträge zur Kenntniss des Acetonchloroforms. Freiburg, 1887. 8°.

† *Dütting C.* — Ueber einige Fälle von Vergiftung durch Inhalation von Arsenwasserstoff. Freiburg, 1888. 8°.

† *Ebbinghaus C.* — Ueber Haemoglobinurie. Camen, 1888. 8°.

† *Eberdt O.* — Beitrag zu den Untersuchungen ueber die Entstehungsweise des Palissadenparenchyms. Eine physiologische Studie. Freiburg, 1887. 8°.

† *Eble F.* — Beiträge zur Kenntniss des Diabetes mellitus im Kindesalter. Rastatt, 1888. 8°.

† *Eisele F.* — Die Actio utilis des Cessionars. Freiburg, 1887. 8°.

† *Eisenlohr J.* — Ueber Nitro- und Bromnitroderivate des Phenols. Tübingen, 1887. 8°.

† *Elfrinkhof L. van* — De Viriaal en hare beteekenis in de Mechanica. Utrecht, 1888. 8°.

† *End W* — Algebraische Untersuchungen ueber Flächen mit gemeinschaftlichen Curve. München, 1888. 8°

† *Eschbacher O.* — Ein Fall von Carcinomatöser Pfortaderthrombose bei Carnoma ventriculi und geheilter Lungenphthise. Freiburg, 1888. 8°.

† *Esseiva P.* — Esther. Carmen. Amstelodami, 1887. 4°.

† *Id.* — Susanna. Carmen. Amstelodami, 1888. 8°.

† *Eurich H.* — Beiträge zur Kenntniss der Dimethylanthrachinoma. Frankfurt, 1888. 8°.

† *Fackenheim J.* — Ueber einem Fall hereditärer Polydaktylie mit gleichzeitig erblicher Zahnanomalie. Jena, 1888. 8°.

† *Ferko M.* — Beiträge zur Kenntniss des Phenylhydrazins. Freiburg, 1888. 8°.

† *Fickert E.* — Ueber Aethyl- und Propyl-p-Xylylketon. Freiburg, 1887. 8°.

† *Fink R.* — Ueber die Affinität der Vetriolmetalle zur Schwefelsaure. Freiburg, 1888. 8°.

† *Fischer O.* — Experimentelle Untersuchungen ueber die Heilung von Schnittwunden der Haut unter dem Jodoformverband. Tübingen, 1888. 8°.

† *Föcking C. G. L.* — Ueber Asymmetrisches und symmetrisches Duryl- Methyl- Keton. Freiburg, 1887. 8°.

† *Föhlisch E.* — Ueber Benachbartes Duryl- Methyl-Keton. Freiburg, 1888. 8°.

† *Gass W.* — Ueber die Möglichkeit einer reinen Moral. Bruchsal, 1887. 8°.

† *Genieser A.* — Beiträge zur Kenntniss des festen und flüssigen Acetonchloroforms. Freiburg, 1887. 8°.

† *Gieseke M.* — Ueber Condensationsprodukte der Brenztraubensäure und des Benzaldehyd's mit Anilin und seinen Homologen. Freiburg, 1887. 8°.

† *Gildemeister E.* — Zur Kenntniss der Eucalyptusöle. Bonn, 1888. 8°.

† *Glotterbooke Patijn van Kloetinge J. J.* — Afpersing en Afdreiging. Utrecht, 1888. 8°.

† *Goldmann E. E.* — Experimentelle Beiträge zur Lehre von der Cystinurie und der Schwefel-Ausscheidung im Harne. Freiburg, 1887. 8°.

† *Graeff F. F.* — Mineralogisch-petrographische Untersuchung von Eläolithsyeniten von der Serra de Tingná. Prov. Rio de Janeiro. Stuttgart, 1887. 8°.

† *Grebe de Haan C.* — De Noodzakelijkheid van wettelijke en internationale maatregelen tegen vervalsching van voedingsmiddelen. Utrecht, 1887. 8°.

† *Gross W.* — Ueber die Combinanten binärer Formensysteme welche ebenen rationalen Curven zugeordnet sind. Stuttgart, 1887. 8°.

† *Grüne H.* — Zur Kenntniss der Azoopiansäure. Berlin, 1888. 8°.

† *Guyot Th.* — Ueber Hauterkrankung bei Hereditärer Syphilis. Freiburg, 1888. 8°.

† *Hagge R.* — Ein Fall von Tuberculöser Erkrankung der Rückenmarkshäute. Tübingen, 1887. 8°.

† *Hahn F.* — Ueber Carcinom der weiblichen Mamma mit besonderer Berücksichtigung der Knochenmetastase. Freiburg, 1887. 8°.

† *Halm W.* — Beiträge zur Symptomatologie der Trochlearislähmung. Tübingen, 1888. 8°.

† *Hamburger H. J.* — Staafjesrood in monochromatisch Licht. Utrecht, 1888. 8°.

† *Handelmann H.* und *Spielth W.* — Neue Mittheilungen von den Runensteinen bei Schleswig. Kiel, 1889. 8°.

† *Hansing H.* — Ueber Acetonurie. Freiburg, 1888. 8°.

† *Henschke H.* — Ueber die Bestandtheile der Scopoliawurzel. Ein Beitrag zur Kenntniss der Mydriatisch wirkenden Alkaloide. Halle, 1887. 8°.

† *Herman O.* — A Magyar halászat Könyve. T. I, II. Budapest, 1887. 8°.

† *Heusler A.* — Beitrag zum Consonantismus der Mundart von Baselstadt. Strassburg, 1888. 8°.

† *Heyer A.* — Ueber α-Naphtylaethylketon und α-Naphtylpropylketon. Freiburg, 1887. 8°.

† *Hirsch J.* — Beitrag zur Kenntniss der Chlor- und Brom-Derivate des Metakresols. Freiburg, 1887. 8°.

† *Hochfeld L.* — Die medicamentöse Behandlung des Keuchhustens. S. l. 1888.

† *Holst H. v.* — Das Verfassungsrecht der vereinigten Staaten von America im Lichte des Englischen Parlamentarismus. Freiburg, 1887. 8°.

† *Hussein A.* — Die Gesetzgebung des Deutschen Reiches zum Schutze der Arbeiter. Berlin, 1888. 8°.

† *Jacobse Boudewijnse C. A. L.* — Over de Werking van Calomel en Cinnaber ophet Slijmvlies van maag en darmen. Utrecht, 1887. 8°.

† *Jacquet A.* — Ueber Aethyl- und Propyl-m-Xylylketon. Freiburg, 1888. 8°.

† *Jentys S.* — Ueber den Einfluss hoher Sauerstoffpressungen auf das Wachsthum der Pflanzen. Leipzig, 1888. 8°.

†*Julius W. H.* — Het Warmtesprectrum en de Trillingsperioden der Moleculen van eenige Gassen. Utrecht, 1888. 8°.

†*Kauling A.* — Beitrag zur practischen Verwerthbarkeit des Naphtalins. S. l. 1887. 8°.

†*Krauss J.* — Ueber die Sulfonsäuren des Metakresols und einige Derivate. Freiburg, 1887. 8°.

†*Kessler A.* — Die Nitrierung des Benzols in ihrer Abhängigkeit von der Masse der wirkenden Stoffe. Dresden, 1887. 8°.

†*Kickelhayn F. M.* — Beiträge zur Kenntniss der Chinolin-γ-Carbonsäure und einiger ihrer Derivate. Freiburg, 1887. 8°.

†*Klie E.* — Ueber einige neue Derivate der Sebacinsäure. Freiburg, 1887. 8°.

†*Klocke F. R. G. H.* — Zur Kenntniss der Meta-Xylyl-α Ketoncarbonsäure und ueber ihr Verhalten gegen Reductionsmittel und gegen Salpetersäure. Freiburg, 1888. 8°.

†*Knobloch C.* — Zur Kenntniss des Orthocymol's und seiner Derivate. Freiburg, 1887. 8°.

†*Koerner P.* — Ein Fall von Schrumpfniere als Beitrag zu den Untersuchungen ueber das Verhalten der kleinen Arterien bei Nephritis. Brandenburg a H. 1887. 8°.

†*Kreubel E.* — Die Agrargesetzgebung in ihrer Entwickelung und Durchführung im Grossherzogthum Sachsen-Weimar. Mülhausen, 1888. 8°.

†*Kreutz H.* — Untersuchungen ueber das Cometensystem 1843 I, 1880 I und 1882 II. Kiel, 1888.

†*Kroseberg K.* — Ueber Paratolyl-α-Ketoncarbonsäure und ihre Derivate. Freiburg, 1887. 8°.

†*Kurz H,* — Zur Kenntniss der Chlornitrobenzoësäuren. Freiburg, 1888. 8°.

†*Lamp. E.* — Das Aequinoctium fur 1860. 0. Kiel, 1882. 4°.

†*Lange G.* — Zur Kenntniss des Chinolins. Osnabrück, 1887. 8°.

**Langley S. P.* — Energy and Vision. New Haven, 1888. 8°.

†*Leeuwen J. v.* — Matris querela. Elegia Amstelodami, 1887. 8°.

†*Lidth de Jeude K. W. H. van* — De « Zaak » (Affaire) rechtskundig beschouwd. Utrecht, 1888. 8°.

†*Loriol P. de* — Recueil d'études paléontologiques sur la faune crétacique du Portugal. Vol. II. Description des Echinodermes. Lisbonne, 1888. 4°.

†*Ludwig H. M. K.* — Ein Fall von Kleinhirntumor. Leipzig, 1887.

†*Luijke Roskott J.* — Jets over de Strafrechtelijke Aansprakelijkheid von Ouders en Voogden voor de Strafbare feiten door hunne minderjarige Kinderen en pupillen gepleegd. Utrecht, 1887. 8°.

†*Lütje J.* — Ueber einen operativ behandelten Fall von Extrauterin-Schwangerschaft. Tübingen, 1887. 8°.

†*Mallet F. R.* — A Manual of the geology of India. Part IV. Mineralogy. Calcutta, 1887. 8°.

† *Mandry G.* — Zur Frage der Arthrectomie des Kniegelenkes. Tübingen, 1887. 8°.

† *Marquardt A.* — Ueber Verbindungen mit den Alkoholradicalen. Aachen, 1888. 8°.

† *Martin R.* — Kants Philosophische Anschauungen in den Jahren 1762-1766. Freiburg, 1887. 8°.

† *Meijers J.* — Einige Beschouwingen betreffende Ontsmettingsovens. Utrecht, 1887. 8°.

† *Meine H.* — Ueber den Kalkgehalt des menschlichen Harnes. Freiburg, 1888. 8°.

† *Meisterernst G.* — Zur Kenntniss des Orthodiaethylbenzols und des Orthodibrombenzols. Freiburg, 1888. 8°.

† *Meixner A.* — Beiträge zur Kenntnis des Narceïn's speciell ueber die Oxydation desselben mit Kaliumpermanganat. Freiburg, 1887. 8°.

† *Melvill van Carnbee A. L. J.* — Het bewijs der eedsaflegging in eene Strafvervolging ter zake van Meineed. Utrecht, 1888. 8°.

† *Mente A.* — Ueber einige anorganische Amide. Hannover, 1888. 8°.

† *Meulenbelt H. H.* — De Prediking van den Profeet Ezechiel. Utrecht, 1888. 8°.

† *Morris M.* — Ueber die Gechlorten Derivate des Orthokresol's. Freiburg, 1887. 8°.

† *Müller A.* — Ueber die Einwirkung von Gelbem Schwefelammonium auf Ketone und Chinone. Freiburg, 1887. 8°.

† *Müller J.* — Zur Anatomie des Chimpansegehirns. Braunschweig, 1887. 8°.

† *Müller W.* — Ueber traumatische Ruptur des Herzens und grossen Gefässe. Minden, 1887. 8°.

† *Münsterberg H.* — Die Willenshandlung. Freiburg, 1888. 8°.

† *Murtfeldt W.* — Ueber die Aethylendiketone des Para-n-Cymols und Paraxylols und die P-Cymyl- und P-Xylyl-y-Keton-Carbonsäuren. Freiburg, 1887. 8°.

† *Neubeck F.* — Ueber Molekularvolumina aromatischer Verbindungen. Tübingen, 1887. 8°.

† *Niemeyer F.* — Chronische sklerosirende Gastritis. Freiburg, 1887. 8°.

† *Nolst Trenité J. G. L.* — Publiekrecht en Rechtspraak. Rotterdam, 1888.

† *Nordmann R.* — Das Klima von Abessinien. Marburg, 1888. 8°.

† *Ohly C. H.* — Die Wortstellung bei Otfrid. Ein Beitrag zur Deutschen Wortstellungslehre. Freiburg, 1888. 8°.

† *Oehmigen M.* — Beiträge zur Kenntniss des Methyl-m-Xylylketons. Freiburg, 1888. 8°.

† *Olberg G.* — Ueber Di-p-Xylylketon und (1. 4. 21) Trimethylanthracen. Freiburg, 1887. 8°.

† *Oezelt-Newin A.* — Ueber Phantasie-Vorstellungen. Wien, 1887. 8°.

†*Oreans K.* — Die E-Reime im Altprovençalischen. Braunschweig, 1888. 8°.

†*Pahud de Mortanges W. Th.* — Zijn de feiten, vroeger strafbaar ingevolge art 9 al. 2 en 3 der wet van 7 Dec. 1883 Stbl. n. 202, strafbaar gebleven? Utrecht, 1888. 8°.

†*Paull W.* — Ueber Haemoglobingehalt und Zahlung der rothen Blutkörperchen bei anaemischen Zuständen. Freiburg, 1887. 8°.

†*Pfeiffer O.* — Ueber die Iso-nitro-Stearinsäure. Freiburg, 1888. 8°.

†*Pietrusky E.* — Ueber-Leber-Syphilis mit miliaren Syphilomen. Breslau, 1887. 8°.

†*Pietrusky W.* — Ueber primären Krebs der Ovarien. Breslau, 1887. 8°.

†*Rall J.* — Ueber eine Pneumonieepidemie mit häufigen Wanderpneumonien. Stuttgart, 1887. 8°.

†*Rabinovicz J.* — Ueber Ascites chylosus und adiposus. Freiburg, 1887. 8°.

†*Rein B.* — Der transcendentale Idealismus bei Kant und bei Schopenhauer. Rudolstadt, 1887. 8°.

*Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XXVIII. Edinburgh, 1888. 4°.

†*Rosin H.* — Ueber das idiopatische multiple pigmenthose Hautsarkom. Breslau, 1887. 8°.

†*Ross H.* — Beiträge zur Kenntnis des Assimilationgewebes und der Korkentwickelung armlaubiger Pflanzen. Freiburg, 1887. 8°.

†*Sabersky H.* — Das parasitische *i* im Alt- und Neuprovenzalischen. I Th. Berlin, 1888. 8°.

†*Sailer L.* — Zur Kenntniss der Adenome und Carcinome des Darms. Tübingen, 1888. 8°.

†*Sardemann E.* — Beiträge zur Anatomie der Thränendrüse. Freiburg, 1887. 8°.

†*Sakellarios S.* — Ueber Coma diabeticum. Freiburg, 1888. 8°.

†*Schemm O.* — Ueber einige seltenere Formen von Hornhautentzündung. Kreuznach, 1887. 8°.

†*Scheuten R.* — Beiträge zur Kenntniss typischer Bodenarter Bayerns (Oberfrankens). München, 1888. 8°

†*Schickler E.* — Ueber Haematocele retrouterina. Tübingen, 1887. 8°.

†*Schlarb K. Ch.* — Ueber Synthese der Aethylendiketonen und γ-Ketoncarbonsäuren und ueber einige derivate derselben. Freiburg, 1888. 8°.

†*Schleicher O.* — Ein Fall von Cataract nach Blitzschlag. Tübingen, 1888. 8°.

†*Schlippe A. O.* — Beiträge zur Kenntniss des Bathonien im oberrheinischen Tieflande. Strassburg, 1887. 8°.

†*Schmidt C.* — Vergleichende Untersuchungen ueber die Bahaarung der Labiaten und Boragineen. Rybnik, 1888. 8°.

†*Schmidt O.* — Ueber einige Abkömmlinge des Naphtalins. Dillenburg, 1887. 8°.

† *Schreuder J. C.* — Over den invloed van Salicylverbindingen op de Samenstelling der Urine. Utrecht, 1888. 8°.

† *Simonkai L.* — Enumeratio Florae Transilvanicae vesculosae criticae. Budapest, 1886. 8°.

† *Snellen B.* — Jets over Internationale Maatregelen tot wering van Epidemisch-Besmettelijke Ziekten. Utrecht, 1887. 8°.

† *Spies G.* — Zur Kenntniss der Chinolin-Meta-Sulfonsäure, und der Chinolin-Ortho-Sulfonsäure. Freiburg, 1888. 8°.

† *Spohn H.* — Beiträge zur Kenntniss einiger Derivate des Amarins. Freiburg, 1888. 8°.

† *Steinmann G.* — Die Nagelfluh von Alpersbach im Schwarzwalde. Freiburg, 1888. 8°.

† *Stiebel A.* — Ueber Nitroderivate des Parachlorchinolins, des Chinolins und des Parachloranilins. Freiburg, 1888. 8°.

† *Stood A.* — Ueber Phtalanil und Phtalanilsäure. Freiburg, 1887. 8°.

† *Strauch P.* — Untersuchungen ueber einen Micrococcus im Secret des Nasenrachenraumes. Berlin, 1887. 8°.

† *Stuhlmann C. C.* — Beiträge zur Kenntniss des Amarins. Freiburg, 1887. 8°.

† *Tafel E.* — Untersuchungen über den Bau und die Entstehung der Endocarditischen Efflorescenzen. Tübingen, 1888. 8°.

† *Theodor F.* — Das Gehirn des Seehundes (Phoca vitulina). Freiburg, 1887. 8°.

† *Thienhoven van de Bogaard B. van* — Beschouwingen over Artl. 295-298 van het Wetboek van Strafrecht. 'S-Gravenhage, 1887. 8°.

† *Tietzen-Hennig B. v.* — Ueber scheinbar feste Elektrolyte. Freiburg, 1888. 8°.

† *Tilanus J. J.* — Evenredige Vertegenwoordiging. Utrecht, 1888. 8°.

† *Tornier V.* — Beiträge zur Kenntniss der isomeren Bromchinoline und daraus gewonnener Dibromchinoline. Freiburg, 1887. 8°.

† *Umbgrove E. L.* — Eenige Opmerkingen over Echtscheiding met onderling goedvinden. Utrecht, 1888. 8°.

† *Veen S. D. van* — De Gereformeerde kerk van Friesland in de jaren 1795-1804. Groningen, 1888. 8°.

† *Voeltzkow A.* — Aspidogaster Conchicola. Wiesbaden, 1888. 8°.

† *Vogt P.* — Beiträge zur Kenntniss des p-Tolylphenylketons. Freiburg, 1888. 8°.

† *Vos de Wael A. J. M.* — De Commissaris des Konings in de Provincie. 'S-Bosch, 1888. 8°.

† *Wallaschek R.* — Recht und Moral. Freiburg, 1888. 8°.

† *Weber W.* — Der Arabische Meerbusen. I Theil. Historisches und Morphologisches. Marburg, 1888. 8°.

† *Weinbuch J.* — Ueber hochgradige Myopie bei der Landbewölkerung. Laupheim, 1888. 8°.

† *Weissenfels R.* — Ueber Französische und antike Elemente im Stil Heinrich v. Kleists. Brannschweig, 1888. 8°.

† *Welzel O.* — Ueber die Sulphonsäuren des Normalpropylbenzol's. Freiburg, 1888. 8°.

† *Wenckebach K. F.* — De Ontwikkeling en de bouw der Bursa Fabricii. Leiden, 1888. 8°.

† *Vermast P. F.* — Ueber Pneumonia Fibrinosa und deren Behandlung. Amsterdam, 1888. 8°.

† *Werner G.* — Beiträge zur Scharlach-Therapie. Breslau, 1888. 8°.

† *Wesener M.* — Ueber die Condensationsprodukte von Acetaldehyd mit Phenol und den Naphtolen unter der Einwirkung von Salzsäuregas. Freiburg, 1888. 8°.

† *Willers G.* — Ueber die Berechtigung der Castration der Frauen zur Heilung von Neurosen und Psychosen bei intactem Sexualsystem. Freiburg, 1887. 8°.

† *Wolff W.* — Ueber Sauerstoffzellen. Freiburg, 1888. 8°.

† *Worms E.* — Untersuchungen ueber die Oberflächen deren Gleichung für die rechtwinklingen Coordinaten x, y, z die Gestalt hat $x^m \pm y^m \pm z^m = 1$ wobei m ein beliebige positive gerade Zahlbedeutet. Bonn, 1888. 8°.

† *Wörner R.* — Ueber Anwendung des Pilocarpins. Freiburg, 1888. 8°.

† *Wulfften Palthe C. B. van* — Observationes grammaticae et criticae in Philostratum, habita imprimis vitae Apollonii ratione. Lugduni Bat. 1887. 8°.

† *Wyndham S.* — Beiträge zur Kenntniss der Nitroderivate der Isophtalsäure. Freiburg, 1887. 8°.

† *Zeller H.* — Ueber die Eröffnung tiefer perirektaler Abscesse durch Perinealschnitt. Tübingen, 1887. 8°.

Pubblicazioni periodiche pervenute all'Accademia nel mese di dicembre 1888.

Pubblicazioni italiane.

† Annali delle Università toscane. T. XVIII. Pisa, 1888.

Teza. Intorno agli studî del Thavenet sulla lingua algonchina. — *Id.* Il libro delle Tre parole secondo la versione mangese di Tooghe. — *Id.* Lista di vocaboli galelesi. — *Id.* Correzioni alla Istoria veneziana di P. Bembo proposte dal Consiglio dei Dieci nel 1548. — *Piccolomini.* Sulla morte favolosa di Eschilo, Sofocle, Euripide, Cratino, Eupoli. — *Sottini.* Dei concetti geografici di Rogero Bacone. — *Lupi.* Della voce Mammula nelle iscrizioni antiche. — *Tartara.* De Plauti Bacchidibus. — *Id.* I precursori di Cicerone: considerazioni sullo svolgimento dell'eloquenza presso i Romani. — *Piccolomini.* Ad Thucydidem. I, 2.

† Annali dell'Ufficio centrale meteorologico italiano. S. 2ª, vol. VII, p. 1ª e 3ª. Roma, 1887.

Parte 1ª. *Agamennone* e *Cancani.* Contributo alla storia ed allo studio dell'igrometria. — *Cantoni.* Ricchezza igrometrica effettiva massima e relativa dell'aria. — *Brassart.* Udometro-contatore. – *Macaluso.* Sul tornado di Catania del giorno 7 ottobre 1884. — *Lugli.* Risultati dei presagi del tempo fatti nell'Ufficio centrale di meteorologia. — *Chi-*

stoni. Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre fatte nell'anno 1886. — *Racchetti.* Osservazioni ed esperienze sulla formazione della rugiada. — *Riccò.* Osservazioni e studî dei crepuscoli rosei 1883-86. — *Ragona.* Andamento diurno della pressione atmosferica dedotto da un ventennio di rilievi del barometro registratore del r. Osservatorio di Modena. — *Ferrari.* Andamento tipico dei registratori durante un temporale. — PARTE 3ª. *Millosevich.* Determinazioni della latitudine del r. Osservatorio del Collegio romano. — *Id.* Osservazioni astronomiche e riduzioni relative. — *Tacchini.* Meteorologia solare.

†Annali di chimica e di farmacologia. 1888, n. 5. Milano.

Daccomo. Ricerche chimiche sull'acido filicico. — *Herzen.* Appunti di chimica fisiologica.

†Annuario del r. Istituto botanico di Roma. Anno III, f. 2. Roma.

Acqua. Contribuzione allo studio dei cristalli di ossalato di calcio nelle piante. — *Baldini.* Le gemme della Pircunia dioica Moq. — *Pirotta.* Intorno ad una Sensitiva dell'Argentina. — *Martel.* Sullo sviluppo del frutto del Paliurus australis (Gaert.). — *Avetta.* Ricerche atomo-istologiche sul fusto e sulla radice dell'Atraphaxis spinosa L. — *Id.* Contribuzione all'anatomia ed istologia della radice e del fusto dell'Antigonon leptopus Hook. — *Massalongo.* Osservazioni critiche sulle specie e varietà di epatiche italiane create dal De Notaris. — *Pirotta.* Sulla struttura delle foglie dei Dasylirion.

†Archivio storico per le Marche e per l'Umbria. Vol. IV, f. 13-14. Foligno, 1888.

Mazzatinti. Il palazzo dei consoli in Gubbio. — *Bertoldi.* Un poeta umbro del secolo XIV. — *Saviotti.* Giacomo da Pesaro. — *Baccini.* Opera inedita di Ignatio Danti. — *Faloci Pulignani.* Le arti e le lettere alla Corte dei Trinci. — *Cristofori.* Cronaca di fra Francesco da Viterbo. — *Ferrari.* Ottave cingulane. — *Santoni.* Maestro Tobia da Camerino.

†Atti dell'Accademia olimpica di Vicenza. Anni 1886-87, vol. XXI. Vicenza.

Negrin. Concorso artistico per il compimento della facciata della Basilica di S. Petronio in Bologna. — *Bortolan.* Il Castello dell'Isola. — *De Faveri.* Profumo. — *Franceschini.* L'azione della luce sugli organismi. — *Zanella.* Commemorazione dei soci defunti negli anni 1885-86. — *Marangoni.* Nota sui fenomeni e sulla cura del Cholera asiatico. — *Del Monte.* La crisi del liberalismo. — *Negrin.* Il duomo di Milano non è monumento tedesco o francese ma italiano. — *Franceschini.* Guidobaldo Donarelli e la Filli in Sciro. — *Dalle Mole.* Wagnerismo penale. — *Marchetti.* Contributo di statistica sanitaria del comune di Vicenza per l'anno 1885. — *Da Schio.* Il vulcanismo e le acque. — *Id.* Il terremoto.

†Atti dell'Accademia pontificia dei nuovi Lincei. Anno XLI, sess. 3-4. Roma, 1888.

Provenzali. Sul rapporto fra le variazioni del barometro ed i cambiamenti di trasparenza dell'atmosfera. — *Lanzi.* I funghi della provincia di Roma. — *Egidi.* Proposta di una modificazione all'anemometro di Robinson.

†Atti della r. Accademia Petrarca in Arezzo. Vol. VII, 1, 2. Arezzo, 1887-88.

1. *Gamurrini.* Degli antichi vasi aretini. — *Id.* Di un frammento di lapide romana. — *Stella.* Alcune considerazioni sul commercio moderno. — *Rovelli.* I colori della natura e dell'arte. — *Ferri.* Nel paese dei Danakili e in Abissinia. — *Bombicci.* Trasformazioni lente dei paesaggi terrestri. — *Valdarnini.* Terenzio Mamiani. — *Stella.* Contabilità dello Stato in Inghilterra. — *Cocchi.* L'uomo dell'Olmo. — *Scalzi.* A proposito di una lettera inedita del Redi. — *Redi.* Lettera inedita del dì 29 maggio 1685. — 2. *Landucci.* Un celebre scrittore aretino del secolo XV. — *Aiazzi.* Sulla vita e sulle opere di Francesco Redi aretino. — *Mercanti.* Nota sopra Giovanni Caldesi naturalista aretino del secolo XVII. — *Scalzi.* La seconda rivendicazione del Cesalpino. — *Cocchi.* Sunto bibliografico per la

geologia della provincia di Arezzo. — *Pasqui, Mercanti, Falcini, Citernesi.* Gli autografi di Francesco Redi esistenti in Arezzo. — *Accademia.* Fac simile di autografi del Redi. — *Pasqui.* Lettera al Segretario generale dell'Accademia sulla casa ove nacque Francesco Redi. — *Mercanti.* Il Congresso geologico in Arezzo.

†Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Ser. 6ª, t. VI, 10. Venezia, 1888.

Lorenzoni. Correzione di scala ed elevazione sul mare del barometro dell'Osservatorio astronomico di Padova, e risultati medî con esso ottenuti nel ventennio 1868-1887. — *Callegari.* Dei fonti per la storia di Nerone. — *Montesano.* Su alcuni gruppi chiusi di trasformazioni involutorie nel piano e nello spazio. — *Stefani.* Il cippo miliare di Sanbruson e le vie consolari Annia ed Emilia nella Venezia. Dissertazione. — *Gosetti.* Una rara forma di malattia oculare. Storia clinica e considerazioni. — *Bedeschi.* Saggio sulla vita, studî ed opere di Francesco Salvolini sanscritista. Parte prima. — *Levi.* Dei culti orientali nell'antica Venezia; dichiarazione di un monumento Mitriaco in Torcello ecc. Memorie di archeologia veneziana. — *Bellati* e *Lussana.* Alcune esperienze sull'occlusione dell'idrogeno nel nichel. Nota. — *Capetti.* Giuseppina Guacci. Studio. — *Pisanello.* Su alcuni derivati solfonici dell'acido salicilico. — *Spica.* Nuova analisi dell'acqua minerale di Roncegno. — *Freschi.* Dei mezzi, che le nuove conquiste della scienza offrono all'agricoltura come conducenti all'abbassamento del costo di produzione. — *Lampertico.* Commemorazione di Luigi Torelli. — *Da Schio.* Il termografo di Vicenza nel 1886.

†Bollettino del Collegio degli ingegneri ed architetti in Napoli. Vol. VI, n. 11. Napoli, 1888.

†Bollettino della Società generale dei viticoltori. Anno III, n. 23, 24. Roma, 1888.

Cantamessa. La crisi dell'alcool e del vino. — *Cettolini.* Distillazione delle vinacce e dei vini. — *Feletti.* Il vino nei paesi caldi.

†Bollettino delle nomine del Ministero della guerra. Anno 1888, nn. 51-56. Roma.

†Bollettino delle opere straniere moderne acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Vol. III, n. 4, luglio-agosto 1888. Roma,

†Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca nazionale centrale di Firenze. 1888, n. 71, 72. Firenze, 1888.

†Bollettino del Ministero degli affari esteri. Vol. II, f. 4. Roma, 1888.

†Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno V, 1888 ott.-nov. Roma.

†Bollettino di notizie agrarie. Anno X, 1888, n. 71-73. Rivista meteorico-agraria. Anno X, 1888, n. 32-34. Roma, 1888.

†Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno VI, n. 13. 1888. Roma,

†Bollettino mensuale dell'Osservatorio centrale del r. Collegio C. Alberto in Moncalieri. Ser. 2ª, vol. VIII, 1. Torino, 1888.

Del Gaizo. Rocce magnetopolari e perturbazioni magnetiche connesse a fenomeni vulcano-sismici.

†Bollettino meteorico dell'Ufficio centrale di meteorologia. Dicembre 1888. Roma.

†Bollettino settimanale dei prezzi di alcuni dei principali prodotti agrarî e del pane. Anno XV, n. 45-50. Roma, 1888.

†Bollettino ufficiale del Ministero della pubblica istruzione. Vol XIV, n. 10, ottobre 1888. Roma.

†Bullettino della Commissione archeologica comunale di Roma. Anno XVI, f. 11. Nov. 1888.

†Bullettino della Società entomologica italiana. Anno XX. Firenze, 1888.

Bertolini. Contribuzione alla fauna trentina dei coleotteri (cont.). — *Berlese* e *Balzan.* Acari sud-americani methodice dispositi, descripti, et iconibus illustrati (con tav.). — *Grassi.* La pulce del cane (Pulex serraticeps Gerv.) è l'ordinario cespite intermedio della Taenia cucumerina. — *Id.* Re e regine di sostituzione nel regno delle Termiti. — *Luciani.* Sui fenomeni respiratorî delle uova del bombice del gelso. — *Massa.* Parto verginale nella Sphinx Atropos. — *Mingazzini.* Catalogo dei coleotteri della provincia di Roma appartenenti alla famiglia dei Carabici. — *Targioni Tozzetti.* Cronaca entomologica dell'anno 1887 e dei mesi di gennaio e febbraio 1888. — *Id.* e *Berlese.* Intorno ad alcuni insetticidi, alle loro mescolanze, ed alle attività relative di quelli e di queste contro gli insetti. — *Roster.* Contributo allo studio delle forme larvali degli Odonati. — *Rovelli* e *Grassi.* Di un singolare acaride, Podapolipus reconditus.

†Bullettino dell'i. Istituto archeologico germanico. Sezione romana. Vol. III, f. 3. Roma, 1888.

Duemmler. Vasenscherben aus Kyme in Aeolis. — *Mau.* Scavi di Pompei. — *Huelsen.* Il sito e le iscrizioni della Schola Xantha sul Foro romano.

*Bullettino del vulcanismo italiano. Anno XV, 1-5. gen.-maggio 1888. Roma.

De Rossi. Relazioni del vulcanismo con la storia, l'industria, l'arte e le bellezze naturali in Italia.

†Calendario dell'Osservatorio dell'Ufficio centrale di meteorologia al Collegio romano. Anno X, 1889. Roma.

†Circolo (Il) giuridico. Anno XIX, n. 11, nov. 1888. Palermo.

Leto. Il pubblico accusatore e l'imputato secondo il codice di procedura penale del regno d'Italia.

†Gazzetta chimica italiana. Anno XVIII, 7. Appendice. Vol. VI, 19. Palermo, 1888.

Spica. Osservazioni sopra una pubblicazione del dott. G. B. Colpi, intitolata « Il bacillo e la fermentazione del Iequirity. — *Pisanello.* Su alcuni derivati solforici dell'acido salicilico. — *Balbiano.* Sopra alcuni derivati monosostituiti del pirazolo e suoi composti idrogenati che ne derivano. — *Ciamician* e *Magnanini.* Sugli acidi carbossilici dei cimetilindoli. — *Id.* e *Zatti.* Sugli acidi carbossilici dell'indolo. — *Colasanti.* Una nuova reazione dell'acido solforico.

†Giornale d'artiglieria e genio. Anno 1888, disp. 8. Roma.

†Giornale della r. Accademia di medicina di Torino. Anno LI, n. 8-11. Torino, 1888.

Ottolenghi. L'olfatto nei criminali. — *Mya* e *Graziadei.* Sulla presenza e ricchezza in glucosio dei versamenti sierosi e purulenti e dei liquidi endocistici. — *Arena.* Sopra una nuova tenda da campo.

†Giornale della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XI, 2° sem., f. 9-10. Genova, 1888.

Castellucci. La peronospora viticola ed i suoi rimedî. — *Caligo.* Il mercato vinicolo a Genova. — *Preve.* Sullo stato attuale dell'illuminazione elettrica. — *Debarbieri.* L'industria.

† Giornale medico del r. Esercito e della r. Marina. Anno XXXVI, n. 11, nov. 1888. Roma.

Bernardo. Della terapia meccanica e del massaggio.

† Giornale militare ufficiale. 1888. Parte 1ª, disp. 48-51; parte 2ª, disp. 54-57. Roma, 1888.

† Ingegneria (L') civile e le arti industriali. Vol. XIV, n. 9, sett. 1888. Torino.

Sacheri. Degli essiccatoi dei cereali e particolarmente di quelli per essiccare il mais ed il riso. — *P. L.* Determinazione della massima pendenza nell'interno delle gallerie. — *Taramelli* e *Mercalli.* Alcuni risultati di uno studio sul terremoto ligure del 23 febbraio 1887. — *G. S.* Il programma di un'Esposizione generale nazionale nel 1891 a Palermo. La questione del teatro Massimo di Palermo. — *C. P.* Rodolfo Clausius.

† Journal of the british and american archaeological Society of Rome. Vol. I, n. 4. Rome, 1888.

Middleton. On the Use of Concrete by the Romans. – *Miles.* Aventicum the Roman Metropolis of Helvetia. — *Searle.* The Temple of Hercules Victor at Tivoli. — *Stillman.* Prehistoric Walls in Greece and Italy. — *Cardinali.* Trebula Mutusca in the Sabina.

† Mélanges d'archéologie et d'histoire de l'École française de Rome. Année VIII, f. 5, oct. 1888. Rome.

Stevenson. Note sur les tuiles de plomb de la basilique de S. Marc ornées des armoiries de Paul II et de médaillons de la Renaissance. — *de Rossi.* L'inscription du tombeau d'Hadrien I, composée et gravée par ordre de Charlemagne. — *Le Blant.* D'un sarcophage découvert près de la Via Salaria. — *Macé.* Un important manuscrit de Solin (Vat. 3343). — *Pélissier.* Les amis d'Holstenius. Lettres inédites. — *Duvau.* Glossaire latin-allemand, extrait du manuscrit *Vatic. Reg.* 1701.

† Memorie della r. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna. Ser. 4ª, t. VII, 3, 4. Bologna, 1888.

3. *Riccardi.* Saggio di una bibliografia euclidea. — *Ciaccio.* Della notomia minuta di quei muscoli che negl'insetti muovono le ali. — *Calori.* Sulla splancnologia di uno Sternopago umano notabile per inversione parziale delle cavità cardiache. — *Cavazzi.* Azione del fluoruro di silicio sulla chinina sciolta in liquidi diversi. — *Saporetti.* Analisi nuova per dimostrare giusto l'usato metodo pratico degl'immaginarî e teoria, più generale dell'usata, sulle relazioni fra i coefficienti delle funzioni algebrico-intere ad una variabile ed i fattori lineari, siano funzionali, siano proprî delle equazioni. — *Loreta.* Colecistotomia e colecistorafia invece della colecistectomia. — *Id.* Echinococco del fegato, resezione del fegato, escisione della cisti, guarigione. — *Brugnoli.* Uso della noce vomica nella epilessia da irritazione del vago. — *Razzaboni.* Sopra alcune modificazioni in un molinello idrotachimetrico a volante di Robinson. — 4. *Delpino.* Funzioni mirmecofila nel regno vegetale. Prodromo d'una monografia delle piante formicarie (seguito della Memoria). — *Morini.* Intorno ad una speciale degenerazione delle leuciti. — *Ruffini.* Di alcune proprietà della rappresentazione sferica del Gauss. — *Brazzola.* Ricerche sull'istologia normale e patologica del testicolo. Nota I. Composizione anatomica del canalicolo seminifero. — *Mazzotti.* Della pleurite purulenta, secondaria alla pneumonite acuta fibrinosa, con evacuazione della marcia per le vie bronchiali ed esito in guarigione. — *Taruffi.* Intorno alla macrosomia puerile (neanio-macrosomia). — *Righi.* Sulla forza elettromotrice delle coppie a liquido poco conduttore.

†Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Vol. XVII, 10. Roma, 1888.

Tacchini. Macchie e facole solari osservate nel regio Osservatorio del Collegio romano nel 3° trimestre del 1888. — *Fényi.* Quelques phénomènes remarquables du soleil observés à l'Observatoire Haynald en été 1887.

†Monumenti della r. Deputazione di storia patria per la Venezia. Miscellanea. Vol. X. Venezia, 1888.

Ateste nella milizia imperiale. — Padova città romana dalle lapidi e dagli scavi.

†Pubblicazioni del r. Istituto di studî superiori di Firenze. Sez. filos., filol. Firenze, 1888.

Donati. Maestri e scolari nell'India brahmanica.

†Rassegna (Nuova) di viticoltura ed enologia. Anno II, n. 22, 23. Conegliano, 1888.

Comboni. Sulla ricerca e determinazione del manganese nelle ceneri dei prodotti vegetali. — *Larcher.* Trattamento delle vigne col solfuro di carbonio.

†Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. T. II, 6, nov.-dic. 1888. Palermo.

Peano. Teoremi su massimi e minimi geometrici, e su normali curve e superficie. — *Marcolongo.* Teorema di meccanica. — *Poincaré.* Sur une propriété des fonctions analytiques (Extrait d'une lettre adressée à M. G.-B. Guccia). — *Loria.* Intorno alle curve razionali d'ordine n dello spazio a $n-1$ dimensioni. — *Pincherle.* Una trasformazione di serie.

†Rendiconti del r. Istituto lombardo di scienze e lettere. Ser. 2ª, vol. XXI, 17, 18. Milano, 1888.

Fiorani. Ferita della vescica, cistotomia e guarigione. — *Zoja.* Cenni storici sul gabinetto di anatomia umana nella r. Università di Pavia. — *Platner.* Sul numero delle maniere di formare un numero intiero n, o non maggiore di n, colla somma di r termini scelti dalla serie indefinita 1. 2. 3. 4. 5. — *Strambio.* Da Legnano a Mogliano Veneto. Un secolo di lotta contro la pellagra. Briciole di storia sanitario-amministrativa. — *Jung.* Sull'*eccesso* degli elementi fondamentali di un sistema lineare di genere qualunque. — *Id.* Sul numero delle *curve degeneri* contenute in un fascio di genere qualunque. — *Guzzi.* Alcune esperienze sull'efflusso del vapor acqueo e di una miscela d'acqua e di vapore.

†Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. 2ª, vol. II, 11. Napoli, 1888.

Palmieri. Azione de' terremoti, dell'eruzioni vulcaniche e delle folgori sugli aghi calamitati. — *De Gasparis.* Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel r. Osservatorio di Capodimonte, eseguite nell'anno 1887. — *Franco.* Ricerche micropetrografiche intorno ad una pirosseneandesite trovata nella regione vesuviana. — *De Gasparis.* Osservazioni meteoriche fatte nei mesi di settembre e ottobre 1888.

†Rendiconto delle Sessioni della r. Accademia delle scienze di Bologna. Anno 1887-88. Bologna, 1888.

†Revue internationale. 5ᵉ année, t. XX, 4, 5. Rome, 1888.

Wohl. Clinquant. Peinture de la société hongroise. — *Roux.* La monarchie franque. — *Friedmann.* Vol d'église. — *Philis.* Une visite au Lac Fucin en 1861. — *Faucon.* Petits poèmes romans. — *Baldès.* Hector Berlioz. — *Nievelt.* Pierre Chaulu. — 5. *Wohl.* Clinquant.

Peinture de la société hongroise. — *** L'Italie militaire en 1888. — *Wagnon.* Le trompette de Sadowa. — *Lo Forte-Randi.* Les rêveurs en littérature: Charles Nodier. — *Maurice.* Amours et haines.

†Rivista critica della letteratura italiana. Anno V, n. 4. Firenze, 1888.

†Rivista di artiglieria e genio. Novembre 1888. Roma.

Lo Forte. Esperienze sui calcestruzzi. — *Mendini.* Sugli apparecchi di disinfezione. — Sulla tattica e l'equipaggiamento delle mitragliatrici.

†Rivista di filosofia scientifica. Ser. 2ª, vol. VII, nov.-ott. 1888. Torino, 1888.

Marchesini. La naturalità del pensiero. — *Grossi.* La cremazione fra i moderni non europei. Saggio di etnografia comparata. — *Ardigò.* La scienza sperimentale del pensiero. — *Dandolo.* La coscienza del sonno.

†Rivista italiana di filosofia. Anno III, vol. II, nov.-dic. 1888. Roma.

Credaro. I corsi filosofici all'Università di Lipsia e il Seminario di Psicologia sperimentale del Wundt. — *Benzoni.* La dottrina dell'essere e le forme del pensiero filosofico di A. Rosmini. Discussione. — *Bobba.* Dell'idea del vero e sua relazione coll'idea dell'essere. Memoria del prof. Luigi Ferri. — *S. F.* Alcune considerazioni sulla teoria della conoscenza di Senofane.

†Rivista marittima. Anno XXI, f. 11, 12. Roma, 1888.

Raineri. Pel centenario della navigazione a vapore. — *A. G.* Crittografia. Da uno studio del signor De Viaris ex-ufficiale di marina pubblicato dal Génie civil. — *C. A.* Discussione del bilancio della marina alla Camera dei deputati in Francia. — Considerazioni di lord Brassey sui risultati delle grandi manovre eseguite di recente dalla flotta inglese. — Un efficace mezzo di difesa navale secondo lord Armstrong. — Nuovo dock galleggiante. — *Fincati.* Acquisto e perdita di Cipro. — *Grenfell.* Importanza dei siluri nella guerra navale. — Segnalatore subacqueo. — Lo sviluppo delle colonie tedesche e la partecipazione della flotta alle medesime. Sunto di uno studio pubblicato dall' « Internationale Revue ». — *de G.* Granate cariche di potenti esplosivi. — *G. M.* A traverso i ghiacci della Groenlandia.

†Rivista mensile del Club alpino italiano. Vol. VII, n. 11, 12. Torino, 1888.

Ugolini. Sul gran Sasso d'Italia. — *Taramelli.* Lo scoscendimento del Bracca. — *Colomba.* Punta Grande Hoche e Punta Clotesse.

†Rivista scientifico-industriale. Anno XX, 20-21. Firenze, 1888.

Palagi. La neve granulare e la teoria della formazione della grandine. — *Palmieri.* Elettricità che si svolge con evaporazione dell'acqua di mare provocata unicamente dall'azione de' raggi solari. — *Terrenzi.* Il Castor fiber Lin. trovato fossile al Colle dell'Oro presso Terni. — *Poli.* Oggettivi apocromatici e oculari compensatori di Koristka.

†Spallanzani (Lo). Ser. 2ª, anno XVII. 9-10. Roma, 1888.

Secchi e *Binaghi.* Clinica chirurgica operativa della r. Università di Cagliari, diretta dal prof. Angelo Roth, nell'anno 1887-88. — *Ricolfi:* Delle cure praticate durante l'anno scolastico 1887-88 nell'Istituto oftalmico della r. Università di Roma, diretto dal prof. comm. Francesco Businelli.

†Statistica del commercio speciale d'importazione e di esportazione dal 1° gen. al 30 nov. 1888. Roma, 1888.

†Telegrafista (Il). Anno VIII, 10. Roma, 1888.

Sistema di trasmissione simultanea in senso inverso con apparati Morse e Hughes. — Uso di una sola batteria per trasmettere in più circuiti telegrafici.

Pubblicazioni estere.

†Aaarsberetning (Bergens Museums) for 1887. Bergen.

Danielssen. Actinida of the Norwegian North-Atlantic Expedition. — *Crieg.* To nye Cornularier fra den norske kyst. — *Id.* Undersögelser over dyrelivet i de vestlandske fjorde. — *Lorange.* Storhaugen paa Karmöen. — *Nansen.* A Protandric Hermaphrodite amongst the Vertebraty.

†Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XXXV, 4. Beiblätter. Bd. XII, 11. Leipzig, 1888.

Quincke. Ueber die physikalischen Eigenschaften dünner, fester Lamellen. — *Id.* Ueber periodische Ausbreitung von Flüssigkeitsoberflächen und dadurch hervorgerufene Bewegungserscheinungen. — *Voigt.* Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Flussspath, Pyrit, Steinsalz, Sylvin. — *Ketteler.* Experimentaluntersuchung über das Refractionsvermögen der Flüssigkeiten zwischen sehr entfernten Temperaturgrenzen. — *Kohlrausch.* Ueber den electrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers. — *Grunmach.* Untersuchungen über die Aenderungen des galvanischen Leitungswiderstandes verschiedener Körper bei Aenderung ihres Aggregatzustandes. — *Hartwich.* Ein Quadrantelectrometer mit constanter Empfindlichkeit. — *Berliner.* Ueber die katalytische Wirkung der Metalle auf Knallgas und die Occlusion des Wasserstoffs. — *Weber.* Drei neue Methoden zur Bestimmung der magnetischen Inclination. — *Elsas.* Ueber Widerstandsmessungen mit dem Differentialinductor. — *Foeppl.* Erwiderung auf die Bemerkungen des Hrn. Edlund zu meinem Aufsatze: Ueber die Leitungsfähigkeit des Vacuums. — *v. Uljanin.* Erwiderung auf die Bemerkung des Hrn. Kalischer, das electromotorische Verhalten des Selens betr. — Berichtigungen.

†Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Bd. III, 3. Wien, 1888.

Handlirsch. Die Hummelsammlung des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. — *von Beck.* Flora des Stewart-Atolls im stillen Ocean. — *Rzehak.* Die Foraminiferen des kieseligen Kalkes von Nieder-Hollabrunn und des Melettamergels der Umgebung von Bruderndorf in Niederösterreich. — *Zahlbruckner.* Beitrag zur Flora von Neu-Caledonien, enthaltend die von A. Grunow im Jahre 1884 daselbst gesammelten Pflanzen.

†Annalen (Mathematische). Bd. XXXIII, 1. Leipzig, 1888.

Killing. Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen. Zweiter Theil. — *Schur.* Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Zahlen. — *Stroh.* Ueber eine fundamentale Eigenschaft des Ueberschiebungsprocesses und deren Verwerthung in der Theorie der binären Formen. — *Krause.* Ueber die Entwickelung der doppelt periodischen Funktionen zweiter und dritter Art in trigonometrische Reihen. — *Pringsheim.* Ueber die Convergenz unendlicher Produkte. — *Illigens.* Zur Weierstrass'-Cantor'schen Theorie der Irrationalzahlen.

†Annalen des mines. 8e sér. t. XIV, 4. Paris, 1888.

Osmond. Études métallurgiques. — *Primat.* Note sur les gîtes de mercure du Monte Amiata (Toscane). — *Ricour.* Les prix de revient sur les chemins de fer. — *Babu.* Note sur l'ozokérite de Boryslaw et les pétroles de Sloboda (Galicie).

†Annales des ponts et chaussées. 1888 sept. Paris.

Robert. Marseille et Anvers ports de mer. — *Farcot.* Notice sur les nouvelles pompes centrifuges système Joseph Farcot. — *Bonhomme.* Étude sur les câbles porteurs aériens employés aux usages agricoles.

†Annales (Nouvelles) de Mathématiques. 3ᵉ sér. nov. 1888.

Pirondini. Sur les surfaces de révolution. — *Sarrau*. Notions sur la théorie de l'élasticité.

†Anzeiger (Zoologischer). 1888, n. 294, 295. Leipzig.

294. *Wolterstorff*. Ueber Pelobates fuscus Laur. subsp. insubricus Corn. (latifrons Heron-Royer). — *Kalide*. Vorläufige Mittheilungen ueber Studien am Gasteropoden- und am Pectenauge. — 295. *Kalide*. Vorläufige Mittheilungen &. — *Landois*. Das Dunennestkleid der Vögel besteht nicht aus Dunen. — *Zacharias*. Ueber die Verbreitung der Turbellarien in Hochseen. — *Id*. Faunistische Untersuchungen in den Maaren der Eifel.

†Archief (Nieuw) voor Wiskunde. Deel XIV, 2; XV, 1. Amsterdam, 1888.

van den Berg. Over zoodanige stelsels van twee cirkels in het platte vlak of op den bol, of ook van twee coaxiale ellipsen in het platte vlak, dat daarin en daarom een zelfde veelhoek past. — *de Vries*. Over vlakke kromme lijnen van de vierde orde met twee dubbelpunten. — *Stolp*. Eene formule uit de analytische meetkunde. — *Landré*. Lijfrente in termijnen en doorloopend. — *Id*. Over den invloed der levenskansen en van den rentevoet op tarief en reserve bij levensverzekering. — *Kluyver*. Over de invariante betrekking tusschen twee kegelsneden in en om denzelfden veelhoek beschreven. — *Eecken*. Oplossing van prijsvraag N° 11. — *van den Berg*. Nogmaals over afgeleide wortelpunten.

†Archiv der Mathematik und Physik. Theil VI, 4; VII, 1. Leipzg, 1888.

VI, 4. *Wellmann*. Die intermediäre Bahn des Planeten (17) Thetis nach Herr Glydén's Theorie. — *Zahradnik*. Eingenschaften gewisser Punkttripel auf der Cissoide. — *Id*. Ueber einige Winkel- und Längenrelationen am Dreiecke. — *Clauss*. Ueber magische Quadrate. — *Hermes*. Neuer Punkt und Gerade in der Dreiecksebene. — *Ramisch*. Momentaner Bewegungszustand eines in der Praxis viel angewandten Mechanismus. — *Vályi*. Zur Lehre der quadratischen Formen. — *Láska*. Zur Function $\Gamma(x)$. — VII, 1. *Pelisck*. Ueber den Ort der Axen derjenigen Schraubenbewegungen, durch welche eine Strecke in eine beliebige Lage im Raume gebracht werden kann. — *Pabst*. Einige Beziehungen zwischen den drei Höhen und zwischen den drei seitenhalbirenden Ecktransversalen eines Dreiecks. — *Seipp*. Ueber trigonometrische Functionen von Winkelsummen und über Relationen zwischen Polygonwinkeln. — *Oekinghaus*. Die elliptischen Integrale der Bewegung eines schweren Punktes in der verticalen Parabel. — *Schiffner*. Die flache Kreisschraubenfläche. — *Zimmermann*. Metrische Relationen am Sehnenviereck. — *Schober*. Zur Construction der Kegelschnittslinien. — *Hofmann*. Eine einfache Ableitung der Bedingungen, welche die Coefficienten einer Rotationsfläche zweiten Grades erfüllen müssen. — *Schiffner*. Untersuchungen über die Fläche 3. Ordnung, welche von Kreisen erzeugt wird, die durch zwei Punkte gehen und eine Gerade treffen. — *Caspar*. Beweis eines Dreieckssatzes. — *Láska*. Reduction einiger Integrale.

†Archives du Musée Teyler. Sér. 2ᵉ, vol. III, 2. Haarlem, 1888.

Ritzema Boos. L'Anguillule de la tige (tylenchus devastatrix Kühn) et les maladies des plantes dues à ce nématode.

†Beobachtungen (Magnetische) des Tifliser physik. Observatoriums 1886-87. Tiflis, 1888.

†Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. Jhg. XXI, 17. Berlin, 1888.

17. *Fragner*. Ein neues Alkaloïd »Imperialin«. — *Hjelt* u. *Siven*. Ueber symmetrisches Dibromaceton. — *Baumert*. Zur Frage des normalen Vorkommens der Borsäure im

Weine. — *Albrecht*. Ueber eine neue Bildungsweise von Derivaten des Benzhydrols. — *Hooker*. Ueber einige ähnliche Reactionen des Carbazols und Pyrrols. — *Id*. Ueber die Schätzung der Nitrate in natürlichen Wässern. — *Calderon*. Ueber die Bestimmung des Werthes der Grade bei Thermometern mit gebrochener Scala. — *Kehrmann*. Ueber den Einfluss der Gegenwart von Halogen-Atomen und Alkylresten im Benzolkern auf die Ersetzbarkeit des Chinonsauerstoffs durch die Isonitroso-Gruppe. — *Rügheimer*. Ueber Hippuroflavin. — *Id*. Ueber einen Abkömmling des Tetrols und eine Synthese des Tribenzamidophloroglucins. — *Kunze*. Ueber Nitroparadiphenole. — *Einhorn* u. *Klein*. Ueber die Einwirkung von Säurechloriden auf den salzsauren Ecgoninmethylester. — *Brühl*. Apparat zur fractionirten Destillation im Vacuum. — *Wagner*. Ueber die Oxydation der Kohlenwasserstoffe, $C_n H_{2n-2}$. — *Id*. Zur Oxydation ungesättigter Verbindungen. — *Id*. Zur Frage über die Betheiligung des Wassers an der Oxydation ungesättigter Verbindungen. — *Wolff*. Ueber einige Indole. — *Messinger*. Titrimetrische Bestimmung von Aceton in Methylalkohol. — *Liebermann*. Ueber Cinnamylcocaïn. — *Meyer* u. *Oppelt*. Zur Kenntniss des Fluoresceïns. — *Zincke*. Ueber die Einwirkung von Chlor auf Phenole. — *Ciamician* u. *Anderlini*. Berichtigung.

†Berichte ueber die Verhandlungen der k. Säch. Ges. der Wiss. Philol.-hist. Cl. 1888, I-II. Leipzig.

Garbe. Die Theorie der indischen Rationalisten von den Erkenntnissmitteln. — *Voigt*. Ueber den Ramismus an der Universität Leipzig. — *v. d. Gabelentz*. Ueber den chinesischen Philosophen Mek Tik. — *Zarncke*. Neue Mittheilungen zu den Werken Christian Reuter's. — *Ratzel*. Ueber die Anwendung des Begriffs » Oekumene « auf geographische Probleme der Gegenwart. Mit einer Karte. — *Zarncke*. Zur Bibliographie des Faustbuches.

†Bijdragen tot de Dierkunde. Afl. 14, 15, 16. Festnummer. Amsterdam, 1888.

14. *Ruijs*. Zoologische Bidragen tot de Kennis der Kasaree. — 15. *Fürbringer*. Untersuchungen zur Morphologie und Sistematik der Vögel, zugleich ein Beitrag zur Anatomie der Stutz- und Bewegungsorgane. — 16. *van Bemmelen*. Beiträge zur Kenntniss der Halsgegend bei Reptilien. — Festnummer. *Stokvis*. Toespraak. — *Maitland*. Ontstaan en bloei van het Genootschap met Plattegrond. — *Kerbert*. Het Aquarium. — *Swierstra*. Naamlijst van levende Dieren 1838-1880. — *Koller*. Naamlijst van Nederlandsche Vogels. — *Weber*. Mededeelingen over Zoogdieren. — *Oudemans*. Der Nederlandsche Macrolepidoptera.

†Boletin de la real Academia de la Historia. T. XIII, 5. Nov. 1888. Madrid.

Alsinet. Ruinas romanas de Cabeza del Griego en 1765. — *de Guevara, Cornide, Montejo*. Monumentos romanos y visigóticos de Cabeza del Griego en 1790. — *Fernández-Duro*. Carta de marear, inédita de Domenico Vigliarolo (1577). — *Fernández-Guerra*. El torreón de Santa Clara en la ciudad de Zamora. — *Fita*. Documentos del siglo XVI, inéditos, relativos á las antigüedades de Uclés y de Cabeza del Griego.

†Boletin trimestral del Instituto meteorologico nacional de S. José. 1888, n. 3. San José.

†Bulletin de la Société de géographie. 7e sér. t. IX, 3. Paris, 1888.

Douls. Voyage d'exploration à travers le Sahara occidental et le sud marocain. — *Marcou*. Nouvelles recherches sur l'origine du nom d'Amérique. — Lettre du général J.-T. Walker, ancien » Surveyor general » de l'Inde à propos de la notice de M. Dutreuil de Rhins sur le Thibet. — *Dutreuil de Rhins*. Réponse à la lettre de M. le général Walker. — *Turquan*. Étude de la répartition géographique et de la densité de la pouplation en France, commune par commune.

† Bulletin de la Société entomologique de France. Cah. 22, 23. 1888. Paris.

† Bullettin de la Société khédiviale de géographie. 2[e] sér. Suppl. Le Caire, 1888.

Abbate et *Moktar*. Notices nécrologiques de feu G. E. Stone.

† Bulletin de la Société mathématique de France. T. XIV, 5. Paris, 1888.

Catalan. Propositions et questions diverses (suite et fin). — *Réveille*. Note sur un théorème de géométrie cinématique. — *Jamet*. Sur le genre des courbes planes triangulaires. — *Fabry*. Réductibilité des équations différentielles linéaires. — *de Presle*. Au sujet du développement de cot z en série de fractions. — *Williot*. Note sur le procédé le plus simples de calcul des nombres de Bernouilli. — *Laisant*. Remarques arithmétiques sur les nombres composés. — *Weill*. Sur une propriétés de courbes algébriques. — *de Presle*. Dérivées successives d'une puissance entière d'une fonction d'une variable; dérivées successives d'une fonction de fonction et application à la détermination des nombres de Bernoulli.

† Bulletin de l'Institut égyptien. 2 sér. n. 8, année 1887. Le Caire, 1888.

Walther. L'apparition de la craie aux environs des pyramides. — *Ventre Bey*. Le sol égyptien analysé par la betterave. — *Vidal Pacha*. Sur les quantités dites négatives et imaginaires. — *Gay Lussac*. Quelques observations sur l'emploi des engrais en Egypte. — *Ventre Bey*. De la densité du sucre. — *Rossi Bey*. Quelques mots sur la rage. — *Schweinfurth*. Sur une récente exploration géologique de l'Ouady Arabah. — *Yacoub, Artin Pacha*. Note sur le Dra'-el-Cher'i. — *Ascherson*. Le lac Sirbon et le mont Casius. — *Ventre Bey*. Quelques recherches sur l'arc voltaïque. — *Artin Pacha*. Monnaies du Mehdy Mouhammed Ahmed du Soudan. — *Ibrahim Bey Moustapha*. La valeur des intervalles dans la musique arabe. — *Abbate Pacha*. Efficacité du baillement et manière de le provoquer, dans les congestions cérébrales. — *Cogniard*. L'épidémie de dengue au Caire en 1887. — *Abbate Pacha*. Febris nilotica autunnalis. — *Schweinfurth*. Sur la flore des anciens jardin arabes d'Egypte.

† Bulletin de l'Institut national genevois. T. XXVIII. Genève, 1888.

Roumieux. Description d'une 4[me] série de cent médailles genevoises. — *Flammer*. Essai sur les limites du Code fédéral des obligations. — *Fontain-Borgel*. Exposé des rapports entre Genève et Berne au sujet du mouvement insurrectionel et l'exécution du major Davel. — *Du Bois-Melly*. Journal du siège de Turin en 1640. — *Sigogne*. Marc Cambiago, drame en quatre actes et huit tableaux. — *Lombard*. Des moyens de développement du commerce extérieur de la Suisse. — *Golay*. Le projet de loi fédérale sur la poursuite pour dettes et la faillite et le droit genevois. — *Karcher*. Notice sur Isaac Cornuaud, d'après ses mémoires. — *Verchère*. L'évolution mécanique de l'industrie. — *Clément*. Projet d'organisation du service de la police sanitaire des animaux domestiques. — *Dufour*. La promenade de la Treille à Genève. — *Vuy*. Esquisses et souvenirs, deux condamnés. — *Dinga*. L'hérédité des instinctes, des passions et des sentiments. — *Vuy*. Une consultation du président Favre. — *Fazy*. L'anti-Machiavel de Gentillet.

† Bulletin des sciences mathématiques. 3[e] sér. t. XII, oct. 1888. Paris.

Weyr. Remarques sur la décomposition des fonctions doublement périodiques en éléments simples. — *Méray*. Sur l'impossibilité de franchir par la formule de Taylor les cercles de convergence de certaines séries entières.

† Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XVI, 2. Cambridge, 1888.

Shaler. On the Geology of the Cambrian district of Bristol County Mass.

†Centralblatt (Botanisches). Bd. XXXVI, 10-12; XXXVII, 1. Cassel, 1888.

Tepper. Bemerkungen ueber die Kangaroo-Insel und einige Charakter Pflanzen derselben. — *Wettstein*. Notiz betreffend die Verbreitung der Lärchenkrankheit. — *Kohl*. Wachstum und Eiweissgehalt vegetabilischer Zellhäute. — *Kieffer*. Neue Mittheilungen ueber lothringische Milbengallen.

†Centralblatt für Physiologie. 1888, n. 17-19. Leipzig, 1888.

Bohr. Ueber den Gaswechsel durch die Lunge. — *Paneth*. Darmepitel von Cobitis.

†Collection (Smithsonian miscellaneous). Vol. XXXII, XXXIII. Washington, 1888.

XXXII. *Clarke*. The Constants of Nature. Part I. A table of specific gravity for Solids and liquids. — Literature of the spectroscope. — XXXIII. Bulletins of the philosophical Society. Vol. 6-20.

†Compte rendu de la Société de géographie. 1888, n. 15. Paris.

†Compte rendu des séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. N. S. T. XXX, 2e sem. Déc. 1888. Paris.

Passy. Un chef d'industrie alsacien. — *Picot*. Prix quinquennal fondé par le baron de Beaujour. — *Say*. Rapport sur le concours pour le prix Bordin. — *Leroy-Beaulieu*. Rapport sur le prix Léon Faucher. — *Levasseur*. Rapport sur le concours relatif à la dette publique en France avant 1789. Prix du Budget 1888. — *de Franqueville*. Notice sur M. A. Batbie.

†Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. T. CVII, n. 22-27. Paris, 1888.

22. *Mouchez*. Sur la difficulté d'obtenir la latitude exacte de l'Observatoire de Paris. — *Lévy*. Sur la traction des bateaux par câble télodynamique. — *Berthelot* et *André*. Nouvelles expériences sur le dosage de l'azote dans les terres végétales. — *de Quatrefages*. Note accompagnant l'hommage fait à l'Académie du Volume que vient de publier la Société Philomatique à l'occasion de son centenaire. — *Darin*. Sur les applications de l'électrolyse au traitements des tumeurs. — *Caspary*. Sur une manière d'exprimer, au moyen des fonctions thêta d'un seul argument, les coefficients de trois systèmes orthogonaux dont un est composé des deux autres. — *Le Chatelier*. Sur la détermination des coefficients de dilatation aux températures élevées. — *Blondlot* et *Curie*. Sur un électromètre astatique pouvant servir comme wattmètre. — *Soret*. Influence des surfaces d'eau sur la polarisation atmosphérique et observation de deux points neutres à droite et à gauche du soleil. — *Roux* et *Reynès*. Sur une nouvelle méthode de désinfection des mains du chirurgien. — *Brongniart*. Les entomophthorées et leur application à la destruction des insectes nuisibles. — *Vuillemin*. Sur une bactériocécidie ou tumeur bacillaire du pin d'Alep. — *Magnin*. Sur l'hermaphrodisme parasitaire et le polymorphisme floral du Lychnis dioica DC. — *Bertrand*. Un nouveau problème de la géologie provençale. Pénétration de marnes irisées dans le crétacé. — 23. *Mouchez*. Observations des petites planètes, faites au grand instrument méridien de l'Observatoire de Paris, pendants le premier semestre de l'année 1888. — *Poincaré*. Sur les satellites de Mars. — *Becquerel*. Sur la préparation des sulfures de calcium et de strontium phosphorescents. — *Goursat*. Sur les invariants des équations différentielles. — *Caspary*. Sur l'application des fonctions thêta d'un seul argument aux problèmes de la rotation. — *Guccia*. Théorème général concernant les courbes algébriques planes. — *Dubost*. Sur la détermination exacte des position réciproques de l'extrémité de la bielle et de la manivelle, et sur une épure de distribution tenant compte de l'obliquité des bielles. — *Muntz* et *Marcano*. Sur les eaux noires des régions équatoriales. — *Meunier*.

Sur les acétals benzoïques de la mannite et de ses homologues; action décomposante de l'aldéhyde benzoïque. — *Gautier*. Action du sulfure de carbone sur les argiles: production de l'oxysulfure de carbone. — *Grimaux* et *Lefèvre*. Sur l'acétone dioxéthylée. — *Bouchardat* et *Lafont*. Transformation du terpilène en un menthène. — *Barbier*. Sur la phtalimidine et la méthylphtalimidine. — *Panas*. Action des inhalations du chlorure d'éthylène pur sur l'œil. — *Albert de Monaco*. Sur un cachalot des Açores. — *Saint-Remy*. Recherches sur le cerveau des Aranéides. — *Giard*. Sur le Peroderma cylindricum Heller, copépode parasite de la sardine. — *Martel*. Sur la traversée de la rivière souterraine de Bramabiau et sur la formation des cañons de causses. — 24. *Stephan*. Observations de la comète de Faye, faites à l'Observatoire de Marseille, au télescope Foucault de $0^m,80$ d'ouverture. — *Cruls*. Travaux géographiques au Brésil. — *Caspary*. Sur l'application des fonctions thêta d'un seul argument aux problèmes de la rotation. — *Picard*. Sur une proposition générale concernant les équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre. — *du Bois-Reymond*. Sur les caractères de convergence et de divergence des séries à termes positifs. — *Raffy*. Sur la rectification des cubiques planes unicursales. — *de Saint-Germain*. Sur l'extension à certains points de l'une des propriétés mécaniques du centre de gravité. — *Gilbert*. Sur les accélérations d'ordre quelconque des points d'un corps solide qui a un point fixe O. — *Carnot*. Sur l'emploi de l'eau oxygénée pour le dosage des métaux de la famille du fer: 1° Chrome. — *Heckel* et *Schlagdenhauffen*. Sur un latex du Bassia latifolia Roxb. — *Kunstler*. Sur quelques Infusoires nouveaux ou peu connus. — *Carlet*. Sur une nouvelle pièce, le coussinet, organe annexe de l'aiguillon chez les hyménoptères. — *Rollet*. De la mensuration des os longs des membres, et de ses applications anthropologique et médico-légale. — *Ladrière*. Sur les dépôts phosphatés de Montay et de Forest (Nord). — *de Launay*. Les dislocations du terrain primitif dans le nord du Plateau central. — 25. *Poincaré*. Sur la théorie analytique de la chaleur. — *Ranvier*. Des muscles de la vie animale à contraction brusque et à contraction lente, chez le lièvre. — *Verneuil* et *Clado*. De la présence des microbes dans les kystes dermoïdes congenitaux de la face. — *Paris*. Sur le bateau sous-marin nommé de Gymnote, de M. Zédé. — *Cotteau*. Échinides éocènes de la province d'Alicante (Espagne). — *Albert de Monaco*. Sur l'alimentation des naufragés en pleine mer. — *Picard*. Sur un théorème relatif à l'attraction. — *Bertrand*. Remarques relatives à la Communication de M. E. Picard. — *Pincherle*. Sur le développement d'une fonction analytique en série de polynômes. — *Angot*. Sur la variation diurne du baromètre. — *Moissan*. Sur quelques propriétes nouvelles et sur l'analyse du fluorure d'éthyle. — *Joly*. Sur les combinaisons que forme le bioxyde d'azote avec les chlororuthénites, et sur le poids atomique du ruthénium. — *Carnot*. Sur l'emploi de l'eau oxygénée pour le dosage des métaux de la famille du fer: 1° chrome; 2° manganèse; 3° fer. — *Hautefeuille* et *Perrey*. Sur la reproduction du zircon. — *Varet*. Action du cyanure de mercure sur les sels de cuivre. — *Colson*. Sur une base diquinolique. — *Louguinine*. Sur les chaleurs de combustion des camphres et des bornéols. — *Binet*. Recherches sur l'anesthésie hystérique. — *Saint-Loup*. Observations anatomiques sur les Aplysies. — *Colomb*. Sus la place de quelques fougères dans la classification. — *Crié*. Sur les affinités des flores jurassiques et triasiques de l'Australie et de la Nouvelle-Zélande. — *de Grossouvre*. Sur les directions des reliefs terrestres. — *Meunier*. Détermination litologique de la météorite de Fayette County (Texas). — *Romieux*. Sur les directions des lithoclases aux environs de Fontainebleau, et leurs rapports avec les inflexions des strates. — *Renault* et *Zeiller*. Sur l'attribution des genres Fayolia et Palæoxyris. — *Hardy*. Découverte d'une sépulture de l'époque quaternaire à Raymonden, commune de Chancelade (Dordogne). — *Girod* et *Massénat*. Sur une sculpture en bois de renne, de l'époque magdalénienne, représentant deux phallus réunis par la base. — *de Quatrefages*. Observations relatives à la Communication précédente. — 27. *de Tillo*. Hauteur

moyenne des continents et profondeur moyenne des mers, comme fonction de la latitude géographique. — *Denza*. Étoiles filantes de la période du 9-11 août 1888 observée en Italie. — *Antoine*. Volumes des vapeurs saturées. — *Vaschy*. Propagation du courant sur une ligne télégraphique. — *Baubigny*. Action de l'hydrogène sulfuré sur le sulfate de zinc en solution neutre ou acide. — *Carnot*. Sur le dosage du manganèse à l'aide de l'eau oxygénée. — *Hautefeuille* et *Perrey*. Sur la préparation et les propriétés de l'orthose ferrique. — *Meunier*. Reproduction artificielle du fer chromé. — *Ladureau*. Étude chimique sur les sols de l'Algérie. — *Moissan* et *Meslans*. Préparation et propriétés du fluorure de méthyle et du fluorure d'isobutyle. — *Girard* et *Rocques*. Nouveau procédé d'essai des alcools, fondé sur l'action des amines sur les aldéhydes. — *de Forcrand*. Combinaison du glycolalcoolate de soude avec le glycol. — *Arnaud*. Sur la matière cristallisée active, extraite des semences du Strophantus glabre du Gabon. — *Louguinine*. Étude des chaleurs de combustion des terpilénols de l'hydrate de terpine et de la terpine anhydre. — *Arloing*. Contribution à l'étude de la résistance de l'organisme aux microbes pathogènes, notamment des rapports de la nécrobiose avec les effets de certains microbes. — *Loewenthal*. Expériences biologiques et thérapeutiques sur le choléra. — *Bossano*. Atténuation du virus tétanique par le passage sur le cobaye. — *Michel*. De l'existence d'un véritable épiderme cellulaire chez les nématodes, et spécialement les gordiens. — *Joubin*. Sur un copépode parasite des sardines. — *Major*. Sur un gisement d'ossements fossiles dans l'île de Samos, contemporains de l'âge de Pikermi. — *Gaudry*. Observations relatives à la Communication précédente de M. Forsyth Major. — *Heckel*. Sur quelques particularités structurales des ascidies et sur l'organogénie des feuilles ascidiformes du Sarracenia Drummondii Croom. — *Vuillemin*. Sur les relations des bacilles du Pin d'Alep avec les tissus vivants. — *Phipson*, à propos d'une Communication récente de M. Stan. Meunier, rappelle qu'il avait abordé lui-même la question de la connexion entre les météorites et les étoiles filantes.

†Cosmos, revue de sciences. N. S. n. 201-205. Paris, 1888.

†Handelingen en Mededeelingen van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde. 1887. Leiden.

†Извѣстія Имп. Русскаго Географическаго Общества. Томъ XXIV, 3. С.-Петербургъ.

РЕСИНЪ. Очеркъ инородцевъ русскаго побережья Тихаго Океана. — ПАЛЬЧИКОВЪ. О музыкальномъ записываніи русскихъ народныхъ пѣсенъ съ голоса крестьянъ. — БОГДАНОВЪ. — Нѣсколько словъ объ орографіи и геологіи сѣверной Персіи. — МИХАЙЛОВЪ. Объ уровнѣ Балтійскаго моря. — ТИЛЛО. Абсолютая высота горы Айрюкъ. — МИНАЕВЪ. Н. М. Пржевальскій. (некрологъ).

†Jaarboek van de k. Akademie van Wetenschappen. 1886, 1887. Amsterdam.

†Jahrbuch für Schweizerische Geschichte. Bd. XIII. Zürich, 1888.

Oechsli. Orte und Zugewandte, eine Studie zur Geschichte des schweizerischen Bundesrechtes. — *Krüger*. Zur Herkunft der Habsburger.

†Jahrbücher der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jhg. 1886, N. F. Bd. XIII. Wien, 1887.

†Jahresbericht der Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Dresden, 1887-88. Dresden, 1888.

Mann. Zwei Fälle von angeborenen Herzfehler. — *Mund*. Ueber die Berechtigung der Franklinisation in der Elektrotherapie. — *Credé*. Extirpation der Gallenblase. — *Schmaltz*. Terapie der oberen Luftwege.

†Jahres-Bericht der Naturforschenden Gesellschaft Graubündens. N. F. Jhg. XXXI, 1886-87. Chur, 1888.

Gümbel. Geologisches aus dem Engadin. — *Killias.* Die Flora des Unterengadins.

†Jahresbericht (LXV) der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. 1887. Breslau, 1888.

†Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. VIII, 6. Coimbra, 1887.

Lerch. Sur une propriété des nombres. — *Teixeira.* Sur la reduction des intégrales hypérelliptiques. — *Le Pont.* Note de calcul intégral.

†Journal (American Chemical). Vol. 6. New Haven, 1888.

Hill and *Palmer.* On Substituted Pyromucic Acids. — *Marshall* and *Potts.* On the Occurrence of Arsenic in Glass and in the Caustic Alkalies, with an Examination of the Action of the Strong Acids, Caustic Alkalies, and Other Reagents, upon Arsenical Glass. — *Norton* and *Noyes.* Note on the Butines. — *Dudley.* Some Modifications of the Methods of Organic Analysis by Combustion. — *De S. Abbot* and *Trimble.* On the Occurrence of Solid Hydrocarbons in Plants. — *Hooker.* On the Relations existing between Carbazol and Pyrrol. — *Freer* and *Perkin Jr.* On the Action of Ethylene Bromide on the Sodium Derivatives of the Ethers of Aceto-Acetic, Benzoyl-Acetic, and Acetone-Dicarboxylic Acids. — *Warder.* Coefficients of Volatility for Aqueous Chlorhydric Acid. — *McCay.* The Action of Sulphuretted Hydrogen on Arsenic Acid (Sulphoxyarsenic Acid). — *Noyes.* On the Oxidation of Benzene Derivatives with Potassium Ferricyanide. — *Parsons.* Analysis of some Southern Fruits with Reference to their Food Values.

†Journal (American) of Archaeology and of the history of the fine arts. Vol. IV, 3. Baltimore, 1888.

The Editors. The Relation of the Journal to American Archæology. — *Ramsay.* Antiquities of southern Phrygia and the Border-Lands (III). — *Ament.* The Ancient coinage of China (Plates XII, XIII). — *Thacher Clarke.* Gargara, Lamponia, and Pionia: towns of the Troad.

†Journal (The American) of Phylology. Vol. X, 3. Baltimore, 1888.

Ellis. Enoch of Ascoli's MS of the Elegia in Maecenatem. — *Shorey.* Recent Platonism in England. — *Prince.* Notes on the Language of the Eastern Algonkin Tribes. — *Housman.* On Certain Corruptions in the Persae of Aeschylus. — *Learned.* The Pennsylvania German Dialect. III. — *Sihler.* Critical and Exegetical Notes. — *Forster Smith.* Thucydides VII 43, 16.

†Journal (The American of Science). Vol. XXXVI, n. 216, Dec. 1888. New Haven.

Langley. The Invisible Solar and Lunar Spectrum. — *Dana.* A brief history of Taconic ideas. — *Barus.* Certain Generic Electrical Relations of the Alloys of Platinum. — *White.* Puget Group of Washington Territory. — *Eakins.* Sulphantimonites from Colorado. — *Kennelly.* Voltametric Measurement of Alternating Currents. — *Merriam.* Fauna of the Great Smoky Mountains. — *Hidden* and *Mackintosh.* New Thorium Mineral, Auerlite. — *Id. id.* New Sodium sulphato-chloride, Sulphohalite. — *Marsh.* Horned Dinosaurs from the Cretaceous.

†Journal de la Société physico-chimique russe. T. XX, 8. S. Pétersbourg, 1888.

Gustavson et *Demianoff.* Sur les propriétés de l'allène. — *Gustavson.* Note à propos du Mémoire de M. Lorentz sur l'atomicité du bore. — *Kravkoff.* Sur ler ferments non organisés. — *Geritsch.* Sur une loi générale de contraction ayant lieu lors de la formation

des solutions salines. — *Ossipoff.* Sur les chaleurs de combustion du stilbène et des nononaphtènes. — *Id.* Sur les chaleurs de combustion de quelques acides organiques. — *Chwolson.* Appareil de démonstration pour la conductibilité thermique, intérieure et extérieure, des métaux. — *Forsch.* Mesure de l'indice de refraction. — *Stepanoff.* De l'influence du milieu sur l'action mutuelle des corps électrisés.

†Journal de physique théorique et appliquée. 2e sér. t. VII, déc. 1888. Paris.

Foussereau. Sur la décomposition des hyposulfites par les acides. — *Pellat.* Sur les expériences de M. Moser et de M. Miesler pour déterminer les différences de potentiel entre une électrode et un électrolyte. — *Gouy.* Note sur le mouvement brownien. — *Leroy* et *Dubois.* Un nouvel ophtalmoscope pratique.

†Journal and Proceedings of the r. Society of N. S. Wales. Vol. XXII, 1. Sydney, 1888.

Wilkison. President's Anniversary Address. — *Abbot.* Forest Destruction in New South Wales and its effects on the Flow of Water in Water-courses and on the Rainfall. — *Russel.* On the increasing magnitude of Eta Argûs. — *Porter.* Notes on some Minerals and mineral localities in the Northern Districts of New South Wales — *Shellshear.* On a simple plan of Easing Railway Curves.

†Journal für die reine und angewandte Mathematik. Bd. CIV, 2. Berlin, 1889.

Züge. Das Potential homogener ringförmiger Körper, insbesondere eines Ringkörpers mit Kreisquerschnitt. — *Hazzidakis.* Ueber invariante Differentialausdrücke. — *Pochhammer.* Ueber drei lineare Differentialgleichungen vierter Ordnung. — *Id.* Ueber eine Klasse von Functionen einer complexen Variablen, welche die Form bestimmter Integrale haben. — *Königsberger.* Der Cauchysche Satz von der Existenz der Integrale einer Differentialgleichung.

†Journal of the Chemical Society. N. CCCXIII. Dec. 1888. London.

Pickering. The Heat of Dissolution of Substances in different Liquids, and its Bearing on the Explanation of the Heat of Neutralisation, and on the Theory of Residual Affinity. — *Tilden.* The Constitution of the Terpenes and of Benzene. — *Cross* and *Bevan.* Combustion by Means of Chromic Anhydride.

†Journal of the r. Microscopical Society. 1888, p. 6. London.

Rattray. A Revision of the Genus Auliscus Erhb. and of some allied Genera. — *Bell.* On the large Size of the Spicules of Acis orientalis.

†Lumière (La) électrique. T. XXX, n. 48-52. Paris, 1888.

48. *Picou.* L'isolement des installations électriques industrielles. — *Tunzellman.* L'enseignement de l'électricité industrielle en Angleterre. — *Richard.* Épuration électrolytique des eaux d'égouts. — *Dieudonné.* L'air comprimé et l'éclairage électrique. — *Curie.* Reformations électriques des diélectriques. — 49. *Guillaume.* Une nouvelle détermination de l'ohm. — *Cassmann.* Application de l'électricité aux signaux des chemins de fer. — *Tunzelmann.* L'enseignement de l'électricité industrielle en Angleterre. — *Curie.* Recherches expérimentales sur les déformations électriques des cristaux piezo-électriques. — *Richard.* Les téléphones. — *Fonvielle.* La défense des paratonnères. — 50. *Wunschendorff.* Le réseau électrique avertisseur d'incendies de la ville de Paris. — *Ledeboer.* Sur un nouveau wattmètre électrostatique. — *Moho.* Distribution à distance de l'énergie électrique par accumulateurs. — *Tunzelmann.* L'enseignement de l'électricité industrielle en Angleterre. — *Larroque.* Sur la décharge disruptive. — *Curie.* Dilatation électrique du quartz. — 51. *Boccher.* La transmission électrique de la force et le chemin de fer funiculaire du Burgenstock. — *Palaz.* Sur la constrution des paratonnerres. — *D'Arsonval.* Relations entre la forme de l'excitation électrique et la réaction névro musculaire. — *Wunschendorff.* Le

réseau électrique avertisseur d'incendies de la ville de Paris. — *Palmieri.* Actions des tremblements de terre des éruptions volcaniques et de la foudre sur l'aiguille aimantée. — *Curie.* Dilatation électrique du quartz. — 52. *Dieudonné.* Thermométrographes et barométrographes à indications à distance. — *Samuel.* Sur une formule générale destinée à faciliter le calcul des circuits parallèles. — *Tunzelmann.* L'enseignement de l'électricité industrielle en Angleterre. — *Richard.* Détails de construction des machines dynamos. — *Luvini.* Cyclones et trombes.

†Magazin (Neues Lausitzisches). Bd. LXIV, 1. Görlitz, 1888.

Franke. Grundzuge der Schriftsprache Luthers.

†Memoires et compte rendu des travaux de la Société des ingénieurs civils. Octobre 1888. Paris.

Barbet. Mémoire sur le calcul et la construction des presses hydrauliques et à air. — *Faraud.* Mémoire sus le plus lourd que l'air. — *Armengaud.* Notice nécrologique sur M. G. Cabanellas.

†Memoirs of the geological Survey of India. Vol. XXIV, 1. Calcutta, 1887.

Jones. The Southern Coal-fields of the Satpura Gondwána Basin.

†Memoirs of the geological Survey of India. Paleontologia indica. Ser. X, vol. IV, 3; ser. XIII, vol. I, 7. Calcutta, 1887.

Lydekker. Eocene Chelonia from the Salt-range. — *Waagen.* Salt-range fossils.

†Memorias de la Sociedad Cientifica Antonio Alzate. Tomo II, 4. México, 1888.

Aguilar Santillán. Apuntes para el estudio de las lluvias en México. — *Vargas Galeana.* El revelador de hydroquinona para las placas de gelatino-bromuro de plata.

†Mittheilungen der Anthropologischen Gesellschaft in Wien. Bd. XVIII, 4. Wien, 1888.

Hoernes. Die Gräberfelder an der Wallburg von St. Michael bei Adelsberg in Krain. — *Winternitz.* Der Sarpabali, ein altindischer Schlangencutl (Schluss). — *Schadenberg.* Beiträge zur Ethnographie von Nord-Luzon..

†Mittheilungen der k. k. Central-Commission zur Erforschung und Erhaltung der Kunst- und historischen Denkmale. N. F. Bd. XIV, 4. Wien, 1888.

v. Bizarro. Das Standlager in Heidenschaft. — *Müller.* Die Schloss-Capelle zu Grafenstein. — *Sedlacek.* Ueber alte Burgstätte zwischen den Ruinen Riesenberg und Neu-Herrenstein. — *Karner.* Künstliche Höhlen in Biberbach (Nieder-Oesterreich). — *Dzieduszyski.* Die Malerei in der alt-ruthenischen Kunst. — *Graus.* Studie über den Kirchenbau von Viktring. — *Id.* Die Decanal-Kirche zum heil. Jacob in Telc und die übrigen Kirchen daselbst. — *Frimmel.* Beiträge zu einer Ikonographie des Todes. IX. — *Wankel.* Das Museum in Olmüz. — *Pichler.* Das Zolfeld in Kärnten.

†Mittheilungen des Ornithologischen Vereines in Wien. Jhg. XII, 12. Wien, 1888.

†Monatsblätter des wissenschaftlichen Club in Wien. Jhg. X, 2, 3. Wien, 1888.

†Monographs of the United States Geological Survey. Vol. XII. Washington, 1886.

Emmons. Geology and mining industry of Leadville, Colorado.

†Notices (Monthly) of the r. Astronomical Society. Vol. XLIX, 1. London, 1888.

Airy. The numerical lunar theory (extract from a letter to Mr. Knobel). — *Pritchard.* Results of recent investigations of stellar parallax, made at the University Observatory, Oxford. — *Roberts.* On an instrument for measuring the positions and magnitudes of stars on photographs, and for engraving them upon metal plates, with illustrations of the method

of using the instrument. — *Inwards.* On a compensating pendulum. — *Espin.* On the spectra of R Cygni and Mira Ceti, and some stars with probably similar spectra. — *Denning.* Height of a Perseid fireball. — *Tennant.* A table of the positions of Observatories, with constants useful in correcting extra-meridian observations for parallax. — *Radcliffe Observatory.* Observations of Comet *a* 1888 (Sawerthal). — *Crofton.* Observations of Comet *e* 1888 (Barnard), made at Stonyhurst College Observatory. — *Perry.* Observations of Jupiter's satellites, made at the Stonyhurst College Observatory. — *Id.* Observations of occultations of stars by the Moon, taken at Stonyhurst. — *Freeman.* Note on the occultation of χ' Orionis, 1888, October 24. — *Tebbutt.* Results of micrometer comparisons of Jupiter and β' Scorpii in May 1888. — *Marth.* Ephemeris for Physical Observations of the Moon, 1889, January 1 to April 1. — *Id.* Ephemerides of the satellites of Saturn, 1888-89 (concluded).

† Opgaven Wiskundige met de Oplossingen door de Leden van het Wiskundig Genootschap. D. III, 4. Amsterdam, 1888.

† Oversigt over det Kong. Danske Videnskabernes Selsekabs Forhandlinger. Aar. 1888. Kiöbenhavn.

Fausboll. Nogle Bemærkninger om enkelte vanskelige Pāli-Ord i Jātaka-Bogen. — *Rordam.* Bitrag til Kundskaben om Æthylendiamin. — *Sebelien.* Studier over Æggehvidestoffernes analytiske Bestemmelse med særligt Hensyn til Mælk. — *Zeuthen.* Note sur l'usage des coordonnées dans l'antiquité, et sur l'invention de cet instrument.

† Proceedings of the Academy of Natural Sciences. 1888. Part II. Philadelphia, 1888.

Meyer. Action of Hydrofluoric Acid on a Sphere of Quartz. — *Sharp.* Remarks on the Phylogeny of the Lamellibranchiata. — *Leidy.* Habit of Circolana concharum. — *Id.* Parasites of the Striped Bass. — *Id.* Trematodes of the Muskrat. — *Id.* Entozoa of the Terrapin. — *Fielde.* Notes on an Aquatic Insect, or Insect Larva, having jointed dorsal appendages. — *Ringueberg.* Some new species of fossils from the Niagara Shales of Western New York. — *Leidy.* A Crustacean Parasite of the Red Snapper. — *Koenig.* Note on Eleonorite from Sevier Co., Arkansas. — *Kelly.* Notes on the Myology of Ursus maritimus. — *Chapman* and *Brubaker.* Researches upon the general Physiology of Nerve and Muscle. — *Leidy.* Distinctive Characters of Odontaspis littoralis. — *Id.* Parasitic Crustacea. — *Id.* Parasites of the Rock Fish. — *Id.* Louse of the Pelican. — *Id.* Parasites of the Pickerel. — *Meyer.* Upper Tertiary Invertebrates from the west side of Chesapeake Bay. — *McCook.* Notes the Relations of Structure and Function to Color Changes in Spiders. — *Fielde.* On an Insect-Larva Habitation. — *Jordan.* Description of a new species of Etheostoma (E. longimana) from James River, Virginia. — *Id.* On the generic name of the Tunny. — *Ochsenius.* On the Formation of Rock-Salt Beds and Mother-liquor Salts. — *Ford.* Description of a new species of Ocinebra. — *Chapman.* Observations on the female Generative Apparatus of Hyæna crocuta. — *Koenig.* Note on Mazapilite, a new species. — *McCook.* Descriptive Notes on New American Species of Orb-Weaving Spiders. — *Id.* A new fossil Spider, Eoatypus Woodwardii. — *Id.* Nesting Habits of the American Purseweb Spider. — *Keyes.* On the Fauna of the Lower Coal Measures of Central Iowa. — *Id.* Descriptions of two new Fossils from the Devonian of Iowa. — *Hartman.* New Species of Shells from the New Hebrides and Sandwich Islands. — *Allen.* The Palatal Rugæ in Man.

† Papers of the American School of Classical Studies at Athen (Archaeological Institute of America). Vol. II, 1883-84. Boston, 1888.

Sterrett. An Epigraphical Journey in Asia Minor.

†Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Vol. VI, 4. Cambridge, 1888.

Newall. On the Recalescence of Steel, and allied Phenomena. — *Callendar.* On the Method of Measuring Surface Tension by observations of the form of liquid drops. — *Monckman.* On the arrangement of electrified cylinders when attracted by an electrified sphere. — *Bateson.* On Variations of Cardium edule from Aral Sea. — *Gadow.* The character of the geological formation a factor in Zoo-geographical Distribution, illustrated by observations in Portugal and Spain. — *Bidder.* Note on the Physiology of Sponges. — *Rendle.* On the development of Aleurone grains in the Lupine. — *Hobson.* On a Radiation Problem. — *Brill.* Notes on Conjugate Functions and Equipotential Curves. — *Bryan.* On the Stability of Elastic Systems. — *Monckman.* Note on some Experiments on the Creeping of Solutions. — *Ruhemann* and *Carnegie.* On the action of Acetone on the Ammonium Salts of fatty acids in presence of dehydrating agents. — *Carnegie.* On the reduction of solutions of ferric salts to ferrous salts by certain metals. — *Skinner.* On the relation between the contraction of volume and the heat developed on mixing certain liquids. — *Shipley.* On the Existence of Communications between the Body-cavity and the Vascular System. — *Langley* and *Fletcher.* On the Secretion of Salts in Saliva. — *Liveing.* On Solution and Crystallization. — *Chree.* On the effect of an electric current on saturated solutions. — *Adie.* On compounds of arsenious oxide with sulphuric anhydride. — *Brill.* Orthogonal Systems of Curves and of Surfaces. — *Hughes.* Note on Beekite. — *Cooke.* Exhibition of a series of Photo-micrographs. — *Bateson.* On Variations of Cardium edule from Lagoons in the Nile Delta. — *Potter.* Preliminary note on the Germination of Seeds. — *Bryan.* On the waves of a viscous rotating cylinder, an illustration of the influence of viscosity on the stability of rotating liquid. — *Thomson* and *Monckman.* The effect of surface tension on chemical action.

†Proceedings of the Canadian Institute. 3^d^ ser. vol VI, 1. Toronto, 1888.

Tyrrell. Mammalia of Canada. — *Hale.* Development of Language. — *Tyrrell.* David Thompson. — *Squair.* Franco-Canadian Dialect. — *Lawson.* Canadian Spruces. — *Browning.* Elocutionary Drill.

†Proceedings of the London Mathematical Society. N. 328-332. London, 1888.

Lamb. On the Flexure and the Vibrations of a Curved Bar. — *Elliott.* On Cyclicants, or Ternary Reciprocants, and Allied Functions. — *Roberts.* On the Figures formed by the Intercepts of a System of Straight Lines in a Plane, and on analogous relations in Space of Three Dimensions. — *Curran Sharp.* On Simplicissima in Space of *n*-dimensions.

†Proceedings of the r. Geographical Society. Vol. X, 12. Dec. 1888. London.

Johnston. The Niger Delta. — *Langen.* The Key, Or Ke, Islands. — *Freshfield.* A Note on the Conservative Action of Glaciers.

†Proceedings of the royal Society. Vol. XLIV, 272. London, 1888.

Carnelley and *Wilson.* A new Method of determining the Number of Micro-organisms in Air.

†Programm (48) zum Winckelmannsfeste der Archaeol. Gesellschaft zu Berlin. Berlin, 1888.

Herrmann. Das Gräberfeld von Marion auf Cypern.

†Rad jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti. Kniga LXXXVII-XCI. U Zagrebu, 1888.

†Register of the University California. 1887-88. Berkeley, 1888.

†Repertorium der Physik. Bd. XXIV, 11. München-Leipzig, 1888.

Exner. Weitere Beobachtungen über atmosphärische Elektricität. — *Moennich.* Der Fernmessinductor, ein neues elektrisches Instrument. — *Czermak.* Ueber das elektrische Verhalten des Quarzes. II. — *Nebel.* Ueber störende Einflüsse am Bunsen'schen Photometer und diesbezügliche Abänderungen. — *Id.* Ein Feind der Isolation elektrischer Hausleitungen.

†Report of the Superintendent of the United States Naval Observatory 1888. Washington.

†Results of astronomical and meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory. Oxford, 1884.

†Résumé des séances de la Société des ingénieurs civils. Séances du 16 nov. et 7 déc. 1888. Paris.

†Revista do Observatorio i. do Rio de Janeiro. Anno III, 11. Rio, 1888.

†Revue internationale de l'électricité. T. VII, n. 71, 72. Paris, 1888.

Waffelaert. Étude sur la télégraphie militaire et sur l'utilité qu'il y a de lui donner une grande extension. — Régulateur automatique instantané de Waterhouse. — *de Montaud.* L'accumulateur employé comme transformateur-distributeur à courants continus dans les stations centrales. — *Reigner.* Application de l'électricité à la production des effets de scéne au théâtre. — *Gillet.* Mode de réception des courants électriques aux extrémités des câbles souterrains et sous-marins par le système Ader. — *Anderson.* Le voltamètre à sulfate de cuivre. — *Picou.* Théorie des machines dynamo-électriques. — *Reynier.* Les voltamètres régulateurs zinc-plomb. — Les batteries secondaires en Amérique de 1881 à 1888. — *de Montaud.* L'accumulateur employé comme trasformateur-distributeur à courants dans les stations centrales. — Les lampes sunbeam. — *Dary.* L'électricité atmosphérique. — Transmetteur microphonique de M. A. Dejongh. — *Montpellier.* Avertisseur d'incendie dit électro-aviso, système Steven.

†Revue politique et littéraire. T. XLII, n. 22-26. Paris, 1888.

†Revue scientifique. T. XLII, n. 22-26. Paris, 1888.

†Rundschau (Naturwissenschaftliche). Jhg. II, 49-52. Braunschweig, 1888.

†Schriften herausgegeben von der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat. II-IV. Dorpat, 1887-88.

II. *Berg.* Einige Spielarten der Fichte. — III. *Russow.* Zur Anatomie resp. physiologischen und vergleichenden Anatomie der Torfmoose. — IV. *Weihrauch.* Neue Untersuchungen ueber die Bessel'sche Formel und deren Verwndung in der Meteorologie.

†Sitzungsberichte der Naturforscher Gesellschaft der Universität Dorpat. Bd. VIII, 2. Dorpat, 1888.

Braun. Beiträge zur Fauna baltica. — *von Oettingen.* Ueber perspectivische Wirkung der mit eyryskopischen Objectiven aufgenommenen Photographien. — *Sintenis.* Die livländischen Trypetinen. — *Mehnert.* Untersuchungen über das os pelvis der Vögel. — *Dragendorff.* — Vergittung mit Anilinöl. — *Weihrauch.* Ueber den täglichen Gang des Luftdrucks — *Sintenis.* Die livländischen Tetanocerinen, Ortalinen, Platystominen und Ulidinen. — *von Roeder.* Ueber Dinera cristata Mg. — *Grewingk.* Die geol. Verhältnisse der Bahnlinien Riga-Walk-Pskow und Walk-Dorpat. — *Bruttan.* Das Vorkommen der Forellen in Livland. — *Grüning.* Schwankungen im Salzgehalte der Ostsee bei Polangen. — *Staude.* Ueber bedingt periodische Bewegungen. — *von Oettingen.* Ueber das Problem ein beliebiges Polygon von einem beliebigen Punkte aus durch gerade Linien mit gegebener Anfangsrichtung in beliebig viel gleiche Theile zu theilen. — *Weihrauch.* Ueber den täglichen

Gang des Luftdrucks. — *Thoma.* Ueber Aneurysmen und deren Beziehung zur Arteriosklerose. — *Sintenis.* Die livländischen Sapromyzinen. — *Id.* Ueber den Begriff der Art. — *von zur Mühlen.* Varietäten der Syringa chinensis etc. — *Dragendorff.* Ueber Kohlensäuregehalt der Luft in Dorpat. — *von Kennel.* Ueber eine Art Acentropus. — *Id.* Rhabdocoele Turbellarien. — *Bruttan.* Reisebericht über eine hepatologische Excursion nach Kurland. — *Russow.* Ueber Studien an einheimischen Torfmoosen. — *Weihrauch.* Beziehungen zwischen dem Resultat des Foucaultschen Pendelversuches und dem Satz von »der ablenkenden Kraft der Erdrotation«. — *von zur Mühlen.* Ueber hiesige Formiciden. — *von Kennel.* Ueber einige dendrocoele Turbellarien. — *Amelung.* Ueber die Bewegung des Mondes um die Sonne. — *Staude.* Ueber verzweigte Bewegungen. — *Weihrauch.* Ueber die Bessel'sche Formel und Berechnung von Tages- und Jahresmitteln. — *Russow.* Ueber den anatomischen Bau der Torfmoose.

†Skrifter (Videnskab. Selskabet). 6 R. Hist. og phil. Afd. II, 2, 3. Kiöbenhavn, 1888.

2. *Lehmann.* Om Genkendelse. — 3. *Heiberg.* Om Scholierne til Euklids Elementer.

†Transactions of the Edinburgh geological Society. Vol. V, 4. Edinburgh, 1888.

Johnstone. On the Macroscopic Determination of Igneous Rocks. — *Morison.* On a New Mineral Tar in Old Red Sandstone: Ross-shire. — *Richardson's.* Obituary Notice of Mr Henry Cadell of Grange. — *Pengelly.* On Recent Researches in Bench Cavern, Brixham, Devon. — *Bell.* On Geognosy of the Cruachan District. — *Melvin.* On the Parallel Roads or « Seter » of Norway. — *Craig.* On the Culbin Sandhills. — *Richardson's.* Obituary Notice of Dr Hayden. — *Claypole.* On the Eccentricity Theory of Glacial Cold versus the Facts.

†Transactions of the Manchester geological Society. Vol. XX, 1. Manchester, 1888.

†Transactions of the royal irish Academy. Vol. XXIX, 3-4. Dublin, 1888.

3. *Alexander.* On two-nosed Catenaries and their application to the design of segmental Arches. — *Cunningham* and *Bennett.* The Brain and Eyeball of a human Cyclopian monster.

†Verhandlungen der k. Akad. der Wetenschappen. Afd.-lettk. XVII; Afd.-Natk. XXVI. Amsterdam, 1888.

Afd. Lettk. *Kern.* Bjidrage tot de verklaring van eenige woorden in paligeschriften voorkomende. — *Leemans.* Griecksche opschriften uit klein-azië in den laatsten tijd voor het Rijks-museum van oudheden te Leeiden aangewonnen. — *Moutsma.* Uit de oostersche correspondentie van Th. Erpenius, Jac. Golius en Lev. Warner, eene Bijdrage tot de Geschiedenis van de beoefening der oostersche letteren in Nederland. — *Caland.* Ueber Totenverehrung bei einigen der indo-germanischen Völker. — Afd. natk. *Rauwenhoff.* Onderzoekingen over Sphaeroplea annulina Ag. — *Wenckebac.* De embryonale ontwikkeling van de ansjovis (engraulis encrasicholus).— Verslag van der Commissie tot onderzoek naar de mate, waarin water onder verschillende drukhoogte door Zandmass's van verschillende samenstelling en breedte stroomte. — *Scheffer.* Onderzoekingen over de diffusie van eenige anorganische en organische verbindingen. — *Buys Ballot.* Verdeeling der warmte over de aarde. — *Julius.* Over de lineaire spectra der elementen. — *Id.* Over de dubbellijnen in de spectra van natrium, magnesium en aluminium.

†Verhandlungen des Vereins zür Beförderung des Gewerbfleisses 1888. Heft IX. Berlin, 1888.

Landeman. Untersuchungen ueber die Chromsaure. — Batterie ohne Diaphragma.

†Verhandlungen und Mittheilungen des Siebenburgischen Vereins für Naturwissenschaften. Jhg. XXXVIII. Hermannstadt, 1888.

Bielz. Die Fauna der Wirbelthiere Siebenburgens nach ihrem gegenwärtigen Bestande.— *Reissenberger.* Ueber die Zeit der Blüthe und Fruchtreise des Roggens der Weinrebe und des Maises nach vieljährigen Beobachtungen &. — *Süssmann.* Ueber die Stellung des Schularztes und Mittelschül-Professors der Hygiene in Ungarn.

†Verslagen en Mededeelingen der k. Akademie van Wetenschappen. Afd. Natk. 3 R. D. III, IV; Afd. Lettk. 3 R. D. IV. Amsterdam, 1887-88.

Afd. Natk. III. *Beijerinck.* Over het Cecidium van Nematus Capreae aan Salix amygdalina. — *Forster.* Over het « pasteurizeeren » van bacteriën. — *Schoute.* Over een nauwer verband tusschen hoek en cirkel van Brocard. — *Bierens de Haan.* Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden. — *Oudemans.* Mededeeling betreffende de herverificatie van een vor den IJk te Batavia bestemd stel gewichten, en de herweging van zes der zeven in 1856 vervaardigde etc. — *Grinwis.* Over den invloed der massaverdeeling op de slingerlengte. — *Schouten.* Algemeene regel voor den baanvorm en duur der centrale beweging. — IV. *Stok* (v. d.) Over den invloed der maan op de beweging der declinatie-naald te Batavia. — *Oudemans.* Naschrift op de in deel III blz. 140 en vervolgens gegevene mededeeling betreffende verificatie van kilogrammen. — *Mulder.* Over urethaan en eenige afgeleiden. — *Id.* Over de Structuur van paracyaan en cyamecid.— *Berg* (v. d.). Over de graphische oplossing van een stelsel lineaire vergelijkingen. — *Korteweg.* Een en ander over Constantijn Huygens als beminnaar der stellige wetenschappen en zijne betrekking tot Descartes. — *Martin.* Ein neues untersilurisches Geschiebe aus Holland. -- *Vries (de).* Kwadrupelinvolution ap bikwadratische Krommen. — *Janse.* Die Permebilität des Protoplasma. — Afd. lettk. IV. *Fochema Andreae.* De gezamende hand naar de oudnederlandsche rechten.— *Tiele.* De beteekenis van Êa en zijn verhouding tot Maruduk en Nabû. — *Fruin.* Over twee middelnederlandsche voorden. — *Cornelissen.* Kritische aanteekeningen ap Velleius Paterculss. — *Louter (de).* Het begrip van Souvereiniteit. — *Symonds.* Bijdrage tot de dagteekening der Eddaliederen. — *Ijzerman.* Jets over de tempelruïnen van Prambanam. — *Pierson.* Depressie in handel en nijverheid.— *Habets.* Overblijfsels van romeinsche gebouwen met baden verwarmingstoestel te Hoensbroek. — *Boot.* Bibliographische mededeeling. — *Acquoy.* Kerstliederen en leisen.

†Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jhg. XXXIII, 1. Zürich, 1888.

Volf. Astronomische Mittheilungen. — *Weilenmann.* Volumen und Temperatur der Körper, insbesondere der Flüssigkeiten. — *Fritz.* Beiträge zu den Beziehungen der physikalischen Eigenschaften der Körper.— *Mayer-Eymar.* Drei neue Spondylus aus dem unteren Parisian der Schweiz.

†Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. Jhg. XIII, n. 48-52. Wien, 1888.

†Wochenschrift (Naturwissenschaftliche). Bd. III, 10-14. Berlin, 1888.

†Zeitschrift für Mathematik und Physik. Jhg. XXXIII, 6; XXXIV, 1. Leipzig, 1888-89.

XXXIII, 6. *August.* Ueber die Bewegung von Ketten in Curven. — *Burmester.* Kinematische Flächenerzeugung vermittelst cylindrischer Rollung. — *Kleiber.* Construction einer Plücker'schen Complexfläche aus ihren vier singulären Strahlen. — *Loria.* Zur Eliminationstheorie. — *Vivanti.* Eeber eine Eigenschaft der Binomialcoefficienten. — *Bermann.*

Ueber den mittleren Abstand eines Planeten von der Sonne. — *Saalschütz.* Weitere Bemerkungen über die Gammafunctionen mit negativen Argumenten. — *Ulbricht.* Die Widerstandsgleichung einer Potential-Niveaufläche. — *Schroeter.* Ein Satz über das dem Kegelschnitt umschriebene Siebeneck. — *Hofmann.* Notiz über zwei Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. — *Id.* Parameterdarstellung von orthogonalen Substitutionen, welche identisch umkehrbar sind, auf geometr. Wege. — XXXIV, 1. *Weiter.* Ueber die Osculationskreise bei Kegelschnitten. — *Meister.* Ueber die Flächen zweiten Grades, welche ein gegebenes Tetraeder zum gemeinsamen Polartetraeder haben. — *Rachmaninow.* Zurückführung der Gleichungen relativer Bewegung auf die canonische Form. — *Koehler.* Ueber die Form der logarithmischen Integrale einer linearen nicht homogenen Differentialgleichung. — *Mildner.* Ueber die Bestimmung eines unendlichen Productes. — *Schlömilch.* Hyperarithmetische und hyperharmonische Mittel nebst geometrischen Anwendungen. — *Lerch.* Neuer Beweis einer Kirchhoff'schen Formel.

†Zeitung (Stettiner entomologische). Jhg. XLIX, 10-12. Stettin, 1888.

Pubblicazioni non periodiche pervenute all'Accademia nel mese di gennaio 1889.

Pubblicazioni italiane.

**Belgrano L. T.* — Frammento di poemetto sincrono su la conquista di Almería. Genova, 1888. 4°.

**Id.* — Un assassinio politico nel MCCCCXC (Ranuccio da Leca). Genova, 1888. 4°.

*Bilancio tecnico della Cassa per gl'invalidi della marina mercantile di Genova. Roma, 1888. 8°.

**Borsari F.* — Geografia etnologica e storica della Tripolitania, Cirenaica e Fezzan. Napoli, 1888. 8°.

**Id.* — La letteratura degli indigeni americani. Napoli, 1888. 8°.

**Carmignani G.* — Carmignani e Manzi nella storia del diritto penale. Pisa, 1889. 8°.

**Colini E.* — La vita e le opere di Terenzio Mamiani. Jesi, 1888. 8°.

**Conti A.* — L'armonia delle cose o antropologia, cosmologia, teologia razionale. 2ª ed. vol. I, II. Firenze, 1888. 8°.

**Id.* — Storia della filosofia. 4ª ediz. vol. I, II. Firenze, 1888. 8°.

†*Depretis A.* — Discorsi parlamentari. Vol. I. Roma, 1888. 8°.

†*Forcella V.* — Iscrizioni delle chiese e degli altri edificî di Milano dal secolo VIII ai giorni nostri. Vol. I. Milano, 1889. 8°.

†Indici e cataloghi. — V. Manoscritti italiani delle Biblioteche di Francia. Vol. III. — VIII. I codici Ashburnhamiani della r. Biblioteca mediceo-Laurenziana. Vol. I, f. 2. — IX. Indice del *Mare Magnum* di F. Marucelli. Roma, 1888. 8°.

**Maturi S.* — Uno sguardo generale sulle forme fondamentali della vita. Napoli, 1888. 8°.

†*Minghetti M.* — Discorsi parlamentari. Vol. III. Roma, 1889. 8°.

Modona L. — Catalogo dei codici ebraici della Biblioteca della r. Università di Bologna. Firenze, 1888. 8°.

Pacinotti G. — Contributo allo studio della patologia chirurgica delle terminazioni nervose nelle mammelle. Torino, 1888. 8°.

Porro F. — Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889. Torino, 1888. 8°.

Id. — Intorno all'eclisse totale di luna del 28 gennaio 1888. Torino, 1888. 8°.

†Prospettive panoramiche del gruppo del gran Paradiso (Istituto geografico-militare). Firenze, 1888.

Ragona D. — Domenico Scinà. Cenni biografici. Modena, 1888. 8°.

Id. — Vero andamento diurno della temperatura. Modena, 1889. 4°.

Rapisardi F. — La guida del galantuomo. Prato, 1888. 8°.

Rinonapoli E. — Appendice al 2° rendiconto statistico-sanitario della sala clinica dermosifilopatica del r. Ospizio dell'Annunziata. Napoli, 1885. 4°.

Id. — Un caso di cistite acuta catarrale in una bambina a 5 anni. Milano, 1886. 8°.

Id. — Etiologia, diagnosi e cura della diarrea dei lattanti. Napoli, 1888. 8°.

Id. — Il jodoformio nelle malattie carbonchiose. Civitavecchia, 1887. 8°.

Id. — Poche considerazioni sulle esplicazioni della diatesi emorragica. Caso di porpora perniciosa. Napoli, 1887. 8°.

Id. — Polipo rettale. Napoli, 1887. 8°.

Id. — Resezione dell'appendice xifoide. Napoli, 1889. 4°.

Rossi F. — I papiri copti del Museo egizio di Torino. Vol. II, 1. Torino, 1888. 4°.

Sanquirico C. — Lavatura dell'organismo negli avvelenamenti acuti. Torino, 1887. 8°.

Id. — Valore della lavatura dell'organismo negli avvelenamenti acuti. Milano, 1888. 8°.

Spallanzani L. — Viaggio in Oriente. Relazione ordinata e compilata sui giornali del viaggio ecc. dal prof. N. Campanini. Torino, 1888. 4°.

†Tabularium Casinense T. I. — Codex diplomaticus Cajetanus. Pars I. Typis Montis Casini, 1888. 4°.

Pubblicazioni estere.

†*Abbehnsen C.* — Zur Sintax Raouls de Houdenk. Marbourg, 1888. 8°.

†*Achelis H.* — Das Symbol des Fishes und die Fischdenkmäler der römischen Katakomben. Marburg, 1887. 8°.

†*Aderhold R.* — Beitrag zur Kenntniss richtender Kräfte bei der Bewegung niederer Organismen. Jena, 1888. 8°.

†*Ἀκυλα A. M.* — *Ἡ περὶ ἀθανασίας τῆς ψυχῆς δόξα του Πλάτωνος ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν Γρηγορίου τοῦ Νύσσης. Ἀθήνησιν*, 1888. 8°.

† *Aldehoff G.* — Ueber den Einfluss der Carenz auf den Glykogen bestand von Muskel und Leber. Marburg, 1888. 8°

† *Ankel O.* — Grundzüge der Landesnatur des Westjordan-Landes. I Theil. Marburg, 1887. 8°.

† *Arnheim F.* — Beiträge zur Theorie der Localisation von Schallempfindungen mittelst der Bogengänge. Jena, 1887. 8°.

† *Arzberger H.* — Ueber Azimidoverbindungen. Marburg, 1888. 8°.

* *Asbóth J. v.* — Bosnien und die Herzegowina. Wien, 1888. 4°.

† *Baasch E.* — Die Stener im Herzogthum Baiern bis zum 1 landständischen Freiheitsbrief (1311). Marburg, 1888. 8°.

† *Bach V.* — Die Angriffswaffen in den altfranzösischen Artus- und Abenteuerromanen. Marburg, 1887. 8°.

† *Baron J.* — Franz Hotmann's Antitribonian. Ein Beitrag zu den Codificationsbestrebungen vom XVI bis zum XVIII Jahrhundert. Bernae, 1888. 4.°

† *Bender A.* — Eine quantitative Bestimmung der Phosphorsäure. Wiesbaden, 1887. 8°.

† *Bernhard O.* — Ein Beitrag zur Lehre von der Künstlichen Unterbrechung der Schwangerschaft. Samaden, 1888. 8°.

† *Birt Th.* — De Romae Urbis nomine deque robore Romano Commentariolus. Marpurgi, 1888. 4°.

† *Bloeck R.* — Untersuchungen ueber die Produktionskosten der Getreidekörner. Jena, 1888. 8°.

† *Bock N.* — Molière's Amphitryon im Verhältniss zu seinen Vorgängern. Marburg, 1887. 8°.

† *Boddy C.* — Analysis of some cases treated by the operations of nerve section and nerve stretching. Berne, 1888. 8°.

† *Bögli H.* — Der Bernische Bauernkrieg in den Jahren 1641 und 1653. Langnan, 1888. 8°.

† *Bondurand E.* — Le manuel de Dhouda (843). Paris, 1887. 8°.

† *Bondzynski S.* — Ueber Sulfhydrylzimmtsäure und einige ihrer Derivate. Bern, 1888. 8°.

* *Boot J. C. G.* — Suspiciones Livianae. S. l. e. a. 8°.

† *Borchard A.* — Ueber Carcinome der Highmorshöle. Jena, 1888. 8°.

* *Bredichin Th.* — Sur l'origine des étoiles filantes. Moscou, 1888. 8°.

† *Brehm H.* — Ueber den günstigsten Zeitpunkt für die Ovariotomie. Jena, 1887. 8°.

† *Broemme Ch.* — Ein Beitrag zur Kenntniss der Nitrosonaphtole oder Naphtochinonoxime. Marburg, 1887. 8°.

† *Brüggemann R.* — Ueber die Einwirkung von Natrium auf den Aethyläther der normalen und der Iso-Buttersäure. Jena, 1888. 8°.

† *Bruhin C.* — Ueber die von den äusseren Genitalien gesetzten aussergewöhnlichen Geburtshindernisse. Bern, 1888. 8°

† *Calaminus W.* — Zur Kritik und Erklärung der altnordischen Frithjofslage. Jena, 1887. 8°.

† *Carius F.* — Ueber die Entwicklung der Chorda und der primitiven Rachenhaut bei Meerschweinschen und Kaninchen. Marburg, 1888. 8°.

† *Centa H. di* — Ueber die Oxidationsprodukte der Oxyazelainsäure. Stuttgart, 1888. 8°.

† *Chelmicki S. v.* — Ueber das Carbonyl-o-amidophenol und Thiocarb-o-amidophenol. Bern, 1887. 8°.

† *Christ K.* — Beiträge zur vergleichenden Anatomie des Laubstengels der Caryophyllinen und Saxifrageen. Marburg, 1887. 8°.

† *Claus W.* — Ueber das maligne Lymphom (sog. Pseudoleukämie) mit besonderer Berücksichtigung auf die Kombination mit Tuberkulose. Marburg, 1888. 8°.

† *Cornelius E.* — Quomodo Tacitus, historiarum scriptor, in hominum memoria versatus sit usque ad renascentes literas saeculis XIV et XV. Marpurgi, 1888. 4°.

† *Cramer E.* — Ueber Multiple Angiosarkome der Pia mater spinalis mit hyaliner Degeneration. Marburg, 1888. 8°.

† *Cristiani H.* — Contribution à l'étude du développement des tumeurs malignes dans les muscles striés. Paris, 1887. 8°.

† *Curti E.* — Das Princip der Gleichheit vor dem Gesetze. S^t^ Gallen, 1888. 8°.

† *Diesing M.* — Ueber eine gewisse Cremonasche Verwandtschaft vierter Ordnung und eine neue lineare Construction der Oberflächen zweiten Grades aus 9 Punkten. Magdeburg, 1887. 8°.

† *Dörr Th.* — Darstellung eines Kunstlichen Dextrins aus Galactose und Versuch einer partiellen Synthese des Milchzuckers. Bern, 1888. 8°.

† *Dreyling G.* — Die Ausdrucksweise der uebertriebenen Verkleinerung im Altfranzösischen Karlsepos. Marburg, 1887. 8°.

† *Eckert H.* — Die Wirkung der Verschuldung von Landgütern und die nach wirtschaftlichen Grundsätzen zulässige Höhe der hypothekarischen Belastung. Jena, 1888. 8°.

† *Eichhorn G.* — Ein Beitrag zur Casuistik der doppelseitigen Schulterverrenkungen. Jena, 1887. 8°.

† *Eissen W.* — Hornhautkrümmung bei erhöhtem intraocularen Druck. Leipzig, 1888. 8°.

† *Engelhard A.* — Zur Diagnose der Ovarientumoren. Jena, 1888. 8°.

† *Erhardt F.* — Kritik der Kantischen Antinomienlehre. 1 Theil. Cöten, 1888. 8°.

† *Erni J.* — Beitrag zur Kenntniss der Blasen-Tuberkulose. Einsiedeln, 1888. 8°.

† *Ernst A.* — Beiträge zur Kenntniss des Dimethylanilins und Diphenilamins. Winterthur, 1887. 8°.

†*Familiant V.* — Beiträge zur Vergleichung der Hirnfurchen bei den Carnivoren und den Primaten. Bern, 1885. 8°.

†*Fennel L.* — Ueber die Bewegung eines festen Körpers in einer tropfbaren Flüssigkeit. Marburg, 1888. 8°.

†*Fischer W.* — Der Bote im alfranzösischen Epos. Marburg, 1887. 8°.

†*Forsyth A. R.* — A treatise on Differential Equations. London, 1888. 8°.

†*Fraunhofer J. v.* — Gesammelte Schriften herausg. von E. Lommel. München, 1888. 4°.

†*Frisch A.* — Untersuchungen über die verschiedenen mhd. dichter, velche nach der überlieferung den namen Meissner führen. Jena, 1887. 8°.

†*Geiser K.* — Geschichte der bernischen Verfassung von 1191-1471. Bern, 1888. 8°.

†*Ginsburg M.* — Ueber einige Säureester des Ortho- und Paramononitrophenols. Bern, 1887. 8°.

†*Glaser R.* — Die antiseptische Wundbehandlung in forensischer Beziehung. Bern, 1887. 8°.

†*Glöekler K.* — Ueber Alpha-Aethylglutarsäure eine neue isomere Pimelinsaure. Stuttgart, 1888. 8°.

†*Goetz G.* — Quaestiones miscellae. P. I, II. Jenae, 1888. 4°.

†*Gorodetzky J.* — Ueber die Darstellung der Dibrombernsteinsäure mittelst Brom und Phosphor und ueber die Einwirkung des Anilins auf Dibrombernsteinsäureäthylester. Bern, 1888. 8°.

†*Grede H.* — Ueber Naphtolazozimmtsäuren und die isomeren Hydrazide. Marburg, 1888. 8°.

†*Greyerz O. v.* — Beat Ludwig v. Muralt. Frauenfeld, 1888. 8°.

†*Groth P.* — Ueber die Molekularbeschaffenheit der Krystalle. München, 1888. 4°.

†*Gunckel H.* — Ueber einen Fall von Pseudo-Hermaphroditismus femininus. Marburg, 1887. 8°.

†*Gundermann G.* — Quaestiones de Juli Frontini Strategematon libris. Lipsiae, 1888. 8°.

†*Haab R.* — Beitrag zur Geschichte und Dogmatik der Handels-firma. Strassburg, 1888. 8°.

†*Haehnel G.* — Die Quellen des Cornelius Nepos im Leben Hannibals. Greifswald, 1888. 8°.

†*Hagen M.* — Ueber dimethylirtes Methyluracil. Jena, 1887. 8°.

†*Haselhoff E.* — Ueber Derivate des Indens Dibromindon. Marburg, 1888. 8°.

†*Hastenpflug R.* — Ueber Vaginal-Myome. Jena, 1888. 8°.

†*Heermann O.* — Die Gefechtsführung abenländischer Heere im Orient in der Epoche des ersten Kreuzzugs. Marburg, 1887. 8°.

†*Heilbronn K.* — Ueber Placenta praevia mit besonderer Berucksichtigung der Tamponaden als therapeutisches Verfahren. Marburg, 1887. 8°.

†*Hellgrewe W.* — Syntaktische Studien ueber Scarrons Le Roman comique. Jena, 1887. 8°.

†*Henneberg H.* — Ueber das Wärmeleitungsvermögen der Mischungen von Aethylalkohol und Wasser. Wien, 1888. 8°.

†*Hertel L.* — Die Salzunger Mundart. Meiningen, 1888. 8°.

†*Herzog R.* — Rücktritt von Versuch und thätige Reue. Marburg, 1888. 8°.

†*Heusser J.*— Ein Beitrag zur Casuistik der Hypophysistumoren. Berlin, 1887. 8°.

†*Hildebrand R.* — Zwei Fälle von primären malignen Lungentumoren im Anschluss an Lungen-Tuberkulose. Marburg, 1887. 8°.

**Hirsch A.* et *Dumur J.* — Le reseau de la triangulation suisse. Vol. III. La mensuration des bases. Lausanne, 1888. 4°.

†*Hoffmann L.* — George Lillo (1693-1739). Marburg, 1888. 8°.

†*Hönig M.* — Ueber einige Derivate des Phtalids. Bern, 1885. 8°.

†*Horn M.* — Myoma cervicis uteri gangraenosum. Jena, 1888. 8°.

†*Hupp-Heltmann F.* — Ueber Kondensationsprodukte der Phenylparaconsäure. Marburg, 1888. 8°.

†*Iber H.* — De dativi usu Tibulliano. Marpurgi, 1888. 8°.

†Instruktion für die Beobachter an den meteorologischen Stationen II, III und IV Ordnung. Berlin, 1888. 8°.

†*Jackle F.* — Die Erkrankungen des Processus Vermiformis im Bruchsacke. Berlin, 1888. 8°.

†*Jacobi M.* — Ueber den Einfluss der parietalen Adhäsionen auf die objektive Diagnose der Ovarialtumoren. Jena, 1888. 8°.

†*Jaenke H.* — Ueber Orthoamidoazoverbindungen des Xylols und Pseudocumols. Marburg, 1888. 8°.

†*Janggen A.* — Die Compensation nach schweiz. Obligationenrecht. Bern, 1887. 8°.

†*Jäschke M. F.* — Das Meissnerland. Marburg, 1888. 8°.

†*Jentzsch A.* — Ueber ein Einwirkungsproduct von Kohlenoxychlorid auf Diamidoazobenzol und einige Derivate desselben. Dresden, 1888. 8°.

†*Jurinae A. E.* — Ein Beitrag zur Kenntniss der Fauna des Kroatischen Karstes und seiner unterirdischen Höhlen. München, 1888. 8°.

†*Kahle A.* — De ἐπί praepositionis usu euripideo. Pars I. Marburgi, 1888. 8°.

†Kalewala, das Volksepos der Finnen. Uebers. von H. Paul. Vol. I, II. Helsingfors, 1885-86. 8°.

†Kanteletar, die Volkslyrik der Finnen in's Deutsche übertr. v. H. Paul. Helsingfors, 1882. 8°.

†*Kellner A.* — Beobachtungen ueber Dementia paralytica bei Frauen. Marburg, 1887. 8°.

†*Kilb J. A.* — Platons Lehre von der Materia. Marburg, 1887. 8°.

†*Kitze A.* — Das Ross in den altfranzösischen Artus- und Abenteuerromanen. Marburg, 1887. 8°.

†*Kniess G.* — Ueber unendlich kleine Schwingungen einer inkompressiblen kugelförmigen Flüssigkeitsmasse, deren einzelne Teilchen sich nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze anziehen. Marburg, 1888. 8°.

†*Köhne W.* — Ein Fall von gleichzeitiger Intra- und Extrauterinschwangerschaft. Marburg, 1887. 8°.

†*Konitzky G.* — Ein Fall von hochgradiger Cystischer Erweiterung des Duct. choledochus. Marburg, 1888. 8°.

†*Körner H.* — Zehn vaginale Totalextirpationen des Carcinomatösen Uterus. Jena, 1887. 8°.

†*Kowalenskaja C. v.* — Beiträge zur vergleichenden mikroskopischen Anatomie der Hirnrinde des Menschen und einiger Säugethiere. Bern, 1886. 8°.

†*Królikowski S.* — Ueber das Verhalten der Orthooxychinolincarbonsäure und deren Derivate im Organismus. Bern, 1888. 8°.

†*Kuhn H.* — Ueber den Werth der Farbstoffreagentien zum Nachweis der freien Salzsäure im Mageninhalt. Giessen, 1887. 8°.

†*Kümmell G.* — Magnetische Curven um einen Rommershausen'schen Elektromagnet. Marburg, 1887. 8°.

†*Kunz J.* — Bacteriologisch-chemische Untersuchungen einiger Spaltpilzarten. Zürich, 1888. 8°.

†*Kussner G.* — Kritik des Pessimismus. Versuche einer Theodizee. Halle-Saale, 1888. 8°.

†*Langhard J.* — Die Glaubens- und Kultursfreiheit nach Schweizerischen Bundesrecht. Bern, 1888. 8°.

**Langley S. P.* — Adress delivered at the Celeveland Meeting August 1888. Salem, 1888. 8°.

†*Lass L.* — Der Vertragsbruch des Armeelieferanten aus § 329 St.-G.-B. Marburg, 1888. 8°.

†*Lehmann O.* — Beiträge zur Frage von der Homologie der Segmentalorgane und Ausführgänge der Geschlechtsproducte bei den Oligochaeten. Jena, 1887. 8°.

†*Leon N.*— Beiträge zur Kenntniss der Mundteile der Hemipteren. Jena, 1887. 8°.

†*Lerch O.* — Ueber die Einwirkung der Toluidine auf einige Ester der Dibrombernsteinsäure. Bern, 1888. 8°.

†*Limbourg Ph.* — Beiträge zur chemischen Nervenreizung und zur Wirkung der Salze. Bonn, 1887. 8°.

†*Lopatine N.* — Action de l'aniline sur l'éther diéthylsuccinique bibromé. Berne, 1888. 8°.

†*Lorenz R.* — Beiträge zur Kenntniss der Valenz des Bor's. Berlin, 1887. 8°.

†*Lücker F.* — Ueber einen Fall von Pachymeningitis spinalis externa tuberculosa bei Caries der Rippe und der Wirbelknochen. Marburg, 1888. 8°.

†*Ludwig C.* — Plauti Aristophaneae utram recensionem veteres grammatici dixerint priorem. Lipsiae, 1888. 8°.

**Machado J.* — Beitrag zur Petrographie der Südwestlichen Grenze zwischen Minas-Gëraes und S. Paulo. Wien, 1887. 8°.

† *Manché E.* — Ueber die das Muskelglykogen betreffenden Angaben von Weiss und Chandelon. Marburg, 1888. 8°.

† *Martin E.* — Ueber die Anlage der Urniere beim Kaninchen. Leipzig, 1888. 8°.

† *Matthias K.* — Die Behandlung der Geisteskranken. Marburg, 1887. 8°.

† *Mayer C.* — Ueber die Palmitinsäure und deren Einführung in Benzoldeivate. Zürich, 1888. 8°.

† *Mentz F.* — De Lucio Aelio Stilone. Lipsiae, 1888. 8°.

† *Mentz R.* — Die Träume in den altfranzösischen Karls- und Artusepen. Marburg, 1887. 8°.

† *Merker P.* — Gunnera macrophylla Blum. Marburg, 1888. 4°.

† *Mewes W.* — Ueber einfache und gemischt-halogen-substituirte Acetessigester sowie über ihr Verhalten zu Natriumalkoholat. Jena, 1887. 8°.

† *Meyer F. zur Capellen.* — Mathematische Theorie der transversalen Vibrationen eines Stabes von veränderlichen Querschnitt. Marburg, 1888. 8°.

† *Meyer W.* — Das Werk des Kanzlers Giselbert von Mons, besonders als verfassung geschichtliche Quelle betrachtet. Königsberg, 1888. 8°.

† *Michael P.* — Ueber die Saussurit-Gabbros des Fichtelgebirges. Stuttgart, 1887. 8°.

† *Micheler J.* — Das Tabakwesen in Bayern von dem Bekanntwerden des Tabaks bis zur Einführung eines Herdstättgeldes 1717. Stuttgart, 1887. 8°.

† *Möller F.* — Zur Frage von der Haufigkeit der Harnsteine in Thüringen. Weimar, 1888. 8°.

† *Möller J.* — Beitrag zur Lehre von der künstlichen Frühgeburt bei Beckenenge. Jena, 1888. 8°.

† *Moser V.* — Vier Fälle von Pyolymphengitis duodenalis nach Gallensteineinklemmung an der Papilla Vateri. Jena, 1888. 8°.

† *Mülinen W. F. V.* — Geschichte der Schweizer-Söldner bis zur Errichtung der ersten stehenden Garde (1497). Bern, 1887. 8°.

† *Müller W.* — Comenins: ein systematiker in der Pädagogik. Dresden, 1887. 8°.

† *Musaeus G.* — *Τρηγοριος Πακουριανος μεγας δομεστικος της δυσεως και το υπ' αυτου τυπικον της μονης της θεοτοκου της πετριξονιτισσης.* Lipsiae, 1888. 8°.

† *Nahmer E. v. d.* — Die Wehrverfassungen der deutschen Städte in der zweiten Hälfte des XIV Jahrhunderts. Marburg, 1888. 8°.

† *Nathusius-Neinstedt H. v.* — Die Deutschmeister vor 1232. Marburg, 1888. 8°.

† *Nickel E.* — Die Farbenreactionen der Kohlenstoffverbindungen. I Theil. Berlin, 1888. 8°.

† *Nichans P.* — Ueber traumatische Luxationen beider Hüftgelenke. Leipzig, 1888. 8°.

† *Niese B.* — De annalibus romanis observationes alterae. Marburgi, 1888. 4°.

†*Niessen M. v.* — Ueber einen Fall von Oberarmresektion in der Kontinuität. Jena, 1888. 8°.

†*Nitabuch R.* — Beiträge zur Kenntniss der menschlichen Placenta. Bern, 1887. 8°.

†*Nithack A.* — Ein Beitrag zur Lehre von Narben-Carcinom. Marburg, 1887. 8°.

**Nocentini L.* — Names of the Sovereigns of the old Corean States and Chronological table of the present dynasty. Shanghai, 1887. 8°.

†*Nordmann P.* — Ueber eine neue Methode zum Messen des Verbrauchs an elektrischer Energie. Berlin, 1888. 8°.

†*Nordmann R.* — Das Klima von Abessinien. Marburg, 1888. 8°.

†*Nürnberg L.* — Ueber Blasenscheidenfisteln nebst zwei einschlägigen Fällen. Jena, 1887. 8°.

†*Oppermann K.* — Die Thäler des Taunus und ihre anthropogeograpische Bedeutung. Marburg, 1888.

†*Orlopp W.* — Ueber die Worstellung bei Rabelais. Jena, 1888. 8°.

†*Palmié J.* — Aus dem städt. allg. Krankenhause Friedrischshain, Abtheilung des H. Director E. Hahn. Berlin, 1888. 8°.

**Perreau P.* — Intorno la vita e la opere del Rabbi Jona ibn Ganah. Trieste, 1888. 8°.

†*Pfeil K.* — Das Gedicht Galien Rethoré der Cheltenhamer Handschrift und sein Verhältniss zu dem bisher allein bekannten Prosabearbeitungen. Marburg, 1888. 8°.

†*Pingel C.* — Ueber den Propio-proprionsäuremethylaether. Jena, 1887. 8°.

†*Planer P.* — Ueber Darmpuntkion. Jena, 1887. 8°.

†*Plate L. H.* — Protozoen-Studien. Jena, 1888. 8°.

†*Polikier H.* — Ueber die Condensations-Producte von Formaldehyd mit Harnstoff und Sulfoharnstoff. Bern, 1888. 8°.

Poole W. F. and *Fletcher W. J.* — Poole's Index to periodical literature. 1st Supplement. London, 1888. 4° (*acq.*).

†*Pottien H.* — Ein Fall von Carcinomatöser Degeneration einer dermoiden Ovarialcyste. Jena, 1887. 8°.

†*Prollius M.* — Ueber den sintactischen Gebrauch des Conjunctivs in den Cynewulfschen Dichtungen Elene, Juliana und Christ. Marburg, 1888. 8°.

†*Pütter R.* — Ein Fall von Melaena neonatorum. Marburg, 1887. 8°.

†*Ranke E.* — Antiquissimae Veteris testamenti versionis latinae fragmenta stutgardiana nuper detecta. Marburgi, 1888. 4°.

†*Rebs H.* — Untersuchungen ueber Schwefelverbindungen. Jena, 1888. 8°.

†*Regel O.* — Ueber das Nabelschnurgeräusch. Jena, 1888. 8°.

†*Rehkuh F.* — Die elastische Nachwirkung bei Silber, Glas, Kupfer, Gold, Platin und Zink, insbesondere deren Abhängigkeit von der Temperatur. Leipzig, 1888. 8°.

†*Reinhard G.* — Ein Fall von Kaiserschnitt nach alter Methode. Marburg, 1888. 8°.

†*Reuter M.* — Ovariotomie bei Gravidität. Jena, 1888. 8°.

†*Richard M.* — Beitrag zur Kenntniss der tiefen Blutgeschwülste am Halse. Jena, 1887. 8°.

†*Rubner M.* — Biologische Gesetze. Marburg, 1887. 4°.

†*Rüch F.* — Die Landfriedensbestrebungen Kaisers Friedrichs I. Marburg, 1887. 8°.

†*Rüdemann R.* — Die Contacterscheinungen am Granit der Reuth bei Gefrees. Stuttgart, 1887. 8°.

†*Ruland F.* — Beiträge zur Kenntnis der Antennalen Sinnesorgane der Insekten. Marburg, 1888. 8°.

†*Salge E.* — Der Vocalismus in den Gedichten des Carl of Surrey. Jena, 1887. 8°.

†*Salzmann S.* — Zur Frage ueber die Constitution der Anilsäuren. Bern, 1888. 8°.

†*Samparó Barros F. de* — Zur Pathologie und Therapie der Actinomycose beim Thiere und beim Menschen. Aachen, 1888. 8°.

†*Sandmeyer W.* — Ueber den Eiweissgehalt des Fruchtwassers. Marburg, 1888. 8°.

†*Schanz F.* — Das Schicksal des Blastoporus bei den Amphibien. Jena, 1887. 8°.

†*Schemann F.* — Die Quellen des Flavius Josephus in der jüdischen Archaeologie. Buch XVIII-XX = Polemos II, cap. VII-XIV, 3. Hagen, 1887. 8°.

†*Scherb M.* — Ein Fall von hydrocele muliebris. Würzburg, 1887. 8°.

†*Schlabach G.* — Ueber die Enveloppen, welche bei der Bewegung einer Geraden längs einer gegebenen Curve entstehen. Marburg, 1887. 8°.

†*Schmelz C.* — Experimentelle Kritik der im medicinischen Laboratorium zu Königsberg i. Pr. v. M. Laves unter Leitung von O. Minkowski ausgeführten den Ursprung des Muskelglycogens betreffenden Arbeit. Marburg, 1888. 8°.

†*Schmidt F.* — Ueber die Enwirkung von einigen Säurechloriden auf Natriumphenylhydrazin. Weimar, 1888. 8°.

†*Schoch C.* — Ueber die Einwirkung von Aldehyden und Ketonen auf Oxynaphtochinon. Marburg, 1888. 8°.

†*Schreiber H.* — Beitrag zur Kenntniss des Berberins und des Hydroberberins. Marburg, 1888. 8°.

†*Schulte W.* — Ueber Coincidenz von Diabetes mellitus und Syphilis. Jena, 1887. 8°.

†*Schütze C.* — Statistische Untersuchungen ueber die Aetiologie der Wanderniere. Jena, 1888. 8°.

† *Schwendter J.* — Die Beeinflussung der Blutconcentration durch den Flüssigkeitsgehalt der Kost. Bern, 1888. 8°.

† *Schweingel M.* — Ueber die Chanson d'Esclarmonde, die Chanson de Clarisse et Florent und die Chanson d'Yde et Oline drei Forsetzungen der Chanson von Huon de Bordeaux. Marburg, 1888. 8°.

* *Searle A.* — Atmospheric economy of solar radiation. Philadelphia, 1888. 8°.

† *Seyfarth H.* — Louis de la Forge und seine Stellung in Occasionalismus. Jena, 1887. 8°.

† *Sperling K.* — Aristoteles' Ansicht von der psycologischen Bedeutung der Zeit untersucht an seiner Definition derselben als « Zahl der Bewegung ». Marburg, 1888. 8°.

† *Stanko J.* — Die Enterorhaphie bei Fistula stercoralis und Hernia gangraenosa. Jena, 1887. 8°.

† *Stauch E.* — Ueber intrauterine digitale Abtastung bei atypischen Uterusblutungen nach voraufgehender Dilatation des Uterus. Jena, 1888. 8°.

† *Sternberg J.* — Ueber Erkrankungen des Herzmuskels &. Marburg, 1887. 8°.

† *Stichel K.* — Beiträge zur Lexicographie des altprovenzalischen Verbums. Marburg, 1888. 8°.

† *Stoeriko A.* — Ueber das Verhältnis der beiden Romane Durmart und Garin de Monglane. Marburg, 1888. 8°.

† *Stoll H.* — Beiträge zur Lehre und Behandlung der zweiten Geburtsperiode speziell über die Anwendung des Geburtsstuhles. Marburg, 1887. 8°.

† *Stoy S.* — Erste Bündnisbestrebungen evangelischer Stände. Jena, 1888. 8°.

† *Strehl W.* — M. Livius Drusus Volkstribun i. I. $\frac{663 \text{ a. u. c.}}{92 \text{ a. C. n.}}$ Marburg, 1887. 8°.

† *Streit B.* — Beiträge zur Kenntniss der resectio Pylori. Leipzig, 1888. 8°.

† *Strohl A.* — Quelques nouveaux dérivés de la thiocarbamide. Neuchatel, 1888. 8°.

† *Stucki H.* — Ueber den Begriff der Höhern Gewalt. Bern, 1888. 8°.

† *Suffert E.* — Der Einfluss der Antiseptik auf die Häufigkeit des Vorkommens von Martitis, Ophthalmoblennorhoen Coniunctivitis und Nabelvergiftung nach den Erfahrungen die Marburger geburtshülflichen Klinik 1867 bis 1887. Marburg, 1887. 8°.

† *Sy R.* — Die Eigennamen in der medicinischen Nomenclatur. Jena, 1887. 8°.

† *Tchépourine Th.* — Sur le traitement de l'hydrocèle simple. Berne, 1888. 8°.

† *Teichmann C.* — Ueber Maligne Ovarialtumoren. Jena, 1887. 8°.

† *Tenius G.* — Bestimmung einer speziellen Minimalfläche. Marburg, 1888. 8°.

† *Thelen H.* — Ueber die Einwirkung von Phenyl- und Methylphenyl-hidrazin auf Oxynaphtochinon. Marburg, 1887. 8°.

† *Theurer C. A.* — Ueber das Xanthogallol. Marburg, 1887. 8°.

† *Veek O.* — Darstellung und Erörterung der religionsphilosophischen Grundanschauungen Trendelenburgs. Gotha, 1888. 8°.

† *Voegtle A.* — Das Pilocarpin mit Rücksicht auf seine gegenwärtige therapeutische Bedeutung. Ueberlingen, 1887. 8°.

† *Volp E.* — De usu numeri pluralis Aeschyleo et Sophocleo. Marpurgi, 1888. 8°.

† *Wagner F.* — De ominibus quae ab Augusti temporibus usque ad Diocletiani aetatem Caesaribus facta traduntur. Jenae, 1888. 8°.

† *Werner R.* — Einwirkung der Galle und Gallensäuren Salze auf die Nieren. Leipzig, 1887. 8°.

† *Wessel O.* — Choreatische Zuckungen oder Chorea? Jena, 1887. 8°.

† *Wigand O.* — Ueber Schwangerschaften Geburten und Wochenbetten derselben Frauen. Marburg, 1888. 8°.

† *Willenberg G.* — Die Quellen von Osbern Bokenham's Legenden. Marburg, 1888. 8°.

† *Winkhaus H.* — Beitrag zur Lehre von Magenerweiterung. Marburg, 1887. 8°.

† *Wittig R.* — Ueber einen Fall von lippenförmiger Wangenfistel. Mainz, 1888. 8°.

† *Witting F.* — I Darstellung zweier Isomerer Xylolsulfonsäuren. Hamburg, 1888. 8°.

† *Wolska W.* — Ueber die von Ruge bescriebene foetale Vascularisation der Serotina. Bern, 1888. 8°.

† *Yersin H.* — L'épidémie de fièvre typhoïde de Meiringen en 1880 au point de vue étiologique. Genève, 1888.

† *Zernsdorf F.* — Ueber die Tumoren des Mesenteriums und des Netzes. Jena, 1887. 8°.

Pubblicazioni periodiche pervenute all'Accademia nel mese di gennaio 1889.

Pubblicazioni italiane.

†Annali dell'Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano. Ser. 2ª, vol. VII, 2. 1885. Roma, 1888.

†Annali di agricoltura. 1888, n. 154. Roma.

Giglioli. Educazione agraria britannica.

†Annali di chimica e di farmacologia. 1888, n. 6. Milano, 1888.

Dochmann. Cura della tisi con il calomelano.

†Annali di statistica. Ser. IV, 25, 26. Roma, 1888.

25. Sulle condizioni industriali della provincia di Cremona. — 26. Saggi di statistica delle mercedi.

†Annuario meteorologico italiano. Anno IV, 1889. Torino.

†Archivio storico italiano. Ser. 5ª, t. II, 6. Firenze, 1888.

Gianandrea. Della signoria di Francesco Sforza nella Marca secondo le memorie e i documenti dell'Archivio fabrianese. — *Zanelli.* Lettere inedite di Lodovico Antonio

Murateri al cardinale Angelo Maria Querini. — *Marchesini.* Due manoscritti autografi di Filippo Villani.

†Archivio storico lombardo. Anno XV, 4. Milano, 1888.

De Castro. La restaurazione austriaca in Milano (1814-1817) (seconda ed ultima parte). — *Bertolotti.* Le arti minori alla corte di Mantova nei secoli XV, XVI e XVII. — *Rotta.* Cenni storici illustrativi della chiesetta di S. Nazaro Pietrasanta in Milano. — *Caffi.* Di alcuni artisti cremonesi e specialmente maestri di legname nei secoli XV, e XVI. — *Beltrami.* La torre del Filarete nella fronte del Castello di Porta Giovia, verso la città.

†Archivio storico per le province napoletane. Anno XIII, 4. Napoli, 1888.

Cocchia. La tomba di Virgilio, contributo alla topografia della città di Napoli. — *Barone.* Notizie storiche raccolte dai registri Curiae della Cancelleria aragonese. — *Parisio.* Una nuova pergamena greca del secolo XII. — *Romano.* Il terremoto del 1456. Nota d'un codice mss. di Pavia. — *de Blasiis.* Frammento d'un diario inedito napoletano.

†Archivio veneto. Anno XVIII, f. 72. Venezia, 1888.

Cerone. Il Papa ed i Veneziani nella quarta Crociata. — *Carreri.* Del buon governo spilimbergese, note storiche. — *Degani.* La Cronaca di Pre' Antonio Purliliese, vice-abate di Fanna, 1508-1532. — *Luzio.* Cinque lettere di Vittorino da Feltre. — *Celani.* L'epistolario di monsignor Francesco Bianchini, veronese. — *Cipolla.* L'iscrizione di S. Simeone profeta. — *Motta.* Spigolature d'archivio per la storia di Venezia. Cassandra nel 1477?

†Ateneo (L') veneto. Ser. XII, 1-4. Venezia, 1888.

1-2. *Naccari.* La terza assemblea generale della Società meteorologica italiana in Venezia. — *Lamma.* Dante Alighieri e Giovanni Querini. — *Della Bona.* Dei sopraredditi e delle cause eliminatrici di essi. Parte seconda: Del lavoro. — *Reggio.* Della divisione dei grandi circoli astronomici. — *Nani Mocenigo.* Scrittori drammatici veneziani nel secolo XIX. — *Riccoboni.* Realismo e verismo. Continuazione e fine. — 3-4. *Fambri.* Il Congresso per la proprietà letteraria in Venezia. — *G. L.* Alla Esposizione emiliana. — *Della Bona.* Dei sopraredditi e delle cause eliminatrici (contin.). — *Bernardi.* Girolamo Torresan. — *Castori.* I reati di stampa e l'editto 26 marzo 1848. — *Naccari.* Fenomeni astronomici nel 1889.

†Atti dell'Accademia pontificia dei nuovi Lincei. Anno XLII, 1. Roma, 1889.

Provenzali. Se lo scambio di elettrico fra l'atmosfera e la terra possa essere causa immediata di terremoto. — *Egidi.* Sulla correlazione tra le oscillazioni dei pendoli e l'intensità del vento. — *De Rossi.* Il tromometro normale del Bertelli nella Esposizione vaticana.

†Atti della r. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXIV, 1. Torino, 1889.

Basso. Commemorazione di Rodolfo Clausius. — *Castelnuovo.* Geometria sulle curve ellittiche. — *Morelli.* Elettrometro ad emicicli. Teoria ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue. — *Porro.* Effemeridi del sole e della luna. — *Schiaparelli.* Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli statuti della repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Quintino Sella. — *Promis.* Monete di Gio. Battista Falletti conte di Benevello.

†Atti della Società dei naturalisti di Modena. Memorie. Ser. 3ª, vol. VII, 2. Modena, 1888.

Chistoni. Valori assoluti degli elementi del Magnetismo terrestre a Modena per l'epoca 1887,7. — *Camus.* Nuovo parassita del Paliurus aculeatus Lam. — *Malagoli.* Il calcare di Bismantova e i suoi fossili microscopici. — *Picaglia.* Sopra una recente invasione del Sirraptes paradoxus Ill. — *Bergonzini.* Sulla spermatogenesi in alcuni

mammiferi. — *Picaglia.* Elenco degli uccelli del Modenese. — *Camus.* Alcune nuove osservazioni teratologiche sulla flora del Modenese.

†Atti della Società ligure di storia patria. Vol. XIV, append. XIX, 2; XX. Genova, 1888.

Rossi. Gli statuti della Liguria. — *Vigna.* Monumenti storici del convento di S. Maria di Castello in Genova dell'ordine dei predicatori. — *Id.* Sillabo dei figli del convento di S. Maria di Castello in Genova. — *Desimoni.* Le prime monete d'argento della Zecca di Genova ed il loro valore [1139-1493]. — *Id.* Le carte nautiche italiane del medio evo, a proposito di un libro del prof. Fischer. — *Briquet.* Les papiers des Archives de Gênes et leurs filigranes. — *Belgrano.* Frammento di poemetto sincrono su la conquista di Almeria nel 1147. — *Id.* Un assassinio politico nel 1490 [Ranuccio da Leca]. — *Desimoni.* Ai Regesti delle lettere pontificie riguardanti la Liguria, nuove giunte e correzioni.

†Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Ser. 6ª, t. VII, 1, 2. Venezia, 1889.

Minich. Commemorazione del prof. Tito Vanzetti. — *Kazzander.* Sulle connessioni nervose e sui rapporti morfologici del nervo cigliare. Osservazioni anatomiche. — *Tono.* Bollettino meteorologico dell'Osservatorio del Seminario patriarcale di Venezia (giugno e luglio 1888). — *Schiavo.* Fede e superstizione dell'antica poesia francese. — *Favaro.* Sulla Bibliotheca Mathemaitca di Gustavo Eneström. Quarta comunicazione. — *Pertile.* I laudi del Cadore. — *Zambelli.* Nuovo apparecchio per determinare le densità dei liquidi. — *Callegari.* Dei fonti per la storia di Nerone. — *Favaro.* Di alcuni nuovi materiali per lo studio del carteggio di Ticone Brahe e delle sue relazioni con Galileo.

*Bollettino della sezione dei cultori delle scienze mediche (r. Accademia dei fisiocritici in Siena). Anno VI, 8. Siena, 1889.

†Bollettino della Società generale dei viticoltori italiani. Anno IV, 1, 2. Roma, 1889.

Cerletti. Impressioni sulla enologia della Sardegna. — *Ferrario.* Distillerie e tassa sugli alcoli nella monarchia austro-ungarica. — *Cerletti.* La distillazione in aiuto all'enologia.

†Bollettino della Società geografica italiana. Ser. 3ª, vol. I, 12. Roma, 1888.

Porena. Sulla storia del Sudan occidentale di Basset. — *Cortese.* Sei mesi in Madagascar: Note di viaggio e ricordi. — *Badia.* Sul significato della parola pendenza. — *Roncagli.* Arcobaleno lunare e fata morgana. — La carta d'Italia del Galli.

†Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Vol. III, 5. Roma, 1888.

†Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Biblioteca naz. centrale di Firenze). N. 73, 74. Firenze, 1889.

†Bollettino del Ministero degli affari esteri. Vol. II, 5. Roma, 1889.

†Bollettino del r. Comitato geologico d'Italia. 2ª ser. vol. IX, 9-10. Roma, 1888.

Sacco. Il pliocene entroalpino di Valsesia. — *Lotti.* I giacimenti cupriferi dei dintorni di Vagli nelle Alpi apuane.

†Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno V, dec. 1888. Roma.

†Bollettino di notizie agrarie. Anno XI, 1889, n. 1. Riv.met.agr. Roma.

†Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno VI, 14. Roma, 1888.

†Bollettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale in Moncalieri. Ser. 2ª, vol. VIII, 12. Torino, 1888.

Denza. Le stelle cadenti del periodo di agosto 1888.

†Bollettino meteorico dell'Ufficio centrale di meteorologia. Anno XI, 1889, gennaio. Roma.

†Bollettino settimanale dei prezzi di alcuni dei principali prodotti agrarî e del pane. Anno XV, 51; XVI, 1, 2. Roma, 1889.

†Bollettino ufficiale dell'istruzione. Vol XVI, n. 1-4. Roma, 1889.

†Bollettino ufficiale del Ministero della guerra. 1888. Disp. 1-4. Roma, 1889.

†Bullettino della r. Accademia medica di Roma. Anno XIV, 8. Roma, 1888.

Guarnieri. Ricerche sulla etiologia dell'atrofia giallo-acuta del fegato. — *Sciamanna* e *Parisotti.* Ricerche oftalmologiche sull'ipnotismo. — *Legge.* Sul significato morfologico dei cordoni midollari dell'ovaia. — *Di Mattei.* Sulla trasmissione di alcune immunità artificiali dalla madre ai feti. — *Id.* e *Scala.* Azione antisettica dello iodoformio e dello iodolo. — *Di Mattei.* Sulla immunità artificiale per mezzo di sostanze medicamentose. — *Poggi.* Rigenerazione della mucosa intestinale nelle ferite del tenue. — *Cervesato.* Le applicazioni terapeutiche dell'iodolo nella medicina interna.

†Bullettino della Commissione archeologica comunale di Roma. Anno XVI, 12. Roma, 1888.

Marucchi. Le recenti scoperte presso il cimitero di s. Valentino sulla via Flaminia. — *Visconti.* Elenco degli oggetti di arte antica scoperti per cura della Commissione archeologica comunale nel 1888.

†Bullettino delle scienze mediche. Ser. 6ª, vol. XXII, 5-6. Bologna, 1888.

Pinzani. L'emoglobina nelle gravide, nelle partorienti, nelle puerpere e nei neonati. — *Feletti.* Contribuzione sperimentale allo studio del cambiamento di suono del Biermer. — *Mazzotti.* Dell'idroterapia nello scorbuto. — *Brugnoli.* Delle malattie epidemiche e popolari che hanno dominato nella provincia di Bologna negli anni 1885 e 1886.

*Bullettino di paletnologia italiana. Ser. 2ª, t. IV, 9-10. Parma, 1888.

Le scoperte paletnologiche nei comuni di Breonio e di Prun in provincia di Verona. — *Castelfranco.* Ripostiglio della Cascina Ranza. — *Cafici.* Bronzi dell'età del ferro di Tre Canali.

†Bollettino mensile della Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. F. 2°. Catania, 1889.

†Cimento (Il nuovo). 3ª ser. t. XXIV, nov.-dic. 1888. Pisa.

Palmieri. Elettricità che si svolge con la evaporazione dell'acqua di mare provocata unicamente dall'azione de' raggi solari. — *Righi.* Sulla forza elettromotrice del selenio. — *Naccari.* Sulla variazione del calore specifico del mercurio al crescere della temperatura. — *Stefanini.* Dell'energia minima che è necessaria a produrre la sensazione del suono. — *Govi.* Dei colori invisibili o latenti dei corpi. — *Ferraris.* Sulle differenze di fase delle correnti, sul ritardo dell'induzione e sulla dissipazione di energia nei trasformatori. Ricerche sperimentali e teoriche. — *Righi.* Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni.

†Circolo (Il) giuridico. Anno XIX, 12. Palermo, 1888.

Cusumano. Delle casse di ammortizzazione in Sicilia nella prima metà del secolo XVII.

†Gazzetta chimica italiana. Anno XVIII, 8, 9. Appendice. Vol. VI, 20. Palermo, 1888.

Ciamician e *Silber*. III Nota. Ricerche nell'apiolo. — *Zatti*. Sull'azione dell'anidride acetica sull'acido α-indolcarbonico. — *Arata* e *Canzoneri*. Sulla corteccia di china morada. — *Bertoni*. Dell'etere nitrosoetildimetilcarbinolico e sue proprietà terapeutiche. — *Bertoni*. A proposito di tre nuovi eteri nitrosi. — *Campani* e *Grimaldi*. Contribuzione alle conoscenze chimiche nei semi del lupino bianco. — *Magnanini*. Sopra alcuni derivati del dimetilpirrolo assimmetrico. — *De Verda*. Studî sui pirroli terziarî. — *Piutti*. Sintesi e costituzione delle asparagine. — *Goldschmidt Molinari*. La costituzione dei diazoammidocomposti. — *Oglialoro* e *Cannone*. Sull'acido ortocresolglicolico. — *Mazzara*. Sul bromotimol e sopra alcuni suoi derivati.

†Giornale botanico (Nuovo). Vol. XXI, 1. Firenze, 1889.

Arcangeli. Sopra alcune mostruosità osservate nei fiori del Narcissus Tazzetta. — *Poggi* e *Rossetti*. Contribuziono alla flora della parte nord-ovest della Toscana. — *Gennari*. Florula di Palabanda. — *Mueller*. Lichenes Spegazziniani in Staten Island, Fuegia et in regione Freti Magellanici lecti. — *De Toni*. Note sulla flora del Bellunese. — *Mori*. Enumerazione dei funghi delle provincie di Modena e di Reggio. — *Nicotra*. Elementi statistici della flora siciliana.

†Giornale della r. Accademia di medicina di Torino. Anno LI, 12. Torino, 1888.

Guareschi. Sui rapporti tra i medicamenti antelmintici e la loro funzione e costituzione chimica. — *Aducco*. Sopra l'eccitabilità della sostanza grigia nella zona motoria della corteccia cerebrale. — *Negro*. Sulla natura degli eccitamenti elettrici, che si ottengono sui nervi e sui muscoli, col metodo unipolare. — *Foà*. Nuove ricerche sull'eziologia della pneumonite. — *Secondi*. Epitelioma papillomatoso della caruncola lacrimale. — *Rattone*. Sulla innervazione del fegato. — *Id*. Presenza di corpuscoli di Pacini nelle pareti dell'aorta toracica dell'uomo. — *Secondi*. Variabilità dell' angolo α nelle diverse direzioni dello sguardo. — *Ottolenghi* e *Lumbroso*. Nuovi studî sull'ipnotismo e sulla credulità. — *Balp*. La ventosa di Jounod nella terapia della pneumonite crupale e dell'emoftisi.

†Giornale della r. Società italiana d'igiene. Anno X, 11-12. Milano, 1888.

Atti della 3ª riunione d'igienisti italiani tenuta nell'ottobre 1888 in Bologna.

†Giornale di matematiche. Vol. XXVI, nov.-dic. 1888. Napoli.

Loria. Su una classe di determinanti. — *Id*. Sulle curve razionali normali in uno spazio a n dimensioni. — *Del Re*. Un teorema nella geometria di una certa classe di corrispondenze. — *Pirondini*. Sopra alcune superficie e curve. — *Amodeo*. Fasci di omografie binarie e rappresentazione geometrica degli elementi immaginarî. — *Nagy*. Sul moto di un punto in un mezzo resistente. — *Lerch*. Sur une fonction discontinue. — *Campetti*. Sulla distribuzione delle correnti nella superficie.

†Giornale medico del r. Esercito e della r. Marina. Anno XXXVI, 12. Roma, 1888.

Pecco. Operazioni chirurgiche state eseguite durante l'anno 1887 negli stabilimenti sanitarî militari.

†Giornale militare ufficiale. 1889, p. 1ª disp. 1-4; p. 2ª disp. 1-5. Roma, 1887.

†Ingegneria (L') civile e le arti industriali. Vol. XIV, 10. Torino, 1888.

G. S. La nuova cupola della chiesa parrocchiale di Gattinara, costrutta dal comm. Giuseppe Locarni. — *Petroff*. Ricerche teoriche e sperimentali sugli olii lubrificanti. — *Julte*. Del modo di accrescere la resistenza del gesso adoperato come materiale da costruzione. —

Programma di concorso pel progetto del palazzo pel Parlamento nazionale in Roma. — Il canale di Corinto. — Del modo di conservare le cinghie. — Essiccatoi per frutta e per ortaggi. — *Caselli.* Alessandro Antonelli.

†Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Vol. XVII, 11. Roma, 1888.

Tacchini. Osservazioni spettroscopiche solari fatte al regio Osservatorio del Collegio romano nel 3° trimestre del 1888. — *Id.* Perseidi dell'agosto 1888. — *Hasselberg.* Sur une méthode à déterminer avec grande exactitude les distances focales d'un système optique pour une raie quelconque du spectre.

†Memoria per servire alla descrizione della Carta geologica d'Italia. Vol. III, 2. Firenze, 1888.

Meneghini. Paleontologia dell'Iglesiente in Sardegna. — *Canavari.* Contribuzione alla fauna del lias inferiore di Spezia.

†Museo italiano di antichità classica. Vol. III, 1. Firenze, 1888.

Ghirardini. Di un singolare mito di Teseo rappresentato in tre pitture vascolari. — *Tomassetti.* Note sui prefetti di Roma. — *Sabbadini.* Sallustius, Ovidius, Plinius, Germanicus, Claudianus cum novis Codicibus conlati atque emendati. — *Fraccaroli.* Per la cronologia delle odi di Pindaro. — *Milani.* Tazza di Chachrylion ed alcuni altri vasi inediti con le imprese di Teseo.

†Programma del r. Istituto tecnico superiore di Milano. Anno 1888-89. Milano.

†Rassegna (Nuova) di viticoltura ed enologia. Anno III, n. 1. Conegliano, 1889.

Carpenè. I campioni dei vini. — *Feletti.* Il vino nei paesi caldi. — *Jemina.* La peronospora combattuta d'inverno.

†Rendiconti del reale Istituto lombardo di scienze e lettere. Ser. 2ª, vol. XXI, 19-20. Milano, 1888-89.

Vignoli. A proposito del saggio di un programma critico di sociologia del prof. Icilio Vanni. — *Sangalli.* L'anatomia in Ispagna ed in Russia. — *Trevisan.* Sui batterî spettanti al genere Klebsiella. — *Zoja.* Intorno al mucrone dell'angolo della mandibola del Sandifort (Apofisi lemurinica dell'Albrecht). — *Cantù.* Sulla facciata del Duomo.

†Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. 2ª, vol. II, 12. Napoli, 1888.

Scacchi. Il vulcanetto di Puccianello. — *Oglialoro* e *Cannone.* Sull'acido ortocresolglicolico. — *Albini.* Osservazioni sui vegetali segregati. — *Scacchi.* Contribuzioni mineralogiche. — *Malerba* e *Sanna-Salaris.* Altre ricerche sul gliscrobatterio. — *Marcolongo.* Sulla variazione di un integrale definito e sulla teoria delle equazioni alle derivate del primo ordine.

†Rivista archeologica della provincia di Como. Fasc. 31. Como, 1888.

Garovaglio. Necropoli gallo-italica di Cardano. — *Id.* Sepolcreto romano di Rebbio. — *Quaglia.* Le monete romane di rame nelle tombe antiche. — *Poggi.* Lapide cristiana scoperta a Cortabbio in Valsassina.

†Rivista di artiglieria e genio. Anno 1889, genn. Roma.

I, V. Studî sulle armi a ripetizione fatte in Italia. — *Lerchet.* Alcune idee sull'arma del Genio.

†Rivista italiana di filosofia. Anno IV, 1. Roma, 1889.

Mariano. Filosofia della religione: La persona del Cristo. — *Fornelli.* La pedagogia e l'insegnamento classico. — *Benini.* L'avvenire dell'estetica. — *Fimiani.* Alcune osservazioni su la relazione tra il νοῦς e la ψυχή nella dottrina filosofica di Anassagora.

†Rivista italiana di numismatica. Anno I, f. 4°. Milano, 1888.

Gnecchi. Di alcune monete inedite e sconosciute della zecca di Scio. Appendice. — *Gavazzi.* Ricerca del fiorino d'oro di Giangaleazzo Visconti. — II. I medaglisti del Rinascimento alla corte di Mantova. — *Rossi.* Peir Jacopo Alari-Bonacolsi detto l'Antico. III. Gian Marco Cavalli. — *Ruggero.* Annotazioni numismatiche genovesi. Un minuto colla leggenda *ianua Q. D. P.* Monete del governatore Agostino Adorno. — *Ambrosoli.* Una medaglia inedita del Museo di Brera. — *Miari.* Moneta d'oro del principe Siro da Correggio.

†Rivista marittima. Anno XXII, 1, genn. 1889. Roma.

Bonamico. Indicatore di movimento. — *Borgatti.* I porti di Marsiglia. — *Petella.* La natura e la vita nell'America del sud.

†Rivista scientifico-industriale. Anno XX, 22-24. Firenze, 1888.

Malavasi. Le figure di Chladni ed il metodo di Wheatstone. — *Cariati.* Il fonografo Edison.

†Spallanzani (Lo). Anno XVII, 11-12; XVIII, 1. Roma, 1888.

XVII, 11-12. *Ricolfi.* Delle cure praticate durante l'anno scolastico 1887-88 nell'Istituto oftalmico della r. Università di Roma. — *Mazzoni.* Su alcuni casi di ascesso epatico. — *Id.* Neoformazione dell'intestino retto. Operazione col processo Kraska felicemente riuscita. — *Postempski.* Estirpazione della tonsilla con un nuovo processo operativo. — XVIII, 1. *Ciaccio.* Se la terminazione de' nervi nelle piastre elettriche delle torpedini sia un plesso od una rete, o veramente nè l'uno nè l'altra, ma una cosa tutta speciale. — *Loriga.* Contributo allo studio delle manifestazioni cutanee della malaria. — *Altara.* Sovra un metodo di cura più efficace da raccomandarsi nei casi di pustola maligna. — *Cauglia.* Relazione fatta al Prefetto della provincia di Cagliari sull'enzoozia delle pecore nel comune di San Sperate.

†Statistica dei debiti comunali e provinciali per mutui. 1885. Roma, 1888.

†Studî e documenti di storia e di diritto. Anno IX, 4. Roma, 1888.

Abignente. Le consuetudini inedite di Salerno. — *Talamo.* Le origini del cristianesimo e il pensiero stoico. — *De Rossi.* Dissertazioni postume del p. L. Bruzza. Di una rarissima lucerna fittile sulla quale è effigiato un santo in vesti persiane. — *Bossi.* La guerra annibalica in Italia da Canne al Metauro.

†Telegrafista (Il). Anno VIII, 11-12. Roma, 1888.

Sistemi di trasmissione simultanea in senso inverso con apparati Morse e Hughes. — Uso di una sola batteria per trasmettere su più circuiti telegrafici.

Pubblicazioni estere.

†Abhandlungen der k. bay. Akademie der Wissenschaften. Hist. Cl. XVIII, 2. Math.-phys. Cl. XVI, 3. München, 1888.

H. Cl. *von Rockinger.* Ueber die Abfassung des kaiserlichen Land- und Lehenrechts. Erste Hälfte. — *Cornelius.* Die Rückkehr Calvins nach Genf. I. Die Guillermins. — *Stieve.* Wittelsbacher Briefe aus den Jahren 1590 bis 1610. Abteilung III. — M. P. Cl. *von Bauernfeind.* Ergebnisse aus Beobachtungen der terrestrischen Refraktion. — *Miller.* Ueber die Grundlagen der Bestimmungsmethode des longitudinalen Elastizitätsmoduls. — *Kohlrausch.* Ueber den absoluten elektrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers.

†Abhandlungen der Math.-phis. Classe der k. Schläsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XIV, 10-13. Leipzig, 1888.

X. *Walther.* Die Korallenriffe der Sinaihalbinsel. — XI. *Spalteholz.* Die Vertheilung der Blutgefässe im Muskel. — XII. *Lie.* Zur Theorie der Berührungstrancformationen. — XIII. *Neumann.* Ueber die Methode des Arithmetischen Mittels. II.

†Abhandlungen der naturforsch. Gesellschaft zu Halle. Bd. XVII, 1-2. Halle, 1888.

Grenacher. Abhandlungen zur vergleichenden Anatomie des Auges. II. Das Auge der Heteropoden, geschildert am Pterotrachea coronata Forsk. — *Kraus.* Beiträge zur Kenntniss Fossiler Hölzer. III. IV. — *Zopf.* Ueber einige niedere Algenpilze (Phycomyceten) und eine neue Methode ihre Keime aus dem Wasser zu isoliren. — *Leicher.* Ueber den Einfluss des Durchströmungswinkels auf die elektrische Reizung der Muskelfaser. — *Bernstein.* Neue Theorie der Erregungsvorgänge und elektrischen Erscheinungen an der Nerwen- und Muskelfaser. — *Id.* Ueber die Sauerstoffzehrung der Gewebe.

†Abstracts of the proceedings of the Chemical Society. N. 61. London, 1889.

†Actes de l'Académie nationale des sciences, belles lettres et arts de Bordeaux. 3ᵉ sér. 48ᵉ année 1886. Paris, 1887.

Vivie. Une audience de la Commission militaire de Bordeaux en 1793. — *Labat.* Causes de la crise économique et moyens d'y remédier. — *Dezeimeris.* D'une cause de dépérissement de la vigne et des moyens d'y porter remède.

†Actes de la Société phylologique. T. XVI-XVII, 1886-87. Alençon.

Rabbinowicz. Grammaire de la langue française. — *Petitot.* Traditions indiennes du Canada nord-ouest.

†Anales del Instituto y Observatorio de marina de San Fernando. Seccion 2ª. Observaciones meteorologicas. Año 1887. S. Fernando, 1888.

†Anales del Museo Nacional de Buenos Aires. T. III, 14. Buenos Aires, 1888.

Burmeister. Relacion de un viaje á la gobernacion de Chubut.

†Annalen der Chemie (Justus Liebig's). Bd. CCXLVIII. Leipzig, 1888.

Wislicenus. Untersuchungen zur Bestimmung der räumlichen Atomlagerung. — *Blank.* Ueber einige Glieder der Stilbengruppe. — *Weise.* Ueber einige Derivate des Diphenylacetaldehyds. — *Kothe.* Ueber Synthesen von Dialkylphtaliden. — *Hinsberg.* Ueber hydrirte Oxychinoxaline. — *Nastvogel.* Ueber die Verbindungen der Dibrombenztraubensäure mit den Hydrazinen. — *Neufeld.* Ueber die Halogenderivate des Phenylhydrazins. — *Rudolph.* Ueber einige Phenylhydrazone. — *Trenkler.* Ueber eine Indole. — *Colman.* Derivate des Pr 1^n-Methylindols. — *Raschig.* Zur Theorie des Bleikammerprocesses. — *Bauer.* Ueber die aus Flohsamenschleim entstehende Zuckerart. — *Pellizzari.* Alloxandisulfite organischer Basen. — *Id.* und *Matteucci.* Ueber Säurederivate von Amidosulfonsäuren. — *Wallach.* Ueber Amylennitrosat und von diesem abgeleitete Verbindungen. — *Knops.* Ueber die Molecularrefraction der Isomerieen Fumar-Maleïnsäure, Mesacon-Citracon-Itaconsäure und des Thiophens und ihre Beziehung zur chemischen Constitution dieser Substanzen. — *Mente.* Ueber einige Amide des Phosphors und des Schwefels. — *Anschütz* und *Hensel.* Ueber Reissert's Desoxypyranilpyroïnsäuredibromid und Monobromdesoxypyranilpyroïnsäure. — *Wislicenus.* Untersuchungen zur Bestimmung der räumlichen Atomlagerung; dritte Abhandlung: zur geometrischen Constitution der Krotonsäuren und ihrer Halogensubstitutionsproducte.

†Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XXXVI, 1. Beiblätter XII, 12. Leipzig, 1889.

Hertz. Die Kräfte electrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwell'schen

Theorie. — *Dorn.* Eine Bestimmung des Ohm. — *Hankel.* Das electrodynamische Gesetz ein Punktgesetz. — *Winkelmann.* Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Verdampfung und die Diffusion von Dämpfen. — *Heritsch.* Ueber das allgemeine Gesetz der bei dem Lösen von Salzen im Wasser auftretenden Volumenverminderung. — *Koch.* Ueder die Dämpfung der Torsionsschwingungen von verschiedenen Metalldrähten. — *Henneberg.* Ueber das Wärmeleitungsvermögen der Mischungen von Aethylalkohol und Wasser. — *Jaeger.* Ueber die Schallgeschwindigkeit in Dämpfen und die Bestimmung der Dampfdichte. — *Emden.* Ueber den Beginn der Lichtemission glühender Metalle. — *Ritter.* Ueber die Reflexion des Lichtes an parallel zur optischen Axe geschliffenem Quarz. — *Hess.* Ueber einige einfache Gesetze, welchen der durch ein Prisma gehende Lichtstrahl gehorcht, und über das Minimum der Ablenkung. — *Quincke.* Electrolyse des Kupferchlorürs.

†Annalen des Physikalischen Central-Observatoriums. Jhg. 1887, Th. I. S. Petersburg, 1888.

†Annalen (Mathematische). Bd. XXXIII, 2. Leipzig, 1888.

Heun. Zur Theorie der Riemann'schen Functionen zweiter Ordnung mit vier Verzweigungspunkten. — *Id.* Beiträge zur Theorie der Lamé'schen Functionen. — *v. Gall.* Die Syzyganten zweier simultanen binären biquadratischen Formen. — *Hilbert.* Ueber die Endlichkeit des Invariantensystems für binäre Grundformen. — *Id.* Ueber Büschel von binären Formen mit vorgeschriebener Functionaldeterminante. — *Stolz.* Ueber Verallgemeinerung einer Satzes von Cauchy. — *Hurwitz.* Ueber die Nullstellen der Bessel'schen Function. — *Wiltheiss.* Die partiellen Differentialgleichungen der hyperelliptischen Thetafunctionen. — *Stahl.* Ueber die Darstellung der eindeutigen Functionen, die sich durch lineare Substitutionen reproduciren, durch unendliche Producte. — *Horn.* Ueber die singulären Stellen der Integrale einer linearen partiellen Differentialgleichung.

†Annales de la Société géologique du Nord. XV, 5, 6. Lille, 1888.

Ladrière. L'ancien lit de la Scarpe. — *Barrois.* Observations préliminaires sur les roches des environs de Lanmeur (Finistère). — *Carton.* Lettre de Souk-el-Arba. — *Gosselet.* L'ottrélite dans le Salmien. — *Cayeux.* Compte-rendu de l'excursion faite dans le Boulonnais.

†Annales de l'École polytechnique de Delft. T. IV, 3. Léide, 1888.

Hoogewerff et *van Dorp.* Sur la constitution chimique de la berbérine. — *Rahusen.* Sur quelques propriétés des déterminants, appliquées à une question de géométrie à *n* dimensions. — *Behrens.* Quelques considérations sur l'origine des cratères-lacs (Maare) de l'Eifel.

†Annales de l'Observatoire de Moscou. 2ᵉ sér, vol. I, 2. Moscou, 1888.

Bredichin. Sur les grandes comètes de 1886. — *Id.* Sur la grande comète de 1886, f. — *Ceraski.* Nouvelle construction de l'astrophotomètre de Zöllner. — *Bredichin.* Sur la grande comète de 1887, I. — *Bélopolski.* L'éclipse totale de soleil du 19 août 1887 observé à Jurjewetz. — *Id.* Einige Gedanken ueber die Bewegungen auf der Sonnenoberfläche. — *Id.* Observations photohéliographiques en 1885. — *Ceraski.* Observations photométriques. — *Sternberg.* Sur la durée de la rotation de la tache rouge de Jupiter.

†Annales de mines. 8ᵉ série, t. XIV, 5. Paris, 1888.

Mallard. Commission de substances explosives. Sous-Commission spéciale. Rapport sur l'étude des questions relatives à l'emploi des explosifs en présence du grisou. — *Id.* Rapport supplémentaire.

†Annales des ponts et chaussées. 6ᵉ sér. année VIII, 10, oct. 1888. Paris.

Bazin. Expériences nouvelles sur l'écoulement en déversoir. — *Saint-Yves.* Le canal maritime de Corinthe.

†Annales (Nouvelles) de mathématiques. 3e sér. déc. 1888. Paris.

Serrau. Notions sur la théorie de l'élasticité. — *Rouché.* La théorie des chances.

†Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 3e sér. t. V, 12 et suppl. VI, 1. Paris, 1888-89.

12. *Riemann.* Sur le problème de Dirichlet (suite et fin). — *Duboin.* Recherches sur quelques combinaisons de l'yttrium. — *Petot.* Sur une extension du théorème de Pascal à la géométrie de l'espace. — *Goursat.* Sur le substitutions orthogonales et les divisions régulières de l'espace.

†Annals of the Cape Observatory. Vol. II, 2. S. l. e a.

Finlay. On the variations of the instrumental adjustments of the Cape Transit-Circle.

†Annuaire de l'Académie r. des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique. 1889. Bruxelles.

†Anzeiger (Zoologischer). N. 296-298. Leipzig, 1889.

246. *Garnault.* Sur les phénomènes de la fécondation chez l'Helix aspersa et l'Arion empiricorum. — *Bauer.* Osteologische Notizen über Reptilien. — 297. *Garnault.* Sur les phénomènes ect. — *Rückert.* Zur Entwicklung des Excretionsystems der Selachier. — 298. *Garnault.* Sur les phénomènes ecc. — *Murrich.* Note on the structure and systematic position of Lebrunia neglecta. — *Baur.* Osteologische Notizen ueber Reptilien.

†Archaeologia or miscellaneous tracts relating to Antiquity. Vol. LI, 1. London, 1888.

Wordsworth. I. A Kalendar or Directory of Lincoln use and II A Kanderium e Consuetudinario Monasterii de Burgo Sancti Petri. — *Middleton.* On the Chief Metods of Construction used in Ancient Rome. — *Church.* Some account of Savaric, bishop of Bath and Glastonbury 1192-1205. — *Ferguson.* Bibliographical Notes on the English Translation of Polydore Vergil's work: « De Inventoribus rerum ». — *Page.* Some Remarks on the Northumbrian Palatinates and Regalities. — *Hardy.* Tobacco Culture in England during the XVII Cent. — *Westlake.* On some ancient Paintings in Churches of Athens. — *Dillon.* Arms ad Armour at Westminster, the Tower and Greenwich 1547.

†Archeografo triestino. N. S. vol. XIV, 2. Trieste, 1888.

Joppi. Documenti goriziani del secolo XIV. — *Pavani.* Il podere di Triestinico ed i Bonomo. — *Grablovitz.* Terremoti avvertiti nella città di Trieste dal 1869 al 1886. — *Gregorutti.* Le marche di fabbrica dei laterizî di Aquileia. — *Swida.* Documenti goriziani e friulani dal 1126 al 1300. — *Pervanoglù.* Attinenze dell'isola di Lemnos colle antichissime colonie sulle coste del mare Adriatico.

Beiträge zur vaterländischen Geschichte. N. F. Bd. III, 1. Basel, 1889.

Wackernagel. Andreas Ryff, der Stadt Basel Regiment und Ordnung 1597. — *Burckhardt-Piguet.* Oberstzunftmeister Benedict Socin 1594-1664. — *Wackernagel.* Das Kirchen- und Schulgut des Kantons Basel Stadt.

†Bericht ueber die Sitzungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle. 1887. Halle, 1888.

Wille. Zur Diagnostik des Coniferenholzes. — *Bernstein.* Ueber die secundären Wellen der Pulscurve. — *Menze.* Zur täglichen Assimilation der Kohlehydrate. — *Eiselen.* Ueber den systematischen Werth der Raphiden in dicotylen Familien.

†Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. Jhg. XXI, 18; XXII, 1. Berlin, 1888-89.

XXI, 18. *Hooker.* Ueber die Auffindung von Benzoësäuresulfinid (Saccharin). —

Börnstein. Erwiderung, betreffend die Fluoresceïnreaction zur Erkennung des Benzoësäuresulfinids. — *Claisen* u. *Zudel.* Notiz über die Einwirkung von Chlorkohlensäureäther auf die Natriumverbindungen des Acetylacetons, des Acetessigäthers und des Malonsäureäthers. — *Zelinsky* u. *Bitschichin.* Zur Kenntniss der Reaction zwischen Cyankalium und α-Brom-, resp. chlorsubstituirten Fettsäureestern. — *Drawe.* Ueber die Unterphosphorsäure und einige neue Salze derselben. — *Jahns.* Ueber die Alkaloïde der Arecanuss. — *Limpricht.* Ueber Hydrazinsulfonsäuren und Triazoverbindungen. — *Polis.* Ueber aromatische Bleiverbindungen. — *Dennstedt.* Ueberführung von Abkömmlingen des Pyrrols in solche des Indols. — *Einhorn.* Ueber ein metameres Cocaïn und seine Homologen. — *Erdmann.* Ueber die Constitution einiger Dichlornaphtaline. — *Weber.* Ueber Libellen. — *Dittrich* u. *Paal.* Ueber zwei neue γ-Ketonsäuren. — *Jaffé* u. *Levy.* Ueber die Glycocollverbindung der α-Thiophensäure (α-Tiophenursäure) und ihre Entstehung im Tierkörper. — *Id.* u. *Cohn.* Ueber das Verhalten des Furfurols im Stoffvechsel der Hühner. — *Luck.* Bemerkung zur Abhandlung von G. Daccomo über Filixsäure. — *Witt.* Reductionsproducte aus Azofarbstoffen der Naphtalinreihe. — *Id.* Ueber die Constitution der β-Naphtol-α-monosulfosäure. — *Lippmann.* Ueber einige seltenere Bestandtheile der Rübenasche. — *Herzig* u. *Zeisel.* Beiträge zur Kenntniss der Passivität gewisser [Polyketone gegen Hydroxylamin und gegen Phenylhydrazin. — *Forsling.* Ueber die Einwirkung von rauchender Schwefelsäure auf die Brönner'sche β-Naphtylaminsulfosäure ($\beta_1 = \beta_2$). — *Voswinkel.* Ueber das Orthodiäthylbenzol. — *Palmer.* Ueber Pentamidotoluol. — *Tollens* u. *Mayer.* Ueber die Bestimmung der Moleculargrösse des Paraformaldehydes mittelst Raoult's Gefriermethode. — *Id.* u. *Wheeler.* Ueber die Bestimmung der Moleoulargrösse von Arabinose und Xylose (Holzzucker) mittelst Raoult's Gefriermethode. — *Auwers* u. *Meyer.* Weitere Untersuchungen über die Isomerie der Benzildioxime. — *Demuth* u. *Meyer.* Ueber Nitroäthylalkohol. — *Schütz.* Untersuchungen über Derivate des p-Diphenols. — *Ostwald.* Ueber die Isomalsäure. — *Müller-Erzbach.* Das Krystallwasser des Alauns. — *Zincke.* Ueber die Einwirkung von Chlor auf Phenole. — *Onufrowicz.* Ueber ein β-Naphtolmonosulfid. — *Winkler.* Eine zweckmässige Abzugsvorrichtung für Wasserbäder. — *Claisen.* Berichtigung. — *Spiegel.* Ueber di Schätzung der Nitrate in natürlichen Wässern. — XXII, 1. *Pribram.* Ueber Rotationsänderungen der Weinsäure in gemischten Lösungen. — *Krüss* u. *Schmidt.* Untersuchung über das Kobalt und Nickel. — *Palmaer.* Ueber die Iridiumammoniakverbindungen. — *Meyer.* Ueber Nitrirung. — *Id.* Ueber Salpetersäureanhydrid. — *Id.* Ueber die Umsetzung von Säureamiden mit Alkoholen. — *Ciamician.* Ueber die physikalischen Eigenschaften des Benzols und des Thiophens. — *Id.* Ein Vorlesungsversuch zur Demonstration des Raoult-schen Gesetzes der molecularen Gefrierpunktserniedrigung. — *Id.* u. *Silber.* Ueber einige Derivate des Maleïnimids. — *Magnanini.* Ueber einige Derivate des Metadimethylpyrrols. — *Janovsky* u. *Reimann.* Ueber zwei aus dem Paranitrotoluol entstehende isomere Azoxytoluole. — *Einhorn* u. *Gehrenbeck.* Ueber die Paranitrophenylbutincarbonsäure. — *Hell* u. *Mayer.* Ueber die Einwirkung von feinvertheiltem Silber auf Monobromisovaleriansäureäthylester. — *Id.* u. *Rothberg.* Ueber die Einwirkung des feinvertheilten Silbers auf α-Brompropionsäureester. — *Id.* Zur Geschichte der symmetrischen Diäthylbernsteinsäuren. — *Bujard* u. *Hell.* Ueber Brom- und Oxyazelainsäure. — *Conrad* u. *Eckhardt.* Beiträge zur Kenntniss des Methylchinaldons und Methyllutidons. — *Id. id.* Einwirkung von Jodmethyl auf Phenylamidocrotonsäureester. — *Fischer.* Ueber die Verbindungen des Phenylhydrazins mit den Zuckerarten. V. — *Id.* u. *Tafel.* Synthetische Versuche in der Zuckergruppe. III. — *Id.* u. *Laycock.* Ueber das Metaceton. — *Id.* u. *Tafel.* Oxydation des Glycerins. II. — *Mahla.* Ueber eine neue Kalium-Eisen-Cyan-Verbindung. — *Rügheimer.* Ueber Dibenzamidodioxytetrol. — *Ciamician* u. *Silber.* Weitere Beobachtungen über Apiol. — *Hinrichsen.* Ueber m-Xylobenzylamin. — *Liebermann.* Ueber die γ- und δ-Isatropasäure. — *Id.* Ueber einige weitere Cocaïne. — *Frankfeld.* Ueber das Vorkommen von Zimmtsäure

unter den Spaltproducten von Ruchcocaïnen. — *Liebermann* u. *Spiegel*. Ueber Chrysenhydrüre. — *Weyl*. Ueber Creolin. — *Schall*. Zur Dampfdichtebestimmung unter vermindertem Druck. — *Knorr*. Ueber die Constitution der Carbopyrotritarsäure. — *Id.* u. *Cavallo*. Zur Kenntniss der Carbopyrotritarsäure. — *Id. id.* Ueber eine neue Reihe von Abkömmlingen des Diacetbernsteinsäureesters. — *Knorr*. Verseifungsproducte des Diacetbernsteinsäureesters: Acetonylaceton und Diacetbernsteinsäure. — *Id.* u. *Laubmann*. Ueber das Verhalten der Pyrazole und Pyrazoline. — *Knorr*. Zur Kenntniss des Morphins. — *Gattermann*. Untersuchungen über Silicium und Bor.

†Berichte des naturwissenschaftlich-medizinischen Vereines in Innsbruck. Jhg. XVII. Innsbruck, 1888.

v. Dantscher. Bemerkungen zur Theorie der irrationalen Zahlen. — *Id.* Zur analytischen Darstellung der Wurzeln algebraischer Gleichungen. — *v. Della Torre*. Die Myriapoden Tirols. — *Id.* Die Säugethierfauna von Tirol und Voralberg.

†Bibliothèque de l'École des chartes. Année 1888, livr. 4-5, Paris.

Omont. Un premier catalogue des manuscrits grecs du cardinal Ridolfi. — *Fournier*. Une forme particulière des fausses décrétales, d'après un ms. de la Grande-Chartreuse. — *Gauthier*. Le missel et pontifical d'Amédée de Talaru, archevêque de Lyon. — *Moranvillé*. Extraits de journaux du trésor (1345-1419). — *de Curzon*. De quelques travaux récents sur l'architecture du moyen âge.

Bijdragen tot de Taal- Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 5 Volg. 4 Deel. 'S Gravenhage, 1889.

Riedel. Bijdrage tot de kennis der dialecten op het eiland Timor. — *Id.* Bijdrage tot de kennis van het Sawusch dialect. — *Id.* Bijdrage tot de kennis van de Banggaische of Banggajasche taal. — *Kern*. Eenige imperatiefvormen van het Oud Javaansch. — *Id.* Oudjavaansche absolutieven. — *van Rijn van Alkemade*. Een bezoek aan de Aroe-Baai. — *Niemann*. De Boegineezen en Makassaren. Linguistiche en ethnologische studien. — *Wilken*. Iets over de schedelvereering bij de volken van den Indischen Archipel. — *Wijnmalen*. Carl Benjamin Hermann Baron von Rosenberg. Eine biographische Skizze.

†Boletin de la real Academia de la historia. T. XIII, 6. Madrid, 1888.

Danvila. « Na Carroça de Vilaragut », por D. Francisco Danvila. — *Id.* Biografía de la ilustre « Na Carroça de Vilaragut », Señora de Albayda, Carricola y Corbera. — *Codera*. Inscripción sepulcral árabe encontrada en Toledo. — *Id.* Embajadas de príncipes cristianos en Córdoba en los últimos años de Alhaquem II. — *Hübner*. Monumentos epigräficos de las islas Baleares. — *Fita*. La Musa de la Historia. Inscripción griega.

†Boletín de la Sociedad geográfica de Madrid. T. XXV, 3-4. Madrid, 1888.

de Velasco. El Estado de Michoacan de Ocampo en Méjico. — Descripción geográfica. — Producciones. — División política. Distritos de La Piedad, Puruándiro, Morelia, Zinapécuaro, Maravatio, Zitácuaro, Huetámo, Ario, Coalcoman, Apatzingan, Uruapan, Jiquilpan, Zamora, Pátzcuaro, Tacámbaro. — Habitantes, idioma, religión, etc. — Gobierno. — *de Cuevas*. La ciudad de Uazzán.

†Bulletin de l'Académie r. des sciences. 3e sér. t. XVI, 11. Bruxelles, 1888.

Plateau. Recherches expérimentales sur la vision chez les arthropodes. — *Errera*. Sur des appareils destinés à démontrer le mécanisme de la turgescence et le mouvement des stomates. — *Chevron* et *Droixhe*. Sur quelques phosphates et arséniates doubles. — *Wauters*. La première enceinte de Bruxelles.

†Bulletin de la Société académique franco-hispano-portugaise. T. VIII, 2. Toulouse, 1888.

†Bulletin de la Société d'anthropologie de Lyon. T. VII, 3. Lyon, 1888.

de Mortillet. Sur les sépultures de Solutré. — *Cuvier*. Sur le percement du souterrain de Caluire. — *Cornevin*. Sur l'examen comparé de la capacité crânienne dans les diverses races des espèces domestiques. — *Pallary*. Sur l'anthropologie au Congrès de l'Association français, à Oran.

†Bulletin de la Société des antiquaires de Picardie. 1887, n. 2, 3; 1888, n. 3. Amiens.

†Bulletin de la Société géologique de France. T. XV, 9; XVI, 6, 7. Paris, 1888.

XV, 9. *Arnaud*. Aperçu général sur la Craie du sud-ouest. — *Beltrémieux*. Excursion à Chatelaillon. — *Collot*. Excursion à Port-des-Barques, à l'Ile Madame et à Piédemont. — *Cotteau*. Excursion à Saint-Palais. — *Zurcher* et *Arnaud*. Excursion à Meschers et Talmont. — *Bertrand*. Excursion à Chancelade. — *Arnaud*. Excursion à Saint-Cirq et Beaumont de Périgord. — *Zurcher*. Excursion aux environs de Beaumont. — *Benoist*. Gisements tertiaires des environs de Beaumont. — *Tardy*. Terrains tertiaires du sud-ouest du Plateau central. — *Landesque*. Grottes et abris de Tazac. — *Id*. Station préhistorique de Combe-Capelle. — *Collot*. Excursion à Belvès et Sarlat. — *Mouret*. Excursion aux mines de Simeyrols. — *Zeiller*. Flore des lignites de Simeyrols. — *Arnaud*. Résumé des observations sur la Craie du sud-ouest. — *Mouret*. Excursion à Borrèze. — *Arnaud*. Excursion à Montignac-sur-Vezère. — XVI, 6. *de Grossouvre*. Études sur l'étage bathonien. — *Zeiller*. Note sur les végétaux fossiles des calcaires d'eau douce subordonnés aux lignites de Simeyrols. — *Schlumberger*. Note sur les foraminifères fossiles de la province d'Angola. — *Lotti*. Sur les roches métamorphosées pendant les âges tertiaires de l'Italie centrale. — *Stuart-Menteath*. Sur le terrain dévonien des Pyrénées occidentales. — *Bigot*. Observations géologiques sur les Iles Anglo-Normandes. — *Id*. Homalonotus des grès siluriens de Normandie. — *Kilian*. Note sur quelques espèces nouvelles ou peu connues du crétacé inférieur. — *Schlumberger*. Note sur les Holothuridées du calcaire grossier. — *Pomel*. Notes d'echinologie synonymique. — *Hébert*. Remarque sur la zone à Belemnitella plena. — *Le Verrier*. Notes sur les causes des mouvements orogéniques. — *Carez*. Note sur le terrain crétacé de la vallée du Rhône, et spécialement des environs de Martigues (Bouches-du-Rhône). — *Martel*. Sur la formation géologique de Montpellier-le-Vieux. — *Lebesconte*. La théorie qui considère les Cruziana comme des contre-moulages de pistes d'animaux ne peut plus exister. — *Douvillé*. Sur la faune des calcaires à Fusulines de la vallée du Sosio, par M. Gemellaro. — *Bertrand*. Sur les bassins houillers du Plateau central de la France. — *Faurot*. Sur les sédiments quaternaires de l'Ile de Kamarane et du golfe de Tadjoura. — *Brongniart*. Sur un nouveau poisson fossile du terrain houiller de Commentry (Allier), Pleuracanthus Gaudryi. — *Cotteau*. Echinides tertiaires de la province d'Alicante. — *Zeiller*. Flore fossile du bassin houiller de Valenciennes. — *Déperet*. Note sur l'existence d'un horizon à faune saumâtre dans l'étage Turonien supérieur de la Provence. — XVI, 7. *Depéret*. Note sur l'existence d'un horizon à faune saumâtre dans l'étage Turonien supérieur de la Provence. — *Bertrand*. Sur la distribution géographique des roches éruptives en Europe (Conférence). — *Termier*. Note sur trois roches éruptiques interstratifiées dans le terrain houiller du Gard. — *Sauvage*. Sur les reptiles trouvés dans le Portlandien supérieur de Boulogne-sur-mer. — *Œhlert*. Note sur quelques pélécypodes dévoniens.

†Bulletin de la Société zoologique de France. T. XIII, 7, 8. Paris, 1888.

7. *Jullien*. Sur la Cristatella mucedo. — *Kunstler*. Structures vacuolaire et aréolaire. — *Cosmovici*. Sur la vésicule contractile des rotifères. — *Id*. Sur les insectes du genre Mantis, et description d'une nouvelle espèce des environs de Jassy. — *Boulenger*. Sur la synonymie et la distribution géographique des deux sonneurs européens. — *Phi-*

salix. Note sur la nature des ganglions ophthalmiques et l'origine de la première cavité céphalique chez les sélaciens. — *Bignon.* Recerches sur les cellules aériennes cervicocéphaliques chez les psittacidés. — *Gazagnaire.* La phosphorescence chez les myriopodes. — *Stimati.* Sur la présence d'une enveloppe adventice autour des excréments des oiseaux. — *Stamati.* Sur l'opération de la castration chez l'écrevisse. — [8. *Bonjour.* Note sur quelques variations observées dans le plumage d'oiseaux européens. — *Stimati.* Sur une monstruosité de l'écrevisse commune (Astacus fluviatilis).

Bulletin des sciences mathématique. 2e sér. t. XII, novembre-décembre 1888. Paris.

Ptaszycki. Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite. — *Cesaro.* Tableau des dérivations cristallographiques dans le premier système. — *Teixeira.* Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite. — *Id.* Id. — *Bioche.* Sur les systèmes de courbes qui divisent homographiquement les génératrices d'une surface réglée.

†Bulletin des séances de la Société entomologique de France. 1889 cah. 1. Paris.

Bulletin d'histoire ecclésiastique et d'archéologique religieuse des diocèses de Valence ecc. Année VIII. Valence, 1887-88.

Fillet. Notice sur les reliques possédées par l'église de Grignan. — *Francus.* Notes sur la commanderie des Antonins à Aubenas, en Vivarais. — *Lagier.* Le Trièves pendant la grande Révolution, d'après des documents officiels et inédits. — *Fillet.* Histoire religieuse du canton de la Chapelle-en-Vercors (Drôme). — *Giraud* et *Chevalier.* Mystère des Trois Doms, joué à Romans en 1509. — *Jaubert.* Marie de Montlaur, maréchale d'Ornano, et le relèvement du culte catholique dans la ville d'Aubenas. — *Chevalier.* Quarante années de l'histoire des évêques de Valence au moyen âge (1226 à 1266). — *Vaschalde.* Recherches sur les inscriptions du Vivarais.

†Bulletin of the Museum of comparative zoology at Harvard College. Vol. XVI, 3. Cambridge, 1888.

Lesquereux. Fossil plants collected at Golden, Colorado,

Centralblatt (Botanisches). Bd. XXXVII, 2-4. Cassel, 1889.

Hansgirg. Noch einmal ueber Bacillus muralis Tom. und ueber einigen neuen Formen von Grotten-Schizophyten. — *Kronfeld.* Bemerkungen ueber Coniferen. — *Amann.* Leptotrichum glaucescens Hampe. — *Burchard.* Bryologische Reiseskizzen aus Nordland.

Centralblatt für Physiologie. 1889, n. 20, 21. Leipzig-Wien.

Civilingenieur (Der). Jhg. 1888, Heft 8. Leipzig.

Mohr. Die Theorie der Streckensysteme. — *Beck.* Historische Notizen. — *Hartig.* Ueber den Gebrauchswechsel des Werkzeuges und das gegenseitige Verhältniss verbaler und substantivischer Begriffe in der mechanischen Technik.

†Compte rendu de la Société de géographie. 1888, n. 16-17 ; 1889, n. 1. Paris.

Compte rendus des séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. N. S. t. XXXI, 1. Paris, 1889.

Gréard. Discours prononcé à la séance publique du 1er décembre 1888. — *Simon.* Notice historique sur la vie et les travaux de M. Henri Martin. — *Duruy.* Une dernière page d'histoire grecque. — *Aucoc.* Les études de législation comparée en France. — *Desjardins.* Observations à la suite. — *Lucas.* Lettre à M. Jules Simon.

†Compte rendus de l'Académie des inscriptions et belles lettres. T. XVI, juill.-août 1888. Paris.

Clermont-Ganneau. Première lettre sur une inscription française, découverte à Saint

Jean-d'Acre. — *Baillet.* Sur plusieurs textes grecs récemment découverts, relatifs à l'histoire des Blémyes. — *Delaville le Roulx.* Les anciens Teutoniques et l'ordre de Saint-Jean de Jérusalem. — *d'Arbois de Jubainville.* Note sur la chronologie étrusque. — *Berger.* Sur une rondelle de plomb trouvée dans une tombe romaine d'Afrique. — *de Villefosse.* Milliaire de Tétricus le fils trouvé à Barbaïra (Aude). — *Id.* Inscriptions romaines découvertes à Volubilis (Maroc). — *Id.* Deux épitaphes romaines des années 368 et 402. — *Clermont-Ganneau.* Lettre sur un carreau de terre cuite découvert en Tunisie. — *Id.* Seconde lettre sur une inscription française découverte à Saint-Jean-d'Acre.

†Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. T. CVIII, n. 1-4. Paris, 1889.

1. *Mascart.* Sur le principe d'Huygens et sur la théorie de l'arc-en-ciel. — *Poincaré.* Sur les séries de M. Lindstedt. — *Berthelot.* Sur les réactions entre l'acide chromique et l'eau oxygénée. — *de Caligny.* Sur une machine hydraulique à tube oscillant, exécutée en Angleterre. — *Crova* et *Houdaille.* Observations faites au sommet du mont Ventoux, sur l'intensité calorifique de la radiation solaire. — *Reboul.* Éthers butyliques mixtes et proprement dits. — *Faye.* Se le livre nouveau de M. Hirn, intitulé « Constitution de l'espace céleste ». — *Bertrand de Fontviolant.* Sur la détermination des forces élastiques et de leurs lignes d'influence dans les poutres assujetties à des liaisons surabondantes. — *Brendel.* Sur les perturbations de la planète (46) Hestia, d'après la théorie de M. Gyldén. — *Folie.* Sur un procédé permettant de mettre en évidence la nutation diurne et d'en déterminer les constantes. — *Alexis de Tillo.* Sur la stabilité du sol de la France. — *Bouquet de la Grye.* Observations relatives à la Communication précédente de M. A. de Tillo. — *Moureaux.* Sur la valeur absolue des éléments magnétiques au 1er janvier 1889. — *Œchsner de Coninck.* Contribution à l'étude des ptomaïnes. — *L'Hote.* Sur le dosage de l'azote organique par la méthode de Kjeldahl. — *de Mondesir.* Des légumineuses fourragères en terrains acides. — *Raulin.* Expériences relatives à l'aetion de divers phosphates sur la culture des céréales. — *Viollette* et *Desprez.* Races de betteraves hâtives et races tardives. — *Henry.* Sur la dynamogénie et l'inhibition. — *Guignard.* Sur la formation des anthérozoïdes des Characées. — *Nicklès.* Sur le néocomien du sud-est de l'Espagne. — 2. *Gyldèn.* Sur les termes élémentaires dans les coordonnées d'une planète. — *Wolf.* Sur la statistique solaire de l'année 1888. — *Sée* et *Gley.* Recherches sur le diabète expérimental. — *Danion.* Mode de diffusion des courants voltaïques dans l'organisme humain. — *Trepied, Rambaud* et *Sy.* Observations de la comète Faye, faites à l'Observatoire d'Alger, au télescope de 0^{m},50 et à l'équatorial coudé de 0^{m},318. — *Gilbert.* Sur les accélérations d'ordre quelconque des points d'un corps solide dont un point est fixe. — *Berson.* De l'influence du choc sur l'aimantation permanente du nickel. — *Vignon.* Sur l'oxydabilité et le décapage de l'étain. — *Tanret.* Sur un nouveau principe immédiat de l'ergot de seigle, l'ergostérine. — *Maquenne.* Sur l'heptine de la perséite. — *Heckel* et *Schlagdenhauffen.* Sur la constitution chimique et la valeur industrielle du latex concrété de Bassia latifolia Roxb. — *Hueppe.* Sur la virulence des parasites du choléra. — *Chalande.* Sur la présence de filières chez les myriapodes. — *Daguillon.* Sur le polymorphisme foliaire des Abiétinées. — 3. *Resal.* Sur un point de la question des plaques élastiques homogènes. — *Bouchard.* Sur les hématozoaires observés par M. Laveran dans le sang des paludiques. — *Gyldén.* Sur les termes élémentaires dans les coordonnées d'une planète. — *Crova.* Sur le mode de répartition de la vapeur d'eau dans l'atmosphère. — *Service géographique de l'armée.* Note sur la nouvelle méridienne de France. — *Le Cadet.* Observation de l'éclipse partielle de lune du 16 janvier 1889, faite à l'Observatoire de Lyon. — *Eginitis* et *Maturana.* Observation de l'éclipse partielle de lune du 16 janvier 1889, fait à l'équatorial ouest du jardin de l'Observatoire de Paris. — *Picard.* Sur les intégrales multiples rela-

tives à trois variables complexes. — *Klein.* Formes principales sur les surfaces de Riemann. — *Perrot.* Vérification expérimentale de la méthode de M. Ch. Soret, pour la mesure des indices de réfraction des cristaux à deux axes. — *Poincaré.* Sur la conductibilité électrique des sels fondus. — *Antoine.* Dilatation et compression de l'air atmosphérique. — *Jungfleisch* et *Grimbert.* Sur le sucre interverti. — *Vincent* et *Delachanal.* Sur l'extraction de la sorbite. — *Meunier.* Sur l'acétal dibenzoïque de la sorbite. — *de Lapparent.* Sur la relation des roches éruptives acides avec les émanations solfatariennes. — *Morize.* Photographie der figures de Widmannstaetten. — 4. *Berthelot.* Réactions de l'eau oxygénée sur l'acide chromique. — *de Lesseps.* Sur un appareil construit par la Compagnie du canal de Suez, sous le nom de dérocheuse Lobnitz, pour élever, d'une profondeur d'eau de plus de 12^m, des blocs de rocher. — *Reboul.* Éthers butyliques mixtes et proprement dits. — *Lecoq de Boisbaudran.* Sur le gadolinium de M. de Marignac. – *Henry.* Sur un cercle chromatique, un rapporteur et un triple décimètre esthétiques. — *Lerch.* Sur le développement en série de certaines fonctions arithmétiques. — *Sauvage.* Sur les solutions régulières d'un système d'équations différentielles linéaires. — *Étard.* Relation entre les solubilités et les points de fusion. — *Guignet.* Nouveaux dissolvants du bleu de Prusse: préparation facile du bleu soluble ordinaire et du bleu de Prusse pur soluble dans l'eau.— *Viollette.* Sur le dosage de l'azote organique par la méthode de Kjeldahl. — *Girard* et *L'Hote.* Sur les combinaisons formées par l'aniline avec les acides chlorique et perchlorique. — *de Mondésir.* Sur la chaux combinée dans les terres. — *Arthaudt* et *Butte.* Recherches sur la pathogénie du diabète. — *Dubois.* Action des inhalations du chlorure d'éthylène ($C^2H^4Cl^2$) pur sur l'œil. — *Lœwenthal.* Sur la virulence des cultures du bacille cholérique et l'action que le salol exerce sur cette virulence. — *Peuch.* Passage du bacille de Koch dans le pus de séton de sujets tuberculeux. Application au diagnostic de la tuberculose bovine, par l'inoculation au cobaye du pus de séton. — *Pagès.* De la marche chez lesanimaux quadrupèdes. — *Pouchet* et *Chabry.* De la production des laves monstrueuses d'Oursin, par privation de chaux. — *Robert.* De l'hermaphrodisme des Aplysies. — *Boule.* Les prédécesseurs de nos Canidés. — *Depéret.* Sur l'âge des sables de Trévoux.

†Cosmos. Revue des sciences et de leurs applications. S. N. n. 206-209. Paris, 1889.

†Effemeridi astronomico-nautiche per l'anno 1890. Annata IV. Trieste, 1888.

†Füzetek (Természetrajzi). Vol. XI, 3-4. Budapest, 1889.

v. Daday. Uebersicht der Chernetiden des ung. National-Museums in Budapest. — *Schmidt.* Mineralogische Mittheilungen. 1. Arsenopyrit aus Serbien. 2. Caudetit-Krystalle von Szomolnok. 3. Beaumontit von Schweden. — *Franzenau.* Pleiona n. gen. unter den Foraminiferen und über Chilostomella eximia n. sp. — *Schilberszky.* jun. Ueber neuere Fälle der pflanzlichen Polymbrionie. — *Simonkai.* Boissier's « Supplementum » und die Flora von Ungarn. — *Frivaldszky.* Coleoptera nova ex Hungaria.

†Jahresbericht ueber die Fortschritte der classischen Alterthumswissenschaft. Jhg. XVI, 5-6. Berlin, 1889.

Schenkl. Bericht über die Xenophon betreffenden Schriften, welche in den Jahren 1880-1888 erschienen sind. — *Müller.* Seneca rhetor 1881-1888. — *Sittl.* Jahresbericht über die spätlateinischen Schriftsteller vom Ende 1879 bis einschliesslich 1884. — *Ziemer.* Jahresbericht über allgemeine und vergleichende Sprachwissenschaft mit besonderer Rücksicht auf die alten Sprachen.

†Journal (American) of Mathematics. Vol. XI, 2. Baltimore, 1889.

Perott. Remarque au sujet du théorème d'Euclide sur l'infinité du nombre des nombres premiers. — *Cayley.* On the Theory of Groups. — *Loye.* Vortex Motion in certain

Triangles. — *Basset.* On the Steady Motion of an Annular Mass of Rotating Liquid. — *Lie.* Die Begriffe Gruppe und Invariante. — *Picard.* Sur les formes quadratiques binaires à indéterminées conjugées et les fonctions fuchsiennes.

†Journal (The american) of science. Vol. XXXVII, n. 217. New Haven, 1888.

Langley. The History of a Doctrine. — *Dana* and *Wells.* Description of the new mineral, Beryllonite. — *Van Hise.* The Iron Ores of the Penokee Gogebic Series of Michigan and Wisconsin. — *Dana.* Recent Observations of Mr. Frank S. Dodge, of the Hawaiian Government Survey, on Halema'uma'u and its debris-cone. — Notes on Mauna Loa in July, 1888. — *Bayley.* A Quartz-Keratophyre from Pigeon Point and Irving's Augite-Syenites. — *Hanks.* On the occurrence of Hanksite in California. — *Wells.* Spirrylite, a new Mineral. — *Penfield.* On the Crystalline form of Sperrylite.

†Journal de la Société physico-chimique russe. T. XX, 9. S. Pétersbourg, 1889.

Zelinsky. Action du cyanure de potassium sur l'acide bromopropionique: formation des acides diméthylsucciniques isomères. — *Poletaieff.* Sur les points d'ebullition des alcools secondaires: alcool diisopropylique secondaire. — *Kannonikoff.* Sur les relations entre le pouvoir rotatoir et le pouvoir refringeant des substances organiques (deuxième mémoire). — *Bunge.* Application des boules de caolin et de la pipette de M. Salet à l'analyse des gaz par la méthode de M. Bunsen. — *Latchinoff.* Le photomètre de M. Kruss modifié. — *Efimoff.* Supplements à l'article: « Observations sur le magnétisme des gaz ». — *Listoff.* L'influence de l'éclipse solaire sur la marche de quelques éléments météorologiques.

†Journal de Physique théorique et appliquée. 2e sér. t. VIII, janv. 1889. Paris.

Raoult. Recherches expérimentales sur les tensions de vapeur des dissolutions. — *Bouty.* Sur le travail interne dans les gaz. — *Baille.* Écoulement des gaz par un long tuyau. — *de Romilly.* Appareil destiné à remplacer les robinets dans les expériences à vide. — *Gouy* et *Chaperon.* Sur l'équilibre osmotique et la concentration des dissolutions par la pesanteur.

†Journal (The Quarterly) of pure and applied Mathematics. N. 92. London, 1888.

Berry. Simultaneous reciprocants (continued). — *Chree.* On longitudinal vibrations. — *Dixon.* On twisted cubics which fulfil certain given conditions. — *Jeffery.* On the generalised problem of contacts. — *Jessop.* A property of bicircular quartics. — *Cayley.* A theorem on trees. — *Herman.* Equations of the stream lines due to the motion of an ellipsoid in perfect and in viscous fluid.

†Journal of the Chemical Society. N. CCCXIV. January, 1889. London.

Colman. Some Derivatives of Pr 1*n*-Methylindole. — *Mason.* Action of Ethylenediamine on Succinnic Acid. — *Umfreville Pickering.* The Principles of Thermochemistry. — *Green.* The Isomeric Sulphonic Acids of β-Naphthylamine. — *Matthews.* On Ethylic Cinnamyldiethacetate.

†Journal of the China Branch of the royal Asiatic Society. N. S. Vol. XXII, 6. Shanghai, 1887.

†Journal (The) of the College of science, imp. University, Japan. Vol. II, 4. Tokyo, 1888.

Kenjiro Yamagawa. Determination of the Thermal Conductivity of Marble. — *Nagaoka.* Combined Effects of Torsion and Longitudinal Stress on the Magnetization of Nickel. — *Id.* On the Magnetization and Retentiveness of Nickel Wire under combined Torsional and Longitudinal Stress. — *Mitsuru Kuhara.* Specimen Volumen of Camphor and of Borneol determined with proximate accuracy.

†Journal (The) of the Iron and Steel Institute. 1888, n. 2. London.

Hadfield. On Manganese steel. — *Cooper.* On the Forth Bridge. — *Wiborgh.* New

air-pyrometer. — *Brown.* On the Chemical Processes involved in the rusting of iron. — *Cadell.* The oil Shales of the Lothians.

†Lotos. Jahrbuch für Naturwissenschaft. N. F. Bd. IX. Prag, 1888.

Wantzel. Uber fossile Hydrocorallinen. — *Biermann.* Bemerkungen zu Ermittlung der algebraisch lösbaren Gleichungen fünften Grades. — *Hering.* Zur Theorie der Vorgänge in der lebendigen Substanz. — *Lenz.* Ueber die Sahara.

†Lumière (La) électrique. T. XXXI, 1-4. Paris, 1889.

1. *Meylan.* Les progrès de l'électricité en 1888. — *Guillaume.* Quelques mots sur les notations. — *D'Arsonval.* Galvanomètre universel apériodique. — *Becker, Larmeyet* et *Picard.* L'inscription photographique des courants électriques. — *Zetzsche.* La téléphonie domestique. — *Larroque.* Anciennes machines à produire l'électricité. — 2. *Meylan.* Le progrès de l'électricité. — *Richard.* Quelques applications mécaniques de l'électricité. — *Palaz.* Sur la construction des paratonnerres. — *Curve.* Sur la dilatation électrique. — *Decharme.* Nouvelles formes des galvanomètres. — 3. *Rechniewski.* Sur la variation du flux dans les machines à courants alternatifs. — *D'Arsonvall.* Sur une étuve auto-régulatrice. — *Richard.* Détails de construction des machines dynamos. — *Decharme.* Nouvelles formes de galvanomètres. — 4. *Ledeboer.* Le blanchiment par l'électricité. — *Larroque.* Sur les modifications permanentes produites par les courants dans les conducteurs en cuivre. — *Samuel.* Le thermomètre avertisseur à maxima de M. Henriot.

†Mémoires de la Section des lettres de l'Académie de Montpellier. T. VIII, 2. Montpellier, 1888.

Revillout. Le dictionnaire au théâtre. Les mots à la mode, comédie en un acte et en vers d'Edme Boursault. — *Grasset-Morel.* Différend entre le chapitre cathédral de Montpellier et le chapitre collégial de Saint-Sauveur (XVII[e] et XVIII[e] siècles). — *Revillout.* Molière, Louis XIV et « Le Tartuffe ». — *Saurel.* L'évêque François-Renaud de Villeneuve (né à Aix le 2 avril 1683, mort a Montpellier le 24 janvier 1766).

†Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 3[e] sér. t. III, 2. Bordeaux, 1887.

Brunel. Monographie de la fonction gamma. — *Dupetit.* Sur les principes toxiques des Champignons. — *Petit.* Le Pétiole dicotylédones au point de vue de l'anatomie comparée et de la taxinomie. — *Berland* et *Chenevier.* Nouvel appareil pour mesurer la fluidité des huiles et autres liquides.

†Mémoires de la Société zoologique de France. 1888, vol. I, 2. Paris, 1888.

Jousseaume. Description des mollusques recueillis par M. le dr. Faurot dans la mer Rouge et le golfe d'Aden. — *d'Hamonville.* Note sur les quatre œufs d'Alca impennis appartenant à notre collection zoologique. — *Labonne.* Note préliminaire sur l'anatomie du labre chez les coléoptères. — *Jullien.* Sur quelques bryozoaires d'eau douce. — *Bureau.* Sur les passages du Syrrhapte paradoxal (Syrrhaptes paradoxus) dans l'ouest de la France.

†Mémoires et compte rendu des travaux de la Société des ingénieurs civil. Nov. 1888. Paris.

Mauclère. Note sur le frein funiculaire, système Lemoine. — *de Koning.* Les tramwais dans le Pays-Bas. — *Hervehg.* Note sur le tirage dans les fosses à grisou. — *Anthoni.* Isolement complet et stable des machines, véhicules, constructions et appareils quelconques, en vue d'amortir les chocs et le vibrations.

†Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark. 1887. Gratz, 1888.

Alois. Nachweis der Gleichheit des Integrals. — *Hoernes.* Ein Beitrag zur Kennt-

niss der südsteirischen Kohlenbildungen. — *Frech.* Ueber die Altersstellung des Grazer Devon. — *Hoffer.* Beiträge zur Hymenopterenkunde Steiermarks und der angrenzenden Länder. — *Haberlandt.* Zur Anatomie der Begonien. — *Wilhelm.* Die Reblaus. — *Mojsisovics.* Ueber die geographische Verbreitung einiger westpalaearktischer Schlangen.

†Mittheilungen (Monatliche) aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaften. Jhg. VI, 7-9. Frankfurt, 1889.

Hager. Ueber die giftge Wirkung einiger Lathyrus-Arten. — *Roedel.* Der gegenwertige Stand der Kenntniss der Beziehungen der Kräfte zu einander. — *Baer.* Die günstige Stellung der Erde im Sonnensystem. — *Zacharias.* Ueber das Ergebniss einer seen Untersuchung in der Umgebung von Frankfurt. — *Huth.* Die Verbreitung der Pflanzen durch die Excremente der Thiere.

†Monatsblätter des wissenschaftlichen Club in Wien. Jhg. X, 4. Wien, 1889.

†Mémoires de l'Académie de Nimes. 7ᵉ sér. t. IX, 1886. Nimes, 1887.

†Notices (Monthly) of the r. astronomical Society. Vol. XLIX, 2. London, 1888.

Oudemans. On the retrogradation of che plane of Saturn's ring and of those of his satellites whose orbits coincide with that plane. — *Roberts.* Photographs of the nebulæ M 31, *h* 44, and *h* 51 Andromedæ, and M 27 Vulpeculæ. — *Denning.* Height of a Leonid fireball. — *Oppenheim.* The great southern comet (1887 I). — *Copeland.* Note on the spectrum of Comet *e* 1888 (Barnard, september 2). — *Plummer.* Observations of comets made at the Orwell Park Observatory in the years 1887-88. — *Observatory, Greenwich.* Observations of Comets *a* 1888 (Sawerthal) and *e* 1888 (Barnard). — *Radcliffe Observatory.* Observations of Comet Barnard (1888, september 2). — *Marth.* Ephemeris for physical observations of Jupiter, 1889. — *Tennant.* Note on the constants for the new Dearborn Observatory.

†Observations (Astronomical and magnetical and meteorological) made at the r. Observatory Greenwich 1886. London, 1888.

†Proceedings of the London mathematical Society. N. 333-337. London, 1888.

Sharp. On Simplicissima in Space of *n*-dimensions. — *Walker.* On a Method in the Analysis of Curved Lines, Part. III. — *Rayleigh.* On Point-, Line-, and Plane-Sources of Sound. — *Matthews.* Some Applications of Elliptic Functions to the Theory of Twisted Quartics. — *Thomson.* Electrical Oscillations on Cylindrical Conductors.

†Proceedings of the r. Geographical Society. Vol. XI, 2, jan. 1889. London.

Thomson. A Journey to Southern Marocco and the Atlas Mountains. — *Harris.* A Visit to Sheshouan. — *Miller.* A Journey from British Honduras to Santa Cruz, Yucatan.

†Proceedings of the royal Irish Academy. 3ᵈ. ser. vol. I, 1. Dublin, 1888.

Ball. Further Notes on the Identification of the Animals and Plants of India which were hnown to Eearly Greek Authors. — *Tarleton.* On a new Method of obtaining the Conditions fulfilled when the Harmonic Determinant Equation has Equal Roots. — *Id.* On the Determination of the Numerical Factors in the Expansion of Laplace's Coefficients. — *Crofton.* Note on the Application of Symbolical Methods to the Solution of certain Functional Equations. — *Gore.* On the Double Star, Struve, 2120. — *Id.* On the Double Star, 45 Geminorum = OΣ 165. — *Haddon* and *Green.* Second Report on the Marine Fauna of the South-West of Ireland. — *Hardman.* Notes on a Collection of Native Weapons and Implements from Tropical Western Australia (Kimberley District). — *Hardman.* Notes on some Habits and Customs of the Natives of the Kimberley District, Western Australia. — *Simpson.* Notes on Worked Flints found on a Raised Beach at Portrush in August, 1886. — *Cunningham* and *Brooks.* The Peroneus Quinti Digiti. —

Haughton. Geometrical Illustrations of Newlands' and Mendelejeff's Periodic Law of the Atomic Weights of the Chemical Elements. — *Gore.* A Revised Catalogue of Variable Stars, with Note and Observations. — *Roberts.* Modern Mathematics. — *Frazer.* On Testoons of Henry VIII, with Details of an Undescribed Testoon of the Bristol Mint, Coined by Sir William Sharington. — *Deane.* On some Ancient Monuments, Sheduled under Sir John Lubbock's Act, 1882. — *Gore.* On the Variable Star μ Cephei.

†Proceedings of the royal Society. Vol. XLIV, n. 273. London, 1888.

Baker. Combustion in dried Oxygen. — *Darwin.* On the Mechanical Conditions of a Swarm of Meteorites, and on Theories of Cosmogony. — *Langley* and *Fletcher.* On the Secretion of Saliva, chiefly on the Secretion of Salts in it. — *Gotch* and *Horsley.* Observations upon the Electromotive Changes in the Mammalian Spinal Cord following Electrical Excitation of the Cortex Cerebri. Preliminary Notice. — *Joly.* On the Specific Heats of Gases at Constant Volume (Preliminary Note). — *Reynolds.* Report of Researches on Silicon Compounds and their Derivatives. Part I. — *Id.* Preliminary Note on a Silico-organic Compound of a new Type. — *Ewing* and *Low.* On the Magnetisation of Iron and other Magnetic Metals in very strong Fields. — *Bryan.* The Waves on a rotating Liquid Spheroid of finite Ellipticity.

†Proceedings of the Scientific meetings of the Zoological Society of London for the year 1888. P. II, III. London, 1888.

Howes and *Ridewood.* On the Carpus and Tarsus of the Anura. — *Sharpe.* Descriptions of some now Species of Birds from the Island of Guadalcanar in the Solomon Archipelago, discovered by Mr. C. M. Woodford. — *Ogilvie-Grant.* Second List of the Birds collected by Mr. C. M. Woodford in the Solomon Archipelago. — *Boulenger.* Note on the Classification of the Ranidae. — *Sowerby.* Descriptions of sixteen new Species of Shells. — *Beddard.* Observations upon an Annelid of the Genus Æolosoma. — *Wilson.* On Chloridops, a new Generic Form of Fringillidae from the Island of Hawaii. — *Druce.* List of Lepidoptera Heterocera collected by Mr. C. M. Woodford at Suva, Viti Levu, Fiji Islands, with the Descriptions of some new Species. — *Howes.* Notes on the Gular Brood-pouch of Rhinoderma darwini. — *Thomas.* Description of a new Genus and Species of Rat from New Guinea. — *Godwin-Austen.* On some Land-Mollusks from Burmah, with Descriptions of some new Species. — *Sharpe.* Note on Specimens in the Hume Collection of Birds. On some Species of the Genus Digena. — *Woordford.* General Remarks on the Zoology of the Solomon Islands, and Notes on Brenchley's Megapode. — *Boulenger.* Description of a new Land-Tortoise from South Africa, from a Specimen living in the Society's Gardens. — *Beddard.* Notes on the Visceral Anatomy of Birds. No. II. On the Respiratory Organs in certain Diving Birds. — *Day.* Observations on the Fishes of India. Part I. — *Sharpe.* List of a Collection of Birds made by Mr. L. Wray in the Main Range of Mountains of the Malay Peninsula, Perak. — *Bell.* Descriptions of Four new Species of Ophiurids. — *Beddard.* On certain Points in the Visceral Anatomy of Balaeniceps rex, bearing upon its Affinities. — *Sowerby.* Description of a Gigantic new Species of Aspergillum from Japan. — *Warren.* On Lepidoptera collected by Major Yerbury in Wien India in 1886 and 1887. — *Jacoby.* Description sof new Species of Phytophagous Coleoptera from Kiukiang (China). — *Boulenger.* On the Scaling of the Reproduced Tail in Lizards. — *Beddard.* Note on the Sternal Gland of Didelphys dimidiata. — *Id.* Note on a new Gregarine. — *Parker.* On the Poison-Organs of Trachinus. — *Bates.* On a Collection of Coleoptera from Korea (Tribes Geodephaga, Lamellicornia, and Longicornia) made by Mr. J. H. Leech. — *Id.* On some new Species of Coleoptera from Kiu-Kiang, China. — *Bell.* Report on a Collection of Echinoderms made at Tuticorin, Madras, by Mr. Edgar Thurston, C. M. Z. S., Superin-

tendent, Government Central Museum, Madras. — *Moore.* Descriptions of new Genera and Species of Lepidoptera Heterocera, collected by Rev. J. H. Hocking, chiefly in the Kangra District, N. W. Himalaya.

†Repertorium der Physik. Bd. XXIV, 12. München-Leipzig, 1888.

Adler. Ueber die Energie und die Gleichgewichtsverhältnisse magnetisch oder dielektrisch polarisirter Körper. — *Kurz.* Messungen der Transversaltöne gespannter Drähte. — *Wolff.* Ueber Sauerstoffzellen. — *Häussler.* Die Rotationsbewegung der Atome als Ursache der Emission von Licht- und Wärme-Wellen.

†Report (Annual) of the Curator of the Museum of Comparative Zoölogy at Harward College. 1887-88. Cambridge.

†Report (71st annual) of the Trustees of the New York State Library. New. York, 1889.

†Revista do Observatorio i. do Rio de Janeiro. Anno III, n. 12. Rio de Janeiro, 1888.

Pimentel. Micrographia atmospherica. — *Faura.* Climatologia de Manila.

†Revue archéologique. 3e sér. t. XII, nov.-déc. 1888. Paris.

Reinach. Les Gaulois dans l'art antique et le sarcophage de la vigne Ammendola. — *Cagnat.* Le camp et le praetorium de la IIIe légion auguste à Lambèse. — *Berthelot.* Sur le nom du bronze chez les alchimistes grecs. — *Monceaux.* Fastes éponymiques de la ligue thessalienne. Tages et statèges fédéraux. — *de Mély.* Le poisson dans les pierres gravées. — *Drouin.* L'ère de Yezdegerd et le calendrier perse. — *Helbig.* Inscription gravée sur le pied d'un vase tarentin. — *de Fleury.* Les dépôts de cendres de Nalliers (Vandée). — *Menant.* Deux fausses antiquités chaldéennes. — *Vaillant.* L'estampille ronde de la flotte de Bretagne trouvé à Boulogne-sur-Mer.

†Revue historique. Année XIV, t. XXXIX, 1. Paris, 1889.

Viollet. La politique romaine dans les Gaules après les campagnes de César. — *Fagniez.* Le père Joseph et Richelieu. La désignation du père Joseph à la succession politique de Richelieu, 1632-1635. — *Bertrand.* M. de Talleyrand, l'Autriche et la question d'Orient en 1805. — *Du Casse.* La reine Catherine de Westphalie, son journal et sa correspondance.

†Revue internationale de l'électricité et de ses applications. T. VIII, n. 73-74. Paris, 1889.

Fournier. La distribution des courants électriques au moyen des courants alternatifs et des transformateurs, système Gisbert Kapp. — *Crouch.* Un curieux effet de lumière dans les lampes à incandescence. L'éclairage électrique. Résultats d'expériences faites au grand Concours de Bruxelles. — *Jacques.* Fabrication des alliages d'aluminium par la Société métallurgique suisse. — *Gérard.* Lampe à arc de Waterhouse. — *Reignier.* Application de l'électriciité à la production des effets de scène au théâtre. — *Mareschal.* Fantômes magnétiques. — *Id.* Appareils d'électrométrie industrielle. — *Gérard.* Indications pratiques pour l'emploi des accumulateurs. — *Fournier.* La distribution des courants électriques au moyen des courants alternatifs et des transformateurs, système Gisbert Kapp. — *Picou.* Théorie des machines dynamo-électriques. — *Dary.* L'électricité atmosphérique. — *Nerville.* Le laboratoire central d'électricité.

†Revue politique et littéraire. 3e sér. t. XLIII, n. 1-4. Paris, 1889.

†Revue scientifique. 3e sér. t. XLIII, n. 1-4. Paris, 1889.

†Results (Greenwich spectroscopic and photographic). 1886-1887. London.

†Results of meridian observations made at the r. Observatory, Cape of Good

Hope, during the years 1882-1885. London, 1888.

†Résumé des séances de la Société des ingénieurs civils. Séances du 4 et 18 jan. 1889. Paris.

†Rundschau (Naturwissenschaftliche). Jhg. IV, n. 1-4. Braunschweig, 1889.

†Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften. Philos.-philol.-hist. Cl. 1882. B. I, 2, 3; II, 1, 2. Math.-phys. Cl. 1888. I, Heft 1, 2. München, 1888.

Philos.-Philol.-Hist. Cl. *Gregorovius*. Die erste Besitznahme Athens durch die Republik Venedig. — *Lossen*. Zur Geschichte der päpstlichen Nuntiatur in Köln 1573-1595. — *Wölfflin*. Krieg und Frieden im Sprichworte der Römer. — *v. Löher*. Ueber die Dolmenbauten. — *Oberhummer*. Griechische Inschriften aus Cypern. — *v. Christ*. Der Aetna in der griechischen Poesie. — *West*. The extent, language and age of Pahlavi literature. — *Burkhard*. Die Nomina der Kâçmîrî-Sprache. — *Heigel*. Die Gefangenschaft der Söhne des Kurfürsten Max Emanuel von Bayern 1705-1714. — *v. Reber*. Beiträge zur Kenntniss des Baustiles der heroischen Epoche. — *v. Rockinger*. Ueber die Benützung des sogenannten Brachylogus juris romani im Landrechte des Deutschenspiegels? und des sogenannten Schwabenspiegels. — *v. Brunn*. Ueber Giebelgruppen. — *Römer*. Studien zu der handschriftlichen Uberlieferung des Aeschylus und zu den alten Erklärern desselben. — *Sittl*. Mittheilungen über eine Iliashandschrift der römischen Nationalbibliothek. — *v. Druffel*. Ueber Luther's Schrift an den Kurfürsten Johann Friedrich von Sachsen und den Landgrafen Philipp von Hessen wegen des gefangenen Herzogs Heinrich von Braunschweig. 1545. — Math.-Phys. Cl. *Kohlrausch*. Ueber den absoluten elektrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers. — *Voss*. Ueber einen Satz aus der Theorie der Formen. — *Sohncke*. Beiträge zur Theorie der Luftelektricität. — *Kupffer*. Ueber die Entwicklung der Neunaugen. — *Brill*. Ueber die Multiplicität der Schnittpunkte von zwei ebenen Curven. — *Voss*. Ueber diejenigen Flächen, auf denen zwei Schaaren geodätischer Linien ein conjugirtes System bilden. — *Maurer*. Ueber allgemeinere Invarianten-Systeme. — *Lehmann*. Ueber die Wirkung des Schwefelkohlenstoffs auf den thierischen Organismus. — *v. Voit*. Nekrologe. — *Seeliger*. Zur Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen. — *Götz* u. *Kurz*. Electrometrische Untersuchung (zweite Abhandlung). — *Groth*. Ueber die Elasticität der Krystalle. — *Finsterwalder*. Ueber die Vertheilung der Biegungselasticität in dreifach symmetrischen Krystallen. — *Hessler*. Beiträge zur Naturgeschichte der alten Hindu. — *Hermann*. Studien über den feineren Bau des Geschmacksorganes.

†Societatum litterae. 1888, 2 Jhg. 9, 10. Frankfurt.

†Studies (Johns Hopkins University) in historical and political Science. 7th series, n. I.

Montague. Arnold Toynbee.

†Verhandlungen d. k. k. geologischen Reichsanstalt. 1888, n. 14-18; 1889, n. 1. Wien.

†Verhandlungen d. k. k. zoologischen-botanischen Gesellschaft in Wien. Jhg. 1888, Bd. XXXVIII, 3, 4. Wien.

Bergroth. Oesterreichische Tipuliden. — *Krauss*. Beiträge zur Orthopteren-Kunde. II. — *Rogenhofer*. Mittheilungen über die bisher beobachteten Fälle von Bastardirungen bei Schmetterlingen. — *Beck*. Poroptyche, nov. gen. Polyporeorum. — *Freyn* und *Brandis*. Beitrag zur Flora von Bosnien und der angrenzenden Hercegovina. — *Kerner v. Marilaun*. Beiträge zur Flora von Niederösterreich. — *Palla*. Ueber die systematische

Stellung der Gattung Caustis. — *Zahlbruckner.* Beitrage zur Flechtenflora Niederösterreichs. II. — *Zukal Hugo.* Hymenoconidium petasatum nov. spec. — *Id.* Penicillium luteum nov. spec. — *Bergh.* Beiträge zur Kenntniss der Aeolidiaden. IX. — *Kolh.* Zur Hymenopterenfauna Tirols. — *Mik.* Ueber ein spinnendes Dipteron. — *Palacky.* Ueber die Vogelfauna Spaniens. — *Rogenhofer.* Ueber die Lepidopterenfauna des arktischen Gebietes von Europa und die Eiszeit. — *Id.* Ueber die neueren Entdeckungen in Central- und Ost-Asien in lepidopterologischer Beziehung. — *Bäumler.* Fungi Schemnitzenses. — *Beck.* Mittheilungen aus der Flora von Niederösterreich. — *Id.* Die alpine Vegetation der südbosnisch-hercegovinischen Hochgebirge. — *Fritsch.* Die Gattungen der Chrysobalanaceen. — *Id.* Vorläufige Mittheilung über die Rubus-Flora Salzburgs. — *Halácsy.* Beiträge zur Flora der Landschaft Doris, insbesondere des Gebirges Kiona in Griechenland. — *Heimerl.* Die Bestäubungs-Einrichtungen einiger Nyctaginaceen. — *Kerner v. Marilaun.* Ueber den Duft der Blüthen. — *Kronfeld.* Zur Blumenstetigkeit der Bienen und Hummenl. — *Id.* Ueber F. Höfer und M. Kronfeld. » Die Volksnamen der niederösterreichischen Pflanzen «. — *Id.* Ueber Polyphyllie bei Pinus Mughus Scop. und silvestris L. — *Molisch.* Ueber Thyllen und Wundheilung in der Pflanze. — *Rathay.* Neue Untersuchungen über die Geschlechtsverhältnisse der Reben. — *Richter.* Ueber den Bastard von Senecio viscosus L. und Senecio silvaticus L. — *Stockmayer.* Ueber eine uene Dismidiaceengattung. — *Studnicka.* Beitrag zur Kenntniss der böhmischen Diatomeen.

†Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses. 1888, Heft X. Berlin.

Köchy. Ueber die Theorie der geschlossenen Heissluftmaschinen.

†Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. Jhg. XXIII, 3. Leipzig, 1888.

Bruns. Integrale des Vielkörper-Problems. — *Stadthagen.* Beiträge zur Untersuchung des Genauigkeitsgrades astronomischer Berechnungen. — *Dziobek.* Die mathematischen Theorien der Planeten-Bewegungen. — *Schiaparelli.* Osservazioni sulle stelle doppie. Serie prima. — *d'Engelhardt.* Observations astronomiques faites dans son observatoire à Dresde. — *Safarick.* Ueber den Lichtwechsel einer Anzahl von Sternen.

†Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. Jhg. XIV, 1-4. Wien, 1889.

†Wochenschrift (Naturwissenschaftliche). Bd. III, n. 15-18. Berlin, 1889.

†Zeitschrift des historischen Vereins für Niedersachsen. Jhg. 1888. Hannover, 1888.

Bening. Welcher Volk hat mit den Sacksen Britannien erobert und diesem den Namen England gegeben? — *Oppermann.* Der letze Römische Kriegszug nach Nordgermanien im Jahre 16 n. Chr. — *Dürre.* Der Stammbaum der Edelherren von Dorstadt. — *Wrede.* Eine für die Reformationsgeschichte des Fürstenthums Lüneburg wichtige Urkunde. — *Bodemann.* Leibnitzens Briefwechsel mit dem Herzoge A. Ulrich von Braunschweig-Wolfenbüttel. — *Ulrich.* Die Einnahme Eimbecks durch Pappenheim im Jahre 1632. — *Janicke.* Das Weinamt der Domherren zu Hildesheim.

†Zeitschrift für Etnologie. Jhg. XX, 5. Berlin, 1888.

Schwartz. Die rossgestaltigen Himmelsärzte bei Indern und Griechen. — *Boas.* Die Tsimschian.

†Zeitschrift (Historische). N. F. Bd. XXV, 2. München-Leipzig, 1889.

Harnack. Zur Vorgeschichte und Geschichte des Krieges von 1812. — *Klebs.* Das

dynastische Element in der Geschichtschreibung der römischen Kaiserzeit. — *Kofer*. Die Epochen der absoluten Monarchie in der neueren Geschichte. — *Lehemann*. Zur Charakteristik des Siebenjährigen Krieges.

Pubblicazioni non periodiche pervenute all'Accademia nel mese di febbraio 1889.

Pubblicazioni italiane.

†Annuario statistico-italiano. 1887-1888. Roma, 1888. 4°.

**Bassani F.* — Alla venerata memoria di Giuseppe Meneghini. Napoli, 1889. 4°.

**Basso G.* — In commemorazione del conte Paolo Ballada di Saint-Robert. Torino, 1889. 8°.

**Boschetti G.* — Memoriale-progetto per la unificazione dei dazî di consumo dello Stato. Saluzzo, 1888. 8°.

**Busin P.* — Le temperature nell' Emilia, nella Lombardia e nel Veneto. Bologna, 1888. 4°.

**Carazzi D.* — 2ª Appendice ai materiali per una avifauna del golfo di Spezia. e della Val di Magra. Spezia, 1889. 8°.

**Carducci G.* — Opere. I. Discorsi letterarî e storici. Bologna, 1889.

**Clerici E.* — Relazione delle escursioni fatte tra Rimini e San Marino. Roma, 1888. 8°.

**Id.* e *Squinabol S.* — La duna quaternaria al Capo delle Mele in Liguria. Roma, 1888. 8°.

**De Gubernatis A.* — Peregrinazioni indiane. — India centrale. — India meridionale e Seilan. — Bengala, Pengiab e Cashmir. Firenze, 1887. 8°. 3 vol.

**Desimoni C.* — Ai regesti delle lettere pontificie riguardanti la Liguria, nuove giunte e correzioni. Genova, 1888. 4°.

**Id.* — Le carte nautiche italiane del medio evo, a proposito di un libro del prof. Fischer. Genova, 1888. 4°.

**Id.* — Le prime monete di argento della zecca di Genova ed il loro valore (1139-1493). Genova, 1888. 4°.

**Faraone G.* — Cajazzo patria di Pier della Vigna contro Gabriele Jannelli di Capua. Cajazzo, 1888. 8°.

**Gamurrini G. F.* — Discorso inaugurale dei lavori dell'Accademia La Nuova Fenice letto il 25 nov. 1888 in Orvieto. Orvieto, 1889.

**Geffroy A.* — Oenomaüs, Pelops et Hippodamie. Vase peint inédit. Rome, 1881. 8°.

**Id.* — Tablettes inédites de la Biccherna et de la Gabella de Sienne. Rome, 1882. 8°.

**Gemmellaro G. G.* — La fauna dei calcari con fusulina della valle del fiume Sosio. Appendice. 1888. 4°.

**Giraud G.* — Saggi di scienza nuova. Torino, 1888. 8°.

**Gizzi L.* — Lo stato attuale dello incivilimento in Italia. Roma, 1889. 8°.

**Luvini J.* — Cyclones et trombes. Turin, 1888. 8°.

**Id.* — Les trombes dans les eaux de la mer. Turin, 1888. 8°.

**Malaguzzi de Valeri C.* — Il Ministero della istruzione nelle scuole primarie. Bologna, 1889. 8°

**Malaguazzi C.* — Programma di coltura intensiva per il risorgimento dell'industria agricola. Verona, 1886. 8°.

**Morselli E.* — L'evoluzionismo monistico nella coscienza e nella realtà. Milano, 1889. 8°.

**Pais E.* — Alcune osservazioni sulla storia e sulla amministrazione della Sicilia durante il dominio romano. Palermo, 1888. 8°.

**Id.* — Della storiografia e della filosofia della storia presso i Greci. Livorno, 1889. 8°.

**Paravicini T. V.* — L'abazia di Chiaravalle milanese. Milano, 1889. 8°.

**Romiti G.* — Nota su un uovo umano mostruoso. Pisa, 1888. 8°.

**Id.* — Una osservazione di arco maxillo-temporale infra-jugale ecc. Pisa, 1888. 8°.

**Ragona D.* — Pressione atmosferica ridotta al medio livello del mare in Modena. Modena, 1889. 4°.

**Riccò A.* — Fisica solare. Roma, 1888. 4°.

**Id.* — Immagine del sole riflessa nel mare, prova della rotondità della terra. Roma, 1888. 4°.

**Id.* — Nuova nella nebulosa di Andromeda. Roma, 1888. 4°.

**Id.* — Osservazioni astrofisiche solari eseguite nel r. Osservatorio di Palermo nel 1885. Roma, 1886. 4°.

**Sanarelli G.* — Altre ricerche bacteriologiche sul carcinoma. Siena, 1888. 8°.

**Sanquirico C.* — Sul così detto bacillo del cancro. Siena, 1888. 8°.

**Stefani S. de*, *Negri C.* e *Nicolis E.* — Sul pozzo a gaz infiammabile e ad acqua saliente di Angiari. Verona, 1888. 8°.

**Tellini A.* — Le nummulitidee terziarie dell'alta Italia occidentale. Parte I. Roma, 1888. 8°.

**Vidari E.* — Pasquale Stanislao Mancini giureconsulto. Milano, 1889. 8°.

**Vit V. de* — Come si dovrebbero fare le riviste bibliografiche delle opere nuove, acciocchè degnamente rispondano allo scopo loro, e come si facciano da taluni. Modena, 1889. 8°.

Pubblicazioni estere.

**Albert de Monaco.* — Sur la quatrième campagne scientifique de l'Hirondelle. Paris, 1888. 4°.

**Id.* — Sur l'alimentation des naufragés en pleine mer. Paris, 1888. 4°.

**Id.* — Sur l'emploi de nasses pour des recherches zoologiques en eau profonde. Paris, 1888. 4°.

**Albert de Monaco.* — Sur un cachalot des Açores. Paris, 1888. 4°.
†Anuario de la Universidad central de España 1887-88. Madrid, 1888. 4°.
†*Aron E.* — Ueber Elephantiasis der Nase. Berlin, 1888. 8°.
†Bibliothèque géologique de la Russie. 1887. S. Pétersbourg, 1888.
†Bodleian (The) library in 1882-87. Report from the librarian. Oxford, 1888.
**Busin P.* — La meteorologia nel Trentino ed i mezzi per promuoverla. Rovereto, 1888. 8°.
*Catalogo da exposição permanente dos Cimelios da Bibliotheca nacional. Rio Janeiro, 1885. 8°.
**Charencey de.* — Pensée et maximes diverses. Paris, 1888. 8°.
**Chevalier U.* — Des règles de la critique historique. Lyon, 1888. 8°.
†*Clariana y Ricart L.* — Memoria inaugural leida en la noche del 10 de noviembre en la r. Academia de ciencias naturales y artes de Barcelona en el año academico del 1888 á 1889. Barcelona, 1889. 8°.
†*Davidsohn R.* — Philipp II August von Frankreich und Ingeborg. Stuttgart, 1888. 8°.
**Delisle L.* — Catalogue des manuscrits des fonds Libri et Barrois. Paris, 1888. 8°.
**Id.* — Un grand amateur français du XVII^e siècle Fabri de Peiresc. Étude suivie du testament inédit de Peiresc publié par Th. Tamizey de Larroque. Toulouse, 1889. 8°.
†*Döllen V.* — Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1889 zur Bestimmung von Zeit und Azimut mitteln des tragbaren Durchgangsinstruments im verticale des Polarsterns. St. Petersburg, 1888. 8°.
**Fleiner W.* — Ueber die Resorption corpusculärer Elemente durch Lungen und Pleura. Berlin, 1888. 8°.
**Geffroy A.* — L'archéologie du lac Fucin. Paris, 1878. 8°.
**Id.* — Recueils des instructions données aux ambassadeurs et ministres de France depuis les traités de Westphalie jusqu'à la révolution française. — Suède. Paris, 1885. 8°.
**Id.* — L'épigraphie doliaire chez les Romains. Paris, 1886. 4°.
**Id.* — Madame de Maintenon d'après sa correspondance authentique. T. I, II. Paris, 1887. 8°.
†*Goldschmidt V.* — Ueber Projection und graphische Krystallberechnung. Berlin, 1888. 8°.
**Golgi C.* — Ueber den Entwickelungskreislauf der Malariaparasiten bei der febris tertiane. Rudolstadt, 1889. 8°.
**Id.* — Ueber den angeblichen Bacillus malariae von Klebs, Tommasi-Crudeli und Schiavuzzi. Jena, s. a. 8°.
*Guia da exposiçao permanente da Bibliotheca nacional. Rio de Janeiro, 1885. 8°.
†*Heimburger K.* — Der Erwerb der Gebietshoheit. I. Teil. Karlsruhe, 1888. 8°.

†*Hess K.* — Ueber einen Fall von multipler Sklerose des Centralnervensystem. Berlin, 1888. 8°.

†*Hirschberg R.* — Ueber eine abnorme Form von Meningitis tuberculosa. Leipzig, 1887. 8°.

†*Hoche A.* — Zur Lehre von der Tuberculose des Centralnervensystems. Berlin, 1888. 8°.

†*Hoetink H. R.* — Ueber einen Krankheitsfall mit einer eigenthümlichen Tremorform. Leiden, 1888. 8°.

†*Hoffmann J.* — Zur Lehre von der Tetanie. Leipzig, 1888. 8°.

†*Holden E. S.* — List of recorded earthquakes in California, Lower California, Oregon and Washington territory. Sacramento, 1887. 8°.

†*Holsten C.* — Ist die Theologie Wissenschaft? Heidelberg, 1887. 8°.

**Horsforst E. N.* — Discovery of America by Northmen. Cambridge, 1888. 4°.

*Index-Catalogue of the library of the Suregon-general's Office U. S. Army. Vol. IX. Washington, 1888. 4°.

†*Kijlstra H. J.* — Zur Geschichte der physiologischen Albuminurie. Leiden, 1888. 8°.

†*Kopitar B.* — Kleinere Schriften sprachwissenschaftichen, geschichtlichen, ethnographischen und rechtshistorischen Inhalts, ed. F. Miklosich. Wien, 1857. 8°.

†*Knoblauch A.* — Ueber Störungen der musikalischen Leitungsfähigkeit infolge von Gehirnläsionen. Lepizig, 1888. 8°.

†*Krukenberg R.* — Ueber die diagnostische Bedeutung des Salzsäure-Nachweisesbeim Magenkrebs. Heidelberg, 1888. 8°.

†*Lindmann J.* — Ueber subcutane Knotenbildung bei Acutem Gelenkrheumatismus. Leipzig, 1888. 8°.

†*Löwe F.* — Die rechtliche Stellung der fränkischen Bauern im Mittelalterdargestellt auf Grund der von Grimm und Schröder gesammelten Weistümer. Würzburg, 1888. 8°.

†*Maurer F.* — Die Kiemen und ihre Gefässe bei Anuren und Urodelen Amphibien ecc. Leipzig, 1888. 8°.

*Medical (The) and Surgical history of the War of the rebellion. Part III. Vol. I. Medical History. Washington, 1888.

**Miklosich F.* — Apostolus. E Codice Monasterii Sisatovac palaeo-slovenice editus. Vindobonae, 1853. 8°.

**Id.* — Monumenta serbica spectantia historiam Serbiae Bosnae Ragusii. Viennae, 1858. 8°.

**Id.* — Vita Sancti Methodii. Vindobonae, 1870. 8°.

**Id.* — Altslovenische Lautlehre. 3e Bearb. Wien, 1878. 8°.

**Id.* — Subjectlose Sätze. 2. Aufl. Wien, 1883. 8°.

†*Möbius M.* — Ueber den anatomischen Bau der Orchideenblätter und dessen Bedeutung für das System dieser Familie. Heidelberg, 1887. 8°.

Müller F. von. — Adress to intercolonial medical Congress, Melbourne 1889. Melbourne, 8°.

Nestor. — Chronica. Textum russico-slovenicum edidit F. Miklosich. Vindobona, 1860. 8°.

†*Nouhuys D. P. van* — Ueber Tracheotomie, bei Laryngitis diphtherica. Leiden, 1888. 8°.

†*Patton H. B.* — Die Serpentin- und Amphybolgesteine nördlich von Marienbad in Böhmen. Wien, 1887. 8°.

†*Regnard P.* — Sur un dispositif destiné à éclairer les eaux profondes. Paris, 1888. 4°.

*Report of the Scientifi results of the exploring voyage of H. M. S. Challenger Zool. Vol. XXIX, p. 1-3. Edinburgh, 1888. 4°.

†*Rose C.* — Beiträge zur Entwicklungsgeschichte des Herzens. Heidelberg, 1888. 8°.

†*Schaeffer W.* — Ueber die histologischen Veränderungen von quergestreiften Muskelfasern in der Peripherie von Geschwülsten. Berlin, 1887. 8°.

†*Schneider V.* — Ueber peritoneale Reibegeräusche. Berlin, 1888. 8°.

†*Scheller R.* — Bedeutung und Wirkung der Ratihabition. Heidelberg, 1887. 8°.

†*Schottländer J.* — Ueber Kern-und Zelltheilungsvorgänge in dem Endothel der entzündeten Hornhaut. Bonn, 1888. 8°.

†*Theiner A.* et *Miklosich F.* — Monumenta spectantia ad unionem Ecclesiarum graecae et romanae. Vindobonae, 1872. 8°.

†*Wielandt R.* — De Polybii Archetypo. Constantiae, 1888. 8°.

†*Winkelmann K.* — Haemoglobinbestimmungen bei Schwangeren und Wöchnerinnen mittelst des Haemometers von Fleischl. Heidelberg, 1888. 8°.

†*Wolter F.* — Ueber die functionelle Prognose der Sehnennaht. Berlin, 1888. 8°.

Pubblicazioni periodiche pervenute all'Accademia nel mese di febbraio 1889.

Pubblicazioni italiane.

†Annali della r. Scuola superiore di Pisa. Sc. fis. e mat. Vol. V. Pisa, 1888.

Bettazzi. Sulla rappresentazione analitica delle funzioni di più variabili reali. — *Bazzi.* Sullo spostamento delle linee di livello che si osserva in un disco metallico ruotante traversato da correnti voltaiche. — *Fibbi.* Sulle superficie che sostengono un sistema di geodetiche a torsione costante. — *Paladini.* Sul moto di rotazione di un corpo rigido attorno ad un punto fisso.

†Annali del Museo civico di storia naturale di Genova. Ser. 2ª, vol. VI. Genova, 1888.

Giglioli. Note intorno agli animali vertebrati raccolti dal conte Augusto Boutourline e dal dott. Leopoldo Traversi ad Assab e nello Scioa negli anni 1884-87. — *Ferrari.* Res Ligusticae. V. Psillide raccolte in Liguria. — *Parona.* Note sulle collembole e sui tisanuri. III e IV. — *Gestro.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. IV. Nuove specie di coleotteri. Decade I e II. — *Parona.* Res Ligusticae. VI. Collembole e

tisanuri finora riscontrate in Liguria. — *Rosa.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. V. Perichetidi. — *Camerano.* Descrizione di una nuova specie del genere Gordius raccolta in Birmania dal signor Leonardo Fea. — *Gestro.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. VI. Nuove specie di coleotteri. Decade III. — *Salvadori.* Catalogo di una collezione di uccelli dello Scioa fatta dal dott. Vincenzo Ragazzi negli anni 1884, 1885 e 1886. — *Thorell.* Pedipalpi e scorpioni dell'Arcipelago Malese conservati nel Museo civico di storia naturale di Genova. — *Olivier.* Nouvelle espèce de Lampyride recoltée par Mr. L. Fea. — *De Bormans.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. VII. Dermaptères. — *Boulenger.* On the Chelydoid Chelonians of New Guinea. — *Distant.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. VIII. Enumeration of the Cicadidae collected by Mr. L. Fea in Burma and Tenasserim. — *Lethierry.* Liste des Hemiptères recueillis à Sumatra et dans l'île Nias par Mr. Elio Modigliani. — *Lataste.* Analyse zoologique de pelotes de rejections de Rapaces nocturnes. — *Distant.* Descriptions of new species of eastern Cicadidae in the collection of the Museo Civico of Genoa. — *Salvadori.* Uccelli dello Scioa e dell'Harar, raccolti dal dott. Vincenzo Ragazzi. — *Ferrari.* Elenco dei rincoti sardi che si trovano nella collezione del Museo civico di Genova. — *Rosa.* Lombrichi dello Sioa. — *Boulenger.* An Account of the Reptilia obtained in Burma, North of Tenasserim, by Mr. L. Fea, of the Genoa Civic Museum. — *Leveillé.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. IX. Trogositidae. — *Régimbart.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. X. Dytiscidae et Gyrinidae. — *Grouvelle.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. X. Cucujides. — *Lewis.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. XII. Histeridae. — *Doria.* Note erpetologiche. I. Alcuni nuovi sauri raccolti in Sumatra dal dott. Odoardo Beccari. — *Baly.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. XIII. List of the Hispidae collected in Burmah ad Tenasserim by Mr. L. Fea, together with descriptions of some of the new species. — *Candèze.* Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. XIV. Élatérides recueillis en Birmanie et au Tenasserim par Mr. L. Fea pendant les années 1885-1887. — *Emery.* Alcune formiche della Repubblica Argentina raccolte dal dott. C. Spegazzini.

†Annali di chimica e di farmacologia. 1889, f. 1°. Milano, 1889.

†Annuario della r. Università degli studî di Torino per l'anno 1888-89. Torino, 1889.

Graf. La crisi letteraria.

†Archivio della r. Società romana di storia patria. Vol. XI, 3-4. Roma. 1888.

Gabrielli. L'epistole di Cola di Rienzo e l'epistolografia medievale. — *Tommasini.* Il diario di Stefano Infessura. Studio preparatorio alla nuova edizione di esso. — *Giorgi.* Storia esterna del codice vaticano del «Diurnus Romanorum Pontificum». — *Castellani.* Lettera dei Conservatori ad Alessandro VI sul ricevimento di Carlo VIII in Roma.

†Atti del Collegio degli ingegneri ed architetti in Firenze. Anno XIII. Firenze, 1889.

†Atti dell'Accademia pontificia de' nuovi Lincei. Anno XLII, 2. Roma, 1889.

Castracane. La Cyclofora è da riguardare qual genere fra le diatomee? Considerazioni su questo e su altri casi analoghi. — *Azzarelli.* Generalizzazione del problema delle mediane di un triangolo rettilineo.

†Atti della r. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXIV, 2, 3. Torino, 1889.

Bizzozero. Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa. — *Naccari.* Sull'azione difensiva dei parafulmini. — *Gorresio.* Discussione sull'epopea. — *Fabretti.* Presentazione di una statuetta di bronzo rappresentante la Vittoria. — *Cossa.* Commemorazione di Ascanio Sobrero. —

D'Ovidio. Il covariante Steineriano di una forma binaria di 6° ordine. — *Jadanza.* Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica. — *Naccari.* Azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati. — *Peyron.* Dei sordo-muti ciechi di nascita; trattatello del teol. can. Bartolomeo Roetti. — *Cognetti De Martiis.* L'Istituto pitagorico.

†Atti della r. Accademia economico-agraria dei Georgofili. 4ª ser. vol. X. Suppl. XI, 4. Firenze, 1888-89.

Pareto. Sulla recrudescenza della protezione doganale in Italia. — *Alpe.* Sulla spannatura meccanica nelle cascine della montagna toscana.

†Atti della 3ª riunione d'igienisti italiani tenuta nell'ottobre 1888 in Bologna. Milano, 1888.

†Bollettino annuale della Biblioteca civica di Torino. Anno V, 1888.

†Bollettino dei musei di zoologia e di anatomia comparata della r. Università di Torino. Vol. III, n. 49. 1888.

Camerano. Monografia degli ofidî italiani. — *Rosa.* Lombrichi della Birmania, del Tenasserim e dello Scioa. — *Pollonera.* Appunti di malacologia. — *Salvadori.* Altre notizie intorno al Siratte in Italia nel 1888.

†Bollettino del Collegio degli ingegneri ed architetti in Napoli. Vol. VI, 12. Napoli, 1889.

†Bollettino del r. Comitato geologico d'Italia. 2ª ser. vol. IX, 11-12. Roma, 1888.

Lotti. Nuove osservazioni sulla geologia della Montagnola senese. — *Weithofer.* Sulla fauna delle ligniti di Casteani e di Montebamboli.

*Bollettino della sezione dei cultori delle scienze mediche (r. Accad. dei fisiocritici in Siena). Siena, 1889.

†Bollettino della Società generale dei viticoltori. Anno IV, 3, 4. Roma, 1889.

Rossati. Sulla maturazione artificiale delle acquaviti uso cognac. — *Cerletti.* Interessi vinicoli coll'Austria-Ungheria.

†Bollettino della Società geografica italiana. Ser. 3ª, vol. II, 1. Roma, 1889.

Stradelli. Dal Cucuhy a Manaòs. — *Bricchetti-Robecchi.* Il sig. Borelli in Harar. — *Bonola.* Le esplorazioni del sig. Borelli. — *Weitzecker.* Un'escursione nella Terra dei Basuti. — *Cortese.* Sulla Carta del Madagascar del R. P. Roblet. — *Cavalieri.* Sulla provincia di S. Paolo del Perod. — *Varaldo.* Studî per la raccolta colombiana: I) Relazione sul primo periodo di ricerche da lui fatte nell'Archivio comunale di Savona.

†Bullettino della Società geologica italiana. Vol. VII, 3. Roma, 1889.

Bassani. Sopra una nuova specie di Ephippus scoperta nell'eocene medio di Val Sordina presso Lonigo (Veronese). — *Mariani.* Foraminiferi del calcare cretaceo del Costone di Gavarno in Val Seriana. — *Antonelli.* Contributo alla flora fossile del suolo di Roma. — *Fornasini.* Di alcune textularie plioceniche del Senese. — *Clerici* e *Squinabol.* La duna quaternaria del capo delle Mele in Liguria. — *Rambotti* e *Neviani.* Cenni sulla costituzione geologica del litorale jonico da Cariati a Monasterace. — *Malagoli.* Foraminiferi pliocenici di Cà di Roggio nello Scandianese. — *Ristori.* Crostacei piemontesi del miocene inferiore. — *Clerici.* Contribuzione alla flora dei tufi vulcanici della provincia di Roma. — *Cortese.* Sulla origine del porto di Messina e sui movimenti del mare nello stretto.

†Bollettino delle nomine (Ministero della guerra). 1889, disp. 5-8. Roma.

†Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Biblioteca nazionale centrale di Firenze). 1889, n. 75, 76. Firenze.

†Bollettino di notizie agrarie. Anno XI, n. 1-3. Rivista meteorico-agraria, n. 1-3. Roma, 1889.

†Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno VII, 1. Roma, 1889.

†Bollettino mensuale pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del Collegio C. Alberto. Ser. 2ª, vol. IX, 1, 2. Gennaio-febbraio, 1889.

Ragona. Influenza della distanza del sole dal piano dell'equatore celeste sui periodi barometrici diurni. — *Id.* Determinazione dei coefficienti per la pressione atmosferica nel barometro registratore Richard.

†Bollettino meteorico dell'Ufficio centrale di meteorologia. Anno XI, 1889, febbraio. Roma.

†Bollettino settimanale dei prezzi di alcuni dei principali prodotti agrarî e del pane. Anno XVI, n. 3-5. Roma, 1889.

†Bollettino ufficiale dell'istruzione. Anno XVI, n. 5-8. Roma, 1889.

†Bullettino della Commissione archeologica comunale di Roma. Anno XVII, 1. Roma, 1889.

Cantarelli. L'iscrizione di Ancyra. — *Petersen.* Satiri e Gigante. — *Lanciani.* Il foro di Augusto. — *Gatti.* Trovamenti risguardanti la topografia e la epigrafia urbana.

†Bullettino della Commissione speciale d'igiene del Municipio di Roma. Anno IX, f. 11-12; X, f. 1. Roma, 1888-89.

Longi. Esperienze e considerazioni sulla questione dei burri.

†Bullettino delle scienze mediche. Ser. 6ª, vol. XXIII, 1. Bologna, 1889.

Destrie. Dell'azione dell'antipirina. — *Novi.* Sulla resistenza del virus rabico. — *Gotti.* Contributo alla cura della congiuntivite granulosa. — *Potti.* Sull'azione fisiologica dell'uralio (contin.).

†Bullettino dell'i. Istituto archeologico germanico. Sez. romana, vol. III, 4. Roma, 1888.

Jatta. La gara di Tamiri con le muse. — *Michaelis.* Le antichità della città di Roma descritte da Nicolao Muffel. — *Studniczka.* Die archaische Artemisstatuette aus Pompeii. — *Petersen.* Commodo e Tritoni. — *Mommsen.* Miscellanea epigrafica.

†Bullettino dell'Istituto di diritto romano. Anno I, 4-5. Roma, 1889.

Alibrandi. Sopra una legge romana contenuta in una iscrizione narbonese. — *Appleton.* Sul frag. Vat. § 283. — *Scialoja.* Di nuovo sulle tavolette cerate pompeiane. — *Id.* Sull'età degli ultimi libri delle Disputationes di Claudio Trifonino.

†Bullettino del Ministero degli affari esteri. Vol. II, 6. Dic. 1888. Roma, 1889.

*Bullettino di paletnologia italiana. Ser. 2ª, t. IV, 11-12. Parma, 1888.

Canestrini. Avanzi animali della palafitta di Arquà.

†Bullettino mensile della Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. F. III. Catania, 1889.

†Circolo (Il) giuridico. Anno XX, n. 1. Palermo, 1889.

Orestano. Progette del Codice penale.

†Giornale d'artiglieria e genio. Anno 1888, disp. IX; 1889, disp. 1ª. Roma.

†Giornale della r. Accademia di medicina di Torino. Anno LII, n. 1. gen. 1888. Torino.

Rattone. Sulla questione di analogia fra la rete descritta da Nesterowsky nel fegato e quella di Rattone. — *Martinotti.* Le reti nervose del fegato e della milza scoperte dal

prof. G. Rattone. — *Ottolenghi* e *Lombroso.* Nuovi studî sull'ipnotismo e sulla credulità. — *Peroni.* L'ittiolo succedaneo del mercurio nella cura della sifilide. — *Berruti.* La galvanocaustica chimica dell'Apostoli nella cura delle malattie dell'utero e degli annessi. — *Id.* Sulla operazione di Alexander negli spostamenti dell'utero. — *Dionisio.* Nuovo metodo per lavare nei varî liquidi e nelle soluzioni coloranti le sezioni microscopiche, adatto specialmente per le serie fatte coll'impregnamento in celloidina. — *Id.* Uncino palatino e abbassa lingua. — *Gradenigo.* Sulla eccitabilità elettrica del nervo acustico. — *Mazzucchelli.* Un caso di ernia muscolare alla coscia destra da ferita. Cucitura dei margini aponeurotici. Guarigione.

†Giornale della r. Società italiana d'igiene. Anno XI, 1. Milano, 1889.

Canalis. Sulla disinfezione dei carri che hanno servito al trasporto di bestiame sulle strade ferrate.

†Giornale medico del r. Esercito e della r. Marina. Anno XXXVII, 1. Roma, 1889.

Baroffio e *Bodio.* Vaccinazioni, rivaccinazioni e vaiuolo nel regno nel biennio 1885-86.

†Giornale militare. 1889, p. 1ª disp. 5-7; p. 2ª disp. 6-9. Roma.

†Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Vol. XVII, disp. 12. Roma, 1889.

Riccò e *Mascari.* Latitudini eliografiche dei gruppi di macchie e di fori solari nel 1885. — *Riccò.* Immagine del sole riflessa nel mare prova della rotondità della terra.

†Rassegna (Nuova) di viticoltura ed enologia. Anno III, n. 2, 3. Conegliano, 1889.

Comboni. In Italia si fa veramente da tutti il cognac di vino. — *Cerletti.* Impressioni sull'enologia della Sardegna. — *Cuboni.* Sulla cosidetta uva infavata dei colli laziali. — *Franco.* Ancora un'opinione relativa alla soppressione o meno delle radici superficiali della vite. — *Bersch.* Sulla cattiva riuscita degli innesti della vite. — *N. N.* L'enologia spinazzolese. — *Id.* Sul commercio dei vini italiani. — *Id.* Usi commerciali nei differenti paesi. — *Grazzi Soncini.* Classificazione dei vini. — *Comboni.* Le distillerie italiane nel 1887-88. — *Trentin.* I campioni dei vini. — *Sabatier.* I succedanei del gesso nella vinificazione. — *N. N.* Disposizione dei fusti vinarî a bordo delle navi. — *G. S.* A proposito del contrabbando dei vini italiani.

†Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. T. III, 1, Palermo, 1889.

Bertini. Sulle curve fondamentali dei sistemi lineari di curve piane algebriche. — *Gerbaldi.* Un teorema sull'Hessiana d'una forma binaria. — *Castelnuovo.* Un'applicazione della geometria enumerativa alle curve algebriche. — *Vivanti.* Sulle funzioni analitiche.

†Rendiconti del reale Istituto lombardo. Ser. 2ª, vol. XX, 1-3. Milano, 1889.

Strambio. Rendiconto de' lavori della Classe di lettere e scienze storiche e morali. — *Ferrini.* Rendiconto de' lavori della Classe di scienze matematiche e naturali. — *Prina.* Commemorazione di Giulio Carcano. — *Taramelli.* Parole pronunciate intorno alla morte del prof. Enrico Paglia. — *Paglia.* Il villafranchiano nei dintorni del lago di Garda. — *Brioschi.* Sopra un simbolo di operazione nella teorica delle forme. — *Beltrami.* Considerazioni idrodinamiche. — *Celoria.* Sull'eclissi parziali di luna del 17 gennaio 1889. — *Vidari.* Pasquale Stanislao Mancini giureconsulto. — *Mercalli.* Osservazioni petrograficogeologiche sui vulcani cimini. — *Zoja.* Cenni storici sul Gabinetto di anatomia umana della r. Università di Pavia (II Periodo dal 1783 al 1804). Direttore Antonio Scarpa. — *Cantoni.* Su una recente pubblicazione di biologia sperimentale. — *Id.* Sul moto brauniano.

†Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. 2ª, vol. III, 1. Napoli, 1889.

Fergola. Rapporto dei lavori compiuti dall'Accademia delle scienze fisiche e matematiche nell'anno 1888. — *De Gasparis.* Variazioni della declinazione magnetica, osservate nella r. Specola di Capodimonte nell'anno 1887.

†Revue internationale. 6ᵉ année, t. XXI, 2-4. Rome, 1889.

2. *Constant.* Lettres inédites à sa tante la comtesse de Nassau, née de Chandieu. — *Lindau.* Dentelles. — *Dragomanov.* La question de la liberté religieuse en Russie. — *Cavalieri.* Dans les colonies du Brésil. — *Wohl.* Clinquant. Peinture de la société hongroise. — 3. *Boglietti.* La politique coloniale de l'Allemagne et les derniers événements aux îles Samoa et au Zanzibar. — *Constant.* Lettres inédites à sa tante la comtesse de Nassau, née de Chandieu. — *Lindau.* Dentelles. — *Augé de Lassus.* Œdipe à Orange. — *Wohl.* Clinquant. Peinture de la société hongroise. — 4. *Boglietti.* La politique coloniale de l'Allemagne et les derniers événements aux îles Samoa et au Zanzibar. — *Lindau.* Dentelles. — *Tissot.* Études des littérature francaise: M. Édouard Rod. — *Fuster.* Le mystère. — *Pellet.* La conspiration du général Malet (Octobre 1812). — *Wohl.* Clinquant. Peinture de la société hongroise.

†Rivista di artiglieria e genio. 1888 dec., 1889 febb. Roma.

Parodi. Applicazioni della tavola balistica. — *Bravi.* Le latrine. — *Siracusa.* L'artiglieria campale italiana. — *Bellini.* Idee su quistioni importanti dell'artiglieria da fortezza. — *Signorile.* Teoria chimica delle calci idrauliche e dei cementi a presa rapida e lenta. — *Figari.* Sistemi di puntamento indiretto per obici da costa.

†Rivista marittima. Anno XXII, 2. Roma, 1889.

Borgatti. I porti di Marsiglia. — *Petella.* La natura e la vita nell'America del sud. Impressioni di viaggio. — *M. G.* Tattica delle torpediniere nella guerra offensiva e difensiva. — *C. A.* La guerra marittima nell'avvenire — Sull'accensione dei gas esplosivi che può essere cagionata dalla rottura di lampade ad incandescenza.

†Rivista mensile del Club alpino italiano. Vol. VIII. Torino, 1889.

Corrà. Punta dei tre merli, Punta Marin, Gran Somma, Gran Bagna, Colle Gran Bagna. — *Miglietti.* Becca di Nona e Pic Carrel.

†Rivista scientifico-industriale. Anno XXI, 1, 2. Firenze, 1889.

1. *Busin.* Sulla variazione della temperatura. — *Fossati.* Sui fenomeni elettrici provocati dalla radiazione. Caloricità e poteri conduttori termico ed elettrico del ferro sottoposto a magnetizzazione. — *Rovelli.* Aspetti caratteristici che presenta la scintilla data da una macchina elettrica Töpler-Holtz munita di condensatori cilindrici. — 2. *Fossati.* Caloricità e poteri conduttori termico ed elettrico del ferro sottoposto a magnetizzazione. — *Poli.* L'ossalato di calcio nelle piante. — *Bargagli.* Distruzione di insetti nocivi per mezzo di parassiti vegetali.

†Telegrafista (Il). Anno IX, 1. 1889. Roma.

Appunti di meccanica sulla costruzione delle linee telegrafiche.

Pubblicazioni estere.

†Abstracts of the proceedings of the Chemical Society. N. 62. London, 1889.

†Acta mathematica. XII, 2. Stockholm, 1889.

Horn. Ueber ein System linearer partieller Differentialgleichungen. — *Kowalevski.* Sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe.

Annalen der Chemie (Justus Liebig's). Bd. 249. Leipzig, 1888.

Hantzsch. Allgemeine Bemerkungen über Azole. — *Arapides.* Umlagerung von Rhodanketonen in Oxythiazole und Reduction der letzteren zu Thiazolen. — *Id.* Zur Kenntniss der sog. »Senfölessigsäure«. — *Traumann.* Ueber Amidothiazole und Isomere derselben. — *Hantzsch.* Ueber die Einwirkung des Natriums auf Isobuttersäureäther. — *Levy* und *Jedlicka.* Ueber Spaltungsproducte der Chlor-, Brom- und Nitranilsäure. — *Döbner.* Ueber α-Alkylcinchoninsäuren und α-Alkylchinoline; zweite Abhandlung. — *Id.* und *Kuntze.* Ueber α-Phenyl-Naphtocinchoninsäuren. — *Klinger.* Ueber die Einwirkung des Sonnenlichts auf organische Verbindungen. — *Id.* und *Kreutz.* Ueber die Einwirkung von Jodmethyl auf arsenigsaures Natrium. — *Roser.* Untersuchungen über das Narcotin; dritte Abhandlung. — *Id.* Untersuchungen über das Narcotin; vierte Abhandlung. — *Daimler.* Ueber die Einwirkung von Zink und Jodäthyl auf Malonsäureester. — *Fittig, Daimler* und *Keller.* Ueber die Diacetyldicarbonsäure (Ketipinsäure) und das Diacetyl. — *Gans* und *Tollens.* Ueber die Bildung von Zuckersäure als Reaction auf Dextrose. Raffinose enthält Dextrose. — *Stone* und *Tollens.* Ueber Bildung von Furfurol und Nichtbildung von Lävulinsäure aus Arabinose. Furfurolbindung ist eine Reaction auf Arabinose (Holzzucker und ähnliches). Bildung von Arabinose und Holzzucker aus Biertrebern. — *Gans* und *Tollens.* Ueber Quitten- und Salepschleim. — *Stone* und *Tollens.* Gährungsversuche mit Galactose, Arabinose, Sorbose und anderen Zuckerarten. — *Seissl.* Beiträge zur Kenntuiss der Ketonsäuren. — *Koll.* Zur Kenntniss einiger Chlorcrotonsäuren. — *Schürmann.* Ueber die Verwandtschaft der Schwermetalle zum Schwefel. — *Zincke* und *Arzberger.* Ueber Azimidoverbindungen, zweite Mittheilung. — *Brandhorst* und *Kraut.* Zur Kenntniss der Phosphorwolframsäure.

†Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XXXVI, 2, 3. Beiblätter dazu. XIII, 1. Leipzig, 1889.

2. *Raps.* Zur objectiven Darstellung der Schallintensität. — *v. Kowalski.* Untersuchungen über die Festigkeit des Glases. — *Riecke.* Beiträge zur Hydrodynamik. — *Bohl.* Das Gesetz der molecularen Attraction. — *Schleiermacher.* Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilberdampfes. — *Barus.* Die Zähigkeit der Gase im Gebiete hoher Temperaturen. — *Dorn.* Eine Bestimmung des Ohm. — *v. Wyss.* Ueber den Einfluss der Stärke der Magnetisirung auf die Aenderung des electrischen Widerstandes des Eisens. — *Righi.* Ueber die electromotorische Kraft des Selens. — *Ebert.* Zur Anwendung des Doppler'schen Principes auf leuchtende Gasmolecüle. — *Lommel.* Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung. — *Walter.* Die Aenderungen des Fluorescenzvermögens mit der Concentration. — *Id.* Ueber den Nachweis des Zerfalles von Moleculargruppen in Lösungen durch Fluorescenz- und Absorptionserscheinungen. — *Drude.* Ueber Oberflächenschichten. I. Theil. — *Pulfrich.* Mittheilung, das Totalreflectometer betreffend. — *Ritter* in Aachen. Untersuchungen über die Constitution gasförmiger Weltkörper. — *Weber.* Ueber das galvanische Leitungsvermögen des festen Quecksilbers. — *Braun.* Nachtrag zu meinem Aufsatz: »Untersuchungen über die Löslichkeit etc.« — *Ebert.* Bemerkung zu Hrn. Langley's Aufsatz: » Energy and Vision «. — 3. *Lorentz.* Zur Theorie der Thermoelectricität. — *Planck.* Zur Theorie der Thermoelectricität in metallischen Leitern. — *Wiedemann* und *Ebert.* Ueber electrische Entladungen. — *Schultze.* Das electrolytische Verhalten des Glimmers bei hoher Temperatur. — *Schreber.* Ueber die electromotorischen Kräfte dünner Schichten von Superoxydhydraten. — *Lorberg.* Zur Theorie der magnetelectrischen Induction. — *Tammann.* Ueber die Gesetze der Dampfspannungen wässeriger Salzlösungen von Babo und Wüllner. — *Angström.* Beobachtungen über die Durchstrahlung von Wärme verschiedener Wellenlänge durch trübe Medien. — *Wesendonck.* Zur Elasticitätstheorie. — *Lommel.* Subjective Interferenzstreifen im objectiven Spectrum. — *Id.* Neue Methode zur

Messung der Drehung der Polarisationsebene für die Fraunhofer'schen Linien. — *Lommel.* Interferenz durch circulare Doppelbrechung. — *Voigt.* Ueber adiabatische Elasticitätsconstanten. — *Himstedt.* Ueber die Kirchhoff'sche Formel für die Capacität eines Schutzringcondensators. — *Boguski* und *Natanson.* Ein Barometer mit Contactablesung. — *Müller.* Ueber ein neues Barometer und Luftthermometer.

†Annalen (Mathematische). Bd. XXXIII, 3. Leipzig, 1889.

Maschke. Aufstellung des vollen Formensystems einer quaternären Gruppe von 51840 linearen Substitutionen. — *Hurwitz.* Ueber die Differentialgleichungen dritter Ordnung, welchen die Formen mit linearen Transformationen in sich genügen. — *Pochhammer.* Ueber gewisse partielle Differentialgleichungen, denen hypergeometrische Integrale genügen. — *Gordan.* Das erweiterte Formensystem. — *Weber.* Zur complexen Multiplication elliptischer Funktionen. — *Schlesinger.* Ueber Resultanten und Discriminanten von ϑ-Functionen höheren Grades. — *Id.* Ueber elliptische Curven in der Ebene. — *Kober.* Zur Gruppe der acht harmonisch zugeordneten Flächen zweiten Grades. — *Küpper.* Der Satz von Pohlke.

†Annales de la Société géologique du Nord. T. XVI, 1888-89. Livr. 1. Lille.

Barrois. Observations sur la constitution géologique de l'ouest de la Bretagne. — *Ladrière.* Les dépôts phosphatés de Montay et de Forest — *Cayeux.* Grès dit Porphyre de Gognies-Chaussée. — *Gosselet.* Leçons sur les gîtes de phosphate de chaux du nord de la France. — *Barrois.* Le bassin houiller de Valenciennes d'après les travaux de MM. A. Olry et R. Zeiller.

†Annales (Nouvelles) de mathématiques. 3e sér. t. VIII, Janv. 1889.

Picard. Sur le nombre des racines communes à plusieurs équations simultanées. — *de Saint-Germain.* Note sur la question de mécanique proposée au concours d'agrégation en 1887. — *Gutzmer.* Note sur un point de la théorie des séries. — *de Comberousse.* Sur les équations réciproques. — *Fouret.* Sur quelques problèmes de géométrie descriptive concernant les surfaces gauches du second degré. — *Appell.* Sur les points d'intersection d'une conique fixe avec une conique mobile passant par deux points fixes. — *Fabry.* Étude géométrique d'une famille de coniques.

†Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 3e sér. t. VI, 2. Paris, 1889.

Goursat. Sur les substitutions orthogonales et les divisions régulières de l'espace.

†Annals of the New York Academy of sciences. Vol. IV, 5-8. New York, 1889.

Julien. On the variations of Decomposition in the Iron Pyrites; its cause, and its relation to density. Part II. — *Hitchcock.* Further Notes on the Osteology of the Shad (Alosa Sapidissima). — *Casey.* On Some New North American Rhynchophora. Part I.

†Annuaire de la Société météorologique de France. 1888 sept.-oct. Paris.

de Bezold. Mémoire sur la thermodynamique de l'atmosphère. — *de Fulgence.* Tremblement de terre aux Indes-Néerlandaises. — *de C. Motylinski.* Crues de l'Oued M'Zab, depuis 1728.

†Anzeiger (Zoologischer). Jhg. XII, n. 299, 300. Leipzig, 1889.

299. *Cholodkovski.* Noch Einiges zur Biologie der Gattung Chermes L. — *Braem.* Ueber die Statoblastenbildung bei Plumatilla. — *Dreyfus.* Neue Beobachtungen bei den Gattungen Chermes L. und Phylloxera Boyer de Fonsc. — 300. *Dreyfus.* Neue Beobachtungen bei den Gattungen Chermes L. und Phylloxera Boyer de Fonsc. — *Poppe.* Berichtigung zu Dr. O. E. Imhof's Aufsatz: »Fauna der Süsswasserbecken« in No. 275 des Zool. Anz. 1888 p. 166. — *Verson.* Zur Spermatogenesis. — *Koenike.* Kurze Mittheilung über ein neues Hydrachniden Genus.

†Archief (Nieuw) voor Wiskunde. Deel XV, 2. Amsterdam, 1888.

Prange. Over de oplossing van het vraagstuk: de middelpunten en stralen te vinden der cirkels, die aan drie gegeven cirkels raken.

†Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. Jhg. XXII, 2, 3. Berlin, 1889.

2. *Engler* u. *Zielke.* Einige weitere Derivate des Acetophenons. — *Id. id.* Zur Darstellung der Nitromandelsäuren. — *Id.* u. *Bauer.* Ueber die Einwirkung des Acetons auf Ortho- und Paraamidophenol. — *Staedel.* Ueber Nitro-*m*-Kresole. — *Jannasch* u. *Calb.* Ueber die Zusammensetzung des Turmalins. — *Jannasch.* Ueber eine neue Art der Bestimmung des Wassers in Silicaten, wie in Turmalin, Vesuvian, Glimmer und ähnlichen Mineralien. — *Gabriel.* Ueber einige Abkömmlinge des Trimethylendiamins. — *Gattermann u. Wichmann.* Ueber Aldehydblau. — *Brühl.* Apparat zum Ausfrieren unter Abschluss von Feuchtigkeit und Luft. — *Id.* Sublimations-Apparate. — *Bischler.* Ueber *o*-Nitrophenylhydrazin. — *Michaelis.* Ueber aromatische Bor- und Siliciumverbindungen. — *Moscheles* u. *Cornelius.* Bestimmung des Moleculargewichtes der Pentinsäure. — *Gerdeissen.* Untersuchung des Metaamidochinaldins. — *Seitz.* Ueber *β*-Naphtochinaldin. — *Rohde.* Ueber Py-*αβ*-Dimethylchinolin. — *Eckhardt.* Ueber *m*-Chinaldinacrylsäure und *m*-Chinaldinaldehyd. — *Bulach.* Condensation von Paranitrobenzaldehyd mit Chinaldin. — *Luff.* Ueber Nitrooxyzimmtsäuren. — 3. *Rayman* u. *Chodounsky.* Rhamnodiazin. — *Böttinger.* Zur Bildung von Kohlenoxysulfid. — *Delisle.* Ueber Ketosulfide und Ketosulfidsäuren. — *Mylius.* Ueber die Prüfung des Glases durch Farbreactionen. — *Voswinkel.* Ueber das Paradiäthylbenzol. — *Urech.* Zur Formulirung der Reductionsgeschwindigkeit alkalischer Kupferlösung. — *Meyer.* Ueber Ringschliessung unter Abspaltung einer Nitrogruppe aus dem Benzolkern. — *Hausknecht.* Ueber Derivate der Phenylessigsäure und Phenylglyoxylsäure. — *Jacobson.* Ueber Dehydrothiotoluidin. — *Hirsch.* Ueber Diphenoläther und Dinitrodiphenoläther. — *Bischoff.* Ueber die Einwirkung von salpetriger Säure auf Tetramethyldiamidobenzophenon und diesem analoge Körper. — *Id.* Einige Derivate des Desoxybenzoïns. — *Limpach.* Zur Kenntniss des *m*-Amido-*p*-kresolmethyläthers. — *Bamberger.* Ueber Reduction von Chinolinderivaten. — *Fischer* u. *Hepp.* Oxydation des Orthophenylendiamins. — *Id.* u. *Passmore,* Bildung von Acrose aus Formaldehyd. — *Id.* u. *Meyer.* Oxydation des Milchzuckers. — *Id.* u. *Hirschberger.* Ueber Mannose. II. — *Stierlin.* Zur Kenntniss der »Benzile«. — *Behrend* u. *Leuchs.* Ueber Benzylderivate des Hydroxylamins. — *Bischoff.* Ueber Chinolinderivate aus Orthonitrobenzoylmalonsäureester. — *Id.* u. *Voit.* Ueber die beiden symmetrischen Dimethylbernsteinsäuren. — *Rabe.* Ueber die Einwirkung von Phosphorpentachlorid auf *β*-Oxynaphtoësäure. — *Pfitzinger* u. *Duisberg.* Ueber die Constitution der *β*-Naphtol-*α*-monosulfosäure und der *β*-Naphtol-A-disulfosäure (R). — *Einhorn.* Zur Kenntniss der Nebenalkaloïde des Cocaïns. — *Immerheiser.* Ueber *β*-Phenylpyridindicarbonmonosulfosäure und *β*-Pyridinphenylenketonsulfosäure, als Oxydationsproducte der *β*-Naphtochinolinsulfosäure. — *Id.* Beitrag zur Constitution der *β*-Naphtylamin-*α*-sulfosäure.— *Reychler.* Ueber künstliche Diastase. — *Strassmann.* Ueber die Wirkung von Hydroxylamin auf Bromacetophenon. — *Gattermann.* Ueber die Einwirkung von Schwefel auf die Toluidine. — *Gabriel* u. *Kroseberg.* Ueber eine bequeme Darstellungsweise des Glycocolls. — *Beckmann.* Zur Isomerie der Oximidoverbindungen. — *Id.* Isomere monosubstituirte Hydroxylamine. — *Nietzki* u. *Müller.* Zur Kenntniss des symmetrischen Tetraamidobenzols. — *Id.* u. *Zübelen.* Ueber die Nitrirung der Naphthionsäure. — *Id. id.* Zur Kenntniss der *β*-Naphtol-*α*-Sulfosäure. — *Freund.* Zur Kenntniss des Hydrastins. IV.

†Boletin de la real Academia de la historia. Tomo XIV, 1, 2. Madrid, 1889.

de Cárdenas. Noticia de una compilación de leyes romanas y visigodas descubierta recientemente en Inglaterra. — *Fabié.* Congreso de Americanistas celebrado en Berlin el

2 de Octubre de 1888. — *Fernández y Gonzáles.* Manual de lengua Sanskrita. — *Fernández-Guerra.* El convento de Santa Clara en la ciudad de Loja. — *de Madrazo.* Santa María le Real de Sangüesa. — *Baráibar.* Inscripciones romanas cerca del Ebro en las provincias de Álava y Burgos. — *Danvila.* Valencia. — *de Cárdenas.* Del origen de las leyes visigodas desconocidas, insertas en la compilación legal de Holkan, y de sus relaciones con otras del mismo origen nacional. — *Fita.* Sentencia, quema y sambenito de Hernando de la Rivera, que dicen hizo el papel de Pilatos en la Pasión, ó martirio del Santo Niño de la Guardia.

†Bulletin de l'Académie r. des sciences de Belgique. 3e sér. t. XVI, 12; XVII, 1. Bruxelles, 1888-89.

11. *Crépin.* Inauguration du monument élevé à Léopold Cornet, au cimetière de Mons. — *Montigny.* Sur les diverses apparences que présentent les images des étoiles scintillantes, selon l'état du ciel. Description du scintillomètre (planche). — *Deruyts.* Sur quelques propriétés des transformations linéaires. — *Massart.* Recherches sur les organismes inférieurs: I. La loi de Weber vérifiée pour l'héliotropisme du champignon. — *Potvin.* Discours prononcé aux funérailles de Jean Van Beers. — *Rolin-Jaequemyns.* Introduction au droit des gens. Recherches philosophiques, historiques et bibliographiques (de Holtzendorff et Rivier). — *Goblet d'Alviella.* Recherches sur l'histoire du globe ailé hors de l'Égypte. — *Crépin.* Les roses aux prises avec les savants. Histoire d'une monographie. — *de la Vallée Poussin.* La cause générale des mouvements orogéniques. — 1. *Van der Mensbrugghe.* Contribution à la théorie du siphon.

†Bulletin de la Société de géographie. 1888, 4e trim. Paris.

Dumont. Le chemin de fer de la vallée de l'Euphrate, avec cartes dans le texte. — *Blondel.* L'île de la Réunion. — *Piat.* Projet de création d'un port de guerre et de commerce à Cabourg (Calvados). — *Marcou.* Nouvelles recherches sur l'origine du nom d'Amérique (suite et fin).

†Bulletin de la Société entomologique de France. 1889. Cah. 2, 3. Paris.

†Bulletin de la Société imp. des naturalistes de Moscou. 1888, n. 2. Moscou.

Pereyaslawzewa. Etudes sur le développment des Amphipodes. Première partie. Le développement de Gammarus poecilurus, Rthk. — ЛИТВИНОВА. Списокъ растеній, дикорастущихъ въ Тамбовской губерніи. — *Bredichin.* Sur la grande comète de 1887. — *Ballion.* Kurze Notizen über einige Russische Blaps-Arten. — *Retowski.* Beiträge zur Molluskenfauna des Kaukasus. — *Riabinine.* Les Chlorophycées des environs de Kharkow. — ГОРОЖАНКИНА. Матеріалы для флоры Московской губ. Проф. — *Becker.* Die Spinnen und fortgesetzte Mittheilungen über bei Sarepta vorkommende Insekten. — САБАНѢЕВА. Химическое изслѣдованіе Дарьинской желѣзистой воды.

†Bulletin de la Société mathématique de France. T. XVI, 6. Paris, 1888.

de Presle. Dérivées successives d'une puissance entière d'une fonction d'une variable; dérivée successives d'une fonction de fonction et application à la détermination des nombres des Bernouilli. — *Lemoine.* Des systèmes de coordonnées qui déterminent le plus simplement un point par une construction. — *Laisant.* Note sur un système de deux courbes planes. — *Id.* Sur la numération factorielle, application aux permutations. — *d'Ocagne.* Sur les systèmes de péninvariants principaux d'une forme linéaire.

†Bulletin du Comité géologique de St. Pétersbourg. T. VI, n. 11, 12; VII, n. 1-5. St. Pétersbourg, 1888.

11. *Fedoroff.* Note sur l'existance des sédiments du système crétacée et des dépôts à blocs erratiques dans la partie voisine à l'Oural de la Sibérie septentrionale. — *Nikitin.* Sur la propagation de quelques ammonites jurassiques. — *Siemiradzki.* Note sur les sédi-

ments paléozoiques de la chaîne de Kielce Sandomir. — 12. *Schmidt.* Revue des résultats des excursions géologiques, exécutées en 1887 dans les gouvern. d'Estland et de Livland. — Quelques roches du rayon aurifère de Beresowsk (Oural). — L'épiriodite du rayon aurifère de Jenissei. — Sur quelques plantes fossiles de Kamensk. (Oural). — 1. *Mouchketow.* Compte rendu préliminaire sur les recherches du tremblement de terre dans la ville Vernyi du 28 mai 1887. — *Fedoroff.* Les syenites gneiss de l'Oural septentrional. — 2. *Nikitin.* Compte rendu préliminaire des recherches géologiques exécutée en 1887 dans les gouvernements de Samara et de Kazane. — *Sokolow.* Compte rendu préliminaire des recherches géologiques entre la rivière Konka et la mer d'Azow. — 3. *Stuckenberg.* Compte rendu préliminaire sur les recherches géologiques faites en 1887 dans le gouvenr. de Perm. — *Tschernyschew.* Compte rendu préliminaire sur les recherches faites dans la partie occidentale du gouvern. d'Oufa. — *Sibirtzev.* Compte rendu préliminaire des recherches géologiques exécutées en 1887 dans la région de la feuille 72. — 4-5. *Michalski.* Compte rendu sur les recherches géologiques faites pendant la construction des chemins de fer de Brest-Cholm et de Siedliec-Malkin. — *Krasnopolsky.* Les recherches géologiques dans la partie de nord-ouest de la feuille 126.

†Bulletin of the U. S. Coast and Geodetic Surwey. N. 5-8. Washington, 1888.

†Centralblatt (Botanisches). Bd. XXXVII, 5-8. Cassel, 1889.

Böhm. Stärkebildung in den Blättern von Sedum spectabile Boreau. — *Borbas de.* Tilia Richteri Borb. n. sp. hybr. — *Bornmüller.* Ein Beitrag zur Eichenflora des Sudöstlichen Europa.

†Centralblatt für Physiologie. 1888, n. 22, 23. Wien, 1889.

†Civilingenieur (Der). Jhg. 1889, Heft 1. Leipzig.

Drude. Studien über die Conservirungsmethoden des Holzes. — *v. Oer.* Die Industriebahnen in Plagwitz-Lindenau und ihr Anschluss an die Königl. Sächsischen Statseisenbahnen. — *Foeppl.* Ueber die Windverstrebungen einfacher eiserner Balkenbrücken.

†Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de géographie. 1889, n. 2, 3. Paris.

†Compte rendu des séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. N. S. T. XXXI, 2. Paris, 1889.

Baudrillart. L'amélioration des logements d'ouvriers dans ses rapports avec l'esprit de famille. — *Desjardins.* Les otages dans le droit des gens au XVI[e] siècle. — *Courcelle-Seneuil.* De la théorie du mandat législatif. — *Sayous.* Le cardinal Buonvisi, nonce à Vienne, et la croisade de Bude (1684-1686). — *Vandal.* Louis XIV et l'Égypte.

†Comptes rendus de l'Académie des inscriptions et belles lettres. T. XVI, sept.-oct. 1888. Paris.

Le Blant Quelques notes d'archéologie sur la chevelure féminine. — *de Villefosse.* Note sur une inscription latine découverte par le R. P. Brunel à Césarée de Cappadoce. — *Id.* Épitaphe d'un marin de la flotte britannique, trouvée à Boulogne-sur-Mer. — Observations de M. Deloche sur la communication de M. Levasseur, relative à la densité de la population et au nombre moyen des enfants dans la Gaule au IX[e] siècle, d'après le Polyptyque de l'abbé Irminon. — *Le Blant.* De quelques lampes chrétiennes découvertes à Carthage.

†Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. T. CVIII, n. 5-8. Paris, 1889.

5. *Schlœsing.* Sur la déperdition d'azote pendant la décomposition des matières organiques. — *Treub.* Sur le jardin botanique et le laboratoire de recherches de Buitenzorg. — *Léauté.* Sur les trépidations qui peuvent se produire dans l'engrenage de commande d'une tras-

mission actionnée par une machine à vapeur. — *Eginitis.* Observations de la comète Barnard 1888 (*e*), faites à l'équatorial ouest du Jardin de l'Observatoire de Paris. — *Charlois.* Observation de la nouvelle planète découverte le 28 janvier 1889, à l'Observatoire de Nice. — *Landerer.* Sur l'équation personnelle. — *Kœnigs.* Extension du problème d'Euler sur l'équation $ds^2 = dx^2 + dy^2$ au cas d'une surface quelconque. — *Appell.* De l'homographie en mécanique. — *Andrade.* Sur une production du problème des n corps qui conserve $\frac{n}{2}$ ou $\frac{n-1}{2}$ distances mutuelles. — *Amagat.* Compressibilité du mercure et élasticité du verre. — *Moser.* Sur l'électromètre capillaire et les électrodes à gouttes de mercure. — *André.* Sur quelques réactions des chlorures ammoniés de mercure. — *Baubigny.* Séparation du zinc et du nickel. — *Girard* et *L'Hote.* Sur la chaleur de formation du bichromate d'aniline. — *de Forcrand.* Combinaisons alcooliques du glycolalcoolate de soude. — *Cazeneuve.* Sur la fonction acétonique du nitrocamphre, sur sa chlorhydration et sa polymérisation. — *Aubin* et *Alla.* Sur le dosage de l'azote organique par la méthode de M. Kjeldahl. — *Rimelin.* Remarques sur les partitions frondales de la scolopendre. — *Prillieux.* Les tumeurs à bacilles de l'Olivier comparées à celles du Pin d'Alep. — *Brongniart.* Les Blattes de l'époque houillère. — *Nencki.* Les salicylates des crésols. — *de Malarce.* Sur l'extension du système métrique, le développement de systèmes monétaires conformes ou concordants, et le mouvement de la circulation monétaire fiduciaire, dans les divers États du monde civilisé. — 6. *Schlœsing.* Sur la déperdition d'azote gazeux pendant la décomposition des matières organiques. — *Brown-Séquard.* Nouvelles recherches démontrant que la toxicité de l'air expiré ne dépend pas de l'acide carbonique. — *Verneuil* et *Clado.* Des abcès spirillaires. — *Kunckel d'Herculais.* Les acridiens et leurs invasions en Algérie. — *Charlois.* Observations de la nouvelle planéte, découverte le 8 février 1889 à l'Observatoire de Nice. — *Klein.* Des fonctions thêta sur la surface générale de Riemann. — *Andrade.* Sur les réductions du problème des n corps qui conservent certaines distances mutuelles. — *Becquerel.* Sur les spectres absorption de l'épidote. — *Violle* et *Chassagny.* Sur l'électrolyse. — *Savelief.* Sur les observations actinométriques faites à Kiel. — *Crova.* Remarques sur les observations de M. R. Savelief. — *André.* Sur quelques réactions des chlorures ammoniés de mercure. — *Hérard.* Sur le bismuth amorphe. — *Lévy.* Sur le peroxyde de titane. — *Barthe.* Sinthèse opérées à l'aide de l'éther cyanosuccinique. — *Guinochet.* Action du brome sur l'acide aconitique et sur l'acide carballylique. — *Cazeneuve.* Sur un phénol nitré isomérique avec le nitrocamphe α. — *Villot.* Sur l'hypoderme et le système nerveux périphérique des Gordiens. — *Flot.* Sur la région tigellaire des arbres. — *Rivière.* Découverte d'une nouvelle station quaternaire dans la Dordogne. — *Abelous.* Recherches sur les microbes de l'estomac à l'état normal et leur action sur les substances alimentaires. — 7. *Chauveau.* Sur les propriétés vaccinales de microbes ci-devant pathogènes, transformés en microbes simplement saprogènes, destitués de toutes propriétés virulentes. — *Fouqué.* Sur le bleu égyptien ou vestorien. — *Cotteau.* Sur deux échinodermes fossiles provenant de Thersakhan (Turkestan). — *Tacchini.* Résumé des observations solaires, faites à l'Observatoire royal du Collège romain pendant le deuxième semestre de 1888. — *de Kerillis.* Projet d'horizon électro-automatique pour observations au sextant. — *Mouchez.* Remarques relatives à la Communication de M. de Kérillis. — *Liouville.* Sur les représentations géodésiques des surfaces. — *Romieux.* Sur la loi de déformation, par refroidissement, d'une masse fluide homogène en rotation. — *Minary.* Sur les étoiles filantes. — *Cornu.* Observations relatives à la Communication de M. E. Minary. — *Gouy.* Sur une loi générale relative aux effets des transformations réversibles. — *Mercadier.* Études expérimentales sur l'élasticité dynamique et statique des fils métalliques. — *Trouvelot.* Étude des phénomènes d'induction, par le moyen de la photographie. — *Guye.* Sur le pouvoir rotatoire du chlorate de soude cristallisé. — *Denigès.* Réactifs de la fonction

mercaptan. — *Meslans.* Préparation et propriétés du fluorure de propyle et du fluorure d'isopropyle. — *Vincent* et *Delachanal.* Sur la sorbite et sur sa présence dans divers fruits de la famille des rosacées. — *de Rey-Pailhade.* Recherches expérimentales sur le degré d'affinité de divers tissus pour le soufre. — *Wertheimer* et *Meyer.* Sur l'apparition rapide de l'oxyhémoglobine dans la bile et sur quelques caractères spectroscopique normaux de ce liquide. — *Roule.* Le développement du système nerveux des annélides et l'influence exercée sur lui par la symmetrie du corps. — *Ménégaux.* De la turgescence chez les lamellibranches. — *Saint-Loup.* Sur l'appareil reproducteur de l'aplysie. — *Pérez.* Sur la descente des ovules dans le canal de la glande hermaphrodite chez les hélices. — *Granel.* Observations sur les suçoirs de quelques rhinanthées. - *de Lapparent.* Sur l'origine des roches éruptives. — *Frossard.* Sur les roches éruptives de Ponzac (Hautes-Pyrénées). — *Le Verrier.* Sur la structure des porphyres quartzifères du Forez. — *Lacroix.* Étude pétrographique des gneiss de Ceylan et du district de Salem (présidence de Madras). — *Weiss* et *Erckmann.* Sur les propriétés optiques de l'ambre naturel et de l'ambre faux. — 8. *Chauveau.* Les microbes ci-devant pathogènes, n'ayant conservé, en apparence, que la propriété de végéter en dehors des milieux vivants, peuvet-ils récupérer leurs propriétés infectieuses primitives? — *Gruey.* Sur quelques points de la théorie du sextant. — *Mayer.* Sur une question du calcul des probabilités. — *Bouty.* Remarques sur la conductibilité et le mode d'électrolyse des dissolutions concentrées d'acide sulfurique. — *Potier.* Sur la mesure électrochimique de l'intensité des courants. — *Janet.* Sur l'influence réciproque de deux aimantations rectangulaires dans le fer. — *Ostwald.* Sur les électrodes à gouttes de mercure. — *Villiers.* Note rectificative, concernant l'action dé l'acide sulfureux sur les hyposulfites alcalins. — *Amat.* Sur le sel de soude que l'on obtient en saturant l'acide phosphoreux par un excès d'alcali. — *Combes.* Sur la valence de l'aluminium. — *Meunier.* Combinaison de la mannite avec les aldéhydes de la série grasse. Acétal éthylique. — *Haller.* Sur de nouveaux éthers neutres et acides des camphols. — *Aimé Girard.* Recherches sur la culture de la pomme de terre industrielle. — *Hayem.* Du mécanisme de la mort des lapins transfusés avec le sang de chien. — *de Rouville* et *Delage.* La porphyrite de Cavenac. —*Le Verrier.* Sur quelques roches porphyriques du Forez. — *Piette.* Un groupe d'assises représentant l'époque de transition entre les temps quaternaires et les temps modernes.

†Cosmos, revue de sciences et leur applications. N. S. n. 211-214. Paris, 1889.

†Flora oder allgemeine botanische Zeitung. N. R. 46 Jhg. Regensburg, 1888.

†Jahrbuch des k. deutschen archäologischen Instituts. Bd. III, 1888, Heft 4. Berlin, 1889.

Borrmann. Stelen für Weihgeschenke auf der Akropolis zu Athen. — *Imhoof-Blumer.* Antike Münzbilder. — *Furtwängler.* Ueber die Gemmen mit Künstlerinschriften. — *Boehlau.* Böotische Vasen. — *Pernice.* Zur Kypseloslade und zum Amykläischen Thron.

†Journal de Physique théorique et appliquée. 2e sér. t. VIII, févr. 1889. Paris.

Joubin. Sur la dispersion rotatoire magnétique. — *André.* Ligament des satellites de Jupiter. — *Dufour.* Nouvel hygromètre à condensation. — *Blondlot* et *Curie.* Sur un électromètre astatique pouvant servir comme wattmètre. — *van der Mensbrugghe.* Remarques sur la théorie capillaire de Laplace.

†Journal of the Chemical Society. N. CCCXV, febr. 1889. London.

Rideal. The Action of Ammonia on some Tungsten Compouds. — *Henderson* and *Smith.* The Action of Chromium Oxychloride on Pinene. — *McMurtry.* On Thionyl Thiocyanate. — *Id.* On Mercuric Chlorothiocyanate. — *Bott* and *Miller.* Some Derivatives and New Colouring Matters obtained from α-Pyrocresole. — *Ling.* Some Metallic Derivatives of Halogen Nitrophenols. — *Perkin.* On Berberine (Part I). — *Collie.* On Some Leadhills

Minerals. — *Mason.* Contributions from the Laboratory of the University of Zurich. II. Piazine-derivatives.

†Journal of the r. microscopical Society. 1888, p. 6; 1889, p. 1. London.

Michael. Observations on the Special Internal Anatomy of Uropoda Krameri. — *West.* List of Desmids from Massachusetts, U. S. A. — *Castracane.* Reproduction and Multiplication of Diatoms.

†Journal (The american) of science. Vol. XXXVII, n. 218, febr. 1889. New Hawen.

Dana. Points in the Geological History of the islands Maui and Oahu. — *Nichols.* and *Franklin.* Experiment bearing upon the Question of the Direction and Velocity of the Electric Current. — *Derby.* Occurrence of Monazite as an accessory Element in Rocks. — *Trowbridge* and *Sabine.* Use of Steam in Spectrum Analysis. — *Winterhalter.* New Personal Equation Machine. — *Barus.* Subsidence of Fine Solid Particles in Liquids. — *Willard Gibbs.* Comparison of the Electric Theory of Light and Sir William Thomson's Theory of a Quasi-labile Ether. — *Branner.* Geology of Fernando de Noronha. Part I. — *Marsh.* Appendix: Restoration of Brontops robustus, from the Miocene of America.

†Közleményei (A Haynald-Observatorium). IV füz. 1888. Kalocsán.

Fényi. Sonnen Protuberanzen vom Jahre 1886.

†Lumière (La) électrique. T. XXXI, n. 5-8. Paris, 1889.

5. *Dieudonné.* La station centrale Edison du Palais Royal. — *Guillaume.* Sur une propriété des résistances électriques de divers alliages. — *Palaz.* Appareils et dispositifs récents de la photométrie. — *Ledeboer.* Quelques travaux récents sur l'électromètre. — 6. *Richard.* Les machines à vapeur rapides. — *Guillaume.* Encore les notations. — *Minet.* Introduction à l'étude des applications de l'électricité à la chimie. — *Guinaud.* Le rendement des petits moteurs de la Compagnie des téléphones de Zurich. — *Palaz.* Le photomètre de Bunsen, théorie et pratique. — *Meylan.* Le régulateur Thury. — 7. *Meylan.* Les machines dynamos de la Compagnie «l'Éclairage électrique, système» Rechniewski. — *Ledeboer.* Sur l'emploi du galvanomètre pour la mesure du coefficient de self-induction. — *Richard.* Détails de construction des machines dynamos. — *Minet.* Leçons de chimie, notions préliminaires. — 8. *Guillaume.* Travaux récents sur l'unité de résiistance électrique. — *Richard.* Les machines à vapeur rapides. — *Ledeboer.* Sur les théories modernes de l'électricité. — *Carré.* La lumière électrique et la marine marchande, les feux électriques. — *Minet.* Leçons de chémie.

†Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. T. XXX, 1. Genève, 1888.

de Saussure. Additamenta ad Prodromum œdipodiorum insectorum ex ordine orthopterorum. — *Choffat* et *de Loriol.* Matériaux pour l'étude stratigraphique et paléontologique de la province d'Angola. — *Müller.* Pyrenocarpeæ Feeanæ in Féei Essai (1824) et Supplément (1837) editæ e novo studio speciminum originalium expositæ et in novam dispositionem ordinatæ. — *de la Rive.* Sur la composition des sensations et la formation de la notion d'espace.

†Mémoires du Comité géologique. Vol. V, 2-4; VI, 1, 2; VII, 1, 2. S. Pétersbourg, 1888.

V, 2. *Kikitin.* Les vertiges de la période crétacée dans la Russie centrale. — 3. *Tzwetaew.* Céphalopodes de la section supérieure du calcaire carbonifère de la Russie centrale. — 4. *Stuckenberg.* Anthozoen und Bryozoen des oberen Mittelrussischenkohlenkalks. — VI, 1, 2. *Krotow.* Geologische Forschungen am westlichen Ural-abhange in den Gebieten von Tscherdyn und Ssolitamsk. — VII, 1. *Sintzov.* Carte générale de la Russie: feuill. 92. —

2. *Nikitin* et *Ossoskow.* La région transvolgienne de la feuille 92 de la Carte géol. centr. de la Russie.

†Mémoires et compte rendu des travaux de la Société des ingénieurs civils. Déc. 1888. Paris.

Roy. Mémoire sur le chemin de fer à voie étroite de Saint-Georges-de-Commiers à La Mure. — *de Cordemoy.* Le port de Bilbao. — *Boulenoot.* Compte rendu de la visite à l'usine centrale d'éclairage électrique du Palais-Royal.

†Memorias de la Sociedad Cientifica « Antonio Alzate ». T. II, 5. México, 1888.

Vargas Galeana. El revelador de hydroquinona para las placas de gelatino-bromuro de plata. — *Marroquín y Rivera.* Investigación acerca de los errores que pueden cometerse en la medida de un ángulo por causas independientes del instrumento. — *Pérez.* Determinación del volumen, del peso y del centro de gravedad de una columna toscana arreglada á las dimensiones de Vignola.

†Mittheilungen aus dem naturwissenschaftlichen Verein für Neu-Vorpommern und Rügen in Greifswalde. Jhg. XX. Berlin, 1889.

Gerstaecker. Charakteristik einer Reihe bemerkenswerther Orthopteren. — *Hauptfleisch.* Zellmembran und Hüllgallerte der Desmidiaceen. — *Cohen.* Ueber eine verbesserte Methode der Isolirung von Gesteinsgemengtheilen vermittelst Flussäure. — *Deecke.* Ueber den Magneteisensand der Insel Ruden. — *Cohen.* Ueber den Granat der südafrikanischen Diamantfelder und über den Chromgehalt der Pyrope. — *Deecke.* Ueber ein grösseres Wealden-Geschiebe im Diluvium bei Lobbe auf Mönchgut (Rügen).

†Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Bd. VIII, 3, 4. Berlin, 1888.

Lo Bianco. Notizie biologiche riguardanti specialmente il periodo di maturità sessuale degli animali del golfo di Napoli. — *Dohrn.* Studien zur Urgeschichte des Wirbelthierkörpers. — XIV. Ueber die erste Anlage und Entwiklung der motorischen Rückenmarksnerven bei den Selachiern. — *Meyer.* Studien über den Körperbau der Anneliden.

†Notices (Monthly) of the r. Astronomical Society. Vol. XLIX, n. 3. London, 1889.

Stone. Observations of the Moon, made at the Radcliffe Observatory, Oxford, during the year 1888, and a comparison of the results with the tabular places from Hansen's Lunar Tables. — *Gill.* On the determination of errors of graduation without cumulative error, and on the application of the method to the scales of the Cape heliometer. — *Roberts.* On methods of printing stellar charts from photographic negatives. — *Id.* Photographs of the nebulæ in the Pleiades and in Andromeda. — *Perry.* The surface of the Sun in 1888. — *McClean.* Photographs of the red end of the solar spectrum, from the line (D) to the line (A), in seven sections. — *Taylor.* Notes on observations of nebulæ spectra at Hurstside Observatory. — *Royal Observatory, Greenwich.* Spectroscopic results for the motions of stars in the line of sight in the year 1888. No. XII. — *Royal Observatory, Greenwich.* Observations of Comet *e* 1888, made with the transit circle. — *Royal Observatory, Greenwich.* Observations of occultations of stars by the Moon and phenomena of Jupiter's satellites, in the year 1888. — *Denza.* Étoiles filantes de la période du 9-11 août 1888, observées en Italie. — *Holetschek.* Note on an error in Mr. Chambers's « Working Catalogue of Red Stars ». — *Marth.* Ephemeris for physical observations of the Moon, 1889, April 1 to June 30. — *Id.* Ephemeris of the satellites of Uranus, 1889.

†Papers read before the New Orleans Academy of sciences. 1887-88. New Orleans, 1888.

† Proceedings of the r. Geographical Society. N. M. S. Vol. XI, 2. Febr. 1889. London.

Arnot. Journey from Natal to Bihe and Benguella, and Thence across the Central Plateau of Africa to the Sources of the Zambesi and Congo. — *Bevan.* Further Exploration in the regions Bordering upon the Papuan gulf. — *Peal.* Note on the origin and orthography of River Names in Further India.

† Proceedings of the r. Society. Vol. XLV, n. 274. London, 1888-89.

Owen. Description of the Skull of an extinct Carnivorous Marsupial of the size of a Leopard (Thylacopardus australis, Ow.), from a recently opened Cave near the « Wellington Cave » locality, New South Wales. — *Windle.* The Pectoral Group of Muscles.— *Conroy.* Some Observations on the Amount of Light reflected and transmitted by certain kinds of Glass. — *Monckman.* The Specific Resistance and other Properties of Sulphur. — *Grünwald.* Spectrum Analysis of Cadmium. — *Rayleigh.* On the Bending and Vibration of thin elastic Shells, especially of Cylindrical Form. — *Pendlebury* and *Seward.* An Investigation of a Case of gradual Chemical Change. — *Mallock.* Determination of the Viscosity of Water.

† Publications de l'École des langues orientales vivantes. 1e sér. n. XX; 2e sér. n. V, 3. Paris, 1888.

XX. *Legrand.* Ephémérides daces ou chronique de la guerre de quatre ans (1736-1739) par Constantin Daputès. — V, 3. *Barbier de Meynard.* Dictionnaire Turc-français. II, 3.

† Revue internationale de l'électricité. T. VIII, 75-76. Paris, 1889.

75. *Leonardi.* Extraction des métaux précieux par l'électricité. — Comp[illegible] courants alternatifs, système Shallenberger. — *Waffelaert.* Étude sur la télégraph[illegible] taire et sur l'utilité qu'il y a de lui donner une grande extension. — Le câble [illegible]légraphique de Cronstadt à Oranienbaum. — *Reignier.* Sur la vitesse de rotation des machines dynamos. Étude des conditions de frottement, d'utilisation spécifique et de résistance mécanique de l'induit. — *Nerville (de).* Le laboratoire central d'électricité. — *Leonardi.* Correspondance anglaise. — 76. *Waffelaert.* Étude sur la télégraphie militaire et sur l'utilité qu'il y a de lui donner une grande extension. — Éclairage électrique à haute tension, système Edison. — *Picou.* Théorie des machines dynamo-électriques. — Le microphone Berthon. — Dynamo à quatre pôles de Gulcher.

† Revista do Observatorio de Rio de Janeiro. Anno IV, 1. Rio, 1889.

† Revue (Nouvelle) historique de droit français et étranger. 12 année, n. 6. Nov.-déc. 1888.

Leseur. Des conséquences du délit de l'esclave dans les « Leges Barbarorum » et dans les Capitulaires. — *d'Arbois de Jubainville.* La procédure du Jeûne en Irlande d'après le Senchus Môr. — *Engelhardt.* Histoire du droit fluvial conventionnel. — *de Rozière.* Bibliographie des œuvres de M. Ed Laboulaye. — *Tanon.* Étude de littérature canonique, Rufin, et Huguccio. — *Tardif.* Variétés. Observations sur les nouvelles tablettes de cire de Pompei.

† Revue politique et littéraire. 3e sér. t. XLIII, n. 5-8. Paris, 1889.

† Revue scientifique. 3e sér. t. XLIII, n. 5-8. Paris, 1889.

† Rundschau (Naturwissenschaftliche). Jhg. IV, n. 6-8. Braunschweig, 1889.

† Tidskrift (Entomologisk). Arg. 9. Stockholm, 1888.

Meves. Contributions à la connaissance de l'extension des papillons suédois. — *Id.* Cidaria (Larentia) pupillata Tunbrg. — *Lampa.* Musca pumilionis Bierk. —

Reuter. Expériences psychologiques sur la Fourmi rousse (Formica rufa). — *Schöyen*. Scolia unifasciata Cyril. comme insecte scandinave. — *Aurivillius*. Arrhenophagus, genre nouveau parmi les Encyrtides.

†Transactions of the American Philosophical Society. N. S. Vol. XVI, 2. Phyladelphia, 1888.

Cope. On the Intercentrum of the Terrestrial Vertebrata. — *Abbott*. A Chemical Study of Yucca Angustifolia. — *Cope*. Systematic Catalogue of the Species of Vertebrata found in the Beds of the Permian Epoch in North America. With Notes and Descriptions. — *Id*. Synopsis of the Vertebrate Fauna of the Puerco Series. — *Id*. On the Shoulder-Girdle and Extremities of Eryops.

†Transactions (The) of the Irish Academy. Vol. XXIX, 5. Dublin, 1889.

Ball. On the Theory of the Content.

†Transactions of the Manchester Geological Society. Vol. XX, part 2, 3. Manchester, 1889.

Knowles. On the Coal Trade. — *Boyd Dawkins*. On the Clay Slates and Phyllites of the South of the Isle of Man; and a Section of the Foxdale Mine, Isle of Man. — *Ricketts Swete*. A New Miners' Electric Safety Lamp. — *Burrows*. Notes on Working with the Edison Swan Lamp.

†Transactions of the New York Academy of Sciences. Vol. VII, 3-8. New York, 1888.

Bolton. Notes of recent Travel in Europe. — *Le Conte Stevens*. Apparatus for demonstrating Refraction, etc. — *Trowbridge*. Mechanism of Flight. — *Holder*. Soaring of Birds. — *Allen*. Stucture of Birds in relation to Flight, etc. — *Levison*. Measurement of Instantaneous Photographic Exposures. — *Newberry*. Triassic Plants from Honduras. — *Sherwood*. Prehistoric Remains from Tioga Co., Penn. — *Bolton*. Preliminary Notice of a new Study in Folk-lore. — *Id*. Notes on Salt Deposit of Petite Anse, La. — *Kunz*. Silver Ornaments from Florida, etc. — *Hollick*. »Hammerstones ». — *Britton*. Basal Rock of Archæan Series. — *Hidden*. Minerals new to N. Y. Island. — *Chamberlin*. Mineral from N. Y. Island. — *Warring*. Genesis I. and its Critics. — *Id*. Miracle, Law, and Evolution. — *Elseffer*. Data relating to the Missippi River. — *Newberry*. Note on a New Species of Rhizodus, from the St. Louis Limestone at Alton, III. — *Post*. The Physical Geography and Geology of Syria and Palestine. — *Newberry*. On the Fossil Fishes of the Erie Shale of Ohio. — *Post*. The Races and Religions of Syria and Palestine. — *Bolton*. The Lunar Society, or the Festive Philosophers of Birmingham one hundred years ago. — *Chamberlin*. The Minerals of New York County, including a list complete to date. — *LeConte Stevens*. The Quality of Musical Sounds. — *Hubbard*. On the Sea Anemones of Swallow House, etc. — *Sampson*. Notes on the Subcarboniferous Series at Sedalia, Mo. — *Vogdes*. Description of Two New Species of Carboniferous Trilobites. — *Hitchcock*. Notes on the Larwæ of Amblystoma.

†Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbsfleisses 1889, I Heft. Berlin.

Lindner. Theorie der Gasbewegung.

†Veröffentlichung des k. preussischen Geodätischen Institutes. Berlin, 1889.

Astronomische-Geodetische Arbeiten. I. Ordnung. — Das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz.

†Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft. Jhg. XXIII, 4. Leipzig, 1888.

†Viestnik hrvatskoga Arkeologickoga Druztva. God. XI, 1. U Zagrebu, 1889.

Frammento di cimitero preistorico in Prozor. — Iscrizione romana di Gjurgjevac. — Iscrizione sepolcrale di Radoslavo de Gara. — Iscrizioni antiche bossinesi in Bossina e in Hercegovina.

†Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. Jhg. XII, n. 5-8. Wien, 1889.

†Wochenschrift (Naturwissenschaftliche). Bd. III, n. 19-22. Berlin, 1889.

†Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. Jhg. XI, 4. Wien, 1889.

v. Rziha. Die Bohrfestigkeit der Gesteine. — *Lorenz.* Zur Frage der Lokalbahnen niederer Ordnung in Oesterreich und insbesondere in Mähren. — *Land.* Kinematische Theorie der statistisch bestimmten Träger. — *Freudenthal.* Zur Iglauer Wasserleitung.

Pubblicazioni non periodiche pervenute all'Accademia nel mese di marzo 1889.

Pubblicazioni italiane.

**Bassani F.* — Alla venerata memoria di G. Seguenza. Napoli, 1889. 4°.

**Belloc L.* — Terminologia elettrica. Torino, 1889.

**Bertelli D.* — Il muscolo temporale superficiale. Pisa, 1889. 4°.

**Bocci D.* — Ancora una volta sulla vertenza fra la Corforti e la Parisani. Tolentino, 1865. 4°.

**Id.* — Dell'abbassamento delle piene in Roma restringendo l'alveo delle acque magre del Tevere. Roma, 1883. 16°.

**Id.* — Della grande piena del Ticino dell'ottobre 1868. Milano, 1869. 4°.

**Id.* — Della presa delle rotte. Firenze, 1875. 16°.

**Id.* — Delle pioggie, delle piene e dei diboscamenti. Roma, 1882. 8°.

**Id.* — Dell'onda marea e suoi effetti nel golfo e laguna veneta. Roma, 1881. 8°.

**Id.* — Del Tevere da Orte al mare. Roma, 1879. 16°.

**Id.* — Esame della relazione peritale . . . . nella causa Conforti-Parisani. Macerata, 1866. 4°.

**Id.* — Formole matematiche delle varie resistenze che possono esercitare i solidi prismatici. Milano, s. a. 8°.

**Id.* — Idrometro a quadrante e grafidrometro automotore. Roma, 1875. 4°.

**Id.* — Il Tevere. Roma, 1881. 8°.

**Id.* — Intorno al regime dei fiumi. Rocca, 1873. 8°.

**Id.* — Le ferrovie economiche. Roma, 1879. 16°.

**Id.* — Memoria intorno la curva di equilibrio delle arcate dei ponti. Roma, 1860. 8°.

**Id.* — Nella causa fra le nob. donne Giovanna Guardarucci in Conforti e Luisa Conti in Parisani. Fabriano, 1865. 4°.

**Bocci D.* — Nota intorno le equazioni dello stato prossimo al moto delle macchine semplici. Milano, s. a. 4°.

**Id.* — Porto di Anzio. Milano, 1887. 8°.

**Id.* — Studî e proposte di legge per conseguire le bonifiche idraulica, agronomica ed igienica nella provincia di Roma. Roma, 1882. 4°.

**Id.* — Studî idrometrici dei fiumi Po e Ticino presso la loro confluenza. Roma, 1874. 8°.

**Id.* — Studî sulle antiche condizioni idrologiche del versante destro del Po tra l'Enza ed il Reno. Roma, 1877. 16°.

**Id.* — Sulla nuova legge forestale. Rocca, 1874. 4°.

**Id.* — Sulle condizioni igieniche idrauliche ed agricole del distretto di Famagosta. Roma, 1881. 4°.

**Id.* — Sul progetto del Canal Masi. Finale, 1873. 8°.

**Id.* — Sul progetto del cav. D. Bocci intorno alla sistemazione dei fiumi Brenta, Bacchiglione e Gorzone. Relazione. Chioggia, 1878.

**Id.* — Taglio del Tevere pei prati di Castello da Villa Casali al Ponte S. Gio. de' Fiorentini. Roma, s. a. 16°.

**Carducci G.* — Opere. Vol. II. — Primi saggi. Bologna, 1889. 8°.

†Carta geologica della campagna romana con le regioni limitrofe, pubblicata per cura del r. Ufficio geologico. Roma, 1889.

*Catalogo alfabetico della Biblioteca comunale di Noto. Noto, 1889. 8°.

**Centonze M.* — L'osso bregmatico (antiepilepticum). Napoli, 1889. 4°.

**Coco-Licciardello F.* — Elementi di cosmogonia. Napoli, 1889. 8°.

**Faè G.* — Delle cause che all'infuori delle variazioni di temperatura possono influire sulla resistenza elettrica dei conduttori solidi. Venezia, 1889. 8°.

**Levi S.* — Vocabolario geroglifico copto-ebraico. Vol. VII. Suppl. Torino, 1889. 4°.

**Marchesini G.* — Il problema della vita. Montagnana, 1889. 16°.

**Montaigne M. de* — L'Italia alla fine del secolo XVI. Giornale di viaggio pubblicato da A. d'Ancona. Città di Castello, 1889. 8°.

**Parlatore F.* — Flora italiana continuata da T. Caruel. VIII, 2. Firenze, 1889. 8°.

**Peverelli E.* — Il Consiglio di Stato nella monarchia di Savoia dal conte Tommaso I di Moriana fino ad Emanuele Filiberto. Roma, 1888. 8°.

**Ragona D.* — *a*) Influenza della distanza del sole dal piano dell'equatore celeste sui periodi barometrici diurni. *b*) Determinazione dei coefficienti per la temperatura e per la pressione atmosferica nel barometro registratore Richard. Torino, 1889. 4°.

**Rizzati F.* — Catalogo cronologico ragionato dei meteoriti visti cadere o scoperti dall'anno 1478 av. Cr. al 1888. Faenza, 1889. 4°.

**Russo F.* — Il viaggiatore intelligente Palermo, 1889. 8°. Vol. I, II.

* *Sanquirico C.* — Lavaggio dell'organismo negli avvelenamenti. Nota III. Prato, 1888. 8°.

* *Savastano G. N.* — La forza educativa. Agnone, 1888. 8°.

* *Stefani S. De* — Nuove ricerche e scoperte nel sepolcreto preromano del podere A. Bellenato in Minerbe. Venezia, 1889. 8°.

* *Taramelli T.* — Commemorazione del prof. sen. G. Meneghini. Milano, 1889. 8°.

* *Tommasini O.* — Il Diario di Stefano Infessura. Studio preparatorio alla nuova edizione di esso. Roma, 1889. 8°.

* *Travali G.* — Un contratto di pace tra privati nel secolo XVI. Palermo, 1888. 8°.

Pubblicazioni estere.

† *Becker H.* — Ein Fall von Atresia ani uterina. Kiel, 1879. 4°.

† *Behrens W.* — Die juristische Konstruktion der deutschen Handelsgesellschaften. Kiel, 1879. 4°.

† *Behuneck H.* — Zur Anatomie von Oenanthe crocata L. Kiel, 1879. 4°.

† *Blass F.* — Dissertatio de Gemino et Posidonio. Kiliae, 1883. 4°.

† *Boyens E.* — Ein Fall von geheilter Syndactylie. Kiel, 1879. 4°

† *Bruun-Neergaard J. H. F. v.* — Canthoplastik. Kiel, 1879. 4°.

* *Capranica S.* — Sur quelques procédés de microphotographie. S. l. 1889. 8°.

* *Cayley A.* — The Collected mathematical Papers. Vol. I. Cambridge, 1889. 4°.

† *Forchhammer P. W.* — Das Erechtheion. Kiel, 1879. 4°.

† *Förster R.* — Das Portrait in der griechischen Plastik. Kiel, 1882. 4°.

† *Id.* — Dissertatio de Aristotelis quae feruntur physiognomonicis recensendis. Kiliae, 1882. 4°.

† *Fouqué F.* — Sur le bleu égyptien ou vestorien. Paris, 1889. 4°.

† *Gaye C.* — Zur Statistik der Menstruation. Kiel, 1879. 4°.

† *Greiss F.* — Zur Statistik des runden Magengeschwürs. Kiel, 1879. 4°.

† *Hann J.* — Untersuchungen ueber die tägliche Oscillation des Barometers. Wien, 1889. 4°.

† *Harkensee H.* — Untersuchungen ueber das Spielmannsgedicht Orendel. Kiel, 1879. 4°.

† *Heising J.* — Ueber das Centralscotom. Kiel, 1879. 4°.

† *Heller A.* — Die Entwicklung der Medicin. Kiel, 1882. 4°.

* *Helmholtz H. v.* — Handbuch der Physiologischen Optik. Lief 5^{e}. Leipzig, 1889. 8°.

† *Hertz M.* — Admonitiuncula Horatiana. Breslau, 1889. 4°.

† *Hinsch H.* — Ueber Handgelenkresectionen. Kiel, 1880. 4°.

† *Hollmann F.* — Ueber Gelenkneurosen. Kiel, 1879. 4°.

† *Holm Ch.* — Ueber acute gelbe Leberatrophie. Kiel, 1880. 4°.

† *Horn G. E.* — Zur Lehre von der Nieren-Tuberkulose. Kiel, 1879. 4°.

†*Janssen A. G.* — Ein Fall von keilförmiger Osteotomie des Tarsus. Kiel, 1879. 4°.

†*Kirsch J.* — Ein Fall von Neurose des Hüftgelenks. Kiel, 1879. 4°.

†*Lübbert E.* — Alexandria unter Ptolemaeus Philadelphus und Euergetes. Kiel, 1880. 4°.

†*Id.* — De Pindari Carminibus aegineticis quattuor postremis. Kiliae, 1879. 4°.

†*Id.* — Dissertatio de Pindari carmine pythico secundo. Kiliae, 1880. 4°.

†*Mennig A.* — Ueber myxomatöse Entartung des Bauchfells bei multiloculärem Kystom des Ovarium. Kiel, 1880. 4°.

†*Möbius K.* — Ueber die Goethe'schen Worte: « Leben ist die schönste Erfindung der Natur und der Tod ist ihr Kunstgriff viel Leben zu haben ». Kiel, 1879. 4°.

†*Mouchez.* — Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris pour l'année 1888. Paris, 1889. 4°.

†*Neber H.* — Beitrag zur spontanen Aortenruptur. Kiel, 1879. 4°.

†*Nebling R.* — Der Subjonctif bei Joinville. Kiel, 1879. 4 .

†*Netzker H.* — Hermagoras, Cicero, Cornificius, quae docuerint de « Statibus ». Kiliae, 1879. 4°.

†*Petersen Ch.* — De causis publicis romanis inde ab anno CXXI usque ad annum LXXXI a. Chr. n. actis. Kiliae, 1880. 4°.

†*Pfitzner W.* — Die Leydig'schen Schleimzellen in der Epidermis der Larve von Salamandra maculosa. Kiel, 1879. 4°.

†*Rehder F.* — Beitrag zur pathologischen Histologie der Pericarditis. Kiel, 1880. 4°.

†*Römer R.* — Zur Statistik und Therapie der Diphteritis. Kiel, 1879. 4.°

†*Schaffrath R. M.* — Ueber die Cysticerken-Invasion beim Menschen. Kiel, 1879. 4°.

†*Schmitt J.* — Die Chronik von Morea. Eine Untersuchung über das Verhältnis ihrer Handschriften und Versionen. München, 1889. 8°.

**Sickel Th. E. von* — Liber Diurnus Romanorum Pontificum. Vindobonae, 1889. 8°.

†*Sombart W.* — Die römische Campagna. Eine Sozialökonomische Studie. Leipzig, 1888. 8°.

**Stossich M.* — Propetto della fauna del mare Adriatico. Parte I e II. Trieste, 1880. 8°.

**Vollertsen G.* — Quaestionum Catonianarum capita duo, sive de vita Catonis ejusque fontibus atque de Originibus. Kiel, 1880. 4°.

†*Voss Cl.* — Das Gleichgewicht des elastischen Kreisringförmigen Balkens. Kiel, 1880. 4°.

†*White E.* — Swedish Gymnastics educational and medical. Lewes, 1887-88. 8°.

†*Wieding K.* — Zur Rechtstellung und Verfassung der Christian-Albrechts-Univ. zu Kiel seit ihrer Errichtung. Kiel, 1880. 4°.

Pubblicazioni periodiche
pervenute all'Accademia nel mese di marzo 1889.

Pubblicazioni italiane.

†Annali della Società degli ingegneri e degli architetti italiani. Anno III, 1888, fasc. 4°. Roma, 1888.

Torricelli. Delle gallerie filtranti longitudinali. — *Cadolini.* La direttissima Bologna-Firenze-Roma. — *Bonato.* Il ponte Garibaldi sul Tevere a Roma. — Progetto di lago artificiale nella valle di Tresinaro. — *Cavalli.* Teoria delle motrici a gas-luce. — *Losi.* Sull'origine del sistema metrico decimale.

†Annali dell'Università libera di Perugia. Anno III, vol. II, 3-4. Perugia, 1888.

Vanni. Prime linee di un programma critico di sociologia. — *Grocco.* Studî di semeiotica nei vizî del cuore. — *Id.* Ricerche cardiosfigmografiche. — *Sacchi* e *Purgotti.* Studio dell'ossigeno in terapeutica. — *Cecchini.* Un caso di esadattilia del piede.

†Annali di agricoltura. N. 134, 156, 157, 158. Roma, 1889.

134. Leggi minerarie dell'Europa. — 156. Atti della Commissione consultiva per la pesca. — 157. Atti della Commissione consultiva per la fillossera. — 159. Sull'industria dell'alcole, del cremore, dell'acido tartarico nei rapporti coll'agricoltura.

†Annali di chimica e di farmacologia. 1889, n. 2, 3. Milano, 1889.

2. *Albertoni.* Sul contegno e sull'azione degli zuccari nell'organismo. — *Balbiani.* Ricerche sul gruppo del pirazolo. Derivati bromurati del 1-fenilpirazolo. — *Garzino.* Sul monobromotrimetilcarbinolo. — 3. *Piutti.* Ricerche fatte nel Laboratorio di chimica farmaceutica della r. Università di Sassari nel 1887-88. — *Balbiano.* Ricerche sul gruppo del pirazolo. Azione dei cloruri acidi sul 1-fenilpirazolo.

*Annuario della r. Università di Pavia. Anno 1888-89. Pavia, 1889.

Gentile. L'energia morale nella storia.

†Annuario del r. Istituto di studî superiori in Firenze Anno 1888-89. Firenze.

Paoli. La storia della scrittura nella storia della civiltà considerata specialmente nelle forme grafiche latine del medio evo.

†Annuario del regio Museo industriale italiano di Torino. 1888-89. Torino.

†Annuario militare del regno d'Italia. Anno 1889. Roma.

*Annuario per l'anno scolastico 1888-89 (r. Università degli studî di Roma). Roma, 1889.

Cugnoni. Pro arte dicendi.

†Archivio storico italiano. Ser. 5ª, t. III, 1. Firenze, 1889.

Gamurrini. Le antiche cronache di Orvieto. — *Giuliari.* Giovanni Cotta, umanista veronese del secolo XV. — *Bongi.* Francesco da Meleto, un profeta fiorentino a' tempi del Machiavello. — *Sforza.* Filippo Pananti e gli avvenimenti toscani del 1798.

†Archivio storico siciliano. XIII, 4. Palermo, 1889.

Beccaria. Note critiche sul Parlamento di Catania del 1397. — *Avolio.* Di alcuni sostantivi locali del Siciliano. — *Carini.* Aneddoti siciliani. — *Starrabba.* Catalogo ragionato di un protocollo del notaio Adamo de Citella dell'anno di XII indizione 1298-99, che si conserva nell'Archivio del Comune di Palermo. — *Travali.* Un contratto di pace tra privati nel secolo XVI. — *Salvo.* Ignazio de Michele.

†Ateneo veneto (L'). Serie 12, n. 5-6. Venezia, 1888.

Castori. I reati di stampa e l'editto 26 marzo 1848. — *Reggio.* Sulla divisione dei grandi circoli astronomici. — *Della Bona.* Dei sopraredditi e delle cause eliminatrici di essi.

†Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. Anno XI, 1888, sett.-dec. Palermo.

†Atti dell'Accademia pontificia de' nuovi Lincei. Anno XLI, sess. 5ª; XLII, sess. 3ª Roma, 1889.

5ª. *Bertelli.* Riassunto di alcuni concetti teorici e pratici risguardanti la sismologia. — *Ladelci.* Diospyros Kauki. — *Giovannozzi.* Il terremoto del 14 novembre 1887 in Firenze. — *Pepin.* Étude bibliographique sur une formule d'Euler. — 3ª. *Lais.* Notizie biografiche dell'ing. prof. Vincenzo De Rossi Re. — *Lanzi.* Le diatomee fossili della via Aurelia. — *Bertelli.* Delle vibrazioni sismiche e delle indicazioni sismometriche. — *Castracane.* Il Tripoli africano della valle superiore del Dobi tra Assab ed Aussa. — *Guidi.* Sopra una locomotiva animata a vicenda con aria compressa e con gaz idrogene elettrolitico.

†Atti della r. Accademia delle Crusca. Firenze, 1889.

Del Lungo. Il volgar fiorentino nel poema di Dante.

†Atti della r. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXIV, disp. 4-7. Torino, 1889.

Basso. Commemorazione del conte Paolo Ballada di Saint-Robert. — *Oehl.* Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi. — *Drogoul.* Sul processo normale di ossificazione. — *Cognetti de Martiis.* — L'Istituto pitagorico. — *Ferrero.* Una nuova tavoletta votiva del Gran San Bernardo. — *Chistoni.* Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont. — *Graf.* Un monte di Pilato in Italia. — *Castelnuovo.* Ricerche di geometria sulle curve algebriche. — *Valle.* L'equazione modulare nella trasformazione delle funzioni ellittiche.

†Atti della Società degli ingegneri e degli industriali di Torino. Anno XXII. 1888.

†Atti della Società toscana di scienze naturali. Processi verbali, vol. VI, ad. 18 marzo, 6 maggio e 11 nov. 1888. Pisa.

†Atti della Società veneto-trentina di scienze naturali. Anno 1889, vol. X, 2. Padova.

Berlese e *Voglino.* Funghi anconitani. Contribuzione alla flora micologica italiana. — *Berlese.* Studî anatomici sul gelso. — *Meschinelli.* Studio sulla flora fossile del Monte Piano. — *Berlese.* Acari africani tres illustrati.

†Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Ser. 6ª, t. VII, 3, 4. Venezia, 1889.

3. *Callegari.* Dei fonti per la storia di Nerone. — *Righi.* Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni. Seconda Memoria. — *Faè.* Delle cause che, all'infuori delle variazioni di temperatura, possono influire sulla resistenza elettrica dei conduttori solidi. — *Bernardi.* Di Caterina Percoto e della educazione della donna. — *Gloria.* Antichi statuti del collegio padovano dei dottori giuristi. — *Favaro.* Intorno alle opere complete di Cristiano Huygens, pubblicate dalla Società olandese delle scienze. — 4. *Carrara.* Sui derivati solfonici del parapropilmetaclorotoluene. — *de' Stefani.* Nuove ricerche e scoperte nel sepolcreto preromano del podere A. Bellinato in Minerbe. Cenni storici. — *Levi.* Nuove suppellettili archeologiche. 1. I cippi marziali. 2. La raccolta tripolitana. 3. L'urna Quintilia.

†Atti e Memorie della r. Deputazione di storia patria per le provincie di Romagna. Ser. 3ª, vol. VI, 4-6. Bologna, 1888.

Orsi. L'XI volume del « *Corpus inscriptionum latinarum* » e la sua importanza per la storia della Romagna. — *Malagola.* L'Archivio governativo della Repubblica di San Marino. — *Venturi.* L'arte ferrarese nel periodo d'Ercole I d'Este. — *Bagli.* L'Archivio Sassatelli in Imola.

†Atti e Memorie della Società istriana di archeologia e storia patria. Vol. IV, 3-4. Parenzo, 1889.

Direzione. Pergamene dell'Archivio arcivescovile di Ravenna riguardanti la città di Pola. — *Id.* Senato secreti. Cose dell'Istria. — *Id.* Relazioni dei capitani di Raspo. — *Morteani.* Isola ed i suoi statuti [Gli statuti d'Isola]. — *Schiavuzzi.* Le epidemie di peste bubbonica in Istria. Notizie storiche. — *Gregorutti.* Iscrizioni romane scoperte negli anni 1887 e 1888. — *Frauer.* Melesoco e nomi affini. — *Direzione.* Due documenti dell'Archivio di Ragusa riguardanti l'Istria.

†Atti e Memorie delle rr. Deputazioni di storia patria per le provincie modenesi e parmensi. Ser. 3ª, vol. V, 1. Modena, 1888.

Melilupi di Soragna. Vita di Francesco Serafini mastro di campo del serenissimo Duca di Parma, Castellano di Piacenza (1634-69). — *Salvioli.* L'immunità e le giustizie delle chiese in Italia. — *Balletti.* Degli statuti de' mercanti di Piacenza e di Milano. — *Sforza.* Gli scultori della famiglia Lazzoni di Carrara. — *Campori.* Il conte Michele Woronzow in Modena (1764). — *Crespellani.* Scavi del modenese (1884-85). — *Ceretti.* Francesco di Francesco Pico. — *Palmieri.* Lettere di Lodovico Antonio Muratori al p. Filippo Camerini.

†Bollettino del Collegio degli ingegneri ed architetti in Napoli. Vol. VII, 1. Napoli, 1889.

†Bollettino della Società generale dei viticoltori italiani. Anno IV, n. 5-6. Roma, 1889.

Cerletti. Degustazione e giudizî sui vini. — *Cuboni.* Per combattere la peronospora. — *Rossati.* Commercio dei vini in Inghilterra nel 1888.

†Bollettino della Società geografica italiana. Ser. 3ª, vol. II, 2, 3. Roma, 1889.

2. *Cecchi.* Esplorazione Teleki. — *Marhkam.* Studî per la raccolta colombiana: Sul punto d'approdo di Cristoforo Colombo. — *Varaldo.* Sul secondo periodo di ricerche archivistiche a Savona. — 3. *Allievi.* Commemorazione di Cesare Correnti. — *Balzan.* Sulle conduzioni fisiche e sociali della Repubblica del Paraguay. — Un cranio del paese dei Somali. — Una pittura di Boscimani. — *Stradelli.* Rio Branco, note di viaggio.

†Bollettino delle nomine (Ministero della guerra). 1889, disp. 9-13. Roma.

†Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del regno. Vol. III, 6; IV, 1. Roma, 1888-89.

†Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Biblioteca nazionale di Firenze). 1889, n. 78, 79. Firenze.

†Bollettino del Ministero degli affari esteri. 1889, vol. I, febb. Roma.

†Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno VI, 1° sem. gen. feb. 1889. Roma.

†Bollettino di notizie agrarie. 1889, n. 4-11. Rivista meteorico-agraria, n. 5-8. Roma.

†Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno VII, 2. Roma, 1889.

†Bollettino mensuale dell'Osservatorio centrale di Moncalieri. Ser. 2ª, vol. IX, 3. Torino, 1889.

Zanotti-Bianco. Il livello del mare. — *Bertelli.* Delle vibrazioni sismiche e microsismiche e delle indicazioni istrumentali delle medesime.

†Bollettino meteorico dell'Ufficio centrale di meteorologia. Anno XI, marzo 1889. Roma.

†Bollettino settimanale dei prezzi di alcuni dei principali prodotti agrarî e del pane. Anno XVI, 1889, n. 6-11. Roma, 1889.

†Bullettino della Commissione archeologica comunale. Anno XVI, 12. Roma, 1888.

Marucchi. Le recenti scoperte presso il cimitero di S. Valentino sulla via Flaminia.

†Bullettino della Commissione speciale d'igiene del Municipio di Roma. Anno X, f. 2°. Roma, 1889.

†Bullettino della r. Accademia medica di Roma. Anno XV, 1-3. Roma, 1889.

Celli e *Guarnieri.* Sull'etiologia della infezione malarica. — *Morghen.* Diagnosi e trattamento delle lacerazioni dell'uretra maschile. — *Monari.* Variazioni del glicogeno, dello zucchero e dell'acido lattico dei muscoli nella fatica. — *Id.* Mutamenti della composizione chimica dei muscoli nella fatica. — *Mingazzini.* Intorno ai nuclei piramidali del cervello umano. — *Di Fede.* Sopra un caso di cisti d'echinococco del rene sinistro. — *Canalis* e *Di Mattei.* Contributo allo studio dell'influenza della putrefazione sui germi del colera e del tifo. — *Tassi.* Calcolosi multipla dell'uretra, della prostata e della vescica. — *Id.* Ernia inguino-scrotale strozzata, complicata ad enorme sarcoma del testicolo. — *Angelucci.* — Ricerche sulla funzione visiva della retina e del cervello. — *Di Mattei.* Note d'igiene pratica.

†Bullettino delle scienze mediche. Ser. 6, vol. XXIII, 2. 3. Bologna, 1889.

Beorchia-Nigris. Sulle alterazioni prodotte dalle iniezioni nel tessuto della milza. — *Pinzani.* Azione dell'antipirina sull'utero durante il parto ed il puerperio. — *Brazzola.* Ricerche sull'etiologia dei tumori maligni. — *Poppi.* Sull'azione fisiologica e terapeutica dell'uralio.

†Bullettino mensile della Accademia Gioenia di Catania. 1889. febb. Catania.

†Bullettino ufficiale dell'Istruzione. Anno XVI, n. 9-13. Roma, 1889.

†Cimento (Il nuovo). 3ª ser. t. XXV, gen.-feb. 1889. Pisa.

Betti. Sopra la entropia di un sistema Newtoniano in moto stabile. — *Id.* Id. id. — *Righi.* Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni. — *Pitoni.* Sulle linee di livello nel disco ruotante di Arago. — *Beltrami.* Intorno ad alcuni problemi di propagazione del calore. — *Grimaldi.* Influenza della tempera sulle proprietà termoelettriche del bismuto. — *Donati.* Di una batteria secondaria ad immersione. — *Id.* Di un nuovo modello di elettrometro a quadranti e dell'applicazione nelle correnti di Foucault allo smorzamento delle oscillazioni degli elettrometri.

†Circolo (Il) giuridico. Anno XX, 2. Palermo, 1889.

La Mantìa. Diritto civile siciliano esposto secondo l'ordine del Codice civile italiano.

†Documenti per servire alla storia di Sicilia. 1ª serie. Diplomatica. Vol. XI, 2. Palermo, 1889.

Silvestri. Tabulario di S. Filippo di Fragalà e S. Maria di Maniaci.

†Gazzetta chimica italiana. Anno XVIII, 10. Appendice, vol. VI, n. 21, 22. Palermo, 1888.

Blasi. La tifotoxina del Brieger. — *Arata* e *Canzoneri.* Sulla vera corteccia di Winter. —

Lepetit. Sulle reazioni fornite da campioni tinti. — *De Varda.* Studî sui pirroli terziarî. — *Magnanini.* Sopra alcuni derivati del dimetilpirrolo assimmetrico. — *Ciamician* e *Anderlini.* Sull'azione del ioduro di metile sopra alcuni derivati del pirrolo. — *Oliveri.* Sintesi dell'acido idroatropico.

†Giornale della r. Società italiana d'igiene. Anno XI, 2. Milano, 1889.

Peroncito. Il cosidetto mal della ferula ed il carbonchio in Sardegna. — *Bonfiglio.* Ufficio sanitario comunale e sua costituzione.

†Giornale della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XI, 2° sem. fasc. 11-12. 1888. Genova.

Greggiati. Il sistema dell'alimentazione artificiale dei bambini. — *De Memme.* Relazione geometrica fra il tetraedro regolare e tetracisesaedro (210). — *Arata.* Della istituzione del Medical Officers of Health in Inghilterra. — *Fossati.* Tibullo. — *Debarbieri.* L'industria.

†Giornale di matematiche ad uso degli studenti delle università italiane. Vol. XXVII, 1889, gen.-feb. Napoli.

Loria. L'opera scientifica di Ettore Caporali. — *Gerbaldi.* Sulla forma jacobiana di tre forme ternarie. — *Amodeo.* Sugli elementi uniti reali delle omografie ternarie. — *Cesàro.* A proposito d'un teorema di Tchébychew. — *Malagoli* e *Nannei.* Le formole fondamentali per la trigonometria della ellissi.

†Giornale militare ufficiale. 1889. Parte I, disp. 8-11; parte II, disp. 10-12. Roma.

†Giornale medico del r. Esercito e della r. Marina. Anno XXXVII, 2. Roma, 1889.

Randone. Osservazioni e note cliniche sulla cura degli essudati pleuritici purulenti. — *De Conciliis.* Contributo allo studio delle febbri climatiche di Massaua.

†Ingegneria civile (L') e le arti industriali. Vol. XIV, 12; XV, 1. Torino, 1888-89.

12. *Crugnola.* L'utilizzazione dei corsi d'acqua nel regno. — *Duclout.* Esperienze sulle calci e cementi di Cordova. — *G. S.* Il regolatore automatico del signor Picard per ottenere dai motori idraulici velocità rigorosamente costanti. — *Id.* Il Catasto probatorio. I treni-lampo, relativamente parlando. La ferrovia del Sempione. Un gran canale della rendita netta di 400 milioni. — 1. *Crugnola.* La rottura del serbatoio di Sonzier presso Montreux. — *Maffiotti.* Sulla compensazione simultanea di più poligonali collegate fra loro.

†Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Vol. XVIII, 1, 2. Roma, 1888.

Riccò. Osservazioni astrofisiche solari eseguite nel regio Osservatorio di Palermo, statistica delle macchie nell'anno 1888. — *Tacchini.* Macchie e facole solari osservate nel regio Osservatorio del Collegio romano nel 4° trimetre del 1888. — *Id.* Osservazioni spettroscopiche solari fatte al regio Osservatorio del Collegio romano nel 4° trimestre del 1888. — *Waterhouse.* Spectrum photography with Rowland's concave diffraction gratings.

†Osservazioni meteorologiche eseguite nel r. Osservatorio astronomico di Brera nell'anno 1888. Milano, 1889.

†Rassegna (Nuova) di viticoltura ed enologia della r. Scuola di Conegliano. Anno III, 4-6. Conegliano, 1889.

†Rendiconti dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. 2ª, vol. III, 2. Napoli, 1889.

Scacchi. Cenno necrologico di Giuseppe Meneghini. — *Bassani.* Alla venerata memoria di Giuseppe Meneghini. — *de Gasparis.* Discussione e confronto con gli anni pre-

cedenti dei valori meteorici ottenuti nel corso dell'anno 1888 nella Specola di Capodimonte. — *Freda.* Sulle masse trachitiche rinvenute nei recenti trafori delle colline di Napoli. — *Del Pezzo.* Equazione di una curva piana del quinto ordine dotata di cinque cuspidi.

†Rendiconti del r. Istituto lombardo di scienze e lettere. Ser. 2ª, vol. XXII, 4-6. Milano, 1889.

4. *Pini.* Riassunto delle osservazioni meteorologiche eseguite presso il regio Osservatorio astronomico di Brera nell'anno 1888. — *Fiorani.* Della soppressione del drenaggio chirurgico tanto nelle ferite recenti comuni, quanto in quelle della chirurgia operativa. — *Morera.* Intorno all'integrale di Cauchy. — *Zoja.* Cenni storici sul Gabinetto di anatomia umana della r. Università di Pavia (III periodo dal 1084 al 1815). Direttore Santo Fattori. — *Id.* di una notevole fossetta all'endinion (fossetta torculare). — 5. *Taramelli.* Commemorazione del professore senatore Giuseppe Meneghini. — *Strambio.* Da Legnano a Mogliano veneto. Un secolo di lotta contro la pellagra. Briciole di storia sanitario-amministrativa. — 6. *Celoria.* Nuova determinazione dell'orbita della stella doppia γ Coronae Borealis Σ 1967. — *Gabba.* Una nuova proprietà del cloruro ferrico e sue applicazioni pratiche. — *Scarenzio.* Sulle amputazioni sotto-periostee, seguendo il processo d'Houzé de l'Aulnoit.

†Revue internationale. T. XXI, 5, 6. Rome, 1889.

5. *Fides.* Pasquale Stanislao Mancini. — *Lindau.* Dentelles. — *Fornasini.* Les dernières années de Michel-Ange d'après de nouvelles recherches. — *Wohl.* Clinquant. Peinture de la société hongroise. — *de Gubernatis.* Une disparue: Julie Hajdeu. — 6. *Fornasini.* Ler dernières années de Michel-Ange d'après de nouvelles recherches. — *Lindau.* Dentelles. — *Halpérine-Kaminsky.* Dictature de cœur. — *Wohl.* Clinquant. Peinture de la société hongroise. — *Maurice.* La Pia casa di lavoro de Gênes.

†Ricerche e lavori eseguiti nell'Istituto botanico della r. Università di Pisa. 1886-87, f. 2°. Pisa.

Arcangeli. Alcune notizie riguardanti la flora italiana. — *Id.* Sull'Euryale ferox Sal. — *Bottini.* Ricerche briologiche nell'Isola d'Elba. — *Id.* Il fissidens serrulatus Bridel, sua forma e sua diffusione. — *Gasperini.* Nuovo morbo de' limoni e sopra alcuni Ifomiceti. — *Pichi.* Sulla fitoptosi della vite.

†Rivista di artiglieria e genio. Febbraio e marzo 1889. Roma.

Bellini. Idee su quistioni importanti dell'artiglieria da fortezza. — *Signorile.* Teoria chimica delle calci idrauliche e dei cementi a presa rapida e lenta. — *Figari.* Sistemi di puntamento indiretto per obici da costa. — *Parodi.* Sul tiro da fortezza. — *Rocchi.* i principî immanenti nella fortificazione.

†Rivista di filosofia scientifica. 1889, febb. e marzo. Milano, 1889.

Ardigò. Lo sforzo associativo e la dinamica mentale. — *Morselli.* Nota sul disagio associativo in patologia mentale. — *De Bella.* Filosofia morale. Il fine ultimo dell'uomo. — *Colajanni.* Sulla definizione del delitto secondo gli ultimi studî di sociologia criminale. — *Marchesini.* Assoluto e relativo. — *De Dominicis.* Profili del mondo morale. — *Sergi.* Psicosi epidemica. — *Mazzara.* Sviluppo della filosofia naturale nella chimica.

†Rivista italiana di filosofia. Anno 4°, vol. I, marzo-aprile 1889. Roma.

Ferri. Un libro postumo di Bertrando Spaventa: Dottrina della cognizione nell'Heghelianismo. — *Pasquinelli.* Le nozioni del Diritto e dello Stato nella civiltà e nella filosofia dei Greci prima di Socrate. — *Benini.* L'avvenire dell'estetica. — *Fornelli.* Pedagogia: Una proprietà dei classici latini.

†Rivista marittima. Anno XXII, 3, marzo 1889. Roma.

Supino. I registri di classificazione navale. — *Petella.* La natura e la vita nell'America del Sud. Impressioni di viaggio. — Alzo Grenfell per cannoni. — *G. G.* Studio intorno alla tattica del cannone rispetto al tipo delle navi. — *C. A.* I battelli sottomarini.

†Rivista mensile del Club alpino italiano. Vol. VIII, n. 2. Torino, 1889.

Cibrario. Ascensione invernale del Gran Paradiso. — *Bellucci.* Valfonda presso Gualdo Tadino. — *Abbate.* Sulla nazionalità del Monte Bianco.

†Rivista scientifico-industriale. Anno XXI, 3, 4. Firenze, 1889.

Nuove figure elettriche. — Sulle coppie a selenio. — *Martini.* Calorie di vaporizzazione di alcune sostanze molto volatili. — *Fossati.* Caloricità e poteri conduttori termico ed elettrico del ferro sottoposto a magnetizzazione. — *Martini.* Gli accumulatori e il loro impiego nei laboratorî. — *Rivelli.* L'induzione del circuito sopra se stesso studiata col radiometro. — *Terrenzi.* Fossili pliocenici di Grottamare. — Echinidi fossili dei dintorni di Schio. — *Poli.* Grossezza del vetrino e lunghezza del tubo per le quali sono corretti gli oggettivi dei microscopî delle varie fabbriche.

†Spallanzani (Lo). Anno XVIII, ser. 2ª, fasc. 2. Roma, 1889.

Loriga. Contributo allo studio delle manifestazioni cutanee della malaria. Osservazioni fatte nell'Ospedale di Santo Spirito in Roma. — *Cipriani.* La polmonite eresipelatosa. Osservazioni ed esperienze. — *Meloni Satta.* Cranio di fenomenale grandezza. Nota illustrativa.

†Statistica del commercio speciale d'importazione e d'esportazione dal 1° gen. al 28 febb. 1889. Roma, 1889.

*Statistica della stampa periodica nell'anno 1887. Roma, 1888.

†Telegrafista (Il). Anno IX, 2, 3. Roma, 1889.

Appunti di meccanica sulla costruzione delle linee telegrafiche. — La riforma telegrafica esaminata nei suoi varî aspetti. — Studio comparato tra le pile e le dinamo. — Potenza e rendimento delle pile.

Pubblicazioni estere.

†Abhandlungen der grossherz. Hessischen Geologischen Landesanstalt. Bd. I, 3, 4. Darmstadt, 1888-89.

3. *Lepsius.* Einleitende Bemerkungen über die Geologischen Aufnahmen im Grossherzogthum Hessen. — *Chelius.* Chronologische Uebersicht der Geologischen und Mineralogischen Literatur über das Grossherzogthum Hessen. — *Maurer.* Die Fauna der Kalke von Waldgirmes bei Giessen. — *Schopp.* Der Meeressand zwischen Alzey und Kreuznach. — *von Tchihatchef.* Beitrag zur Kenntniss des Körnigen Kalkes von Auerbach-Hochstädten an der Bergstrasse. — 4. *Tchihatchef.* Beitrag zur Kenntniss des Körnigen Kalkes von Auerbach-Hochstädten an der Bergstrasse (Hessen-Darmstadt).

†Abhandlungen der math.-phys. Classe d. Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XV, n. 1, 2. Leipzig, 1889.

1. *Bruno.* Monographie der Sternhaufen G. C. 4460 und G. C. 1440 sowie einer Sterngruppe bei *o* Piscium. — 2. *Ostwald.* Ueber die Affinitätsgrössen zur Zusammensetzung organischer Säuren und ihre Beziehungen zur Zusammensetzung und Constitution derselben.

†Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society. N. 63, 64. London, 1889.

†Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XXXVI, 1. Beiblätter Bd. XIII, 2, 3. Leipzig, 1889.

Hertz. Ueber Strahlen electrischer Kraft. — *Bergmann.* Beobachtungen über Aende-

rungen des electrischen Leitungsvermögens nach starkem Erwärmen der Metalle mit Hülfe der Inductionswage. — *Tereschin.* Die Dielectricitätsconstanten einiger organischen Flüssigkeiten. — *Goldhammer.* Ueber den Einfluss der Magnetisirung auf die electrische Leitungsfähigkeit der Metalle. — *Kundt.* Ueber die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit in den Metallen mit der Temperatur. — *Wien.* Ueber die Messung der Tonstärke. — *Graetz.* Ueber das von Hrn. H. F. Weber aufgestellte Strahlungsgesetz. — *Drude.* Ueber Oberflächenschichten. II. Theil. — *Milthaler.* Ueber die Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur. — *Blümcke.* Ueber die Isothermen einiger Mischungen von schwefliger Säure und Kohlensäure. — *Krause.* Ueber Adsorption und Condensation von Kohlensäure an blanken Glasflächen.

†Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Bd. III, 4; IV, 1. Wien, 1889.

III, 4. *Finsch.* Ethnologische Erfahrungen und Belegstücke aus der Indsee II Abth. Neu-Guinea. — IV, 1. *Auchenthaler.* Ueber den Bau der Rinde von Stelletta grubii O. S. — *v. Marenzeller.* Ueber die adriatischen Arten der Schmidt'schen Gattungen Stelletta und Ancorina. — *Weisbach.* Einige Schädel aus Ostafrika. — *Fritsch.* Beiträge zur Kenntniss der Chrysobalanaceen. I. Conspectus generis Licaniae. — *v. Niessl.* Ueber das Meteor vom 22 April 1888. — *Berwerth.* Vesuvian-Pyroxen-Fels vom Piz Longhin.

†Annalen (Mathematische). Bd. XXXIII, 4. Leipzig, 1889.

v. Szüts. Zur Theorie der Determinanten. — *Muth.* Die geometrische Deutung von Invarianten räumlicher Collineationen und Reciprocitäten. — *Meyer.* Zur Auflösung der Gleichungen. — *Noether.* Ueber eine Classe von auf die einfache Ebene abbildbaren Doppelebenen. — *Id.* Ueber die rationalen Flächen vierter Ordung. — *Bochert.* Ueber die Transitivitätsgrenze der Substitutionengruppen, velche die alternirende ihres Grades nicht enthalten. — *Id.* Ueber die Zahl der verschiedenen Werthe, die eine Function gegebener Buchstaben durch Vertauschung derselben erlangen kann. — *Krazer.* Zur Bildung allgemeiner σ-Functionen. — *Ptaszycki.* Sur la réduction de certaines intégrales abéliennes à la forme normale. — *Stahl.* Berichtigung zu dem Aufsatze » Ueber Productdarstellung eindeutiger, linearperiodischer Functionen «.

†Annales des ponts et chaussées. 1888 nov.-déc. Paris.

Choisy. Notice nécrologique sur Alfred Durand-Claye. — *Malibran.* Note sur la forme et l'équilibre des voûtes de plan quelconque. — *Mazoyer.* Note sur la comparaison des prix de revient de la construction et de l'entretien des chemins vicinaux par les ingénieurs et agents voyers et la comparaison des frais de personnel correspondants. — *Dreyfus.* Notice sur le chemin de fer de l'Arlberg. — *Le Rond.* Note sur les chemins de fer d'Amérique. — *Colson.* La garantie d'intérês et son application en France, à l'exécution des travaux publics.

†Annales (Nouvelles) de mathématiques. sér. 3e t. VIII, févr.-mars 1889. Paris.

Févr. *Fabry.* Etude géométrique d'une famille de coniques. — *Amigues.* Équation générale des surfaces réglées dont la ligne de striction satisfait à certaines conditions. — *Fouret.* Sur deux déterminants numériques. — *Joffroy.* Nouveau théorème sur les progressions arithmétiques. — *Pomey.* Longueur des axes d'une section plane d'une quadrique, en coordonnées obliques. — *Faure.* Sur le lieu des foyers des coniques qui passent par quatre points d'un cercle. — *Gutzmer.* Sur certaines moyennes arithmétiques des fonctions d'une variable complexe. — *Lévy.* Démonstration d'une formule relative à la capillarité. — Mars. *Lévy.* Id. id. — *Cesaro.* Sur la transformation orthotangentielle. — *Teixeira.* Sur l'intégrale $\int_0^\pi \cot(x-\alpha)dx$. — *Marchand.* Étude du complexe proposé au concours général de 1885. — *de Saint-Germain.* Lieu des points d'un solide qui partagent avec le centre de gravité l'une de ses propriétés dynamiques. — *Worontzoff.* Sur le développement en séries

des fonctions implicites. — *Id.* Solution de la question 1570. — *Andrade.* Sur l'invariant différentiel des figures congruentes. — *Lefèvre.* Problème donné au concours général en 1874.

†Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 3e sér. t. IV, 3, 4. Paris, 1889.

Goursat. Sur les substitutions orthogonales et les divisions régulières de l'espace. — *Raffy.* Sur la rectification des cubiques planes unicursales.

†Annuaire de la Société des ingénieurs civils. 1889. Paris.

†Anzeiger (Zoologischer). Jhg. XII, 301-304. Leipzig, 1889.

301. *Wagner.* Zur Organisation des Monobrachium parasiticum Merej. — *Tarnani.* Sur les collections des Thelyphonides de quelques Musées russes. — *Nussbaum.* Bildung und Anzahl der Richtungskörper bei Cirripedien. — *Döderlein.* Das Skelet von Pleuracanthus. — 302. *Andrews.* Reproductive Organ of Phascolosoma Gouldii. — *Monticelli.* Sul sistema nervoso dell' Amphiptyches urna Grube und Wagener. — *Böttger.* Ein neuer Pelobates aus Syrien. — *Dewitz.* Hilfskammerwände silurischer Cephalopoden. — 303. *Herrick.* The Development of the Compound Eye of Alpheus. — *Haase.* Zur Anatomie der Blattiden. — 304. *Schalfejeff.* Zur Anatomie der Clione limacina Phipps. — *v. Wagner.* Zur Kenntnis der Ungeschlectlichen Fortpflanzung von Microstoma. — *Brandt.* Ein secundärer Knochenzepfen als Bestandtheil des Horns der Cavicornier.

†Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Bd. XII, 1. Kristiania, 1889.

Vogt. Beiträge zur Kenntniss der Gesetze der Mineralbindung in Schmelzmassen und in den neovulkanischen Ergussgesteinen (jüngeren Eruptivgesteinen).

†Berichte ueber die Verhandlungen d. k. Sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften. Math.-phys. Cl. 1888 I-II. Philol.-hist. Cl. 1888, III-IV. Leipzig, 1889.

Math.-phys. Cl. *Scheibner.* Mathematische Bemerkungen (Auszüge aus Briefen an Prof. Baltzer). — *Lie.* Beiträge zur allgemeinen Transformationstheorie. — *Neumann.* Grundzüge der analytischen Mechanik, insbesondere der Mechanik starrer Körper. Zweiter Artikel. — *Hankel.* Das elektrodynamische Gesetz ein Punktgesetz. — *Drechsel.* Ueber Elektrolyse des Phenols mit Wechselströmen. — *Neumann.* Ueber die Stetigkeit mehrdeutiger Functionen. — *Schumann.* Ueber den Gang der Pendeluhr F. Dencker XII. — *Scheibner.* Die complexe Multiplication der Thetafunctionen. — *Neumann.* Ueber das Verhalten der Green'schen Function and der Grenze ihres Gebietes. — Phil.-hist. Cl. *Leskien.* Zur kroatischen Dialektologie Dalmatiens. — *Wülker.* Die Bedeutung einer neuen Entdeckung für die angelsächsische Literaturgeschichte. — *Götz.* Ueber Joseph Scaliger's glossographische Studien und Pläne. — *Voigt.* Das pignus der Römer bis zu seiner Umwandelung zum Rechtsinstitute. — *Overbeck.* Uber die in Mantinea gefundenen Reliefe mit Apollon, Marsyas und Musen. — *Heydemann.* Ueber die gemalten Bildnisse aus dem Fajum in Besitz des Herrn Theodor Graf zu Wien.

†Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. Jhg. XXII, 4, 5. Berlin, 1889.

4. *Paternò.* Bemerkungen in Betreff der Constitution der Filixsäure. — *Id.* Ueber die von Jodoform hervorgerufene moleculare Erniedrigung im Gefrierpunkt des Benzols. — *Id.* u. *Peratoner.* Neue Versuche zur Darstellung von Titanäthyl. — *Loew.* Ueber Bildung von Zuckerarten aus Formaldehyd. — *Id.* Nachträgliche Bemerkungen über Formose. — *Id.* Ueber die Rolle des Formaldehyd bei der Assimilation der Pflanzen. — *Alessi.* Vorlesungsversuche. — *Zincke* u. *Küster.* Ueber die Einwirkung von Clor auf Brenzcatechin und *o*-Amidophenol. II. — *Hell.* Ueber den Fichtelit. — *Id.* u. *Hägele.* Der Kohlenwasserstoff C_{60} H_{122}. — *Id.* u. *Rockenbach.* Untersuchung eines nicht basischen Anilid- und To-

luidin Nachlaufs. — *Beckmann.* Zur Isomerie der Oximidoverbindungen. — *Kiliani* u. *Scheibler.* Studien über den Quercit. — *Id.* Oxydation der Galactosecarbonsäure. — *Id.* Weiterer Beitrag zur Kenntniss der Metazuckersäure. — *Claisen* u. *Manasse.* Ueber die Ueberführung von Ketonen in Nitrosoketone. II. — *Id. id.* Ueber Nitrosocampher und Champherchinon. — *Bishop* u. *Claisen.* Ueber den Campheraldehyd (Formylcampher) $C_{10}H_{15}O$. COH. — *Auwers* u. *Meyer.* Ueber zwei isomere Benzilmonoxime. — *Quincke.* Ueber das Aluminiummethyl. — *Fehrlin.* Zur Kenntniss der Bidesyle. — *Braun.* Zur Kenntniss der Aldinbildung. — *Gudeman.* Zur Kenntniss der Aldinbildung. — *Auwers* u. *Meyer.* Bemerkung zu der Abhandlung E. Beckmann's: »Zur Isomerie der Oximidoverbindungen. Isomere monosubstituirte Hydroxylamine«. — *Wohl* u. *Marckwald.* Ueber Condensationsproducte aus Amidoacetal. I. — *Anschütz* und *Schultz.* Ueber das Verhalten einiger primärer. aromatischer Amine gegen Schwefel. — *Friedländer.* Kleinere Mittheilungen. — *Engler.* Die Zersetzung der Fettstoffe beim Erhitzen unter Druck. — *Id.* u. *Kiby.* Ueber das β-Methyl-Pyridylketon. — 5. *Jackson, Loring* u. *Bancroft.* Ueber Tetrabromdinitrobenzol. — *Auwers.* Zur Darstellung der Oxime. — *Hill.* Ueber ein Methylfurfurol und die entsprechende Methylbrenzschleimsäure. — *Reiss.* Ueber die in den Samen als Reservestoff abgelagerte Cellulose und eine daraus erhaltene neue Zuckerart, die »Seminose«. — *Behrend* u. *Leuchs.* Ueber Benzylderivate des Hydroxylamins. — *Bauer.* Ueber eine aus Laminariaschleim entstehende Zuckerart. — *Forsling.* Beitrag zur Constitution der β-Naphtylamin-α-sulfosäure. — *Gröger.* Ueber die Dioxystearinsäure. — *Fischer* u. *Wacker.* Ueber die Einwirkung von Nitrosobasen auf Phenylhydrazin. II. — *Bamberger* u. *Bordt.* Weitere Beiträge zur Kenntniss des α-Tetrahydronaphtylamins. — *Id.* » Ueber den Fichtelit «. — *Fischer.* Ueber Harmin und Harmalin. II. — *Zelinsky* u. *Krapivin.* Zur Kenntniss der Isomerie der beiden symmetrischen Dimethylbernsteinsäuren. — *Jawein* u. *Thillot.* Ueber das Moleculargewicht einiger Metaphosphate. — *Ciamician* u. *Anderlini.* Ueber die Einwirkung von Jodmethyl auf *n*-Methylpyrrol. — *Id.* u. *Zanetti.* Ueber eine directe Synthese der Homologen des Pyrrols. — *Zatti.* Ueber die Einwirkung des Essigsäureanhydrids auf die α-Indolcarbonsäure. — *Hesse.* Zur Kenntniss der Cocabasen. — *Liebermann.* Zur Geschichte der Cocabasen. — *Id.* Ueber Hygrin. — *Id.* u. *Drory.* Synthese des δ- und γ-Isatropylcocaïns. — *Schoeller.* Einige Hystazarinderivate. — *Pinner* u. *Spilker.* Ueber Hydantoïne. — *Hofmann.* Noch Einiges über die Amine der Methyl- und Aethylreihe. — *Auwers* u. *Meyer.* Ueber das dritte Benzildioxim. — *Green.* Ueber isomere Sulfosäuren des β-Naphtylamins. — *Biltz* u. *Meyer.* Ueber die Dampfdichtebestimmung einiger Elemente und Verbindungen bei Weissgluth.

†Bibliothèque de l'École des Chartes. 1888, 2e livr. Paris.

Wallon. Notice sur la vie et les travaux de M. Joseph-Natalis de Wailly, membre de l'Académie des inscriptions et belles-lettres. — *Langlois.* L'enseignement des sciences auxiliaires de l'histoire du moyen âge à la Sorbonne. — *Delaborde.* Instruction d'un ambassadeur envoyé par saint Louis à Alexandre IV à l'occasion du traité de Paris (1258). — *Auvray.* Jugements de l'échiquier de Normandie du XIIIe siècle (1244-1248), tirés d'un manuscrit du Vatican. — *Couderc.* Note sur le manuscrit latin 12814 de la Bibliothèque nationale.

†Boletin de la Sociedad de geografia y estadistica de la Republica Mexicana. T. I, 3. Mexico, 1888.

Orozco y Berra. Apuntes sobre Cayo Arenas. — *Reyes.* «Las Ruinas de Tetzcutzinco». — «Coleccion polidiómica mexicana, que contiene la Oracion Dominical».

†Boletín de la Sociedad Geográfica de Madrid. T. XXV, 5-6. Madrid, 1888.

Martín Ferreiro. Memoria sobre el progreso de los trabajos geográficos. — *Pérez Caballero.* Estudio práctico de nuestros intereses en el Japón, según la base que ofrece

la estadística general del comercio exterior del Imperio en 1887. — Biage de Quito à Lima de Carlos Montufar con el barón de Humboldt y D. Alexandro Bompland. —*de Toda.* La dominación española en la isla de Cerdeña.

†Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgiques. 8^e sér. t. XVII, 2. Bruxelles, 1889.

Van Benedèn. Deux Cestodes nouveaux de Lamna cornubica. — *Folie* et *Niesten.* Nouveaux résultats relatifs à la détermination des constantes de la nutation diurne. — *Mourlon.* Sur les dépôts Éocènes et les gisements de Tortues de Melsbroeck (au N.-E. de Bruxelles). — *Fievez* et *Van Aubel.* Note sur l'intensité des bandes d'absorption des liquides colorés.

†Bulletin de la Société khédiviale de géographie 3^e sér. n. 2. Le Caire, 1889.

Expéditions égytiennes en Afrique, documents. — Gordon chez le Nègus. — *Robecchi.* Excursion à l'Oasis de Siwa. — *Walberg.* Sur un ouvrage de M.me Anna Neumann. — *Vollers.* Sur un manuscrit arabe attribué à Maqrizi.

†Bulletin de la Société de géologique de France. 3^e ser. t. XVI, 8. Paris.

Œhlert. Note sur quelques pélécypodes dévoniens. — *Kilian.* Sur quelques fossiles du crétécé inférieur de la Provence. — *Zeiller.* Sur la présence dans le grès bigarré des Vosges de l'Acrostichides rhombifolius. — *Douvillé.* Études sur les rudistes. — *Hébert.* Le terrain crétacé des Pyrénées. — *Bertrand.* Nouvelles études sur la chaîne de la Sainte-Beaume. Allure sinueuse des plis de la Provence.

†Bulletin de sciences mathématiques. 2^e sér.t. XIII, févr.-mars 1889. Paris.

Cesaro. Contribution à la théorie des limites. — *Bourlet.* Sur la multiplication des séries trigonométriques.

†Bulletin international de l'Académie des sciences de Cracovie. 1889. Cracovia.

†Centralblatt (Botanisches). Bd. XXXVII, 9-13. Cassel, 1889.

Lauterbach. Untersuchungen ueber Bau und Entwicklung der Sakretbehälter bei dem Cacteen. — *Ludwig.* Australische Pilze. — *Bokorny.* Bemerkung zu Prof. J. Boehm's Mittheilung ueber Stärkebildung in den Blättern von Sedum Spectabile Boreau. — *Hanausek.* Zur Frage ueber Nag-Kassar von Mesua Ferrea. — *Hansgirg.* Bemerkungen ueber einige von s. Vinogradsky neulich aufgestellte Gattungen und Arten von Bakterien. — *Ludwig.* Bemerkung ueber Phragmidium albidum.

†Centralblatt für Physiologie. 1889, n. 24, 25. Wien, 1889.

Exner. Innervation des Kehlkopfes. - - *Paneth.* Mitteldarm von Cobitis. — *Nicolaides.* Pankreaszellen.

Compte rendu de la Société de géographie. 1889, n. 4, 5. Paris.

†Compte rendu des séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. N. S. T. XXXI, mars-avril 1889. Paris.

Glasson. Usages annamites. — *Gréard.* M. Saripolos. — *Saint Hilaire.* Rapports de la philosophie et de la religion. — *Lévêque.* Psychologie du quatuor. — *Boutmy.* Les racines populaires de la royauté en Angleterre.

†Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. T. CVIII, n. 9-12. Paris, 1889.

9. *Cornu.* Sur la reproduction artificielle des halos et des cercles parhéliques. — *Ranvier.* Des plaques chondroïdes des tendons des oiseaux. — *Faye.* Sur la tempête des 11, 12, 13 mars 1889, aux États-Unis. — *Gruey.* Sur la rectification complète du sextant. — *Goursat.* Les transformations isogonales en mécanique. — *Darboux.* Remarques sur la Communication précédente de M. E. Goursat. — *Baubigny.* Sur la séparation du zinc et du

cobalt. — *Lindet.* Observations sur la saccharification par la diastase. — *Haller.* Sur de nouveaux éthers neutres et acides des camphols. — *Arloing.* Effets généraux des substances produites par le Bacillus heminecrobiophilus dans les milieux de culture naturels et artificiels. — *Soulier.* Sur la structure de l'épiderme chez les Serpuliens. — *Guignard.* Sur la formation des anthérozoïdes des Hépatiques, des Mousses et des Fougères. — *Jumelle.* Influence des substances minérales sur la structure des végétaux. — *Meunier.* Examen des roches houillères à Bacillarites Stur. — *Rouville.* Le genre Amphion (Pander), à Cabrières (Hérault). — *Hébert.* Observation relative à la Communication de M. de Rouville. — *Zenger.* L'ouragan du 7 au 9 février 1889, à Prague. — 10. *Halphen.* Sur la résolvante de Galois dans la division des périodes elliptiques par 7. — *Berthelot.* L'eau oxygénée et l'acide chromique, nouvelles expériences. — *Ranvier.* Des organes céphaloïdes des tendons des oiseaux. — *Crova.* Observations actinométriqus, faites en 1888 à Observatoire de Montpellier. — *Spœrer.* Sur les taches du soleil. — *Faye.* Remarques relatives à la Communication de M. Spœrer. — *Rayet.* Sur la détermination de la valeur du tour de la vis d'ascension droite d'un istrument méridien, par les observations d'étoile équatoriales ou d'étoiles circompolaires. — *Lipschitz.* Sur un théorème arithmétique. — *Raffy.* Sur un problème de la théorie des surfaces. — *Liouville.* Sur le caractère auquel se reconnaît l'équation différentielle d'un système géodésique. — *Blutel.* Recherches sur les surfaces qui sont en même temps lieux de coniques et enveloppes de cônes du second degré. — *d'Ocagne.* Calcul direct des termes d'une réduite de rang quelconque d'une fonction continue périodique. — *Beltrami.* Sur la théorie de la déformation infiniment petite d'un milieu. — *Parenty.* Sur le jaugeage automatique d'une rigole d'alimentation. — *Gouy.* Sur les transformations et l'équilibre en thermodinamique. — *Potier.* Relation entre le pouvoir rotatoire magnétique et l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable. — *Poire.* Emploi du sulfite de soude en photographie. — *Guébhard* et *Ranque.* Sur un petit appareil portatif pour la production facile et sans danger de l'éclair magnésique. — *Haller* et *Held.* Sur les éthers monochloroacétoacétique α et γ. Essai de synthèse de l'acide citrique. — *Barbier* et *Hilt.* Recherches sur l'australène. — *Bidet.* De l'influence du thiophène et ses homologues sur la coloration des dérivés de la benzine et ses homologues. — *Muntz.* Sur les propriétés fertilisantes des eaux du Nil. — *Girard.* Recherches sur la culture de la pomme de terre industrielle. — *Schlœsing fils.* Sur la combustion lente de certaines matières organiques. — *Straus.* Sur la vaccination contre la morve. — *Arloing.* Effects locaux zymotiques des substances solubles contenues dans les cultures du Bacillus heminecrobiophilus. — *Bottarel.* L'appareil à venin des poissons. — *Ménégaux.* Sur les homologies de différents organes du Taret. — *Vuillemin.* Sur la genèse des tumeurs bactériennes du pin d'Alep. — *Lacroix.* Sur les phénomènes de contact de la granulite et des gneiss pyroxéniques à wernérite de la Loire-Inférieure. — 11. *Berthelot.* Sur la fixation de l'azote dans les oxydations lentes. — *Id.* et *Petit.* Sur la chaleur de formation de l'hydrogène antimonié. — *Poincaré.* Sur les tentatives d'explication mécanique des principes de la thermodinamique. — *de Caligny.* Expériences et considérations sur le mode d'emploi des phénomènes de la succion de l'eau à contrecourant, agissant sur des régulateurs. — *Picard.* Sur certaines expressions quadruplement périodiques dépendant de deux variables. — *Kobb.* Sur le mouvement d'un point matériel sur une sphère. — *Ribière.* Sur l'équilibre d'élasticité des voûtes en arc de cercle. — *Bechmann.* Sur un moyen d'illuminer un jet d'eau parabolique de grande dimension. — *Le Chatelier.* Sur la solubilité des sels. — *Denigès.* Préparation des chlorure et bromure cuivreux, à l'aide des haloïdes alcalins et du sulfate du cuivre. — *Denigès.* Réaction nouvelle et caractéristique des sels de cuivre. — *Bourquelot.* Recherches sur les matières sucrées de quelques espèces de champignons. — *Dujardin-Beaumetz* et *Bardet.* Sur l'action physiologique et thérapeutique de l'orthométhylacétanilide. — *Lannelongue.* Sur les kystes dermoïdes intra-

craniens. — *Pomel.* Sur les ravages exercés par un hémiptère du genre Ælia sur les céréales algériennes. — *Guignard.* Sur le développement et la constitution des anthérozoïdes des fucacées. — *Lévy.* Sur un gisement français de mélaphryes à enstatites. — *Welsch.* Note sur le terrains jurassiques des environs de Tiaret (département d'Oran). — *Haug.* Sur la géologie des chaînes subalpines comprises entre Gap et Digne. — *Forel.* Classification thermique des lacs d'eau douce. — 12. *Mascart.* Sur l'achromatisme des interférences. — *Potier.* Sur la polarisation elliptique par réflexion vitreuse. — *Girard.* Recherches sur la culture de la pomme de terre industrielle. Développement progressif de la plante. — *Stieltjes.* Sur les dérivées de séc x. — *Appell.* Sur certaines expressions quadruplement périodiques. — *Pellet.* Sur les caractères cubiques et biquadratiques. — *Carnot.* Sur les peroxydes de cobalt et de nickel, et sur le dosage volumétrique de ces métaux. — *Charpentier.* Sur les limites des erreurs que l'on peut commettre dans les essais d'or fin. — *Piltschikoff.* Sur la phase initiale d'électrolyse. — *Chassy.* Sur le transport électrique des sels dissous. — *de Forcrand.* Sur le glycolalcoolate de chloral. — *Louguinine.* Détermination des chaleurs de combustion de la métaldéhyde, de l'érythrite et de l'acide tricarballylique. — *Blanc.* Action pathogène d'un microbe trouvé dans l'urine d'éclamptiques. — *Héricourt* et *Richet.* De la transfusion péritonéale et de la toxicité variable du sang de chien pour le lapin. — *Galtier.* Détermination des espèces animales aptes à contracter, par contagion spontanée et par inoculation, la pneumoentérite infectieuse, considérée jusqu'à présent comme une maladie spéciale du porc. — *Chatin.* Sur les homologies des lobes inférieurs du cerveau des poissons. — *de Guerne* et *Richard.* Sur la faune des eaux douces du Groenland. — *Vuillemin.* La maladie de peuplier pyramidal.

†Cosmos. Revue des sciences et de leur applications. N. S. n. 215-218. Paris, 1889.

†Flora oder allgemaine botanische Zeitung. N. R. 45 Jhg. 1887.

†Horae Societatis entomologicae rossicae. T. XXII. S. Peterburg, 1888.

Wagner. Copulationsorgane des Männchens als Criterium für die Systematik der Spinnen. — *Brandt.* Miscellanea entomotomica. — *Dokhtouroff.* Insecta a d. G. N. Potanin in China et Mongolia novissime lecta. II. Cicindelidae. — *Faust.* Beiträge zur Kenntniss der Käfer des Europäischen und Asiatischen Russlands mit Einschluss der Küsten des Kaspischen Meeres. — *Schnabl.* Quelques mots sur l'utilité de l'extirpation de l'organe copulateur dans la famille des anthomyides pour la diagnostique. — *Taczanowsky.* Description d'une nouvelle espèce de Carabe du sous-genre Coptolabrus. — *Schmidt.* Neue Histeriden. — *Ganglbauer.* Von Kerrn E. König in Turcmenien gesammelte Buprestiden und Cerambyciden. — Ершова. Lepidotptera nova aut minus cognita. — *Arnold.* Apum Mohileviensium species parum cognitae vel imperfecte descriptae. — *Sémenow.* Notes synonymiques et systématiques sur diverses epèces du genre Carabus. — *Id.* Notice sur les Chléniens de la région Transcaspienne. — *Morawitz.* Hymenoptera aculeata nova. — *Grum-Grshimaïlo.* Novae species et varietates Rhopalocerorum e Pamir. — *Christoph.* Diagnosen zu einigen neuen Lepidopteren des palaearctischen Faunengebietes. — *Radoszkowski.* Études hyménoptérologiques. — *Id.* Faune hyménoptérologique transcaspienne. — *Brenske.* Ueber Melolonthiden. — *Tschitschérine.* Insecta in itinere Cl. N. Przewalskii in Asia centrali novissime lecta, XIII Pterostichini. — *Jakowelew.* Quelques nouvelles espèces des mouches à scie de l'Empire Russe. — *Ganglbauer.* Eine neue Phytoecia. — *Schnabl.* Contributions à la faune diptérologique.

Jahrbuch der k. Preussischen geologischen Landesanstalt und Bergakademie für 1887. Berlin, 1888.

Frantzen. Untersuchungen über die Gliederung des unteren Muschelkalks in einem Theile von Thüringen und Hessen und über die Natur der Oolithkörner in diesen Gebirgs-

schichten. — *Weiss.* Ueber Fayolia Sterzeliana. n. sp. — *Loretz.* Ueber das Vorkommen von Kersantit und Glimmerporphyrit in derselben Gangspalte, bei Unterneubrunn im Thüringer Walde. — *Bücking.* Mittheilungen über die Eruptivgesteine der Section Schmalkalden (Thüringen). — *Wahnschaffe.* Bemerkungen zu dem Funde eines Geschiebes mit Pentamerus borealis bei Havelberg. — *Id.* Zur Frage der Oberflächengestaltung im Gebiete der baltischen Seenplatte. — *Schröder.* Pseudoseptale Bildungen in den Kammern fossiler. Cephalopoden. — *Bornemann.* Ueber Schlackenkegel und Laven. Ein Beitrag zur Lehre vom Vulkanismus. — *Keilhack.* Ueber einen Damhirsch aus dem deutschen Diluvium. — *Bornemann.* Ueber einige neue Vorkommnisse basaltischer Gesteine auf dem Gebiet der Messtischblätter Gerstungen und Eisenach. — *Berendt.* Die südliche baltische Endmoräne in der Gegend von Joachimsthal. — *Potonié.* Die fossile Pflanzengattung Tylodendron. — *Proescholdt.* Ueber gewisse nicht hercynische Störungen am Sudwestrand des Thüringer Waldcs — *Schröder.* Diluviale Süsswasser-Conchylien auf primärer Lagerstätte in Ostprussen. — *Berendt* und *Wahnschaffe.* Ergebnisse eines geologischen Ausfluges durch die Uckemark und Mecklenburg-Strelitz. — *Müller.* Beitrag zur Kenntniss der oberen Kreide am nördlichen Harzrande. — *Koenen.* Beitrag zur Kenntniss von Dislocationen. — *Schneider.* Das Workommen von Inesit und braunem Mangankiesel im Dillenburgischen. — *Gante.* Ueber das Vorkommen des oberen Jura in der Nähe von Kirchdornberg im Teutoburger Walde.

†Jahrbuch ueber die Fortschritte der Mathematik. Bd. XVIII, Jhg. 1886, H. 2. Berlin, 1889.

†Jahresbericht der Gesellschaft von Freunden der Naturwissenschaften in Gera 1884-88. Gera, 1889.

Diederich. Die geographische Verbreitung der echten Raben (Corvinae). — *Kaiser.* Eine Reise und den Kurûn-See und durch das Fayûm. — *Eisel.* Ueber eine prähistorische Fundstätte nahe Tinz bei Gera. — *Knauthe.* Lebenszähigkeit unserer gemeinsten Süsswasserfische. — *Id.* Die Schädlichkeit der gemeinen Kröte (Bufo cinereus) in Fischteichen.

†Jahresbericht (XIV) der Gewerbeschule zu Bistritz. 1887-88. Bistritz, 1888.

Schuster. Mittel und Wege zur Erlernung einer fremdem Sprache.

†Jahresbericht des Wissenschaftlichen Club. 1888-89. Wien, 1889.

†Jahresbericht des Vereins für Naturkunde zu Zwickau 1888. Zwickau, 1889.

Wünsche. Beiträge zur Pilzflora der Umgegend von Zwickau.

†Jahresbericht über die Fortschritte der classischen Alterthumswissenschaft. Jhg. V. Suppl. Berlin, 1889.

Hüttner. Bericht über die auf die attischen Redner bezüglichen litterarischen Erscheinungen der Jahre 1882-1885. — *Larfeld.* Jahresbericht über die griechische Epigraphik für 1883-1887.

†Journal (American) of Archeology and of the history of the fine arts. Vol. IV, 4. Baltimore, 1888.

Reinach. Inedited terracottas from Myrina, in the Museum at Constantinople. — *Buck.* American School of classical studies at Athens. Discoveries in the Attic Deme of Ikaria, 1888. I. Inscriptions. — *Earle.* American School of classical studies at Athens. A New Sikyonian inscription. — *Frothingham.* Early bronzes recently discovered on Mount Ida in Krete (Plates XVI, XVII, XVIII, XIX, XX; figures 13, 14, 14, 16). — *Caruana.* Remains of an Ancient greek Building discovered in Malta (figures 17, 18).

†Journal (American) of Mathematics. Vol. XI, 3. Baltimore, 1889.

Bolza. On the Construction of Intransitive Groups. — *Heun.* Die Herstellung einer lineären Differentialgleichung aus einem gegebenen Element der Integralfunction. — *Koe-*

nigsberger. Ueber bie Reduction von Integralen transcendenter Functionen. — *Franklin.* Note on the Double Periodicity of the Elliptic Functions.

Journal (American) of science. Vol. XXXVII, n. 219. New Haven, 1889.

Merritt. Some Determinations of the Energy of the Light from Incandescent Lamps. — *Williams.* Geology of Fernando de Noronha. Part II; Petrography. — *Merrill.* Ophiolite of Thurman, Warren Co., N. Y., with remarks on the Eozoon Canadense. — *Dana.* Origin of the deep troughs of the Oceanic depression: Are any of Volcanic origin? — *Knowlton.* Description of a problematic organism from the Devonian at the Falls of the Ohio. — *Penfield.* Some curiously developed pyrite crystals from French Creek, Delaware Co., Pa. — *Id.* Crystallized Bertrandite from Stoneham, Me., and Mt. Antero Colorado. — *Diller.* Mineralogical Notes.

†Journal de la Société physico-chimique russe. T. XXI, 1, 2. S. Pétersbourg, 1889.

1. *Sabanejeff.* Sur le hexabromtetraméthylène. — *Bodisco.* Sur la chaleur de dissolution du bromure de lithium anhydre. — *Wedensky.* Action de l'iodure d'éthyle et du zinc sur le paraldéhyde. — *Urvantzoff.* Oxydation de l'acide érucique par le permanganate de potasse. — *Dieff.* Oxydation de l'acide ricinoléique par le permanganate de potasse. — *Saytzeff.* Notice concernant les Mémoires de M. M. Urvantzoff et Dieff. — *Selivanoff.* Sur la formation du sucre de canne, en partant de la fécule dans les plantes. — *Moltchanoffsky.* Sur la condensation du propylène, de l'allylène et du triméthylène. — *Id.* Sur le dosage du benzol dans les melanges gazeux. — *Alexeyeff.* Notice historique. — *Kondakoff.* Action de l'acide chlorhydrique sur le diméthylallène. — *Joukowsky.* Recherches théoriques sur le mouvement des eaux souterraines. — *Rosenberg.* Quelques expériences sur les mouvements cycloniques. — 2. *Bevad.* Action du zincéthyle sur les combinaisons nitrées primaires et secondaires. — *Id.* Préparation des combinaisons nitrées secondaires et tertiaires en partant du nitrométhane et du nitroéthane. — *Gueritsch.* Sur la loi générale de contraction lors de la formation des dissolutions salines. — *Klimenko* et *Pecatoros.* Influence de l'acide chlorhydrique et des chlorures métalliques sur la décomposition photochimique de l'eau. — *Krapivine* et *Zelinshy.* Densités de vapeur de l'isocyanurate d'éthyle à des températures différentes. — *Tchernay.* Sur la dilatation des dissolutions salines (troisième Mémoire). — *Kondakoff.* Sur la nature de l'amylène obtenu en partant de l'iodure d'amyle tertiaire. — *Borgmann.* Sur les phénomènes actino-électriques.

†Journal de physique théorique et appliquée. 2e sér. t. VIII, mars 1889. Paris.

Cornu. Sur le réglage des divers éléments du dispositif synchronisateur des horloges de précision. — *Joubert.* Expériences de M. Hertz sur les ondulations électriques. — *Hertz.* Sur les rayons de force électrique.

†Journal für die reine und angewandte Mathematik. Bd. 104, III. Berlin, 1889.

Jaerisch. Allgemeine Integration der Elasticitätsgleichungen für di Schwingungen und das Gleichgewicht isotroper Rotationskörper. — *Reye.* Ueber lineare Mannigfaltigkeiten projectiver Ebenenbbüschel und collinearer Bündel oder Räume. I. — *du Bois-Reymond.* Ueber lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

†Journal of the Chemical Society. N. CCCXVI, March 1889. London.

Mason. Contributions from the Laboratory of the University of Zurich. II. Piazinederivatives. — *Id.* Contributions from the Laboratory of the University of Zurick. III. Acetamide and Phenanthraquinone. — *Collie.* Note on Fluoride of Methyl. — *Meldola* and *Morgan.* Researches on the Constitution of Azo-and Diazoderivatives. V. Compounds of the Naphthalene β-Series. — *Masson* and *Kirkland.* Action of Bromine and Chlorine on the Salts of Tetrethylphosphonium. — *Id. id.* Preparation of the Salts of Triethylsulphine, Tetrethylphosponium, and Analogous Bases. — *Muir* and *Hutchinson.* Contributions from the Laboratory of Gonville and Caius College, Cambridge. No. XIII. On a Cu-

bical Form of Bismuthous Oxide. — *Kimmins.* Contributions from the Laboratory of Gonville and Caius College, Cambridge. No XIV. On Periodates. Part II. — *D'Arcy.* Contributions from the Laboratory of Gonville and Caius College, Cambridge. XVI A Compound of Boric Acid with Sulphur Trioxide.

†Journal of the China Branch of the royal Asiatic Society. N. S. Vol. XXIII, n. 1. Shanghai, 1888.

Carles. A Corean Monument to Manchu Clemency. — *Yuen-yang-tsze.* A Guide to True Vacuity. — *Phillips.* Changchow, The Capital of Fuhkien in Mongol Times. — *Hobson.* The Porcelain Pagoda of Nanking.

†Journal of the Elisha Mitchell Scientific Society. Year V, 2. Chapel Hill, 1888.

Phillips. The Erection of the Monument to Elisha on Mitchell's High Peak. — *Atkinson.* Soaring of the Turkey Vulture (Cathartes Aura). — *Phillips.* Of the Three Crystallographic Axes. — *Thies.* Chlorination of Auriferous Sulphides. — *Graves.* A Method of Finding the Evolute of the Four-cresped Hypocycloid. — *Phillips.* Mica Mining in North Carolina. — *Venable.* Recalculations of the Atomic Weights. — *Battle.* The Change in Superphosphates when they are Applied to the Soil. — *Venable.* A Partial Chemical Examination of some Species of the Genus Ilex. — *Gore.* Report of the Recording Secretary.

†Közlöny (Földtani). Köt. XVIII, 7-12. Budapest, 1888.

Böckh. Das Auftreten von Trias-Ablagerungen bei Szászkabánya. — *Kalecsinszky.* Das Erdbeben in Oberitalien vom 23 Februar 1887. — *Posewitz.* Neue geologische Entdeckungen in Borneo. — *Walter.* Beitrag zur Kenntniss der Erzlagerstätten Bosniens. — *Roth.* Spuren einstiger Gletscher auf der Nordseite der Hohen Tátra. — *v. Szabó.* Die Action der Eiszeit in Ungarn. — *Zimányi.* Krystallographische Untersuchungen. — *Loczka.* Mineralchemische Mittheilungen. — *v. Muraközy.* Analyse des Gases d s artesischen Brunnens von Püspökladány. — *Id.* Analyse des im artesischen Brunnen von Szentes gefundenen Vivianit. — *Martiny.* Die durch den Antonstollen erschlossenen Gänge zwischen Vihnye und Hodrusbánya. — *Kremnitzky.* Beobachtungen über das Auftreten des Goldes im Verespataker Erzreviere. — *Schafarzik.* Eine Carya-Frucht von Gran.

†Lumière (La) électrique. T. XXXI, n. 9-13. Paris, 1889.

9. *Décharme.* Les différences entre les électricités dites positives et négatives. — *Richard.* Les machines à vapeur rapides. — *Zetzsche.* L'horloge-calandrier électrique du professeur Kleiszner. — *Reignier.* Note sur le calcul des sâbles. — *Minet.* Leçons de chimie. Chronique et revue de la presse industrielle. Angleterre. — 10. *Mooser.* Recherches expérimentales sur les conctacts microphoniques. — *Richard.* Les machines à vapeur rapides. — *Ledeboer.* Sur les mesures relatives aux courants alternatifs. — *Décharme.* Les différences entre les électricités positives et négatives. — *Minet.* Leçon de chimie. Chronique et revue de la presse industrielle. Allemagne. — 11. *Arnoux.* Sur la valeur industrielle et économique des machines dynamo-électriques. — *Richard.* Essais exécutés par la Société des arts de Londres sur des moteurs à gaz et à vapeur destinés à l'éclairage électrique. — *Ledeboer.* Sur les mesures relatives aux courants alternatifs. — *Minet.* Leçons de chimie. Chronique et revue de la presse industrielle. État-Unis. — 12. *Zetzsche.* Nouveaux accumulateurs multiples pour réseaux téléphoniques. — *Richard.* Essais effectués par la Société des arts sur les moteurs à gaz et à vapeur destinés à l'eclairage électrique. — *Décharme.* Sur les différences entre les électricités positives et négatives. — *Minet.* Leçons de chimie. Chronique et revue de la presse industrielle. Angleterre; Allemagne; États-Unis. — 13. *Richard.* Détails de construction des machines dynamos. — *Kareis.* Le réseau téléphonique de Stockholm. — *Richard.* Essais de la Société des arts sur les moteurs à gaz et à vapeur déstinés à l'éclairage électrique (fin). — *Minet.* Leçons de chimie. Chronique et revue de la presse industrielle: Allemagne; Angleterre.

†Meddeleser (Videnskabeliges) fra naturhistorisk Forening i Kiöbenhavn for Aaret 1888. Kiöbenhawn.

Petersen. Kritik af Dr. Heinckes Theorier om Silderacerne, samt Bidrag til Besvarelse af Sporgsmaalet om saadannes Existens i de danske Farvande. — *Poulsen.* Et nyt Organ hos Eichhornia crassipes Mart. En anatomisk Undersogelse. — *Holderup-Rosenvinge.* Undersogelser om ydre Faktorers Indflydelse paa Organdannelsen hos Planterne. — *Jungersen.* Om Bygningen og Udwiklingen af Kolonien hos Pennatula phosphorea. — *Nordstedt.* Desmidieer fran Bornholm, samlade och delvis bestämta af R. T. Hoff. — *Bergh.* Bemaerkninger om Udviklingen af Lucernaria. — *Poulsen.* Anatomiske Studier over Eriocaulaceerne.

†Mémoires de la Société géologique de France. 3e sér. t. V, 1. Paris, 1888.

Filhol. Étude sur les vertébrés fossiles d'Issel (Aude).

†Mémoires et Compte rendu des travaux de la Société des ingénieurs civils. 1889. Janvier. Paris.

Rémaury. Ressources minérales et sidérurgiques de Meurthe-et-Moselle. — *Mahler.* Congrès minier et métallurgique de Vienne.

†Mémoires présentés et lus à l'Institut égyptien. T. II, 1, 2. Le Caire, 1889.

Maspero. Les premières lignes des mémoires de Sinouhit, réstituées d'après l'ostracon 27419 du Musée de Boulaq. — *Ascherson* et *Schweinfurth.* Illustration de la Flore d'Égypte. — *Amélineau.* Un évêque de Keft au VII siècle. — *Ghaleb.* Note sur l'organisation et le développement d'une nouvelle espèce d'entozoaire. — *Rochemonteix.* Quelques contes nubiens. — *Adrien Bey.* Quelques notes sur les quarantaines de la Mer Rouge. — *Bouriant.* Fragments bachmouriques. — *Berckem.* Une mosquée du temps de Fatimites au Caire. Notice sur le Gâmiʿ el Goyûshy. — *Ravaisse.* Sur trois Mihrâbs en bois sculpté. — *Vidal.* Le réseau pentagonal et son application à l'Afrique. — *Ascherson* et *Schweinfurth.* Supplément à l'illustration de la Flore d'Égypte.

†Memorias de la Sociedad Cientifica. « A. Alzate ». T. II, 6. Mexico, 1888.

Pérez. Determinación del volumen, del peso y del centro de gravedad de una columna toscana arreglada á las dimensiones de Vignola. — *Peimbert y Manterola.* Los Tres Reinos de la Naturaleza. Sus aplicaciones á la ciencia agrícola. — *Medal.* Apuntes estadísticos sobre el Distrito de Ario, Estado de Michoacán.

†Minutes of proceedings of the Institution of Civil Engineers. Vol. XCV. London, 1889.

Beaumont. Friction-Brake Dynamometers. — *Williams.* The Witham, New Outfall Channel and Improvement Works. — *Arnold.* On the Influence of Chemical Composition on the Strenght of Bessemer-Steel Tires. — *Aspinall.* The Friction of Locomotive Slide-Wawes.

†Mittheilungen aus dem Jahrbuche der k. Ungar. geol. Anstalt. Bd. VIII, 7. 1889.

Kispatic. Ueber Serpentine und Serpentinähnliche Gesteine aus des Fruska-gora (Syrmien).

†Mittheilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg. N. 9. Leipzig, 1889.

Jaerisch. Zur Theorie der Elasticität isotroper Rotationskorper. — *Kliessling.* Ueber den optischen Einfluss sehr Kleiner Stoffteilchen. — *Schubert.* Ueber Räume zweiten Grades.

†Mittheilungen des Anthropologischen Vereins in Schleswig-Holstein. H. 1, 2. Kiel, 1888.

1. Ausgrabungen bei Immenstedt 1879-1880. — 2. Die Körpergrösse der Wehrpflichtigen in Schleswig-Holstein.

†Mittheilungen des k. deutschen Archaeologischen Instituts. Athenische Abtheilung. Bd. XIII, 3. Athen, 1888.

Ramsay. Laodiceia combusta and Sinethandos. — *Duemmler*. Bemerkungen zum ältesten Kunsthandwerk auf giechischem Boden. — *Lolling*. Inschrift aus Kyzikos (Beilage). — *Wolters*. Der Grabstein des Antipatros von Askalon. — *Treu*. Die Bauinschrift des Leonidaions zu Olympia. — *Doerpfeld*. Die Altismauer in Olympia. — *Milchhoefer*. Antikenbericht aus Attika (Schluss). — *Brueckner*. Zum Grabstein des Metrodoros aus Chios. — *Reisch*. Zum Thrasyllosmonument. — *Graef*. Zu den Skulpturen von Olympia. — *Lambros*. *Κυράδες-Χοιραδες*. – *Παππα*. *Ἐπιγραφαὶ τῶν Τράλλεων*. — *Winnefeld*. Das Kabirenheiligtum bei Theben. III.

†Monatsblätter des Wissenschaftlichen Club in Wien. Jhg. X, 5, 6. Wien, 1889.

†Nature, a weekly illustrated journal of science. Vol. XXXVIII, n. 979-991; XXXIX, n. 992-1005. London, 1888.

†Notices (Monthly) of the r. Astronomical Society. Vol. XLIX, 4. London, 1889.

†Observations made at the magnetical Observatory at Batavia. Vol. VI-IX. Batavia, 1885-88.

†Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia. 1888, p. III. Philadelphia.

Leidy. Megalonyx Jeffersonii. — *Id*. Anomalies of the human skull. — *Meehan*. Contributions to the Life-Histories of Plants, No. II. Some new facts in the life-history of Yucca. A study of the Kydrangea in relation to cross-fertilization. On the forms of Lonicera Japonica; with notes on the origin of the forms. — *Pilsbry*. On the Helicoid Land Molluscs of Bermuda. — *Osborn*. Additional observations upon the structure and classification of the Mesozoic Mammalia. — *Heilprin*. Contributions to the Natural History of the Bermuda Islands. — *Leidy*. Remarks on the fauna of Beach Haven, N. J. — *McCook*. The Turret Spider on Coffin's Beach. — *Wachsmuth* and *Frank*. Discovery of the ventral structure of Taxocrinus and Haplocrinus and consequent modifications in the classifications of the Crinoidea. — *Id. id*. Crotolacrinus: its structure and zoological position. — *Meehan*. Contributions to the Life-Histories of plants, No. III. Smilacina bifolia. Dichogamy and its significance. Trientalis Americana. On the glands in some Caryophyllaceous flovers. — *Ruschenberger*. Biographical notice of George W. Tryon Jr. — *Morris*. Theories of the formation of Coral Islands. — *Ives*. On two new species of Starfishes. — *McCook*. Double cocooning in a Spider. — *Id*. The value of Abbot's manuscript drawings of American spiders.

†Proceedings of the American Oriental Society. Oct. 31-Nov. 1. 1888. New Haven, 1889.

Adler. National Museum exhibit of Oriental antiquities at Cincinnati. — *Id*. Rockhill's Tibetan collection at Washington. — *Id*. Assyrian verbs tertiæ infirmæ. — *Id*. Life and writings of Edward Hincks. — *Allen*. Additions and corrections to Lotz's Tiglath-Pileser. — *Id*. Semitic emphatic consonants. — *Frothingham*. Mohammedan education. — *Green*. Hebrew tenses. — *Gottheil*. A manuscript containing parts of the Targum. — *Hall*. A manuscript of the Peshitto Four Gospels. — *Id*. A manuscript of the Peshitto New Testament, with te Tradition of the Apostles. — *Hatfield*. The Auçanasâdbhutâni. — *Haupt*.

Dimensions of the Babylonian Ark. — *Hopkins.* Quantitative variations in Mahābhārata texts. — *Jackson.* The Book of Life in the Avesta. — *Jastrow.* Transposed stems in Talmudic etc. — *Jastrow Jr.* The Pott Library. — *Id.* A fragment of Hajjug' on weak verbs. — *Id.* Assyrian *kuduru* and ring of the Sun-god. — *Kellogg.* Origin of certain Rajput substantive-verb forms. — *Lyon.* Assyrian an Babylonian royal prayers. — *Id.* The Pantheon of Assurbanipal. — *Magoun.* The Asurī-kalpa. — *Marquand.* Proto-Doric character of Paphlagonian tombs. — *Martin.* Confucius and Plato on filial duty. — *Moore.* A Samaritan Pentateuch fragment. — *Id.* Supralinear vowel-points in Hebrew. — *Id.* Targum MSS. in the British Museum. — *Paine.* Eclipse of the 7th year of Cambyses. — *Rockhill.* Lamaist making of *mani*-pills. — *Id.* Use of skulls in Lamaist ceremonies. — *Toy.* Phonetic peculiarities of Cairo Arabic. — *Ward.* The Babylonian caduceus. — *Id.* A Babylonian cylindrical object. — *Whitney.* Vol. ii. of Eggeling's Çatapatha-Brāhmana.

†Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Vol. VI, 5. Cambridge, 1889.

Love. On the Motion of a Solid in a Liquid when the Impulse reduces to a Couple. — *Larmor.* On Prof. Miller's Observations of Supernumerary Rainbows. — *Pearson.* On Impulsive Stress in Shafting, and on repeated loadin (Wöhler's laws). — *Bryan.* Application of the Energy Test to the Collapse of a long thin Pipe under external pressure. — *Id.* On the Expression of Spherical Harmonics of the Second Kind in a Finite Form. — *Darwin.* On a Machine for describing an Equiangular Spiral. — *Friese-Green.* Exhibition of photographs of the Image formed on the Retina by an Electric Lamp. — *Bateson.* Suggestion that certain Fossils known as Bilobites may be regarded as casts of Balanoglossus. — *Warburton.* Notes on a Collection of Spiders, with a list of species taken in the neighbourhood of Cambridge. — *Vaizey.* On Splachnum luteum, Linn. — *Potter.* Note on the Germination of the Seeds in the genus Iris. — *Id.* On the protection afforded by the stipules to the buds of Betula Nana. — *Liveing.* On solution and Crystallization, Part II. — *Fenton.* On the metameric transformation of Ammonium Cyanate. — *Carnegie.* On the Iodides of Copper. — *d'Arcy.* On a Compound of Boron Oxide with Sulphuric Anhydride. — *Burton.* Experiments on Colour-Perception; and on a Photovoltaic theory of Vision. — *Brill.* On the Geometrical Interpretation of the Singular Points of an Equipotential System of Curves.

Proceedings of the London Mathematical Society. N. 338-342. London, 1889.

Thomson. Electrical Oscillations on Cylindrical Conductors. — *Rogers.* On the Development of certain Elliptic Functions as Continued Fractions. — *Hill.* On the *c*- and *p*-Discriminants of Ordinary Integrable Differential Equations of the First Order. — *Cockle.* On the Confluences and Bifurcations of certain Theories. — *Dickson.* On Raabe's Bernoullians. — *Burnside.* On Deep-Water Waves resulting from a Limited Original Disturbance. — *Pearson.* On a certain Atomic Hypothesis.

†Proceedings of the r. Geographical Society. N. M. S. Vol. XI, 3. London, 1889.

Page. The Gran Chaco and its Rivers. — *Spotswood Green.* Exploration in the Glacier Regions of the Selkirk Range, British Columbia, in 1888.

†Proceedings of the royal Society. Vol. XLV, 276-277. London, 1889.

Gore. A Method of detecting dissolved Chemical Compounds and their Combining Proportions. — *Id.* Relative Amounts of Voltaic Energy of Electrolytes. — *Thomson.* The Resistance of Electrolytes to the Passage of very rapidly alternating Currents, with some Investigations on the Times of Vibration of Electrical Systems. — *Frankland.* On the Influence of Carbonic Anhydride and other Gases on the Development of Micro-organisms. — *Cunningham.* The Spinal Curvature in an Aboriginal Australian. — *Farmer.* On Isoëtes lacustris, Linn. — *Wooldridge.* On Auto-infection in Cardiac Disease. — *Darwin.* Se-

cond Series of Results of the Harmonic Analysis of Tidal Observations. — *Vernon-Harcourt.* The Principles of training Rivers through Tidal Estuaries, as illustrated by Investigations into the Methods of improving the Navigation Channels of the Estuary of the Seine. — *Lockyer.* Note on the Spectrum of the Rings of Saturn. — *Hopkinson.* Magnetisation of Iron at High Temperatures (Preliminary Notice). — *Sell.* On a Series of Salts of a Base containing Chromium and Urea. No. 2. — *Johnstone* and *Carnelley.* Effect of Floor-deafening on the Sanitary Condition of Dwelling Houses. — *Brunton* and *Bokenham.* On the comparative Action of Hydroxylamine and Nitrites upon Bloodpressure. — *Darwin, Schuster* and *Maunder.* On the Total Solar Eclipse of August 29, 1886. — *Abney* and *Thorpe.* On the Determination of the Photometric Intensity of the Coronal Light during the Solar Eclipse of August 28-29, 1886. — *Sydney* and *Dawson.* The Influence of Bile on the Digestion of Starch. I.—Its Influence on Pancreatin Digestion in the Pig. — *Bradford.* The Innervation of the Renal Blood Vessels. — *Id.* and *Dean.* The Innervation of the Pulmonary Vessels. — *Lockyer.* On the Spectra of Meteor-swarms (Group III). — *Thompson.* On the Magnetic Action of Displacement-currents in a Dielectric.

†Records of the geological Survey of India. Vol. XXI, 4. Calcutta, 1888.

Lydekker Notes on Indian Fossil Vertebrates. — *Oldham.* Some Notes on the Geology of the North-West Himalayas. — *Id.* Note on Blown-Sand Rock Sculpture. — *La Touche.* Re-discovery of Nummulites in Zánskár. — *Nath Bose.* Notes on some Mica-traps from Barakar and Raniganj.

†Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jhg. 8-11. 1884-87. Batavia.

†Repertorium der Physik. Bd. XXV, 1, 2. Munchen-Leipzig, 1889.

Schulz. Zur Sonnenphysik. I. — *Jaumann.* Einfluss rascher Potentialänderungen auf den Entladungsvorgang. — *Nebel.* Ueber die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Höhe der über den Elektroden lastenden Flüssigkeitssäulen. — *Kurz.* Zusammensetzung von Biegung und Torsion. — *Schulz.* Zur Sonnenphysik. II. — *Horr.* Ueber den Einfluss des ultravioletten Lichtes auf elektrische Ladungen und Entladungen. — *Braun.* Ueber elektrische Ströme, entstanden durch elastische Deformation. — *Nebel.* Ein Quecksilberkohlenrheostat für starke Ströme.

†Resumé des séances de la Société des ingénieurs civils. Séances de 1, 15 mars 1889. Paris.

†Revue archéologique. 3e sér. janv.-févr. 1889. Paris, 1889.

Cagnat. Le camp et le praetorium de la IIe légion auguste, à Lambèse (suite). — *Reinach.* Les Gaulois dans l'art antique et le sarcophage de la Vigne Ammendola (suite). — *Le Blant.* De quelques monuments antiques relatifs à la suite des affaires criminelles. — *Pottier.* Œnochoé du Musée du Louvre signée par le peintre Amasis. — *Deloche.* Études sur quelques cachets et anneaux de l'époque mérovingienne (suite). — *Monceaux.* Fastes éponymiques de la ligue thessalienne. Tages et stratèges fédéraux (suite et fin). — *Lebègue.* Le bas-relief mithriaque de Pesaro. — *Baillet.* La stèle de Menschieh. — *Mallet.* Les inscriptions de Naucratis. — *de Kersers.* Statistique monumentale du Cher. Conclusions. Histoire d'architecture dans le département du Cher.

Revue égyptologique. Année Ve, 2-4; VI, 1. Paris, 1887-88.

VI, 1. *Wessely.* Sur les contrats grecs du Louvre provenant de Fayoum. — *Revillout.* Une déposition. — *Id.* Un affaire de vol d'étoffes. — *Id.* et *Wilcken.* Tessères bilingues. — *Groff.* Le dècret de Canope. — *Guieysse.* Textes agricoles du papyrus Sallier. — *de Villenoyy.* Des donations d'enfants à l'époque copte. — *De Rougé.* Le poème de Pentaour. — *Revillout.* Planchettes bilingues trouvées à Sohay.

Revue historique. T. XXXIX, 2. Paris, 1889.

Philippson. Études sur l'histoire de Marie Stuart. — *Stern.* Le club des patriotes suisses à Paris, 1790-91. — *Lécrivain.* Explication d'une loi du code théodosien. — *Funck-Brentano.* Document pour servir à l'histoire des relations de la France avec l'Angleterre et l'Allemagne sous le règne de Philippe le Bel.

†Revue (Nouvelle) historique de droit français et étranger. Année XIII, n. 1. Paris, 1889.

Gérardin. La tutelle et la curatelle dans l'ancien droit romain. — *Guilhiermoz.* La persistance du caractère oral dans la procédure civile française. — *Engelhardt.* Histoire du droit fluvial conventionnel précédée d'une étude sur le régime de la navigation intérieure aux temps de Rome et au moyen âge (fin).

†Revue politique et littéraire. T. XLIII, n. 9-13. Paris, 1889.

†Revue scientifique. T. XLIII, n. 9-13. Paris, 1889.

†Rundschau (Naturwissenschaftliche). Jhg. IV, n. 9-13. Paris, 1889.

†Skrifter (det k. Norske Videnskabers Selskab) 1886-87. Throndhjem, 1888.

Bryn. Indberetning om en botanisk Reise i det throndhjemske Sommeren 1886. — *Storm.* Notitser til Throndhjems Omegns Flora. — *Id.* Ornithologiske Notitser. — *Id.* Solaster echinatus n. sp. — *Kindt.* Fortsaettelse af Birdag til Kundskab on Thrrondjems Lavvegetation vad Overlaege.

†Transactions of the Geological Society of Glasgow. Vol VIII, 2. Glasgow, 1888.

†Transactions of the Manchester geological Society. Vol. XX, 4. Manchester, 1889.

Grundy. On the premature explosions of Gunpowder. — *Hilton.* On the use of roburite in coal Mines.

†Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1889, n. 2, 3. Wien.

†Verhandlungen des naturhistorhischen Vereines der preuss. Rehinlande ec. 5 Folge, Jhg. V, 2. Bonn, 1888.

Pohlig. Ueber die Fragmente metamorphischer Gesteine aus den vulkanischen Gebilden des Siebengebirges und seiner Umgebung. — *Eck.* Ein monströser Sphaerocrinus. — *Monke.* Die Liasmulde von Herford i. W. — *Wollemann.* Ueber die Diluvialsteppe. — *Harrenberg.* Ueber die Totalreflexion an doppelbrechenden Krystallen. — *Herpell.* Das Fräpariren und Einlagen der Hultpilze für das Herbarium. — *Fischer.* Die Flussperlenmuschel (Unio Margaritifer) im Regierungsbezirk Trier.

†Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses. 1889, Heft II. Berlin.

Proell. Schnellaufende Dampfmaschinen und deren Steuerung und Regulirung. — *Lindner.* Theorie der Gasbewegung.

†Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten Vereines. Jhg. XIV, 9-13. Wien, 1889.

†Wochenschrift (Naturwissenschaftliche). Bd. III, 23-27. Berlin, 1889.

†Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Bd. XI, 3. Berlin, 1888.

Roth. Beobachtungen über Entstehung und Alter der Pampasformation in Argentinien. — *Brauns.* Mineralien und Gesteine aus dem hessischen Hinterland. — *Berendt.* Asarbildungen in Deutschland. — *Credner.* Die Stegocephalen und Saurier aus dem Rothliegenden des Plauen'schen Grundes bei Dresden. VII. Theil. Palaeohatteria longicaudata Cred. — *Berendt.* Ein neues Stück der südlichen baltischen Endmoräne.

†Zeitschrift für Mathematik und Physik. Jhg. XXXIV, 2. Leipzig, 1889.

Haas. Ueber die Indicatricen der Kegelschnitte. — *Meister.* Ueber die Flächen zweiten Grades, welche ein gegebenes Tetraeder zum gemeinsamen Polartetraeder haben. — *Cranz.* Das Gesetz zwischen Ausdehnung und Stromstärke fur einen von galvan. Wechselströmen durchflossenen Leiter. — *Stankewitsch.* Zur mechanischen Wärmetheorie. — *Hofmann.* Ermittelung der Tragweite der Neunerprobe, bei Kenntniss der subjectiven Genauigkeit des Rechnenden. — *Wangerin.* Ueber das Integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin \varphi \,.\, \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin\varphi^2}}$ und einige andere mit demselben zusammenhängende Integrale. — *Id.* Ueber den Tangentenkegel einer Fläche zweiter Ordnung. — *Gelcich.* Die ersten Bestimmungen der Rotationsdauer der Sonne durch Beobachtung der Sonnenflecke.

†Zeitschrift (Historische). N. F. Bd. XXV, 3. Leipzig, 1889.

Schott. Das Toleranzedikt Ludwigs XVI. — *Bernhardi.* Dietrich von Nieheim. — *Lehmann.* Ein Regierungsprogramm Friedrich Wilhelms III.

Pubblicazioni non periodiche pervenute all'Accademia nel mese di aprile 1889.

Pubblicazioni italiane.

**Alvino F.* — I calendarî. Fasc. 51-52. Firenze, 1889. 8°.

**Ancona A. d'* — Poemetti popolari italiani raccolti ed illustrati. Bologna, 1889. 16°.

**Antona-Traversi C.* — Curiosità foscoliane in gran parte inedite. Bologna, 1889. 16°.

**Id.* — Il catalogo dei manoscritti inediti di Giacomo Leopardi, sin qui posseduti da A. Ranieri. Città di Castello, 1889. 8°.

**Id.* — L'Edipo di Ugo Foscolo. Schema di una tragedia inedita, ora la prima volta pubblicata. Città di Castello, 1889. 8°.

**Boccardo E. C.* — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 22. Torino, 1889. 4°.

**Caetani-Lovatelli E.* — Antichi monumenti illustati. Roma, 1889. 16°.

**Id.* — La festa delle rose. Tramonto romano. Roma, 1888. 16°.

**Id.* — Thanatos. Roma, 1888. 16°.

**Canestrini G.* — Prospetto dell'acarofauna italiana. Padova, 1888. 8°.

**Capellini G.* — Commemorazione di Giuseppe Meneghini. Roma, 1889. 8°.

**Carazzi D.* — I mangiatori di microbi. Roma, 1889. 8°.

**Cattaneo G.* — Sulla morfologia delle cellule ameboidi dei molluschi ed artropodi. Pavia, 1889. 4°.

**Catino G. di* — Il regesto di Farfa pubblicato da I. Giorgi e U. Balzani. Roma, 1888. 4°.

**Contuzzi F. P.* — La loi sur les prérogatives du souverain Pontife et du

saint-Siège et sur les rapports de l'État avec l'Église du 13 mai 1871. 2e éd. Napoli, 1885.

**Contuzzi F. P.* — Le leggi di composizione e decomposizione degli Stati attraverso i varî sistemi di filosofia del diritto. 2a ed. Napoli, 1886. 8°.

†Fonti per la Storia d'Italia, pubblicate dall'Istituto storico italiano. N. 2. — (Historia Johannis de Cermenate, a cura di L. A. Ferrai). Roma, 1889. 8°.

†*Forcella V.* — Iscrizioni delle chiese e degli altri edificî di Milano dal secolo VIII ai giorni nostri. Vol. II. Milano, 1889. 8°. (*acq.*)

Frati L. — Opere della bibliografia bolognese che si conservano nella Biblioteca municipale di Bologna. Vol. I, II. Bologna, 1889. 8°.

**Guccia G. B.* — Formole analitiche di alcune trasformazioni Cremoniane delle figure piane. Palermo, s. a. 8°.

**Id.* — Generalizzazione di un teorema di Noether. Palermo, 1886. 8°.

**Id.* — Sui sistemi lineari di superficie algebriche dotati di singolarità base qualunque. Palermo, 1887. 8°.

**Id.* — Sulla riduzione dei sistemi lineari di curve ellittiche e sopra un teorema generale delle curve algebriche di genere p. Palermo, 1887. 8°.

**Id.* — Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono unicursali. Palermo, 1886. 8°.

**Id.* — Sur une question concernant les points singuliers des courbes algébriques planes. Palermo, 1886. 4°.

**Id.* — Teoremi sulle trasformazioni Cremoniane nel piano. Palermo, 1886. 8°.

**Id.* — Un teorema sulle curve singolari delle superficie algebriche. Palermo, 1887. 8°.

†Istituto (R.) tecnico superiore di Milano. Nel 25° anniversario della sua fondazione. Milano, 1889. 8°.

**Lachi P.* — La moltiplicazione cellulare nel tubo midollare. Perugia, 1889. 8°.

**Lattes M.* — Saggio di giunte e correzioni al Lessico talmudico. Torino, 1879. 8°.

**Levi-Morenos* e *De Toni G. B.* — Giuseppe Meneghini. Cenni biografici. Venezia, 1889. 8°.

*Mappe catastali (La pubblicazione delle) per mezzo della zincografia. Roma, 1889. 8°.

**Martello T.* — La genesi della vita e l'agnosticismo. Roma, 1889. 8°.

**Messina-Faulisi M.* — Il carmen secolare di Orazio. Studio critico. Carmina. Catania, 1889. 16°.

**Orano G.* — Sulla revisione dei giudicati penali. Roma, 1888. 8°.

**Paganelli A.* — Risposta alle osservazioni ed appunti della Civiltà cattolica sulla « Cronologia rivendicata ». Prato, 1889. 8°.

†Relazione del 3° Congresso internazionale di navigazione interna tenuto a Francoforte sul Meno nel 1888. Roma, 1889. 8°.

†Relazione e bilancio industriale dell'azienda dei sali per l'esercizio dal 1° luglio 1887 al 30 giugno 1888. Roma, 1889. 4°.

†Relazione e bilancio industriale dell'azienda dei tabacchi per l'esercizio dal 1° luglio 1887 al 30 giugno 1888. Roma, 1889. 4°.

**Rinonapoli E.* — Contributo alla cura delle malattie carbonchiose. Napoli, 1889. 8°.

**Rossi J. B. de* — Inscriptiones christianae Urbis Romae septimo saeculo antiquiores. Vol. II, pars. 1ª. Romae, 1888. f.°

**Scacchi A.* — Catalogo dei minerali e delle rocce vesuviane per servire alla storia del Vesuvio e al commercio dei suoi prodotti. Napoli, 1889. 4°.

**Id.* — Cenno istorico del r. Istituto d'incoraggiamento di Napoli. Napoli, 1888. 8°.

**Id.* — Sulle ossa fossili trovate nel tufo di vulcani fluoriferi della Campania. Napoli, 1888. 4°.

†*Sella Q.* — Discorsi parlamentari. Vol. V. Roma, 1889. 8°.

**Verson E.* — La sparmatogenesi nel Bombix Mori. III. Padova, 1889. 8°.

Pubblicazioni estere.

†*Als C. A.* — Ueber die Erkrankungen der Bursa pharyngea. Siegburg, 1888. 8°.

†*Ambrosi F.* — Commentarî della storia trentina. Vol. I, II. Rovereto, 1887. 8°.

†*Arppe A. E.* — Finska Vetenskaps-Societeten 1838-1888, dess Organisation och Verksamhet. Helsingfors, 1888. 8°.

†*Asmus E.* — Ueber cornu cutaneum, insbesondere dessen Vorkommen an der glans penis. Köln, 1888. 8°.

†*Baacke J.* — Ein Fall von hydrencephalocele mit amniotischen Verwachsungen. Königsberg, 1889. 8°.

†*Bardenheuer F.* — Experimentelle Beiträge zur Abdominalchirurgie. Deutz, 1888. 8°.

†*Baserin O.* — Ueber den Eisengehalt der Galle bei Polycholie. Königsberg, 1888. 8°.

†*Baum H.* — Ueber Hemiatrophia facialis progressiva. Siegburg, 1888. 8°.

†*Beckherrn R.* — M. Opizt, P. Ronsard und D. Heinsius. Königsberg, 1888. 8°.

†*Besso M.* — Roma nei proverbî e nei modi di dire. Trieste, 1889. 8°.

†*Bloch H.* — Ueber elektromotorische Erscheinungen am bebrüteten Hühnerei. Königsberg, 1888. 8°.

†*Block J.* — Beiträge zu einer Würdigung Diderots als Dramatiker. Königsberg, 1888. 8°.

†*Boose C.* — Beiträge zur Diagnostik der Gehirntumoren. Bonn, 1888. 8°.

†*Börsch J.* — Ueber Amputationsneuralgieen. Bonn, 1888. 8°.

†*Braunstein J.* — Ueber Beckengeschwülste. Bonn, 1888. 8°.

†*Breitbach J.* — Herpes tonsurans und Sycosis perasitaria. Siegburg, 1888. 8°.

†*Brisken P.* — Ueber Atresia ani und ihre Behandlung. Bonn, 1888. 8°.

†*Broich J. v.* — Ueber « Extragenitalen Initialsclerosen ». Bonn, 1888. 8°.

†*Brühl F.* — Fremde Körper in den Luftwegen. Siegburg, 1888. 8°.

**Bücheler F.* — Oskische Funde. Bonn, s. a. 8°.

**Id.* — Zu Horaz od. IV, 2. s. l. et a. 8°.

†*Bülbring K.* — Geschichte der Ablaute der starken Zeitwörter innerhalb des Südenglischen. Bonn, 1888. 8°.

†Catalogue du Musée Guimet. 1e p. Lion, 1883. 16°.

*Censo general de poblacion, edificacion, comercio é industrias de la Ciudad de Buenos Aires. Levantado en los dias 17 de agosto, 15 y 30 de setiembre de 1887. Buenos Aires, 1889. 4°.

†*Chevalier Ulysse.* — Cartulaire de l'abbaye N. D. de Bonnevaux au diocèse de Vienne, ordre de Citeaux. Grenoble, 1889. 8°.

†*Chijs J. A. v. der* — Nederlandsch-indisch Plakaetboek 1602-1811 V. Batavia, 1888. 8°.

†*Cohn F.* — Ueber Laméscho Funktionen mit Komplexen Parametern. Königsberg, 1888. 8°.

†Congrès provincial des Orientalistes. Compte rendu de la troisième session. Lyon 1878, t. I, II. Lyon, 1880.

†*Cordes W.* — Der zusammengesetzte Satz bei Nicolaus von Basel. I Teil. Hamburg, 1888. 8°.

†*Cremer M.* — Metrische und sprachliche Untersuchung der altenglischen Gedichte Andreas, Gûdlâc, Phoenix (Elene, Juliana, Crist). Ein Beitrag zur Cynewulffsage. Bonn, 1888. 8°.

†*Creutz R.* — Ueber Echinococcus der Leber und seine Behandlung. Bonn, 1888. 8°.

†*Cuntz O.* — De Augusto Plinii geographicorum Auctore. Bonnae, 1888. 8°.

†*Czaplewski E.* — Untersuchungen ueber die Immunität der Tauben gegen Milzbrand. Königsberg, 1889. 8°

†*Czygau P.* — Ueber die Verletzungen der Grosshirnhemisphären. Bonn, 1888. 8°.

†*Daae L.* — Symbolae ad historiam ecclesiasticam provinciarum septentrionalium magni dissidii synodique Constantiensis temporibus pertinentes. Christianiae, 1888. 4°.

†*Delius H.* — Ueber die Regeneration der Lymphdrüsen. Bonn, 1888. 8°.

†*Dieterich A.* — Prolegomena ad Papyrum Magicam musaei Lugdunensis Batavi. Lipsiae, 1888. 8°.

†*Döhring W.* — Ueber den lokalen Einfluss der Kälte und Wärme auf Haut und Schleimhäute. Königsberg, 1889. 8°.

†*Ebner W.* — Beitrag zur Lehre von den Brüchen des Olecranon und ihre Behandlung mit besonderer Berücksichtigung der Naht. Siegburg, 1888. 8°.

†*Fahrenholtz G.* — Beiträge zur Kritik der Metschinkoffschen Phagocyten-

lehre auf Grund eigener Infectionsexperimente mit Milzbrandsporen am Frosch. Königsberg, 1889. 8°.

†*Fearnly C.* und *Geelmuyden H.* — Zonenbeobachtungen der Sterne zwischen 64° 50′ und 70° 10′ nördlicher Declination auf der Universität's-Sternwarte in Christiania. Christiania, 1888. 4°.

†*Fervers B.* — Ueber die Behandlung des Keuchhustens mit Chinin, speciell mit subcutanen Chinininjectionen. Leipzig, 1888. 8°.

†*Forschelen J.* — Beiträge zur Kenntniss der Wirkung des Phenacetins. Siegburg, 1888. 8°.

†*Franck C.* — Ueber die zeitlichen Verhältnisse des reflectorischen und willkürlichen Lidschlusses. Königsberg, 1889. 8°.

†*Frobeen C.* — Quaestionum Plinianarum specimen. Regimonti, 1888. 8°.

†*Garenfeld V.* — Die Trierer Bischöpe des vierten Jahrhunderts. Bonn, 1888. 8°.

†*Gerber P.* — Beiträge zur Lehre von der elektrischen Reizung des Grosshirns. Königsberg, 1888. 8°.

†*Gerson K.* — Ueber Calomelinjectionen bei Syphilis. Bonn, 1888. 8°.

†*Gizyeki A.* — Ueber ruptura Vesicae urinariae. Königsberg, 1888. 8°.

†*Griebsch P.* — Beiträge zur Kenntnis der Physikalischen Isomerie einiger Hydroxylaminderivate. Königsberg, 1888. 8°.

**Guccia G. B.* — Sur les transformations Cremona dans le plan. Paris, 1885. 4°.

**Id.* — Sur les transformations géométriques planes birationnelles. Paris, 1885. 4°.

**Id.* — Sur l'intersection de deux courbes algébriques en un point singulier. Paris, 1888. 4°.

**Id.* — Sur une classe de surfaces, représentables, point par point, sur un plan. Paris, 1880. 8°.

**Id.* — Théorème général concernant les courbes algebriques planes. Paris, 1888. 4°.

**Id.* — Théorème sur les points singuliers des surfaces algébriques. Paris, 1887. 4°.

†*Guerra J.* — Ueber Extirpation der gutartigen Larinxtumoren. Bonn, 1888. 8°.

†*Guimét E.* — Securité dans les théatres. Lyon, 1887. 4°.

†*Günther F.* — Ueber Aetylbenzhydroxamensaures Aethyl. Königsberg, 1888. 8°.

†*Hackenbruch P.* — Experimentelle und histologische Untersuchungen ueber die Compensatorische Hypertrophie der Testikel. Bonn, 1888. 8°.

†*Hartwich A.* — Ein Quadrant-Electrometer mit constanter Empfindlichkeit. Leipzig, 1888. 8°.

†*Hein E.* — Ueber die trockene Destillation des buttersauren Baryums. Königsberg, 1888. 8°.

†*Heinke R.* — Ueber die Resection des Kniegelenkes. Bonn, 1888. 8°.

†*Hellen E. v. d.* — Goethes Anteil an Lavaters physiognomischen Fragmenten. Frankfurt, 1888. 8°.

†*Hermans F.* — Untersuchungen ueber den Einfluss des Moschus auf Tiere. Cöln, 1888. 8°.

†*Hilger E.* — Ueber Lähmung verschiedener Rückenmuskeln, besonders des Musculus serratus anticus major. Bonn, 1888. 8°.

†*Hildebrandt G.* — Experimentelle Untersuchungen ueber das Eindringen pathogener Mikroorganismen von den Luftwegen und der Lunge aus. Jena, 1888. 8°.

†*Hirschfeld O.* — Ueber Lupus und Hauttuberculose. Bonn, 1888. 8°.

†*Hittcher K.* — Untersuchungen von Schädeln der Gattung Bos, unter besonderer Berücksichtigung einiger in ostpreussischen Torfmooren gefundener Rinderschädel. Königsberg, 1888. 8°.

†*Hoffmann P.* — Fuhrt die in der Nahrung gesteigeste Eiweisszufuhr bei an Chronischer diffuser Nephritis Leidenden zu einer Steigerung der Eiweissauscheidung im Harn? Königsberg, 1888. 8°.

†*Hofius H.* — Ueber Extirpation von Uterusmyomen. Bonn, 1888. 8°.

†*Holzheimer C.* — Ueber das Aethoxylaethylamin. Königsberg, 1888. 8°.

†*Hosius C.* — De Juvenalis codicum recensione interpolata. Bonnae, 1888. 8°.

†*Hubrich E.* — Fränkisches Wahl- und Erbkönigthum zur Merovingerzeit. Königsberg, 1889. 8°.

†*Hügemeyer O.* — Ueber Abschwächung pathogener Schimmelpilze. Bonn, 1888. 8°.

†*Jhering R. v.* — Der Besitzwille. Jena, 1889. 8°.

†*Jacobson M.* — De fabulis ad Iphigeniam pertinentibus. Regimonti, 1888. 8°.

†*Jacoby M.* — Fünfzehn Fälle von Laparatomie bei festen Tumoren aus der gynäk. Klinik zu Königsberg, 1883-86. Königsberg, 1888. 8°.

**Kanitz A.* — Magyar növénytani Lapok. XII Evf. Kolozsvárt, 1888. 8°.

†*Kappes P. J.* — Ueber Wasserentziehung. Lechenich, 1888. 8°.

†*Keining G.* — Ueber den Einfluss der Behandlung des einen ohres auf das andere, besonders bei chronischen Eiterungen. Lechenich, 1888. 8°.

†*Kleffmann L.* — Ueber das Mal perforant du pied. Bonn, 1888. 8°.

†*Klein H.* — Ueber acute Prostatitis. Bonn, 1888. 8°.

†*Knoblauch E.* — Anatomie des Holzes der Laurineen. Regensburg, 1888. 8°.

†*Knoche F.* — Ueber Lipome der Mundhöhle. Siegburg, 1888. 8°.

†*Korella W.* — Ueber Das Vorkommen und die Verteilung der Spaltöffnungen auf den Kelchblättern. Königsberg, 1888. 8°.

†*Köster C.* — Ueber Myocarditis. Bonnae, 1888. 4°.

†*Krahé S.* — Experimentelle und histologische Untersuchungen ueber die compensatorische Hypertrophie der Speicheldrüsen. Bonn, 1888. 8°.

†*Laubenburg K. E.* — Ueber « Ozaena simplex sive genuina Rhinitis chronica

atrophicans foetida» mit besonderer Beruchsichtigung der Aethiologie und der Entstehung des Foetor. Bonn, 1888. 8°.

† *Lampe E.* — Beiträge zur Geschichte Heinrichs von Plauen (1411-1413). Danzig, 1889. 8°.

† *Leest W.* — Syntaktische Studien ueber Balzac. Königsberg, 1889. 8°.

† *Lehmann B.* — Quaestiones sacerdotales. Particula prior. De titulis ad sacerdotiorum apud Graecos Venditionem pertinentibus. Regimonti, 1888. 8°.

* *Levasseurs E.* — Les Alpes et les grandes ascensions. Paris, 1889. 4°.

† *Levy H.* — Ueber das Verhalten einiger Thiophenderivate, insbesondere der α-Thiophensäure, im thierischen Stoffwechsel. Königsberg, 1889. 8°.

† *Levy M.* — Zwei Fälle von Cholecystotomie. Königsberg, 1889. 8°.

† *Löwenthal J.* — Ueber die physiologischen und toxicologischen Eigenschaften der Lupinen-Alkaloide. Königsberg, 1888. 8°.

† *Ludwich A.* — Scholia in Homeri Odysseae A. 1-43 auctiora et emendatiora. Regimontii, 1888. 4°.

† *Id.* — Scholia in Homeri Odysseae A. 44-63 auctiora ed emendatiora. Regimontii, 1888. 4°.

† *Lüneburg A.* — De Ovidio sui imitatore. Jenae, 1889. 8°.

† *Ludwich A.* — Commentatio de Joanne Philopono grammatico. Regimonti, 1888. 4°.

† *Lübbert E.* — Commentatio de Pindaro theologicae Orphicae censore. Bonnae, 1888. 4°.

† *Id.* — Prodromus in Pindari locum de Pelopis pueritia. Bonnae, 1888. 4°.

† *Mach W. v.* — Ueber die Bildung der Harnsäure aus dem Hypoxanthin. Leipzig, 1888. 8°.

† *Magnus R.* — Ueber das anatomische Verhalten der Nebennieren der Thyreoidea und Thymus, und des Sympathicus bei Hemicephalen. Königsberg, 1889. 8°.

† *Meller H.* — Die Erkrankungen des Warzenfortsatzes. Siegburg, 1888. 8°.

† *Mendthal M.* — Untersuchungen ueber die Mollusken und Anneliden des frischen Haffs. Königsberg, 1889. 8°.

† *Meyer E.* — Die rationalen ebenen Kurven 4ter Ordnung und die binäre Form 6er Ordnung. Königsberg, 1888. 8°.

† *Mierau F.* — Beiträge zur Kenntniss des Benzenylamidins und verwandter Verbindungen. Königsberg, 1888. 8°.

† *Milkau F.* — De Vellei Paterculi genere dicendi quaestiones selectae. Regimonti, 1888. 8°.

† *Milthaler J.* — Ueber die Veränderlickeit der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur. Leipzig, 1889. 8°.

† *Mohr F.* — Sprachliche Untersuchungen zu den Mittelenglischen Legenden aus Gloucestershire. Bonn, 1888. 8°.

†*Mülheims A.* — Ueber eine neue Art Axenwinkelmessung und ueber die Bestimmung von Brechungsexponenten nach der Methode der Totalreflexion. Leipzig, 1888. 8°.

†Musée (Le) Guimet à Paris. Paris, 1886. 8°.

†*Nachtsheim H.* — Zur Kenntniss der Biologie der Cholerabacterien. Siegburg, 1888. 8°.

†*Neumann F.* — Ueber Rhinoplastik. Bonn, 1888. 8°.

†*Neumeister Chr.* — Experimentelle und histologische Untersuchung über die Regeneration der glandula thyreoidea. Bonn, 1888. 8°.

†*Nippen J.* — Beiträge zur Schutzimpfung. Bonn, 1888. 8°.

†*Nolden G.* — Das tuberculöse Zungengeschwur. Bonn, 1888. 8°.

†*Nörrenberg H.* — Ueber den Verlauf der durch Staphylococcus aureus in den Lymphdrüsen hervorgerufenen Entzündung. Bonn, 1888. 8°.

†*Norrenberg J.* — Ueber Totalreflexion an doppelbrechenden Krystallen. Bonn, 1888. 8°.

†*Ollerich C.* — Ueber die Vertretung dentaler Consonanz durch u im Catalanischen. Bonn, 1887. 8°.

†*Oxé A.* — Prolegomena de Carmine adversus Marcionitas. Lipsiae, 1888. 8°.

†*Paape C.* — De C. Mario quaestiones selectae. Regimonti, 1888. 8°.

†*Pasewaldt G.* — Experimentelle und histologische Untersuchungen ueber die compensatorische Hypertrophie der Ovarien. Bonn, 1888. 8°.

†*Pernice E.* — Galeni de ponderibus et mensuris, testimonia. Bonnae, 1888. 8°.

†*Petruschky J.* — Untersuchungen ueber die Immunität des Frosches gegen Milzbrand. Jena, 1888. 8°.

†*Petzke P.* — Dicendi genus tacitinum quatenus differat a liviano. Regimonti, 1888. 8°.

†*Pickering E. C.* — Henry Draper Memorial. 3d Annual Report of the Photographic Study of stellar spectra conducted at the Harvard College Observatory. Cambridge, 1889. 4°.

†*Pletzer H.* — Zur Behandlung der queren Kniescheibenbrüche durch die Knochennaht. Bonn, 1888. 8°.

†*Ploch M.* — Eilf Fälle Künstlicher Frühgeburt bei Beckenenge. Königsberg, 1888. 8°.

†*Reusch Hans.* — Bömmelöen og Karmöen med omgivelser. Kristiania, 1888. 4°.

†*Reuter F.* — Ueber die Einwirkung von Anilin auf Citraconsaure, Mesaconsäure und Itaconsaure. Bonn, 1888. 8°.

†*Romeich F.* — Zur Reform des Hebammenwesens. Königsberg, 1888. 8°.

†*Roos M.* — Ueber die chirurgisch wichtigen Formen des Brandes. Bonn, 1888. 8°.

†*Rötigen H.* — Vocalismus des Altgenuesischen. Bonn, 1888. 8°.

†*Ruland J.* — Ueber Oleum Cinereum (Lang'sches Oel), seine Anwendung und Wirkung bei Syphilis. Bonn, 1888. 8°.

† *Sachs W.* — Ueber die von den Lymphgefässen ausgehenden Neubildungen am Auge. Jena, 1889. 8°.

† *Schafstein C.* — Ausdehnung eines die geradlinigen Strahlensysteme betreffenden Problems auf die *n* dimensionale homogene Raumform. Bonn, 1888. 8°.

† *Scheben J.* — Zur Aetiologie der Hidronephrose. Rheinbach, 1888. 8°.

† *Schmidt A.* — Ein Fall von autochthonem Teratom der Rachenmundhöhle. Königsberg, 1889. 8°.

† *Schmitz R.* — Ueber Genitaltuberculose. Bonn, 1888. 8°.

† *Schnellenbach H.* — Ueber die Urachuscysten. Bonn, 1888. 8°.

† *Schröter G.* — Ein Fall von Hernia diaphragmatica bei einem Neugeborenen. Königsberg, 1889. 8°.

† *Schüller P.* — Zur Embolie der Arteria Centralis Retinae ohne Betheiligung der Macularen Gefässe. Rheinbach, 1888. 8°.

† *Schulte C.* — Genaue kritische Erörterung der verschiedenen älteren, neueren und neuesten Verfahren beim Kaiserschnitt und der Momente, welche heute für die Wahl der Methode bestimmend sein müssen. Bonn, 1888. 8°.

† *Schultz O.* — Dii locorum quales fuerint in arte Graecorum et Romanorum. Regimonti, 1888. 8°.

† *Schulz W.* — Die Entwickelung des Bergbaus im brandenburg-preussischen Staate. Aachen, 1889. 8°.

† *Schwarz E.* — De M. Terentii Varronis apud Sanctos patres vestigiis Capita duo. Accedit Varronis antiquitatum rerum divinarum liber XVI. Lipsiae, 1888. 8°.

† *Schwarz G.* — De vita et scriptis Juliani Imperatoris. Bonnae, 1888. 8°.

† *Seelig A.* — Ueber die in Folge mechanischer Atmungshindernisse eintretenden Verhänderungen in den Atembewegungen. Königsberg, 1888. 8°.

† *Sell L.* — Ueber die Verbindlichkeit und den Inhalt einer moralischen Gesetzgebung Tilsit, 1888. 8.°

† *Simrock F.* — Ueber angeborene Verrenkung der Hüfte. Köln, 1888. 8°.

† *Skutsch F.* — De nominum latinorum compositione quaestiones selectae. Nissae, 1888. 8°.

† *Sommerfeldt G.* — Die Romfahrt Kaiser Heinrichs VII (1310-1313) Theil I. Königsberg, 1888. 8°.

† *Steinert G.* — Ueber die pneumatometrischen Untersuchungs-Methoden von Waldenburg, Biedert und Krause. Königsberg, 1888. 8°.

† *Stolze K.* — Der Zusammengesetzte Satz im Ackermann aus Böhmen. Ein Beitrag zur Mhd. Syntax. Bonn, 1888. 8°.

* *Stossich M.* — Brani di elmintologia tergestina. Trieste, 1889. 8°.

* *Id.* — I distomi degli anfibî. Trieste, 1889. 8°.

* *Id.* — Il genere Physaloptera Rudolphi. Trieste, 1889. 8°.

* *Id.* — Prospetto della fauna del mare Adriatico. Parte III. Trieste, 1880.

† *Strübing O.* — Die Vertheilung der Spaltöffnungen bei den Coniferen. Königsberg, 1888. 8°.

† *Swinhoe C.* and *Cotes E. C.* — A Catalogue of the moths of India. Part IV, V. Calcutta, 1888. 8°.

† *Theel R.* — Inter notiones dei sancti in testamenti veteris et patris fidelium in novi libris usitatas quae sit ratio. Regimonti, 1889. 8°.

† *Tolkiehn J.* — Quaestionum ad Heroides Ovidianas spectantium Capita VII. Lipsiae, 1888. 8°.

† *Toop A.* — Ueber den heutigen Stand der Behandlung komplicirter Schädelfracturen. Königsberg, 1888. 8°.

† *Troie O.* — Beitrag zur Analyse des Uebergangswiderstandes. Königsberg, 1889. 8°.

† *Trostorff E.* — Experimentelle und histologische Untersuchung ueber die compensatorische Hypertrophie der Mammae. Bonn, 1888. 8°.

† *Valentini G.* — Ueber bie Bildungstätte des Gallenfarbstoffs beim Kaltblüter. Leipzig, 1888. 8°.

† *Vanhöffen E.* — Untersuchungen ueber Semaeostome und Rhizostome Medusen. Bonn, 1888. 4°.

† *Victor D.* — Die Scrophulose nach dem heutigen Stand der Wissenschaft mit besonderer Bezug auf die Erkrankungen der Schleimhäute. Bonn, 1888. 8°.

† *Volkenrath M.* — Ueber die branchiogenen Misbildungen. Andernach, 1888. 8°.

† *Walbe E.* — Syntaxis Platonicae specimen. Bonnae, 1888. 8°.

† *Wallenberg Th.* — Ueber die Dermoïdgeschwülste des Auges. Königsberg, 1889. 8°.

† *Weegmann R.* — Ueber die Molecularrefraction einiger gebromter Aethane und Aethylene ecc. Bonn, 1888. 8°.

† *Wiechert E.* — Ueber elastische Nachwirkung. Königsberg, 1889. 8°.

† *Wirth A.* — Quaestiones Severianae. Dissertatio historica. Lipsiae, 1888. 8°.

† *Wirz W.* — Ueber die Magenektasie der Kinder. Bonn, 1888. 8°.

† *Wisbar G.* — Studien ueber Säuren der Oxalsäurereihe. Königsberg, 1888. 8°.

† *Wissemann C.* — Ueber Lymphome des Mediastinum. Bonn, 1888. 8°.

† *Wittig A.* — Ueber einen Fall von Hepatomphalos s. Hernia funiculi umbilicalis. Königsberg, 1888. 8°.

† *Wolters M.* — Angeborene spastische Gliederstarre, und spastische Contracturen. Bonn, 1888. 8°.

† *Wülfing E.* — Darstellung der Syntax in König Alfred's Uebersetzung von Gregor's des Grossen « Cura Pastoralis ». Erste Hälfte. Bonn, 1888. 8°.

† *Zeise O.* — Beitrag zur Kenntniss der Ausbreitung sowie besonders der Bewegungsrichtungen des nordeuropäischen Irlandeises in diluvialer Zeit. Königsberg, 1889. 8°.

† *Zuralski W.* — Beitrag zur Casuistik des Dünndarmgeschwülste. Königsberg, 1889. 8°.

Pubblicazioni periodiche
pervenute all'Accademia nel mese di aprile 1889.

Pubblicazioni italiane.

†Annali della Società degli ingegneri e degli architetti italiani. Anno IV, 1. 1889.

Esterle. Norme da seguirsi nella determinazione delle indennità per le espropriazioni in Roma. — *Basile.* Sui mezzi atti a garantire la sicurezza dei teatri in caso d'incendio. — *Mora.* Degli argini ortogonali. — *Maganzini.* Escavatori meccanici.

†Annali della r. Accademia d'agricoltura di Torino. Vol. XXXI, 1888. Torino, 1889.

Perroncito. Risultati pratici delle vaccinazioni carbonchiose in Italia. — *Fino.* Ascanio Sobrero. — *Sacco.* I colli braidesi.

†Annali di agricoltura. 1888, n. 150. Roma, 1889.

Provvedimenti a vantaggio della produzione bovina, ovina e suina.

†Annali di chimica e di farmacologia. 1889, n. 4. Milano, 1889.

Giacosa e *Soave.* Studî chimici e farmacologici sulla corteccia di Xanthoxylon senegalense (Artar Root).

†Annuario della Società degli ingegneri e degli architetti italiani per l'anno 1889. Roma.

†Archivio per l'antropologia e la etnologia. Vol. XVII, 2. Firenze, 1889.

Kraus. Di alcuni strumenti musicali portati dall'isola di Nias dal dott. Elio Modigliani. — *Zoja.* Intorno al mucrone della mandibola del Sandifort (Apofisi lemurinica dell'Albrecht). — *Zampa.* Il tipo umbro. — *Meyer.* Sulla capacità dei cranî papuani. — *Giglioli.* Ossa umane portate come ricordi o per ornamento e usate come utensili od armi. — *Id.* Note etnologiche dalle isole Marchesi. — *Sommier.* Note di viaggio. — *Mazzucchi.* Leggende, pregiudizî e superstizioni del volgo nell'Alto Polesine (serie seconda).

†Archivio storico lombardo. Anno XVI, f.1. Milano, 1889.

Frati. La lega dei Bolognesi e dei Fiorentini contro Gio. Galeazzo Visconti (1389-1390). — *Gabrielli.* Un duca di Mantova a Roma. — *Righetti.* Un curioso processo di Stato nel secolo decimottavo. — *Caffi.* Di Andrea Borda da Pavia, frate domenicano, insigne epigrafista latino. — *T.* Dispersione o sottrazione di documenti. — *Vignati.* I primi studî di Cesare Correnti. — *Beltrami.* L'annullamento del contratto di matrimonio fra Galeazzo M. Sforza e Dorotea Gonzaga. — *Ghinzoni.* San Simone di Trento (Nuovi docum.). — *Id.* Un'ambasciata del prete Gianni a Roma nel 1481. — *Galli.* Notizia di una nuova iscrizione militare romana, trovata a Somma Lombardo nel 1888. — *Garovaglio.* L'urna del suddiacono Valperto. Il culto di Mitra. Il battesimo ed i battisteri. — *Carotti.* Relazione sulle antichità entrate nel Museo patrio di archeologia in Milano, nel 1888.

†Atti dell'Accademia pontificia de' nuovi Lincei. Anno XLII, sess. 4ª. Roma, 1889.

Pepin. Sur une table auxiliaire de Gauss. — *Castracane.* Forma critica e nuova di Pleurosigma del golfo di Napoli. — *Azzarelli.* Proprietà di alcune note curve dimostrate per mezzo della teorica dei limiti.

†Atti della Società italiana di scienze naturali. Vol. XXXI, 3-4. Milano, 1889.

Cattaneo. Sulla struttura e sui fenomeni biologici delle cellule ameboidi del sangue nel Carcinus Maenas. — *Amighetti.* Osservazioni geologiche sul terreno glaciale dei dintorni di Lovere. — *Bozzi.* Sopra alcune piante americane naturalizzate nei dintorni di

Pavia. — *Sacco.* Il bacino terziario del Piemonte. — *Bozzi.* Sulle filliti cretacee di Vernasso nel Friuli. — *Mercalli.* L'isola Vulcano e lo Stromboli dal 1886 al 1888.

†Atti e Memorie della Società storica savonese. Vol. I. Savona, 1888.

Boselli. Discorso per l'inaugurazione della Società. — *Varaldo.* Sulla famiglia della Rovere. — *Barrili.* Gli antichissimi Liguri. — *Poggi.* Albisola, appunti archeologici, storici e artistici. — *Bruno.* Fonti di storia savonese. — *Gandoglia.* Savona e Noli nel medio evo. — *Poggi.* Storia di una lapide attribuita a Savona. — *Astengo.* Mons. Pietro Francesco Costa. — *Bruno.* Gli statuti delle arti nei secoli XIV, XV e XVI. — *Astengo.* Brevi cenni a proposito di un documento inedito del 1643. — *Varaldo.* Rime e lettere inedite di Gabriello Chiabrera. — *Bruno.* I registri della catena. — *Varaldo.* Bibliografia di Orazio Grassi. — *A. Bruno.* La torre del Brandale. — *F. Bruno.* Pianta topografica di Savona nel secolo XVIII. — *Varaldo.* Compendio della casa della Rovere di Bernardino Baldi. — *Assereto.* Alcuni documenti inediti su Giulio II. — *Spinelli.* Poesie inedite di Galeotto del Carretto. — *Poggi.* Una moneta inedita di Savona. — *Bruno.* L'officio delle virtù.

†Bollettino dei Musei di zoologia ed anatomia comparata della r. Università di Torino. Vol. IV, n. 53-61. Torino, 1889.

Camerano, Peracca e *Rosa.* Il laboratorio privato di zoologia marina a Rapallo. — *Camerano.* Sull'integumento dei Gordius. — *Festa.* Colorazione anormale del Triton cristatus. — *Camerano.* Ulteriori osservazioni intorno alla neotenia negli anfibî. — *Pollonera.* Intorno ad alcune specie di Testacella. — *Id.* Aggiunte e correzioni alla malacologia terrestre del Piemonte. — *Michel.* Sur l'épiderme des Gordius. — *Rosa.* Descrizione dell'Allolobophora mima n. sp. — *Camerano.* I primi momenti dell'evoluzione dei Gordii.

†Bollettino del Collegio degli ingegneri ed architetti in Napoli. Vol. VII, 2-3. Napoli, 1889.

†Bollettino della Società generale dei viticoltori italiani. Anno IV, n. 7, 8. Roma, 1889.

Cerletti. Influenza delle cantine sulla qualità dei vini. — *Boldi.* Quantità di vino prodotto in Italia dal 1879 al 1888.

†Bollettino della Società geografica italiana. Ser. 3ª, vol. II, 4. Roma, 1889.

Stradelli. Rio Branco, note di viaggio. — *Meunier.* Un pellegrinaggio da Bordeaux a Gerusalemme, sulle traccie dell' «Itinerarium Burdigalense». — *Malvano.* Studî per la raccolta colombiana: Notizie sui lavori della r. Commissione, del Segretario della Giunta centrale. — *Harrisse.* Sulla relazione Varaldo. — *Bellio.* Del nuovo insegnamento della geografia storica, introdotto nei Licei, e di due nuovi testi che trattano di questa materia. — *Annoni.* Di alcune città ed industrie di Spagna e Portogallo.

†Bollettino delle nomine (Ministero della guerra). 1889, disp. 14-18. Roma.

†Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca naz. cent. di Firenze. 1889, n. 79, 80. Firenze.

†Bollettino dell'i. Istituto archeologico germanico. Vol. IV, f. 1°. Roma, 1889.

Mau. Scavi di Pompei. — *Wolters.* Beitraege zur giechischen Ikonographie. — *Hülsen.* Antichità di monte Citorio. — *Petersen.* Hera von Alkamenes.

†Bollettino del Ministero degli affari esteri. Marzo 1889. Roma.

†Bollettino del r. Comitato geologico d'Italia. Ser 2ª, vol. X, 1-2. Roma, 1889.

Simonetti. Appunti geologici sull'isola di Giannutri. — *Moderni.* La trachite e il tufo di Rispampani presso Toscanella. — *Steinmann.* Sull'età del calcare appenninico di Capri.

†Bollettino di notizie agrarie. Anno XII, 1889, n. 12-16. Rivista meteorico-agraria, n. 9, 10. Roma.

†Bollettino meteorico dell'Ufficio centrale di meteorologia. Anno XI, 1889, aprile. Roma.

†Bollettino settimanale dei prezzi di alcuni dei principali prodotti agrarî e del pane. 1889, n. 12-15. Roma.

†Bollettino ufficiale della istruzione. Anno XVI (1889, n. 14-17). Roma.

†Bullettino della Commissione archeologica comunale di Roma. Anno XVII, 3. Roma, 1889.

Cantarelli. Osservazioni sulle scene storiche rappresentate nei due bassirilievi marmorei del Foro romano. — *Gatti.* Di un nuovo frammento degli atti arvalici. — *Id.* Trovamenti risguardanti la topografia e la epigrafia urbana.

†Bullettino della Commissione speciale d'igiene del Municipio di Roma. Anno X, f. 3°. Roma, 1889.

Cerasoli. Relazione dell'operato della Commissione pel risanamento del sottosuolo di Roma.

†Bullettino dell'Istituto di diritto romano. Anno I, 6. Roma, 1889.

De Ruggero. Di un procuratore del fisco alessandrino. — *Cantarelli.* I senatori pedarii.

*Bullettino di paletnologia italiana. Ser. 2ª, t. V, 1-2. Parma, 1889.

Strobel. Gli orsi delle caverne in Italia. — *Issel.* Manufatto litico di Ponzone. — *Strobel.* Anelli gemini problematici.

†Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. F. 5°. Marzo 1889. Catania.

†Gazzetta chimica italiana. Anno XIX, f. 1-3. Appendice, vol. V, n. 23. Palermo, 1889.

1. *Paternò.* Sull'abbassamento molecolare prodotto dall'iodoformio nel punto di congelamento della benzina. — *Id.* Osservazioni intorno alla costituzione dell'acido filicico. — *Id.* e *Peratoner.* Nuovi tentativi per ottenere il titanio-etile. — *Freda.* Sulla composizione di alcune recenti lave vesuviane. — *Id.* Sulla costituzione chimica delle sublimazioni saline vesuviane. — *Funaro.* Intorno alla senegina, glucoside della poligala virginiana. — *Funaro.* Sulla composizione chimica di alcune rocce calcaree della Montagnola senese. — *Rebufatt.* Contributo alla conoscenza degli amido-acidi. — *Ciamician.* Sopra una esperienza di corso per dimostrare la legge di Raoult. — 2. *Mazzara.* Sulla costituzione del nitrobromotimol, del dinitrotimol e dei dinitroclorocimeni del timol. — *Ciamician.* Sulle proprietà fisiche del benzolo e del tiofene. — *Id.* e *Silber.* Sopra alcuni derivati della maleinimide. — *Id.* e *Zanetti.* Sopra una sintesi diretta degli omologhi del pirrolo. — *Anderlini.* Sopra alcuni derivati nitrici dell'etere metilico dell'acido *a*-carbopirrolico. — *Leone* e *Denaro.* Sulle ricerche chimico-legali delle macchie di sangue. — *Anderlini.* Sull'acido piroglutamico. — *Ciamician* e *Anderlini.* Sull'azione del joduro di metile sopra il metilpirrolo terziario (*n*-metilpirrolo). — *Zatti.* Sull'azione dell'anidride acetica sull'acido *a*-indolcarbonico. — 3. *Ciamician* e *Silber.* Ricerche sull'apiolo. — *Zanetti.* Sull'anidride tiosuccinica. — *Balbiano.* Ricerche sul gruppo del pirazolo. Sopra due acidi pirazolbenzoici. — *Magnanini.* Sul comportamento del pirrolo e suoi derivati rispetto alla legge di Raoult. — *Ricciardi.* Sulla diffusione dell'allumina nei vegetali. — *Mazzara.* Sulla costituzione del bromonitrotimol, del dinitrotimol, del dinitroamidocimene, del dinitrocimene e degli isomeri cloro e bromotimochinoni.

† Giornale della r. Accademia di medicina di Torino. Anno LII, n. 2-3. Torino, 1889.

Perroncito. Studî sull'immunità pel carbonchio. — *Gradenigo.* Sopra un caso di emorragie periodiche dall'orecchio, a membrana timpanica integra, in soggetto isterico. — *Acconci.* Della disposizione che assumono le fibre elastiche nell'utero gravido e del loro valore per spiegare alcuni fenomeni del parto. — *Ferri.* Paralisi del VI paio da trauma sul capo. — *Belfanti* e *Pescarolo.* Nuovo contributo allo studio bacteriologico del tetano. — *Foà.* Sopra una reazione dei pigmenti ematogeni. — *Sansoni.* Studî sulle reazioni usate a stabilire la presenza di acido cloridrico libero nel succo gastrico. — *Mosso* La dottrina della febbre in rapporto coi centri termici cerebrali. Studio sull'azione degli antipiretici.

† Giornale d'artiglieria e genio. Anno 1889, disp. II. Roma.

† Giornale militare ufficiale. Anno 1889, part. 1ª, disp. 12-15; part. 2ª, disp. 13-15. Roma.

† Giornale medico del r. Esercito e della r. Marina. Anno XXXVII, n. 3. Roma, 1889.

Astegiano. Un'aggiunta alla cassetta del Flecs. — *Masucci.* Sul valore reale degli antipiretici.

† Giornale (nuovo) botanico. Vol. XXI, 2. Firenze, 1889.

Massalongo. Nuovi miceti dell'agro veronese. — *Piccone.* Alge della crociera del « Corsaro » alle Azzorre. — *Ross.* Contribuzioni alla conoscenza del tessuto assimilatore e dello sviluppo del periderma nei fusti delle piante povere di foglie o afille. — *Micheletti.* Index schedularum criticarum in Lichenes exsiccatos Italiae (auctore A. B. Massalongo). — *Martelli.* Caso teratologico nella Magnolia anonaefoliae Salisb.

† Ingegneria (L') civile e le arti industriali. Vol. XV, n. 2. Torino, 1889.

Fossa-Mancini. Sulla portata dei pozzi nei terreni acquiferi (con 19 figure nel testo). — *Falasconi.* Fornace ad azione continua ed a canale rettilineo. — *G. S.* Il nuovo ponte Garibaldi sul Tevere in Roma. — Il r. Museo commerciale di Torino.

Memorie della pontificia Accademia dei nuovi Lincei. Vol. I-IV. Roma, 1887-88.

Vol. III. *Foglini.* Delle costituzioni e della loro applicazione alla risoluzione delle equazioni algebriche. — *Cinquemani.* L'orologio popolare a peso frazionato. — *Statuti.* I ricci di mare nell'editto di Diocleziano *De pretiis rerum venalium.* — *Bertelli.* Osservazioni fatte in occasione di una escursione sulla riviera ligure di ponente dopo i terremoti avvenuti in quest'anno. — *Hermite.* Sur un Mémoire de Laguerre concernant les équations algébriques. — *Giovannozzi.* Il sismografo analizzatore del P. F. Cecchi. — *Egidi.* Applicazione delle aste vibranti ed oscillanti alle osservazioni dei moti sismici. — *Lais.* La fotografia solare in relazione all'eclisse totale di sole del 19 agosto 1887 in Russia. — *Gilbert.* Sur les accélérations d'ordre quelconque dans le mouvement d'une figure plane dans son plan. — *Castracane.* Le diatomee e il trasformismo darwiniano. — *Ferrari.* Intorno all'eclisse di sole del 19 agosto 1887. — Vol. IV. *Provenzali.* Sulla energia potenziale. — *Dechevrens.* Les tourbillons atmosphériques, leur formation, leur constitution. — *Bricarelli.* Della vita e delle opere del P. A. Secchi. — *Tuccimei.* Bradisismi pliocenici della regione sabina. — *Azzarelli.* Trattato elementare dei cinque poliedri regolari. — *Rossi.* Teoria di Fresnel sulla riflessione e rifrazione semplice della luce polarizzata. — *Pepin.* Solution des deux équations biquadratiques $x' + 2^{2x}.7y^4 = z^2$, $x^4 + 2^{4\alpha+3}.7y^4 = z^2$. — *Galli.* Sulla forma vibratoria del moto sismico.

†Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Vol. XVIII, n. 3. Marzo 1889. Roma.

Tacchini. G. Tempel. — *Id.* Osservazioni spettroscopiche solari fatte al r. Osservatorio del Collegio romano nel 2° trim. 1888. — *Venturi.* Sulla formazione di immagini di oggetti celesti o terrestri nella grande superficie liquida della terra. — *Spörer.* Sulle macchie del sole.

†Monumenti della r. Dep. veneta di storia patria. Ser. 4ª. Miscellanea, vol. VI. Venezia, 1889.

La guerra rustica del Trentino.

*Notizie degli scavi di antichità comunicate alla r. Accademia dei Lincei. Gennaio 1889. Roma.

†Rassegna (Nuova) di viticoltura ed enologia. Anno III, n. 7. Conegliano, 1889.

Soncini. La peronospera. — *Comboni.* Fermentazione delle materie saccarificate.

†Rendiconti del r. Istituto lombardo di scienze e lettere. Ser. 2ª, vol. XXII, f. 7-8. Milano, 1889.

7. *Vignoli.* Del vero nell'arte. — *Jorini.* Travi reticolari rettilinee di uniforme resistenza. — *Sormani.* Influenza dei succhi digerenti sul virus tetanigeno. — *Somigliana.* Intorno ai parametri differenziali. — 8. *Parona.* Note paleontologiche sul lias inferiore nelle prealpi lombarde. — *Scarenzio.* Sul modo di rendere ancora più semplice ed innocente la cura radicale dell'idrocele. — *Zoja.* Cenni storici sul Gabinetto di anatomia umana della r. Università di Pavia, IV periodo (dal 1815 al 1864). Direttore Bartolomeo Panizza. — *Ascoli Giulio.* Sulle funzioni a due variabili reali, le quali crescono o decrescono nel verso positivo di ciascuno degli assi in un pezzo di piano a distanza finita. — *Casorati.* Nuova misura della curvatura delle superficie. — *Biffi.* Le case di lavoro in Milano nel duodecimo secolo.

†Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. 2ª, vol. III, 3. Napoli, 1889.

Bassani. Alla venerata memoria di Giuseppe Seguenza. — *Capelli.* Sopra certi sviluppi di determinanti. — *De Gasparis.* Notizie relative ad alcuni apparecchi autoregistratori esistenti nel r. Osservatorio di Capodimonte. — *Id.* Osservazioni meteoriche fatte nel r. Osservatorio di Capodimonte nei mesi di gennaio e fabbraio 1889.

†Revue internationale. T. XXII, 1, 2. Rome, 1889.

Lo Forte-Randi. Une gloire postume: Henri-Frédéric Amiel. — *Lindau.* Dentelles. — *Fornasini.* Les dernières années de Michel-Ange d'après de nouvelles recherches. — *de Périgord.* Étrange histoire. — *Fuster.* Dans le phare en ruine. — *Roux.* Maurice Faucon. — *Cavaglion.* Le continent noir. — *Roux.* L'Exposition universelle de Paris.

†Rivista di artiglieria e genio. Anno 1889, aprile. Roma.

Siacci. Il conte Paolo di Saint-Robert. — *Rocchi.* I principî immanenti nella fortificazione. — *Parodi.* Sul tiro arcato a carica fissa. — *Blaserna.* Confronti fra la spesa dell'illuminazione elettrica e la spesa dell'illuminazione a gas.

†Rivista di filosofia scientifica. Ser. 2ª vol. VIII, aprile 1889. Milano.

Vignoli. La scuola. Studio sociologico. — *Pio.* Saggi sulla psicologia del bello. Il problema estetico. — *De Bella* Patologia sociale. Nota sulla degenerazione nella storia. — *Meilach-Danieli.* Pietro Lavroff. Biografia di un filosofo russo.

†Rivista italiana di numismatica. Anno II, f. 1°. Milano, 1889.

Mulazzani. Studî economici sulle monete di Milano (continuazione). Moneta imperiale, terzola ed altre denominazioni generiche. — *Gnecchi.* Documenti inediti della Zecca

di Correggio. Appendice I. — *Ruggero*. Annotazioni numismatiche genovesi. XIII. Monete del governatore cardinale Campofregoso. — XIV. Minuto del doge Antoniotto Adorno. — XV. Nuova variante e considerazione su di un minuto già edito. — *Rossi*. La zecca Trasana. — *Comandini*. Medaglie italiane del 1888 I. — *Poggi*. La medaglia dei dottori di Collegio di Como. — *Kenner*. Il medaglione romano. — *Luppi*. Vite di illustri numismatici italiani: I. Lod. Ant. Muratori.

†Rivista marittima. Aprile 1889. Roma.

Fincati. Acquisto e perdita di Cipro. — *Bonamico*. Velocità economiche. — *Supino*. I registri di classificazione navale. — *G. G*. Studio intorno alla tattica del cannone rispetto al tipo delle navi, per Meigs. — Rapporto sulle manovre navali inglesi del 1888.

†Rivista mensile del Club alpino italiano. Vol. VIII, 3. Torino.

Falkner. Da Macugnaga, Saas-Fee, Zermatt. — *Budden*. I picchi, passi e ghiacciaî del Caucaso.

†Rivista scientifico-industriale. Anno XXI, 5. Firenze 1889.

Dell'influenza che la rifrazione astronomico-geodetica esercita sulla formazione dell'immagine del sole nascente riflesso sul mare. — *Sandalli*. Il legnoso nei frumenti pugliesi. — *Gabba*. Una nuova proprietà del cloruro ferrico e sue applicazioni pratiche. — *P*. Determinazione dello spessore del vetrino copri-oggetti nei preparati microscopici già montati. — *Ciamician*. Esperienza di corso per dimostrare la legge di Raoult sul peso molecolare dei corpi.

†Spallanzani. (Lo) Ser. 2ª, anno XVIII, f. 3, 4. Roma, 1888.

Occhini. Speciale conformazione congenita in rapporto alla anatomia chirurgica della legatura dell'arteria succlavia al di fuori dei muscoli scaleni. — *Cipriani*. La polmonite eresipelosa. Osservazioni ed esperienze. — *Jannuzzi*. Contributo alla cura della paralis infantium. L'epidemia morbillosa nel 1888. Altra complicanza della malaria. — *Id*. L'epidemia ileo-tifosa del 1888 nel comune di Zungoli. — *Messea*. Primo contributo allo studio dell'ambiente in rapporto alla vita degli infusorî ciliati.

†Statistica del commercio generale d'importazione e di esportazione dal 1° gen. al 31 marzo 1889. Roma.

†Studî e documenti di storia e di diritto. Anno X, 1-2. Roma, 1889.

Brandileone. La rappresentanza nei giudizî secondo il diritto medioevale italiano. — *Talamo*. Le origini del Cristianesimo e il pensiero stoico (cont.). — *Bruzza*. Dissertazioni postume. — Lucerna con rappresentanza d'un condannato al leone. — Dell'ascia fossoria nei monumenti cristiani. — Tazza con simboli cristiani. — Di un'epigrafe cristiana scoperta nelle cave di marmo giallo in Numidia. — *de Nolhac*. Piero Vettori et Carlo Sigonio: correspondance avec Fulvio Orsini. — *Bossi*. La guerra annibalica in Italia, da Canne al Metauro (cont.). — *Campello della Spina*. Pontificato di Innocenzo XII: diario del conte Gio. Battista Campello.

Pubblicazioni estere.

†Abhandlungen der Math.-phys. Cl. der k. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XV, 3, 4. Leipzig, 1889.

Braune u. *Fischer*. Die Rotationsmomente am Ellbogengelenk des Menschen. — *His*. Die Neuroblasten und deren Entstehung im embryonalen Mark.

†Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society. N. 65, 66. London, 1889.

†Acta Societatis scientiarium fennicae. T. XV. Helsingforsiae, 1888.

Mellin. Om en ny klass af transcendenta funktioner, hvilka äro nära beslägtade med Gammafunktionen. — *Goursat.* Recherches sur l'équation de Kummer. — *Nordqvist.* Beitrag zur Kenntniss der inneren männlichen Geschlechtsorgane der Cypriden. — *Sundell.* Ueber eine Modification der Quecksilberluftpumpe. Zweite Mitt. — *Karsten.* Icones selectae Hymenomycetum Fenniae nondum delineatorum. Editae sub auspiciis Societatis Scientiarum Fennicae. Fasciculus primus. — *Sundell.* Spactralversuche. — *Lindelöf.* Statistisk undersökning af Ställningen i Finska Ecklesiastikstatens Enke-och Pupillkassa den 1 Maj 1884. — *Reuter.* Revisio Synonymica Heteropterorum palaearcticorum quae descripserunt auctores vetustiores (Linnaeus 1758. Latreille 1806). — *Schwarz.* I. Ueber ein die flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem der Variationsrechnung. Festschrift zum Jubelgeburtstage der Herrn Karl Weierstrass. — *Neovius.* Anwendung der Theorie der Elliptischen Functionen auf eine die Krümmungslinien eines Ellipsoids betreffende Aufgabe. — *Sundell.* Transportables Barometer. — *Söderhjelm.* Petrarca in der deutschen Dichtung — *Reuter.* Revisio Synonymica Heteropterorum palaearcticorum quae descripserunt auctores vetustiores ecc. II.

†Acta Universitatis Lundensis. T. XXIV. 1887-88.

Math. og Natw. *Müller.* Ueber osculirende Enveloppen. — *Jänsson.* Om angtensionen i allmänhet och särskildt af vätskeblandningar. — *Blomstrandt.* Till fragan om gadolinitjordens atomvigt och gadolinitens sammansättning. — *Londahl.* Platinasulfinföreninger af normalbutyl, isobutyl och benzyl. — *Lundgren.* Ofversigt af sveriges Mesozoiska Bildnongar. — *Haij.* Bidrag till kännedomen om den morphologiska byggnaden af Ilium hos Carinaterna. — *Karlsson.* Transfusionsväfnaden hos Coniferera. — Theology. *Johansson.* Under hvilken grundförntsättning Kan en gammaltestamentlig skrift anses ega Kanoniskt wärde?

†Annalen der Chemie (Justus Liebig's). Bd. CCL. Leipzig, 1889.

Hermann. Ueber die Molecularvolume von Flüssigkeiten. — *Meyer.* Ueber Benzylcyanid und Hydratropasäurenitril. — *Janssen.* Beiträge zur Kenntniss der Substituirbarkeit der Methylenwasserstoffatome im Benzylcyanid. — *Neure.* Ueber substituirte Benzylcyaniden. — *Frost.* Ueber die Condensation von Benzylcyanid und seinen Substitutionsproducte mit Aldehyden und mit Amylnitrit. — *Fittig.* Ueber die Condensation von β-Ketonsäure-Estern mit zweibasischen Säuren. — *Eynern von.* Acetessigester und Bernsteinsäure. — *Feist.* Ueber die Baryum- und Calciumsalze der Uvinsäure, Carbuvinsäure und Carbuvin-Aethylestersäure. — *Dietzel.* Acetessigester und Brenzweinsäure. — *Schloesser.* Benzoylessigester und Bernsteinsäure. — *Wislicenus.* Untersuchungen zur Bestimmung der räumlichen Atomlagerung; vierte Abhandlung: über die Derivate des Pseudobutylens, des Angelicasäure und der Tiglinsäure. — *Hölz.* Ueber gebromte Derivate des Pseudobutylens. — *Pückert.* Ueber die Bromadditionsproducte und die geometrische Configuration der Angelicasäure und Tiglinsäure. — *Id.* Umwandlung des Bromwasserstoff-Crotonylens in Monobrompseudobutylen. — *Kraut.* Unterschwefelsaures Baryt-Natron. — *Hantzsch.* Alkylirte Thiazole aus Thioamiden. — *Popp.* Thiazole aus Amidothiazolen. — *Zürcher.* Einwirkung von Rhodanmetallen und Sulfoharnstoff auf chlorirte Acetessigester. — *Hofmann.* Ueber Selencyan- und Selenazolverbindungen. — *Beckmann.* Untersuchungen in der Campherreihe; erste Abhandlung. — *Gleditsch* und *Moeller.* Ueber die drei isomeren Tolursäuren und das Verhalten des Metaxylols im Organismus.

Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XXXVII, 1. Leipzig, 1889.

Michelson. Ueber die normale Entzündungsgeschwindigkeit explosiver Gasgemische. — *Müller.* Ueber Absorption von Kohlensäure in Gemischen von Alkohol und Wasser. — *Ritter.* Beitrag zur Theorie der adiabatischen Zustandsänderungen. – *Paschen.* Ueber die

zum Funkenübergang in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure bei verschiedenen Drucken erforderliche Potentialdifferenz. — *Braun.* Ueber electrische Ströme, entstanden durch elastische Deformation. — *Id.* Ueber Deformationsströme; insbesondere die Frage, ob dieselben aus magnetischen Eigenschaften erklärbar sind. — *Schrauf.* Ueber die Verwendung einer Schwefelkugel zur Demonstration singulärer Schnitte an der Strahlenfläche. — *Pockels.* Ueber den Einfluss elastischer Deformationen, speciell einseitigen Druckes, auf das optische Verhalten krystallinischer Körper. — *Lüdeking.* Leitungsfähigkeit gelatinehaltiger Zinkvitriollösungen. — *Láska.* Zur Erfindung der Pendeluhr.

†Annalen des physikalischen Central-Observatorium. Jhg. 1887, Th. II. S. Petersburg, 1888.

†Annales de la Société d'agriculture de Tours. T. LXVIII, 1889.

†Annales de la Société géologique du Nord. 1889. Livr. 2-3. Lille.

Barrois. Le bassin houiller de Valenciennes d'après les travaux de MM. A. Olry et R. Zeiller (suite). — *Cayeux.* L'age des sables de Cerfontaine et de Rousies. — *Bézier.* Sur la présence de Trilobites dans les schistes rouges de Rennes. — *Gosselet.* L'Ardenne. — *Barrois.* Les crustacés dévoniens de l'État de New-York d'après M. James Hall. — *Boussemaer.* Sur le Paniselien du Mont-des-Chats. — *Cayeux.* La faune du Tun; extension en épaisseur de la zône à Micraster breviporus. — *Barrois.* Note sur l'existence du terrain dévonien supérieur à Rostellec. — *Cayeux.* Le crétacé de Chercq près Tournay. — *Id.* Nature et origine du phosphate de chaux d'après M. Penrose. — *Gosselet.* Note sur des couteaux ou lames de silex trouvés près Douai.

†Annales des mines. 8e sér. t. XIV, 6. Paris, 1889.

Rateau. Étude sur les appareils Piccard pour la vaporisation des dissolutions salées et sur l'emploi du travail pour obtenir de la chaleur. — *Hirsch.* Note sur l'explosion d'une chaudière à vapeur dans une sucrerie, à Aulnois (Aisne). — *Janet.* Note sur le traitement industriel des sels de Stassfurt. — *Olry.* Note sur l'explosion de deux chaudières à vapeur à Comines (Nord). — *Primat.* Note sur les mouvements vibratoires du sol déterminés par un effondrement intérieur aux houillères de Montrambert (Loire). — *Résal.* Sur la résistance des fonds plats circulaires des appareils à vapeur.

†Annales du Musée Guimet. T. XI-XIV. Paris, 1886-88.

XIII. *Schobel.* Le Râmâyana au point de vue religieux, philosophyque et moral.— XIV. *Amélineau.* Essai sur le gnosticisme égyptien, ses développements et son origine égyptienne.

†Annales (Nouvelles) de mathématiques. 3e sér. t. VIII, avril. 1889. Paris.

Lefèvre. Problème donné au concours général en 1874. — *Guyou.* Sur les approximations numériques. — *Farjon.* Solution géométrique des questions données au concours pour l'École polytechnique en 1882. — *Servais.* Sur les cubiques nodales circulaires. — *Dobnia.* Sur l'addition des intégrales elliptiques de première, deuxième et troisième espèce.

†Annals of the astronomical Observatory of Harvard College. Vol. XX, p. 1. Cambridge, 1889.

Rotch. Observations made at the blue meteorological Observatory Mass.

†Anzeiger (Zoologischer). N. 305. Leipzig, 1889.

Jickeli. Vorläufige Mittheilungen ueber das Nerwensystem der Echinodermen. — *Cholodkovsky.* Weiteres zur Kenntniss der Chermes-Arten.

†Archiv der Matematik und Physik. 2e R. T. VII, 2, 3. Leipzig, 1888-89.

Schjerning. Ueber die Schaaren von Flächen vierten Grades mit sechzehn singulären Punkten, welche durch eine Lemniskate gehen. — *Czuber.* Die sphärische Curve vierter Ordnung als Einhüllende von Kreisschaaren. — *Hoppe.* Dichte der Sehnen von Flächen

und ebenen Curven. — *Gaertner.* Die Polaren der algebraischen Curven. — *Oekinghaus.* Ueber die Lage der Mondsichel gegen den Horizont des Beobachters. — *Ekama.* Die ebenen und die sphärische cykloidalen Curven. — *Bigler.* Potential einer elliptischen Walze. — *Id.* Ueber Cassinische Curven. — *Heller.* Einige Sätze über geometrische Orte und Enveloppen bei Kegelschnittbüscheln und Kegelschnittscharen. — *Hoppe.* Ueber Kraftlinien der Anziehung von Linien.

†Bericht (VI) der meteorologischen Commission des Naturforschenden Vereines in Brünn. 1886. Brünn, 1888.

†Berichte der deutschen Chemischen Gesellschaft. Jhg. XXII, n. 6. Berlin, 1889.

6. *Anschütz.* Ueber Reissert's Anilbernsteinsäure und Anilpropionsäure, ein Beitrag zur Kenntniss der Oxanilsäure. — *Schall.* Notiz betreffend die Abhandlung: Zur Kenntniss des *m*-Amido-*p*-kresolmethyläthers von Ludwig Limpach. — *Ballo.* Ueber Reduction der Weinsäure. — *Fahlberg* u. *Barge.* Ueber die *o*-Sulfobenzoësäure und einige Derivate derselben. — *Bamberger.* Beziehungen zwischen chemischen Eigenschaften und Constitution hydrirter Basen. — *Id.* u. *Filehne.* Beziehungen zwischen physiologischen Eigenschaften und Constitution hydrirter Basen. — *Liebermann* u. *Spiegel.* Ueber die Perhydrüre der höheren aromatischen Kohlenwasserstoffe. — *Id.* u. *Bergami.* Ueber die Einwirkung der Schwefelsäure auf γ- und δ-Isatropasäure. — *König.* Ueber Oxynaphtoësulfosäuren. — *Limpach.* Zur Kenntniss des Amido-*p*-kresolmethyläthers. — *Erlenmeyer.* Ueber substituirte Glycinanhydride. — *Bladin.* Ueber Verbindungen, welche sich vom Dicyanphenylhydrazin ableiten. IV. — *Krafft* u. *Hansen von.* Ueber eine neue Reihe von Tricyaniden. — *Id.* u. *Moye.* Ueber Umwandlung des Palmitonitrils in Hexadecylamin. — *Krafft u. Noerdlinger.* Ueber einige Siedepunkte in der Oxalsäure- und Oelsäurereihe. — *Id.* u. *Schönherr.* Ueber die Thionaphtole. — *Buchka* u. *Sprague* Ueber die angebliche Bildung von Pyridin aus Amidoazonaphtalin. — *Buchka.* Ueber die Darstellung von Metanitrotoluol. — *Id.* u. *Schachtebeck.* Ueber die Reductionsproducte des Metanitrotoluols. — *Buchner.* Einwirkung von Diazoessigäther auf die Aether ungesättigter Säuren. — *Eger.* Ueber einige Derivate der Paranitrometamidobenzolsulfosäure und die Constitution des Echtgelb. — *Pechmann.* Ueber das Diphenyltriketon. — *Magnanini* u. *Angeli.* Ueber die Constitution des Lepidens. — *Müller.* Ueber ein Oxydationsproduct des Triamidobenzols. — *Anselm.* Ueber Hydronaphtalsäure. — *Hinsberg.* Ueber das 1, 8-Naphtylendiamin. — *Id.* Ueber Piasenole. — *Merz* u. *Holzmann.* Ueber Entstehungswerhältnisse des Bromwasserstoffs und Jodwasserstoffs. — *Mayer* u. *Seubert.* Die Einheit der Atomgewichte. — *Meyer.* Nachträgliches über Luftbäder. — *Id.* Ueber Gasheizung. — *Wislicenus.* Ueber den Oxalbernsäureester. — *Winkler.* Zur Bestimmung der Atomgewichte von Kobalt und Nickel. — *Schöpff.* Ueber einige Diphenylaminderivate. — *Jacobson* u. *Ney* Zur Kenntniss der orthoamidirten aromatischen Mercaptane. IV. — *Beckmann.* Verhalten von Ketonen und Aldehyden gegenüber metallischem Natrium bei Gegenwart indifferenter Lösungsmittel, insbesondere von Aether. — *Nietzki* u. *Rosemann.* Ueber die Oxime der Leukonsäure und ihre Reductionsproducte.

†Bidrag til Kännedom af Finlands Natur och Folk. H. 45-47. Helsingfors, 1887-88.

45. *Hjelt.* Sveriges ställning till utlandet närmast efter 1772 ars statshvälfning. — *Hult.* Lojobäckenets bildning. — 46. *Wük.* Den finska mineralsamlingen i universitetets i Helsingfors mineralkabinett. — *Id.* Om Brottstycken af gneis i gneisgranit fran Helsinge socken. — *Gylling.* Bidrag till hännedom af vestra Finlands glaciala och postglaciala bildningar. — *Nordqvist.* Jakttagelser öfver hafsvattnets salthalt och temperatur inom Finlands sydvestra Skärgord och Bottniska viken sommaren ar 1887. — *Sundell.* Askvädren i Finland 1887. — *Hjelt.* Kemisk undersökning af afsvattnet i Finlands sydvestra Skärgard och Bott-

niska viken. — 47. *Lagus.* Numismatiska anteckningar. I. Historisk öfver finska universitetets myntoch medaljkabinett. Senare stycket. — *Hjelt.* Svenska statens inköp af hemliga läkemedel, och särskildt kirurgen Guy's medel mot kräfta. — *Nordqvist.* Die Calaniden Finlands.

†Bijdragen tot de Taal-Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 5 Volg. IV, 2. 'S Gravenhage, 1889.

Grabowsky. Ueber Aeusserungen geistigen Lebens bei den Olo Ngadju in Sued-Ost-Borneo. — *ten Kate Jun.* On West Indian stone implements, and other Indian Relics. — *Kielstra.* Sumatra's Westkust van 1833-1835. — *Wilken.* De couvade bij de volken van den Indischen Archipel. — *Niemann.* De Boegineezen en de Makassaren. Linguistische en ethnologische studiën. II.

†Boletim da Sociedade de geographia de Lisboa. 7e Serie n. 11, 12. Lisboa, 1887.

†Boletin de la real Academia de la historia. T. XIV, 3, 4, 1889. Madrid, 1889.

3. *Codera.* Los manuscritos árabes de Aben Amira y Aben Bassam en la biblioteca de la Real Academia de la Historia. — *Id.* Embajadores de Castilla encarcelados en Córdoba en los ultimos años de Alhaquem II. — *de la Fuente.* El monasterio de Oña y su panteon regio. — *Rojas.* Antigua mezquita en Avila. — *de Lecea.* Memorial histórico de Segovia, escrito por D. Juan de Pantigosa en 1523. — *Fita.* Templarios, Calatravos y Hebreos. — 4. *de Arteche.* Don Petro Velarde y sus cartas á D. José Guerrero.— *de Madrazo.* Santa María la Real de Nájera. — *de la Fuente.* San Juan de la Peña. — *Fita.* El Fuero de Uclés.

†Bollettino della Società adriatica di scienze naturali in Trieste. Vol. XI. Trieste, 1889.

Marchesetti. Ricerche preistoriche nelle caverne di S. Canziano presso Trieste. — *Vierthaler.* Analisi di alcuni bronzi preistorici. — *Stossich.* Brani di elmintologia tergestina. — *Id.* Sopra alcuni lavori carcinologici del dr. Alfredo Girard. — *Id.* Il genere Physaloptera Rudolphi (lavoro monografico). — *Id* I distomi degli anfibî (lavoro monografico). — *Perhauz.* Determinazione del glucosio nelle urine diabetiche ed in altri liquidi colorati.

†Bulletin de l'Académie r. des sciences de Belgique. 3e sér. t. XVII, n. 3. Bruxelles, 1889.

Catalan. Notes d'algèbre et d'analyse. — *Mourlon.* Sur la découverte, à Ixelles (lez-Bruxelles), d'un ossuaire de mammifères, antérieur au Diluvium. — *Van der Mensbrugghe.* Sur les propriétés physiques de la couche superficielle libre d'un liquide, et de la couche de contact d'un liquide et d'un solide (première partie). — *De Heen.* Détermination de la formule théorique exprimant les variations de volume que le mercure éprouve avec la température. — *Lagrange.* Note sur une théorie de la variation séculaire du magnétisme terrestre déduite de données expérimentales. — *Lamy.* Jab-Alaha ou une page de l'histoire du nestorianisme au XIIIe siècle. — *Loomans.* Sur l'idée du droit naturel.

†Bulletin de la Société académique de Brest. 2e sér. t. XIII. Brest, 1888.

Augier. Brizeux et Mistral. — *Le Lan.* Aheul. — *Le Moine.* Trouille. — *Audouard.* Mesure de la distance du but dans les batteries de côte. — *Id.* Annexe: Recherche expérimentale de la réfringence de l'air au bord de la mer. — *Bourgeois.* Étude au sujet d'une ancienne coutume bretonne d'origine celtique et diversement interpretée. — *Kerneis.* Pangalo, Antoine-Blaise. — *Penquer.* La Payse. — *Joubert.* Le vieux cimetière. — *Hébert.* Simple récit. — *Id.* En Egypte. — *Colin.* Le pigeon vayageur. — *Jardin.* Combat naval: Prise de la frégate française « l'Africaine » par la frégate anglaise « La Phoebé ».

†Bulletin de la Société d'anthropologie de Lyon. T. VII, 4. Lyon, 1889.

Cuvier. Découverte et exploration de tumulus à Châteauneuf (Côte-D'Or).— *Chantre.* Les dolmens du Bas Vivarais. — *Carton.* Note sur les mégalithes et une caverne à ossements découverts, près de Souk-el-Arba. — *Chiron.* La grotte du Figuier à Saint-Martin d'Ardèche. — *Salmon.* Les races humaines préhistoriques, avec carte et gravures. — *Ferraz de Macedo.* Palethnologie de l'Algarve. — *Chantre.* Rapport sur la cachette de l'âge du bronze de Cascina Ranza hors la porte Ticinese.

†Bulletin de le Société des sciences de Neuchatel. T. XVI, Neuchatel, 1888.

Béraneck. Étude sur les corpuscules marginaux des Actinies. — *Jaccard.* Quelques espèces nouvelles de Pycnodontes du Jura neuchâtelois. — *Billeter.* Récipient pour la distillation fractionnée dans le vide. — *Hilfiker.* L'équation personelle dans les observations de passage. — *Jaccard.* Animaux vertébrés fosssiles de l'étage oeningien du Locle. — *Ladame.* Chemins de fer funiculaires. — *Hoeusler.* Les foraminifères des marnes pholadomyennes de Saint-Sulpice. — *Billetter* et *Strohl.* Quelques dérivés de la thiocarbamide. — *Ritter.* Le lac glaciaire du Champ-du-Moulin. — *Albrecht.* Analyse microscopique de la nouvelle eau potable de Neuchâtel. — *Billeter.* Quelques dérivés sulfurés de l'acide carbamique. — *Ritter.* La révolution agricole du Val-de-Ruz. - *Cornaz.* Giov. Batt. Patirana et sa flore médicale de Bormio. — *Ritter.* Projet d'alimentation de Paris et des localités environnantes au moyen d'une dérivation des eaux du lac de Neufchâtel. — *Guillaume.* Purification et utilisation des eaux d'égout. — *Montmollin.* A propos d'une épidémie de fièvre typhoïde à Serrière. — *Ritter.* Projet de doter la ville de Neuchâtel d'une force motrice provenant de la Reuse, avec applications diverses. — *Billeter.* Analyse d'un échantillon de chocolat lacté. — *Guillaume.* L'éclairage auz gaz, l'éclairage électrique et l'éclairage au gaz de l'eau. Eclairage et architecture des salles de théatre. — *Jaccard.* Sur la défossilisation.

†Bulletin de la Société entomologique de France. 1889, cah. 6, 7. Paris.

†Bulletin de la Société géologique de France. T. XVI, 9, 10; XVII, 1, 2. Paris, 1889.

XVI, 9. *Bertrand.* Nouvelles études sur la chaîne de la Sainte-Beaume. Allure sinueuse des plis de la Provence. — *Seunes.* Note sur le crétacé supérieur des Pyrénées occidentales. — *Id.* Echinides crétacés des Pyrénées occidentales. — *Chaper.* Note sur les prétendus combustibles minéraux du territoire d'Obokh. — *Munier-Chalmas.* Note sur les Rudistes. — *Roussel.* Sur l'âge des calcaires cristallins des Pyrénées. — XVI, 10. *Roussel.* Nouvelles observations sur les terrains primaires et les terrains secondaires des Pyrénées. — *Rolland.* Note sur la géologie du Djebel Zaghouan (Tunisie). — *de Rouville.* Note sur la région paléozoïque orientale de l'Hérault au point de vue de la faune première. — *Jacquot.* Note sur le gisement et la composition du système triasique, dans la région pyrénéenne. — *Welsch.* Sur les éboulis quaternaires à Helix des environs d'Alger. — *Id.* Le terrain pliocène de la vallée de l'ouet-Nador. — *Toucas.* Note sur le jurassique supérieur et le crétacé inférieur de la vallée du Rhône. — *Wallerant.* Des Sphérolites des roches siliceuses et de leur mode de formation. — *Raulin.* Histoire des Cartes géologiques. — XVII, 1. *Lazzaret.* Le Steneosaurus de Parmilieu. — *Landesque.* Calcaire a Palæotherium de l'Agenais et du Périgord. — *Id.* L'Agenais et le Périgord dans les époques du miocène inférieur et du miocène supérieur. — *Sauvage.* Note sur les bryozoaires jurassiques de Boulogne. — XVII, 2. *Sauvage.* Note sur les bryozoaires jurassiques. — *Fallot.* Limite entre l'oligocène et le miocène dans la Gironde. — *Bergeron.* Roches éruptives de la montagne Noire. — *Le Mesle.* Jurassique du Zaghouan. — *Meunier.* Réponse à des observations de M. Augé et de M. A. de Grossouvre sur l'histoire de la bauxite et des minerais sidéroli-

thiques. — *Gouret.* Étude géologique du tertiaire marin de Carry et de Sausset. — *Calderon.* La région épigénique de l'Andalousie et l'origine de ses ophites. — *Welsch.* Etages pliocènes des environs d'Alger.

†Bulletin de la Société nationale des antiquaires de France. 1887. Paris.

†Bulletin de la Société zoologique de France. 1888, t. XIII, 9, 10; XIV, 1, 2. Paris, 1888-89.

XIII, 9. *Héron-Royer.* Essai sur la transmission de la coloration chez les batraciens. — *Dall.* Lamellibranches sans branchies. — *Railliet.* Sur l'identité du Strongylus Blasii von Linstow et du Strongylus strigosus Dujardin. — *Fischer.* Note sur la présence du genre Corambe Bergh, dans le bassin d'Arcachon. — *Petit.* Notice sur la perdrix de montagne (Perdix montana Brisson). — *Railliet.* Les parasites du chabin et l'œsophagostome des petits ruminants. — XIII, 10. *Sauvage.* Sur le fœtus de l'aiguillat commun. — *Héron-Royer.* A propos du Discoglossus auritus. — *de Bedriaga.* Additions aux diagnoses du Bufo calamita et du Bufo viridis. — *Schlumberger.* Sur la reproduction des foraminifères à propos d'un travail récent de M. Brady. — *Sauvage.* De la présence du raniceps sur les côtes du Boulonnais. — *Certes.* De l'emploi des matières colorantes dans l'étude physiologique et histologique des infusoires vivants. — *Mailles.* Sur l'hivernage des Rana fusca et viridis. — XIV, 1. *Cotteau.* Note sur un nouveau genre d'échinide vivant. — *Albert de Monaco.* Poissons Lune (Orthagoriscus Mola) capturés pendant deux campagnes de l'Hirondelle. — *Van Kempen.* Sur le séjour prolongé des syrrhaptes dans le nord de la France. — *Fischer.* Sur la disposition des tentacules chez les cérianthes. — *de Guerne* et *Richard.* Note sur les entomostracés d'eau douce recueillis par M. Charles Rabot dans la province de Nordland, Norvège septentrionale. — XIV, 2. *Fischer.* Note sur le Pavonaria quadrangularis et sur les pennatulides des côtes de France. — *Richard.* Anomalie de l'antenne droite chez diaptomus cœruleus Fisch., mâle. — *Menegaux.* Contribution à l'étude de la turgescence chez les bivalves siphonés et asiphonés. — *Raspail.* Réflexions au sujet de l'adoption de l'œuf du Coucou par les passereaux.

†Bulletin des sciences mathématiques. 2e sér. t. XIII, avril 1889. Paris.

Ptaszicki. Sur l'intégration sous forme finie des différentielles elliptiques. — *Heinrichs.* Ueber den Bundel dessinigen kubischen Raumcurven, welche ein gegebenes Tetraeder in derselben Art zum gemeinsamen Schmiegungstetraeder. — *d'Oppolzer.* Traité de la détermination des orbites des comètes et des planètes. — *Anonyme.* Sur l'intégrale

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx'.$$

†Bulletin international de l'Académie des sciences de Cracovie. N. 3. Cracovie, 1889.

†Bulletin of the U. S. Coast and Geodetic Surwey. N. 8. Washington, 1889.

†Bulletin of the U. S. Geological Survey. N. 40-47. Washington, 1887-88.

Villis. Changes in River Courses in Washington Territory due to Glaciation. — *Williams.* Fossil Faunas of the Upper Devonian—the Genesee Section, New York. — *Clarke.* Report of work done in the Division of Chemistry and Physics, mainly during the fiscal year 1885-86. — *Smith* and *Johnson.* On the Tertiary and Cretaceous Strata of the Tuscaloosa, Tombigbee, and Alabama Rivers. — *Darton.* Bibliography of North American Geology for 1886. — *Hill.* Present Condition of Knowledge of the Geology of Texas. — *Penrose.* The Nature and Origin of Deposits of Lime. — *Gooch* and *Whitfield.* Analyses of Waters of Yellowstone National Park.

†Bulletins de la Société des antiquaires de Picardie. T. XVI, n. 4. 1889.

†Centralblatt (Botanisches). Bd. XXXVIII, 1-5. Cassel, 1889.

Sadebeck. Ueber Ostafricanische Nutzpflanzen und Colonialprodukte. — *Dennert.* Anatomie und Chemie des Blumenblatts. — *Hesse.* Zur Entwicklungsgeschichte der Tuberaceen und Elaphomyceten. — *Dietel.* Ueber Rostpilze, deren Teleutosporen kurz nach ihrer Reife keimen. — *Löw* u. *Bokorny.* Ueber das Verhalten von Pflanzenzellen zu Stark verdünnter alkalischer Silberlösung.

†Centralblatt für Physiologie. 1888, n. 26; 1889, n. 1, 2. Leipzig.

†Circular of Information (Bureau of Education). N. 5, 6. 1888. Washington.

Mayo. Industrial education in the South.

†Circulars (Johns Hopkins). Vol. VIII, 66, 68. Baltimore, 1888.

†Compte rendu de la Société de géographie de Paris. 1889, n. 7. Paris.

†Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. T. CVIII, n. 13-17. Paris, 1889.

13. *Boussinesq.* Formules de dissémination du mouvement transversal dans une plaque plane indéfinie. — *Deprez.* De la régularisation de la vitesse d'une machine dynamo-électrique servant de réceptrice dans une trasmission de force par l'électricité. — *Sylvester.* Sur la réduction biorthogonale d'une forme linéo-linéaire à sa forme canonique. — *de Lesseps.* Sur les progrès du canal maritime de Suez. Le canal de Suez en 1888. — *Picard.* Remarques sur certaines séries quadruplement périodiques. — *Floquet.* Sur le mouvement d'un fil dans un plan fix. — *Curie.* Sur une balance de précision apériodique et à lecture directe des derniers poids. — *Duhem.* Sur la transformation et l'équilibre en thermodynamique. — *Pellat.* Sur la différence de potentiel au conctat d'un métal et d'un sel du même métal. — *Mercadier.* Sur la téléphonographie. — *Beaulard.* Sur la double réfraction elliptique du quartz. — *Woukoloff.* Sur la loi de solubilité des gaz. — *Drouin.* Sur le nitrile succinamique. — *Colson.* Recherches sur les alcaloïdes artificiels et naturels. — *Aymonnet.* Analyse d'eau d'égout de Paris. — *Langlois* et *Richet.* Influence des anesthésiques sur la force des mouvements respiratoires. — *Dutartre.* Recherches sur l'action du venin de la Salamandre terrestre (Salamandra maculosa). — *Villot.* Sur la signification histologique, le mode de formation et l'usage de la cavité péri-intestinale des Gordiens. — *Hartog.* Recherches sur la structure des saprolégniées. — *Haug.* Lias, bajocien et bathonien, dans les chaînes subalpines entre Digne et Gap. — 14. *Boussinesq.* Expressions approchées du contour de l'ellipse et de la surface de l'ellipsoïde, en fonction des deux moyennes arithmétique et géométrique des demiaxes. — *Berthelot.* Fixation de l'azote par la terre végétale nue, ou avec le concours des légumineuses. — *Reiset.* Expériences sur la putréfaction et sur la formation des fumiers. — *Bouchard.* Influence qu'exerce sur la maladie charbonneuse l'inoculation du bacille pyocyanique. — *Verneuil* et *Clado.* De l'identité de l'érysipèle et de la lymphangite aiguë. — *Rayet.* Sur l'influence de la réfraction dans la rédution fil à fil des observations d'un passage méridien. — *Hadamard.* Sur la recherche des discontinuités polaires. — *Sonin.* Sur les termes complémentaires de la formule sommatoire d'Euler et de celle de Stirling. — *Amagat.* Détermination directe (c'est-à-dire sans faire usage d'aucune formule) de la compressibilité du verre, du cristal et des métaux, jusqu'à 2000^{atm}. — *Potier.* Sur la différence de potentiel des métaux en contact. — *Borgman.* Sur les phénomènes actino-électriques. — *Mercadier.* Sur l'intensité des effets téléphoniques. — *Sabatier.* Sur la vitesse de transformation de l'acide métaphosphorique. — *Carnot.* Sur la séparation du cobalt et du nickel après oxydation en liqueur ammoniacale. — *Bakhüis Roozeboom.* Sur la solubilité des sels. — *Malbot.* Préparation des éthers chlorhydriques à l'aide des alcools saturés d'acide chlorhydrique et chauffés en vase clos,

avec une forte dose d'acide chlorhydrique très concentré. — *Giraud.* Sur la méthylacétanilide. — *Landrin.* De l'analyse des quinquinas et de la solubilité relative des principes immédiats qu'ils contiennent, dans l'eau, l'alcool et l'acide chlorhydrique étendu. — *Thoulet.* De la solubilité des divers minéraux dans l'eau de mer. — *Kœhler.* Sur les formations de recouvrement chez l'Anatife et le Pollicipes. — *de Rouville.* Nouvelles observations sur les terrains tertiaires supérieurs de la région de Pézenas (Hérault). — *Welsch.* Les terrains crétacés des environs de Tiaret et de Frenda (province d'Oran). — *Meunier.* Sur la météorite d'Eagle Station, nouveau spécimen de brahinite. — *Charrin* et *Guignard.* Action du bacille pyocyanique sur la bactéridie charbonneuse. — *Camboué.* Sur les tremblements de terre à Madagascar. — *Hugo.* Sur quelques passages anciens relatifs à Thalès et à la géométrie des Égyptiens. — 15. *Berthelot.* Recherches sur la série thionique. — *Reiset.* Expériences sur la putréfaction et sur la formation des fumiers. — *Faye.* Marche des tempêtes dans les diverses régions du globe. — *Trépied, Rambaud* et *Renaux.* Observations de la nouvelle comète Barnard (1889 mars 31), faites à l'Observatoire d'Alger, au télescope de $0^m,50$. — *Gouy.* Sur l'énergie utilisable et le potentiel thermodynamique. — *Thoulet* et *Chevallier.* Sur la chaleur spécifique de l'eau de mer à divers degrés de dilution et de concentration. — *Mercadier.* Sur l'intensité des effets téléphoniques. — *Chaperon.* Sur l'enroulement des bobines de résistence destinées aux mesures par les courants alternatifs. — *Le Chatelier.* Sur la solubilité des sels. Réponse à M. Roozeboom. — *Sabatier.* Sur la vitesse de transformation de l'acide métaphosphorique en présence des acides et des alcalis. — *Gautier* et *Hallopeau.* Recherches sur quelques nouveaux sulfures métalliques. — *Œchsner de Coninck.* Contribution à l'étude des ptomaïnes. — *Ossipoff.* Sur la chaleur de combustion de quelques corps organiques. — *Massol.* Sur les malonates de chaux et de strontiane. — *Barthe.* Nouvelle synthèse opérée à l'aide de l'éther cyanosuccinique. Éther benzylcyanosuccinique. — *L'Hote.* Sur le dosage de l'azote organique par la méthode des volumes, de la chaux sodée et de Kjeldahl. — *Linossier.* A propos de l'action de l'oxyde de carbone sur la germination. — *Galtier.* Nouvelles preuves de la transmissibilité de la pneumo-entérite aux diverses espèces animales de la ferme.— *Dubief* et *Bruhl.* Recherches bactériologiques sur la désinfection des locaux par les substances gazeuses, et en particulier par l'acide sulfureux. — 16. *Tisserand.* Sur la théorie de la capture des comètes périodiques. — *Janssen.* Sur le phonographe de M. Edison. — *Reiset.* Mémoire sur les dommages causés à l'agriculture par le hanneton et sa larve; mesures prises pour la destruction de cet insecte; suites et résultats. — *Gouraud.* Perfectionnements apportés au phonographe de M. Edison. — *Klumpke.* Observation de la nouvelle comète Barnard (1889 mars 31), faite à l'Observatoire de Paris (équatorial de la tour de l'Est). — *Bigourdan.* Observations de la nouvelle comète Barnard (1889 mars 31), faites à l'Observatoire de Paris (équatorial de la tour de l'Ouest). — *Rayet.* Observation de la comète Barnard faite à l'équatorial de $0^m,38$ de l'Observatoire de Bordeaux. — *Vaschy.* Sur la polarisation rotatoire magnétique. — *Romieux.* Sur le mode initial de déformation de la croûte terrestre ellipsoïdale. — *Joly.* Sur les combinaisons nitrosées du ruthénium. — *Cazeneuve.* Sur la transformation du nitrocamphre en nitrosocamphre. — *Gatellier* et *L'Hote.* Étude sur la richesse en gluten du blé. — *Carlet.* Sur les stigmates des Hyménoptères. — *Cuénot.* Sur les glandes lymphatiques des céphalopodes et des crustacés décapodes. — *Nicati.* Sur la disposition et le fonctionnement normal et pathologique d'un véritable appareil glandulaire dans l'œil des mammifères (épithélium des procès ciliaires et organes annexes. — *Prùnet.* Sur les faisceaux foliaires. — *Michon.* Sur le topinambour obtenu de semis. — 17. *Lippmann.* Sur l'obtention de photographies en valeurs justes par l'emploi de verres colorés. — *Dehérain.* Pertes et gains d'azote constantés au champ d'expériences de Grignon de 1875 à 1889. — *Brioschi.* Les discriminants des résolvantes de Galois. — *Grand'Eury.* Développement souterrain, semences et affinités des Sigillaires. —

Guyon. Sur les conditions de réceptivité de l'appareil urinaire à l'invasion microbienne. — *Pincherle*. Sur une application de la théorie des fractions continues algébriques. — *Fényi*. Deux éruptions observées sur le soleil en septembre 1888. — *Becquerel*. Sur les lois de l'absorption de la lumière dans les cristaux. — *Violle*. Sur l'alliage du kilogramme. — *Antoine*. Dilatation et compression de l'acide carbonique. — *Piltschikoff*. Sur la polarisation électrolytique par les métaux. — *Muntz* et *Marcano*. Sur la formation des terres nitrées. — *Giard* et *Bonnier*. Sur un épicaride parasite d'un amphipode et sur un copépode parasite d'un épicaride. — *Musset*. Mouvements spontanés du style et des stigmates du Glaïeul (Gladiolus segetum). — *Rodier*. Sur la formation et la nature des sphérocristaux. — *Luvini*. Sur les variations du magnétisme terrestre en relation avec les taches du soleil. — *Delauney*. L'art de faire parler les statistiques.

†Cosmos, revue de sciences et leur applications. N. S. n. 219-222. Paris, 1889.

†Füzetek (Természetrajzi). Vol. XII, 1. Budapest, 1889.

Richter. Die Rosaceaen des Comitates Gömör und noch einige Daten zur Kenntniss der Rosaceaen der Comitate Szepes und Abauj-Torna. — *Traxler*. Enumeratio systematica Spongilliderum Hungariæ. — *v. Daday*. Daten zur Kenntniss der Pseudoscorpionen-Fauna des Caucasus. — *Id*. Eine neue Pseudoscorpion-Art in der Sammlung des Ungar. National-Museums. — *Id*. Neuere Daten zur Kenntniss der Pseudoscorpionen-Fauna von Ungarn. — *Horváth*. Analecta ad cognitionem Heteropterorum Himalayensium. — *v. Borbás*. Die im Lemberger Universitätsherbarium aufbewahrten siebenbürgischen Nelkenarten.

†Jahrbuch des k. deutschen archäologischen Instituts. Bd. IV, 1889, Heft 1. Berlin, 1889.

Richter. Die römische Rednebürhne. — *Treu*. Bemalter Marmorkopf im British Museum. — *E. J. Holwerda*. Attische Vasen des Uebergangsstils. — *Fürtwängler*. Ueber die Gemmen mit Künstlerinschriften. — *Conze*. Das Vorbild der Diomedesgemmen.

†Jahrbuch des norwegischen meteorologischen Instituts für 1886. Christiania, 1887.

†Jahresbericht (72 u. 73) der Naturforschenden Gesellschaft in Emden1886-88. Emden, 1889.

†Jahresbericht (VII) des Naturwissenschaftlichen Vereins zu Osnabrück 1885-1888. Osnabrück, 1889.

Lienenklaus. Verzeichnis der bis jetzt aus dem Regierungsbezirk Osnabruck bekannten Mollusken. — *Id*. Beitrag zur Käferfauna des Regierungsbezirks Osnabruck. — *Seemann*. Die Vögel der Stadt Osnabruck und ihrer Umgebung. — *Böhr*. Das Vorkommen des Kartoffelkäfers (Doryphora decemlineata Say) in Lohe (Kreis Meppen). — *Thörner*. Ueber die Milchverhältnisse der Stadt Osnabruck und die daraus zur Einfuhrung einer ständigen polizeilichen Milchkontrole abgeleiteten Grenzwerte der normalen Marktmilch. — *Thörner*. Beitrag zur Bierologie der Stadt Osnabruck. — *Hoffmeister*. Beiträge zur Kryptogamenflora der Umgegend Osnabrucks. Beitrag zur Schulhygiene. 1. — *Thorner*. Hygienisch-chemische Untersuchungen und Begutachtung. 2. — *Thöle*. Gutachten über die gesundheitlichen Verhältnisse der hiesigen höheren Töchterschule im Vergleich mit der städtischen Bürgerschule und der altstädter Volkschule. — *Wanke*. Meteorologische Beobachtungen.

†Jahresbericht des Vereins für Naturkunde zu Zwickau 1887. Zwickau, 1888.

Rostock. Neuroptera germanica.

†Jahresbericht über die Fortschritte der classischen Alterthumswissenschaft. N. F. Jhg. VIII, 7-8. Berlin, 1889.

Schenkl. Bericht über die Xenophon betreffenden Schriften, welche in den Jahren 1880-1888 erschienen sind. — *Hiller*. Jahresbericht über die griechischen Lyriker (mit

Ausschluss Pindars) und die griechischen Bukoliker für 1886 und 1887. — *Ziemer*. Jahresbericht über allgemeine und vergleichende Sprachwissenschaft mit besonderer Rücksicht auf die alten Sprachen..

†Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. IX, 1. Coimbra, 1889.

Leite. Sobre a representação parametrica das Curvas do primeiro genero. — *De Cabedo*. Demonstração do theorema de Cauchy.

†Journal (American Chemical). Vol. X, 4, 5. Baltimore, 1888.

4. *Keiser*. On the Combustion of Weighed Quantities of Hydrogen, and the Atomic Weight of Oxygen. — *Atwater*. On Sources of Error in Determinations of Nitrogen by Soda-Lime, and Means for avoiding them. — *Jackson* and *Wing*. On Tribromtrinitrobenzol. — *Comey* and *Smith*. Silicotetrafluorides of Certain Bases. — *Anschütz* and *Moore*. On the Actio of Phosphorus Pentachloride on the Three Isomeric Mono-Hydroxy-Benzoic Acids. — *Morse* and *Burton*. The Atomic Weight of Zinc as Determined by the Composition of the Oxide. — *Id. id.* The Removal of Iodate from the Iodide of Potassium by Means of Zinc Amalgam. — *Id. id.* A Method for the Analysis of Butter, Oleomargarine, etc. — *Claassen*. Catalpin: A Bitter Principle. — *Smith*. The Electrolytic Method as Applied to Iron. — 5. *Newbury* and *Cutter*. The Safety of Commercial Kerosene Oils. — *Newbury*. Apparatus for Fractional Distillation in Vacuum. — *Orndorff* and *Jessel*. On the Decomposition of Acetone with Bleaching Powder. — *Orndorff*. On the Decomposition of Some Diazo Compounds in Formic and Acetic Acids. — *Hill* and *Palmer*. On Substituted Pyromucic Acids. — *Long*. On the Densities and Refractive Indices of Certain Oils. — *Schneider*. On the Treatment of Natural Silicates with Hydrochloric Acid as a Means of Ascertaining their Structure.

†Journal (American) of Mathematics. Vol. X, 4; XI, 1. Baltimore, 1888.

X, 4. *Liouville*. Sur les lignes géodésiques des surfaces à courbure constante. — *Page*. On the Primitive Groups of Transformations in Space of Four Dimensions. — *Gorton*. Line Congruences. — *Franklin*. Some Theorems concerning the Centre of Gravity. — XI, 1. *MacMahon*. Memoir on a New Theory of Symmetric Functions. — *Woolsey Johnson*. On the Integrals in Series of Binomial Differential Equations. — *Maurice d'Ocagne*. Sur certaines courbes qu'on peut adjoindre aux courbes planes pour l'étude de leurs propriétés infinitésimales. — *Cayley*. On the Surfaces with Plane or Spherical Curves of Curvature.

†Journal (The American) of Philology. Vol. IX, 2. Baltimore, 1888.

Gildersleeve. On the Stylistic Effect of the Greek Participle. — *Gardner Hale*. The Sequence of Tenses in Latin. Supplementary Paper. — *Learned*. The Pennsylvania German Dialect. — *Primer*. Charleston Provincialisms. — *Platner*. Gerunds and Gerundives il Pliny's Letters. — *Bright*. The Origin of the English *much*.

†Journal (The American) of science. Vol. XXXVII, april 1889.

Loomis. Contributions to Meteorology. — *Stevens*. The Sensitive Flame as a means of Research. — *Cross*. The Denver Tertiary Formation. — *Hill*. Events in North American Cretaceous History illustrated in the Arkansas-Texas Division of the Southwestern Region of the United States. — *Hastings*. A General Method for determining the Secondary Chromatic Aberration for a double Telescope Objective, with a description of a Telescope sensibly free from this defect. — *Browne*. The distribution of Phosphorus in the Ludington Mine, Iron Mountain, Michigan. — *Baur*. Palæohatteria *Credner*, and the Proganosauria. — *Marsh*. Appendix: Comparison of the Principal Forms of the Dinosauria of Europe and America. — *Id*. New American Dinosauria.

†Journal de la Société physico-chimique russe. T. XXI, 3. S. Pétersbourg, 1889.

Chrustchoff. Recherches sur quelques points de la statique chimique. — *Heritsch.* Sur la loi générale de contraction ayant lieu lors de la formation des dissolutions salines (troisième Mémoire). — *Zipkine.* Sur l'accelération de la condensation des substances albuminoïdes sous l'influence des ferments non organisés. — *Appelroth.* Discussion d'un problème d'échauffement des corps.

†Journal de Physique théorique et appliquée. 2e sér. t. VIII, avril 1889. Paris.

Curie. Dilatation électrique du quartz. — *Brillouin.* Déformations permanentes et thermodynamique. — *Carvallo.* Formule de Briot appliquée à la dispersion dans le sel gemme. — *Léon.* Démonstration élémentaire de l'équivalence d'un courant plan infiniment petit, et d'un petit aimant de même puissance.

†Journal of the Chemical Society. N. CCCXVII. April 1889. London.

D'Arcy. Contributions from the Laboratory of Gonville and Caius College, Cambridge. XVI. A Compound of Boric Acid with Sulphur Trioxide. — *Adie.* Contributions from the Laboratory of Gonville and Caius College, Cambridge. No. XVII. On Compounds of Arsenious Oxide with Sulphuric Anhydride. — *Thorpe* and *Hambly.* The Vapour-density of Hydrogen Fluoride. — *McLeod.* Decomposition of Potassic Chlorate by Heat in the presence of Manganic Peroxide. — *Cross* and *Bevan.* Contributions to the Chemistry of Lignification. Constitution of Jute-fibre Subtance. — *Rawson.* The Atomic Weight of Chromium. — *Thorpe.* The Decomposition of Carbon Disulphide by Shock.

†Journal of the r. Microscopical Society. 1889. April p. 2. London.

Deby. Description of a New Dipterous Insect, Psamathiomya pectinata.

†Journal (The quarterly) of the geological Society. Vol. XLV, p. 1, n. 177, London, 1889.

Brown. On the Permian Rocks of the Leicestershire Coal-field — *Lydekker.* On the Reimans and Affinities of five Genera of Mesozoic Reptiles. — *Rutley.* On Fulgurites from Monte Viso. — *Bonney.* On two Traverses of the Crystalline Rocks of the Alps. — *Newton.* On a new Species of Clupea (C. vectensis) from Oligocene Strata in the Isle of Wight. — *Dunlop.* On the Jersey Brick-Clay. — *Shrubsole.* On the Radiolaria of the London Clay. — *Hinde.* On Archæocyathus, Billings, and on other Genera, allied to or associated with it, from the Cambrian Strata of North America, Spain, Sardinia, and Scotland. — *Bather.* On Trigonocrinus, a new Genus of Crinoidea, from the « Weisser Jura » of Bavaria, with the Description of a new Species, T. liratus, and an Appendix on Sudden Deviations from Normal Symmetry in Neocrinoidea. — *Bather.* On Marsupites testudinarius, Schloth., sp.

†Lumiére (La) électrique. T. XXXII, n. 14-17. Paris.

14. *Chavanne.* L'éclairage électrique du grand théâtre de Genève. — *Reignier* et *Bary.* Sur les phénomènes d'induction dans le milieux de perméabilité variable. — *Zetzsche.* Nouveaux commutateurs téléphoniques: Système Mix et Genest. — *Richard.* Les machines à vapeur rapides (Supplément). Chronique et revue de la presse industrielle: Angleterre, Allemagne. — 15. *Deprez.* De la régulation de la vitesse d'une machine dynamo-électrique servant de réceptrice dans une transmission de force par l'électricité. — *Trouvelot.* Études des phénomènes d'induction au moyen de la photographie. — *Wünschendorff.* Recherche d'une faute comune à deux conducteurs électriques voisins. — *Richard.* Les canons électriques. — *Ledeboer.* Sur la théorie générale des électrodynamomètres. — *Decharme.* Sur les différences entre les électricités positive et négative. Chronique et revue de la presse industrielle: Angleterre, États-Unis. — 16. *Rechniewscki.* Le régime de marche des machines dynamo-électriques. — *Oudin.* Nouvelle machine médicale électrostatique. — *Palaz.*

Sur l'emploi d'un fil de retour commun dans les réseaux téléphoniques. — *Decharme.* Différences entre les électricités dites positive et négative. — *Minet.* Leçon de chimie. Chronique de la presse industrielle: Allemagne, Angleterre. — 17. *Forbes.* Les usines centrales d'éclairage électrique: état actuel de la question en Europe. — *Richard.* Chemins de fer et tramways électriques. — *Decharme.* Différences entre les électricités dites positive et négative. — *Minet.* Leçons de chimie. Chronique et revue de la presse industrielle: Allemagne, États-Unis.

†Mémoires de l'Académie de Dijon. 3e sér. t. X. Dijon, 1888.

De Freminville. Les écorcheurs en Bourgogne. — *Serrigny.* La représentation d'un mystère de S. Martin à Seurre.

†Mémoires de l'Académie ds sciences de Toulouse. 8e sér. t.X. Toulouse, 1888.

Rouquet. Des surfaces dont toutes les lignes de courbure sont planes. — *Molins.* Sur quelques nouvelles propriétés du lieu des centres de courbure des courbes gauches. — *Salles.* Étude des orages de l'année 1886. — *Sabatier.* Essai critique sur les principes de la thérmochimie. — *Timbal-Lagrave.* Quelques observations sur les vins plâtrés. — *Lavocat.* Anatomie comparée. Appareil operculaire des poisons. — *Baillet.* De l'atavisme et de l'origine des reproducteurs chez les principales espèces d'animaux domestiques. — *Clos.* Louis Gérard, un des précurseurs de la méthode naturelle. Sectateurs et dissidents de cette méthode au début. — *Lavocat.* Zoologie. Observations sur le myspithèque di Aye-Aye de Madagascar. — *Alix.* À propos des instincts et de l'intelligence. — *Parant.* Les conversations et les écrits raisonables des aliénés. — *Duméril.* Un voyageur anglais en France au dix-huitième siècle. Olivier Goldsmith (2e partie). — *Id.* Tacite historien, politique et philosophe. — *Roschach.* Quelques documents inédits sur le comte Jean Dubarry et sa collection des tableaux. — *Deschamps.* L'abbé Marsollier, apôtre de la tolérence sous Louis XIV.— *Hallberg.* Deux suicides romantiques en Allemagne au commencement de ce siècle. — *Antoine.* Les préfaces de Salluste. — *Baudouin.* Une édition critique de la chanson de la croisade contre les Albigeois (Épisode du comte Baudouin). — *Molinier.* Les Passagiens, étude sur une secte contemporaine des Cathares et des Vaudois.

†Mémoires de la Société des antiquaires de France. 5e sér. t. VIII, 1887. Paris, 1888.

Aurès. Etude des dimensions de deux chapiteaux gallo-grecs du Musée de Nîmes. — *Baye.* Bijoux vandale des environs de Bona (Afrique). — *Beurlier.* Les courses des taureaux chez les Grecs et chez les Romains. — *Cessac.* Restitution à Hugues XIII comte de la Marche d'une épitaphe attribuée à Hugues IX ou X. — *Courajod.* La polychromie dans la statuaire du moyen âge et de la Renaissance. — *Fayolle.* Note sur un dessin de Barthélemy Prieur, sculpteur au XVe siècle. — *Laurière* et *Müntz.* Le tombeau du pape Clément V à Uzeste. — *Maxe-Verly.* Note sur des objets antiques découverts à Gondrecourt (Meuse) et à Grand (Vosges). — *Petit.* Chartes de l'Abbaye cistercienne de Saint-Serge de Giblet (Syrie). — *Rabiet.* Inscriptions antiques trouvées à Cadenet (Vaucluse). — *Ravaisson-Mollien.* Pages autographes et apocryphes de Léonard de Vinci. — *Rey.* Chartes de l'abbaye du Montsion. — *Roman.* Sigillographie des gouverneurs du Dauphiné. — *Thédenat.* Mémoire sur les milliaires de l'embranchement de la voie aurélienne qui allait à Riez. — *Id.* Lettre de Calvet à Fauris de Saint-Vincent sur les antiquités trouvées à Cadenet (Vaucluse).

†Mémoires et compte rendu des travaux de la Société des ingénieurs civils. Févr. 1889. Paris.

Gruner. Barcelone-Bilbao (notes de voyages). — *Polonceau.* L'éclairage électrique de la ville de Milan. — *Id.* Note sur les câbles télodynamiques.

†Mittheilungen d. k. k. Central Commission zur Erforschung und Erhaltung der Kunst- und Historischen Denkmale. Bd. XV, 1. Wien, 1889.

Waftler. Die kaiserliche Erzgiesshütte und die Rothgiesser in Grätz. — *Clemen.* Beiträge zur Kenntnis älterer Wandmalereien in Tyrol. — *Pichler.* Das Zolfeld in Kärnten. — *Luschin v. Ebengreuth.* Grabstätten deutscher Studenten in Italien. Bologna. I. — *Romsdorfer.* Funde in der Bukowina. — *Wussin* und *Ilg.* Beiträge zu österreichischen Künstler-Geschichte. I.

†Mittheilungen der k. k. Mähr.-Schles. Gesellschaft zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- und Landes- Kunde 1888. Jhg. LXVIII. Brünn, 1889.

†Monatsblätter des wissenschaftlichen Club in Wien. Jhg. X, 7. Wien, 1889.

†Mémoires de la Société zoologique de France. 1888, vol. I, 3. Paris, 1889.

Cotteau. Échinides nouveaux ou peu connus. — *Jullien.* Du testicule chez la Lepralia figularis, Johnston, 1847, et des variétés de cet organe chez les bryozoaires en général. — *Id.* Observations anatomiques sur les caténicelles.

†Notice (Monthly) of the r. Astronomical Society. Vol. XLIX, 5. London.

Folie. Preuves de la nutation diurne: mode d'observation propre à la mettre en évidence en une seule soirée. — *Downing.* The Greenwich Standard Right Ascensions for 1880.0. — *Glasenapp.* On a graphical method for determining the orbit of a binary star. — *Tennant.* On the determination of normal places. — *Id.* On the orbit of Comet I (Sawerthal) of 1888. — *Abney.* On the value of a scale of density on a photograph. — *Turner.* Note on the law of increase in diameter of star discs on stellar photographs, with duration of exposure. — *Roberts.* Photographic analyses of the great nebulæ M 42 and 43 and *h* 1180 in Orion. — *Common.* Note on an apparatus for correcting the driving of the motor clocks of large equatorials for long photographic exposures. — *Maunder.* Spectroscopic observations of sundry stars and comets, made at the Royal Observatory, Greenwich, chiefly in the years 1887 and 1888. — *Id.* Note on the spectrum of the great nebula in Orion. — *Rambaut.* Observations of the planet Iris and comparison stars, made with the meridian circle at Dunsink. — *Gore.* Observations of the variable star *S* (10) Sagittæ. — *Stone.* Note on a red star. — *Radcliffe Observatory.* Observations of Comet Barnard (1888, September 2) and Comet Barnard (1888, October 30). — *Brooks.* Discovery of Comet Brooks, *a* 1889. — *Crofton.* Observations of Comet *f* 1888 (Barnard), made at Stonyhurst College Observatory. — *Tebbutt.* Observations of phenomena of Jupiter's satellites, at Windsor, New South Wales, in the year 1888. — *Tatlock.* Request to observers of occultations. — *Ellery.* Report of the work of the Melbourne Observatory during 1888.

†Notulen van de algemeene en bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXVI, 2. Batavia, 1888.

†Oefversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlinger. XVIII, XIX. 1885-87. Helsingfors.

†Papers (Statistical) of the U. S. Geological Surwey. Washington, 1888.

Day. Mineral resources of the U. S. 1887.

†Proceedings of the American philosophical Society. Vol. XXV, 128. Philadelphia, 1888.

Phillips. First Contribution to the Folk-lore of Philadelphia and its Vicinity. — *Hunt.* The Classification and Nomenclature of Metalline Minerals. — *Dugés.* Sur deux espèces nouvelles des Ophidiens de Mexique. — *Krauss.* Ibrâhim Nukic. Ein Guslarenlied der Mohammedanischen Slaven in der Hercegovina. — *Smith.* Action of the Gas from

As_2O_3 and HNO_3 upon *m*-Oxybenzoic Acid. — *Brinton*. The Language of Palæolithic Man. — *Keyes*. On the Attachment of Platyceras to Palæocrinoids, and its Effects in Modifying the Form of the Shell. — *Mooney*. The Funeral Customs of Ireland.

†Proceedings of the v. Geographical Society. N. M. S. vol. XI, 4. London.

Woodthorpe. Explorations on the Chindwin river, Upper Burma. — Letters from Mr. F. C. Selous on his Journeys to the Kafukwe river and on the Upper Zambesi. — *Taylor*. Formosa: Characteristic traits of the Island and its Aboriginal inhabitants.

†Publicationen der v. Kuffner'schen Sternwarte in Wien. Bd. I. Wien, 1889.

†Records of the geological survey of India. Vol. XXII, 1. Calcutta, 1889.

Foote. The Dharwar System, the Chief Auriferous Rock-Series in South India. — *Id*. Notes on the Wajra Karur Diamonds, and on M. Chaper's alleged discovery of diamonds in pegmatite near that place. — *Lydekker*. On the Generic Position of the so-called Plesiosaurus indicus. — *Oldham*. On Flexible sandstone or Itacolumite, whit special reference to its nature and mode of occurrence in India, and the cause of its Flexibility. — *Lydekker*. Notes on Siwalik and Narbada Chelonia.

†Repertorium der Physik. Bd. XXIV, 3. München, 1889.

Külp. Experimentaluntersuchungen über magnetische Coercitivkraft. — *Exner* und *Tuma*. Studien zur chemischen Theorie des galvanischen Elementes. — *Bezold*. Ueber eine nahezu 26-tägige Periodicität der Gewittererscheinungen. — *Nebel*. Die Elektro-Krystallisation des Kupfers. — *Kurz*. Zum Wasser-Dilatometer (Zweite Mittheilung).

†Report of the Commissioner of Education for the year 1886-87. Washington, 1888.

†Report of the fifty-eighth Meeting of the British Association for the advancement of science. London, 1889.

†Resumé des séances de la Société des ingénieurs civils. Séance du 5 et 26 avril 1889. Paris.

†Revista do Observatorio de Rio de Janeiro. Anno IV, 3. Rio de Janeiro, 1889.

†Revue historique. Année XIV, t. XL, 1. Paris, 1889.

Salomon. La Fronde en Bretagne. — *Havet*. Note sur Raoul Glaber. — *Langlois*. Documents relatifs à Bertrand de Got (Clément V). — *Thomas*. Les États généraux sous Charles VII; notes et documents nouveaux. — *Auriol*. La défense de Dantzig en 1813.

†Revue internationale de l'électricité. T. VIII, n. 79, 80. Paris, 1889.

79. *Gibson*. Nouveaux procédés pour la construction des électrodes des piles secondaires. — *Léonardi*. Extraction des métaux précieux par l'électricité (suite). — *Parkurst*. Disposition simple pour un commutateur de piles. — *Picou*. Théorie des machines dynamo-électriques (suite). — *Gerlach*. Une lampe à arc peu coûteuse et à régulation automatique. — *Dary*. L'électricité atmosphérique (suite). — 80. *Léonardi*. Extracion des métaux précieux par l'électricité (suite). — *Picou*. Théorie des machines dynamo-électriques (suite).

†Revue politique et littéraire. T. XLIII, n. 14-17. Paris, 1889.

†Revue scientifique. T. XLIII, n. 14-17. Paris, 1889.

†Rundschau (Naturwissenschaftliche). Jhg. IV, n. 14-17. Braunschweig, 1889.

†Studies from the biological laboratory (Johns Hopkins University). Vol. IV, 4. Baltimore.

Brooks. The Life History of Epenthesis McCradyi (n. sp.). — *Watase*. Observations

on the Development of Cephalopods: Homology of the Germ Layers. — *Mall.* Development of the Eustachian Tube, Middle Ear, Tympanic Membrane and Meatus of the Chick. — *Mall.* The Branchial Clefts of the Dog, with special reference to the Origin of the Thymus Gland. — *Morgan.* Experiments with Chitin Solvents.

†Studies in historical and political science (Johns Hopkins University). VI. Baltimore, 1888.

History of Cooperation in the United-States.

†Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Jhg. 1888, n. 38-52. Berlin.

Waldeyer. Ueber die Lage der inneren weiblichen Geschlechtsorgane. — *Nagel.* Ueber die Entwickelung der Sexualdrüsen und der äusseren Geschlechtstheile beim Menschen. — *von den Steinen.* Bericht über die zweite Schingú-Expedition. — *Schott.* Einiges Ergänzende zur Beschreibung der chinesischen Litteratur. — *Munk.* Weitere Untersuchungen über die Schilddrüse. — *Minkowski.* Ueber die Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. — *Fuchs.* Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen. — *Oberbeck.* Ueber die Bewegungserscheinungen der Atmosphaere. — *Chun.* Bericht über eine nach den Canarischen Inseln im Winter 1887/88 ausgeführte Reise. — *Kirchhoff.* Die Getreidesperre bei Byzantion in den ersten Jahren des Peloponnesischen Krieges. — *von Bezold.* Zur Thermodynamik der Atmosphaere. — *Curtius.* Beiträge zur Terminologie Onomatologi eder alten Geographie — *Puchstein.* Zur pergamenischen Gigantomachie. — *Stuhlmann.* Vorläufiger Bericht über eine mit Unterstützung der Akademie der Wissenschaften unternommene Reise nach Ost-Africa, zur Untersuchung der Süsswasserfauna. — *Fuchs.* Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen. — *Burmeister.* Ein vollständiger Schädel des Megatherium. — *Hertz.* Ueber Strahlen elektrischer Kraft. — *Rosenthal.* Calorimetrische Untersuchungen an Säugethieren. — *Joseph.* Ueber einige Bestandtheile der peripheren markhaltigen Nervenfaser. — *Zeller.* Ueber die richtige Auffassung einiger aristotelischen Citate. — *Winckler.* Bericht über die Thontafeln von Tell-el-Amarna im königlichen Museum zu Berlin und im Museum von Bulaq. — *Vahlen.* Ueber ein Alexandrinisches Gedicht des Catullus. — *Kundt.* Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Geschwindigkeit des Lichtes in den Metallen. — *Boltzmann.* Ueber das Gleichgewicht der lebendigen Kraft zwischen progressiver und Rotations-Bewegung bei Gasmolekülen. — *Zachariae von Lingenthal.* Prooemien zu Chrysobullen von Demetrius Cydones.

†Sitzungsberichte der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst. 1888. Mitau, 1889.

†Sitzungsberichte und Abhandlungen der Naturwiss. Gesellschaft Isis. Jahg. 1888. Dresden, 1888-89.

Rohn. Zur Erinnerung an A. Harnack. — *Schneider.* Ueber japanischen und prähistorischen sicilischen Bernstein. — *Engelhardt.* Ansichten ueber die Ursachen der Erdbeben. — *Kosmahl.* Die Fichtennadelröthe in d. Sächs. Staatsforsten. — *Drude.* Die Vegetationsformationen und Charakterarten im Bereich der Flora Saxonica. — *Reiche.* Literatur zur Flora des Königreichs Sachsen. — *Seidel.* Peucedanum aegopodioides.

†Tijdschrift voor indische Taal- Land- en Volkenkunde. Deel XXXII, 4. Batavia, 1888.

Groneman. Tjandi Idjo nabij Jogjakarta. — *Brandes.* Drie koperen platen uit den Mataram'schen tijd, gevonden in de residentie Krawang. — *Id.* Nog iets over een reeds vroeger gepubliceerden piagem van Sultan Ageng. — *Id.* Iets over een ouderen Dipanc-

gara in verband met een prototype van de voorspellingen van Jayabaya. — *Keller van Hoorn.* De Labang Mesem te Tandjoeng Anjar op het eiland Madoera (Bangkalan). — *Schaank.* Iets over de Dajaksche sterrekende. — *Brandes.* De inkt gebezigd voor het schrijven der oud-Javaansche handschriften uit de 14e en 15e Çaka-eeuw.

†Verhandelingen des naturforschenden Vereins in Brünn. Bd. XXVI. Brünn, 1888.

Reitter. Bestimmungstabellen der europäischen Coleopteren — *v. Niessl.* Bahnbestimmung einiger in der letzteren Zeit beobachteten Meteore. — *Rzehak.* Die pleistocäne Conchylienfauna Mährens. — *Habermann.* Ueber einige neue Chemische Beobachtungen und Apparate. — *Placzek.* Wiesel und Katze. — *Formánek.* Mährisch-Schlesische Menthen. — *Makowsky.* Der Loss von Brünn und seine Einschlusse an diluvialen Thieren und Menschen.

†Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses. 1889. Heft III. Berlin, 1889.

Ludewig. Allgemeine Theorie der Turbinen. — *Lindner.* Theorie der Gasbewegung.

†Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. Jhg. XXIV, 1. Leipzig, 1889.

†Viestnik hrvatskoga arkeologickoga Druztva. Godina XI, 2. U Zagrebu, 1889.

Brunsmid. Alcune iscrizioni romane dal Sirmio. — *Vukasovic.* Due antichi cranî dalla Bossina. — *Id.* Iscrizioni antiche bossinesi in Bossina e in Hercegovina. — *Radic.* Monumenti croati . . . dell'epoca della nazionale dinastia croata. Scrisse Fr. Bulic.

†Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. Jhg. XII, 14-17. Wien, 1889.

†Wochenschrift (Naturwissenschaftliche). Bd. IV, n. 3-5. Berlin, 1889.

†Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Bd. XLII, 4. Leipzig, 1889.

Jacobi. Die Jaina Legende von dem Untergange Dvâravatî's und von dem Tode Krishna's. — *Bühler.* Two List of Sanskrit MSS. together with some remarks on my connexion with the Search Sanskrit MSS. — *Dvorák.* Bâķi als Dichter. — *Goldziher.* « Turâb » u. »Hagar« in zurechtweisenden Redensarten. — *Schreiner.* Zur Geschichte des Polemik zwischen Juden und Muhammedanern.

†Zeitschrift des Oesterr. Ingenieur- und Architekten- Vereins. Jhg. XLI, 1. Wien, 1889.

Grueber. Die Regulierung des Gailflusses in dem Abschnitte » Nötsch-Schütt «. — *Pollack.* Ueber Seeufer-Senkungen und Rutschungen. — *Herrmann.* Berechnung der Förderseile (Mit Rücksicht auf Wöhler's Versuche). — *Emperger.* Die Kurvenweiche, eine neue Methode ihrer Berechnung.

†Zeitschrift für Ethnologie. Jhg. XX, 6; XXI, 1. Berlin, 1888-89.

XX, 6. *Falb.* Die Andes-Sprachen in ihrem Zusammenhange mit dem semitischen Sprachstamme. — *Campanini.* Storia documentale del Museo di Lazzaro Spallanzani. — *Pigorini* e *Strobel.* Gaetano Chierici e la paletnologia italiana. Memoria preceduta dalla vita narrata da N. Campanini. — *Brühl.* Die Culturvölker Alt-Amerika's. — XXI, 1. *Brugsch.* Das älteste Gewicht. — *Schellong.* Ueber Familienleben und Gebräuche der Papuas der Umgebung von Finschhafen (Kaiser Wilhelms-Land).

Pubblicazioni non periodiche pervenute all'Accademia nel mese di maggio 1889.

Pubblicazioni italiane.

**Alvino F.* — I calendarî. Fasc. 53-54. Firenze, 1889. 8°.

**Amari M.* — Ad « Rerum italicarum Scriptores ». T. I, p. II additamenta quae sub titulo « Bibliotecae Arabico-Siculae » collegit atque italice transtulit. — Appendix. Augustae Taurinorum, 1889. f.°

**Arcangeli G.* — Sopra alcune mostruosità osservate nei fiori del Narcissus tazzetta Linn. Firenze, 1889. 8°.

**Id.* — Sopra l'esperimento di Kraus. Genova, s. a. 8°.

**Id.* — Sulla funzione trofilegica delle foglie. Firenze, 1889. 8°.

**Id.* — Sulla struttura dei semi della Nymphaea alba. Firenze, 1889. 8°.

**Id.* — Sulla struttura dei semi della Victoria regia Lindl. Firenze, 1889. 8°.

**Id.* — Sulla struttura del seme del Nuphar luteum Sm. Firenze, 1889. 8°.

**Bajo A.* — Teorema generale di costruzione e spinte di archi a cuspide. Napoli, 1889. 8°.

**Belgrano L. T.* — Il conte Paolo Riant. Genova, 1889. 8°.

†Bilanci comunali per l'anno 1886. Roma, 1888. 4°

**Capellini G.* — Sul primo uovo di Aepyornis maximus arrivato in Italia. Bologna, 1889. 4°.

**Colasanti G.* — Commemorazione dell'accademico onorario F. C. Donders professore nella Università di Utrecht. Roma, 1889. 8°.

**Corazzini F.* — Dopo quaranta anni di lavoro. 1849-1889. Livorno, 1889. 8°.

†Fonti per la Storia d'Italia. N. 3. — Statuti della Società del popolo di Bologna a cura di A. Gaudenzi. Vol. I. Roma, 1889. 8°.

**Gambera P.* — Teorica degli esponenti irrazionali. Campobasso, 1887. 8°.

**Gemmellaro G. G.* — La fauna dei calcari con fusulina della valle del fiume Sosio. Fasc. 2°, Palermo, 1889. 4°.

*Gonfalone (Il) della Università di Bologna. Bologna, 1889. 4°.

†Movimento degli infermi negli ospedali civili. Anni 1885-86-87. Roma, 1888. 4°.

**Razzaboni C.* — Risultato di esperienze idrometriche sopra tubi addizionali conici divergenti. Bologna, 1886. 4°.

**Riccardi A.* — Inventario dei castelli, paesi e beni posseduti nel secolo X dal monastero di S. Cristina. Lodi, 1889. 4°.

**Id.* — Le località e territori di Orio Litta e Vicinanze dal secolo XIII al sec. XV. Lodi, 1889. 8°.

**Riccardi A.* — Le preziose ed inedite pergamene della Biblioteca-archivio del Capitolo metropolitano di Milano. Milano, 1889. 8°.

**Id.* — Le vicende, l'area e gli avanzi del regium palatium e della cappella e monastero di s. Anastasio dei re longobardi, carolingi e re d'Italia nella corte regia ed imp. di Corte Olona. Milano, 1889. 16°.

**Ruggiero M.* — Degli scavi di antichità nelle provincie di terraferma dell'antico regno di Napoli dal 1743 al 1876. Vol. I, II. Napoli, 1888. 4°.

†Statistica delle Società di mutuo soccorso e delle istituzioni cooperative annesse alle medesime. Anno 1885. Roma, 1888.

**Silvestri O.* — Giuseppe Meneghini e Giuseppe Seguenza. Catania, 1889. 8°.

**Id.* — La maggiore profondità del Mediterraneo recentemente esplorata ed analisi geologica dei relativi sedimenti marini. Catania, 1889. 4°.

**Id.* — Sopra alcune lave antiche e moderne del vulcano Kilauea nelle isole Sandwich. Roma, 1888. 8°.

**Torre F. la* — Della influenza della eredità morbosa nello sviluppo del feto. Napoli, 1889. 8°.

**Id.* — Del processo intimo della fecondazione e delle leggi dell'eredità. Napoli, 1888. 8°.

**Id.* — Osservazioni critiche sul metodo antirabbico Pasteur. Bergamo, 1888. 8°.

**Virgilio.* — Le georgiche tradotte da A. Nardozzi. Bologna, 1889. 8°.

Pubblicazioni estere.

**Albert de Monaco.* — Le dynamomètre à ressort emboîtés de l'Hirondelle. Paris, 1889. 8°.

**Id.* — Poissons Lune (Orthagoriscus Mola) capturés pendant deux campagnes de l'Hirondelle. Paris, 1889. 8°.

**Allard A.* — Dépréciation des richesses, crise qu'elle engendre, maux qu'elle repand, souffrances qu'elle provoque dans les classes laborieuses. Paris, 1889. 8°.

**Arata P. y Canzoneri F.* — Estudio de la corteza de Winter verdadera, Drymis Winteri, Forster. Buenos Aires, 1888. 8°.

**Id. id.* — La corteza de quina morada. Buenos Aires, 1889. 8°.

**Id. id.* — Sobre la goma de la llareta (yareta) Azorella madreporica Cl. Buenos Aires, 1889. 8°.

**Arata P.* — El clima y las condiciones higiénicas de la ciudad de Buenos Aires. Buenos Aires, 1889. 8°.

**Id.* — Relacion de los trabajos practicados por la oficina quimica municipal de la ciudad de Buenos Aires durante et 4° año de su existencia (1887). Buenos Aires, 1888. 8°.

**Bredichin Th.* — Sur l'origine des comètes périodiques. Moscou, 1889.

**Budmani P.* — Rjecnik hrvatskoga ili srpskoga jezika. Sr. 10. U Zagrebu, 1888.

**Buelna E.* — Constitucion de la atmósfera. México. 1889. 8°.

**Dickerson E. N.* — Joseph Henry and the Magnetic telegraph. New York, 1885. 8°.

†Erdmessung (Internationale). Das Schweizerische Dreiecknetz. Bd. IV. Zürich, 1889.

†*Lima W. de* — Flora fossil de Portugal. Monographie do genero Dicranophyllum (Systema Carbonico). Lisboa, 1888. 4°.

**Loomis E.* — Contributions to meteorology. Chapt. III. New Haven, 1889. 4°.

**Müller-Walde P.* — Leonardo de Vinci. Lebensskizze und Forschungen ueber sein Verhältniss zur Florentiner Kunst und zu Rafael. München, 1889. 4°. (*acq.*).

**Schmidt C.* — Hydrologische Untersuchungen. Die Ehermen zu Saniba. S. Petersbourg, 1889. 8°.

**Schwoerer E.* — Le milieu interstellaire et la physique moderne. Paris, 1889. 8°.

**Torre F. la* — Des conditions qui favorisent ou entravent le developpement du foetus. Paris, 1888. 8°.

**Id.* — Du développement du foetus chez les femmes à bassin vicié. Paris, 1887. 8°.

**Id.* — Fibromes uterins, leur traitement par l'électrolyse &. Paris, 1889. 8°.

**Id.* — L'alimentation du soldat en temps de paix. Paris, 1885. 8°.

**Vidal M. G.* — Sobre la causa física del movimiento de rotacion de los astros. — Magnetismo universal. Madrid, 1889. 8°.

Pubblicazioni periodiche pervenute all'Accademia nel mese di maggio 1889.

Pubblicazioni italiane.

†Annali della r. Scuola superiore di Pisa. Filosofia e filologia. Vol. VI. Pisa, 1889.

Flamini. Sulle poesie del Tansillo di genere vario. — *Levi.* L'Euxenippea d'Iperide. — *Kirner.* Sulla storia d'Europa di P. F. Giambullari.

†Annali dell'industria e del commercio. 1889. Roma.

Commissione centrale dei valori per le dogane 1888-89.

†Annali di agricoltura. 1889, n. 162. Roma.

Atti del concorso nazionale di fontine.

†Annali di chimica e di farmacologia. 1889, n. 5. Milano.

Pellizari. Allosane e basi pirazoliche. — *Schwabe.* Sui principî della corteccia del Rhamnus frangula e della cascara sagrada. — *Wyborn.* Ptomaine e la sepsina di Panum. — *Roser.* Trasformazione della narcotina in pseudonarceina. — Determinazione quantitativa dell'acetone nello spirito del legno, nell'alcol metillico e nell'acetone commerciale. — *Fresenius* e *Hintz.* Determinazione delle piccole quantità di arsenico nei tessuti e nelle tappezzerie. — *Pickering.* Sulla decomposizione del carbonato di sodio per la fusione.

†Annali di statistica. Ser. IV, n. 27. Roma, 1889.

Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Novara.

*Annuario della r. Università di Pisa per l'anno 1888-89. Pisa, 1889.

†Archivio storico italiano. Ser. 5ª, t. III, 2. Firenze, 1889.

Gianandrea. Della signoria di Francesco Sforza nella Marca secondo le memorie e i documenti dell'Archivio fabrianese. — *Frati.* Di un codice bolognese delle Vite di Vespasiano da Bisticci. — *Favaro.* Ticone Brahe e la Corte di Toscana. — *Giorgetti.* Archivio di Stato di Firenze. Nuovi acquisti di pergamene.

†Archivio storico per le provincie napoletane. Anno XIV, 1. Napoli, 1889.

Barone. Notizie storiche raccolte dai registri *Curiae* della Cancelleria aragonese. — *Schipa.* Carlo Martello. — *de Blasiis.* Frammento d'un diario inedito napoletano. — *Barone.* Le filigrane delle antiche cartiere ne' documenti dell'Archivio di Stato di Napoli dal XIII al XV secolo. — *Capasso.* La Vicaria vecchia, pagine di storia napolitana, studiata nelle sue vie e nei suoi monumenti. — *Pèrcopo.* Notizie. Coronazione di Alfonso II d'Aragona. — Elenco delle pergamene, già appartenenti alla famiglia Fusco, ed ora acquistate dalla Società di storia patria.

†Ateneo (L') veneto. Ser. XIII, vol. I, 1-2. Venezia, 1889.

Lanza. Le origini primitive di Salona Dalmatica. Heraclea Illinica. — *Oddi.* Sul fondamento giuridico della proprietà letteraria. — *Raineri.* Il primo secolo della navigazione a vapore. — *Oreffice.* Inno all'arte. — *Pasquini.* La concubina di Titone nel IX del Purgatorio. — *Della Bona.* Lo spazio ed il tempo nello studio dei fenomeni sociali. — *Fambri.* Elisabetta Michiel Giustinian.

†Atti dell'Accademia pontificia de' nuovi Lincei. Anno XLI, sess. 6-8. Roma, 1889.

Guidi. Sopra le cause che determinano le varie velocità nei corsi dei fiumi. — *Castracane.* Su la Cyclophora. — *Ferrari.* Presentazione di pubblicazioni del P. M. Dechevrens. — *Tuccimei.* Cenni biografici sopra il prof. G. Tancioni. — *Guidi.* Sfiatatoio per condotte d'acqua a semplici tubi e senza valvole. — *Id.* Sul rovesciamento delle immagini da negative in positive nelle riproduzioni fotografiche al bromuro di argento. — *Lais.* Ecclisse totale di luna dal 28 al 29 gennaio 1888 osservato in Roma.

†Atti della fondazione scientifica Cagnola dalla sua fondazione in poi. Vol. VIII, 1882-1888. Milano, 1888.

†Atti della r. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXIV, 8-10. Torino, 1889.

Novarese. Studio sull'accelerazione di ordine *n* nel moto di una retta. — *Graf.* Questioni di critica. — *Promis.* Nuovo marmo torinese scritto. — *Aducco.* Centro espiratorio ed espirazione forzata. — *Grandis.* Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato. — *Pagliani.* Sopra alcune deduzioni della teoria di J. H. vant't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito. Nota prima.

†Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Ser. 6ª, t. VII, 5. Venezia, 1889.

Marinelli. Materiali per l'altimetria italiana, regione veneto-orientale e veneta propria. Serie IX ecc. — *Canestrini.* Prospetto dell'acarofauna italiana. — *Morsolin.* Il Concilio di Vicenza. Episodio della storia del Concilio di Trento (1537-1538). — *Fambri* e *Cassani.* Intorno al nuovo corso d'analisi infinitesimale del prof. Pietro Gilbert, ecc. Relazione. — *Bernardi.* Quadri sinottici per la interpretazione della Divina Commedia, col-

l'aggiunta di alcuni schiarimenti del prof. Giovanni Fioretto. — *Galanti.* Relazione del libro di Antonio Malmignati: Il Tasso a Padova ecc.

†Atti e Memorie della r. Accademia virgiliana di Mantova. 1887-88. Mantova, 1889.

Vivenza. L'agricoltura e l'amministrazione rurale ne' suoi rapporti colla condizione dei lavoratori della terra. — *Carnevali.* La tortura a Mantova. — *Davari.* Dei palazzi dell'antico comune di Mantova e degli incendi da essi sofferti. — *Quadri.* L'opera di Virgilio.

†Bollettino del Collegio degli ingegneri ed architetti in Napoli. Vol. VII, 4. Napoli, 1889.

†Bollettino della Biblioteca nazionale di Palermo. Anno I, n. 1. Palermo, 1889.

†Bollettino della Società generale dei viticoltori italiani. Anno IV, n. 9. Roma, 1889.

Cuboni. I fermenti del vino — *Cerletti.* Le qualità principali dei vini esteri.

†Bollettino delle nomine (Ministero della guerra). 1889, disp. 19-21. Roma.

†Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Vol. IV, 2. Roma, 1889.

†Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca naz. cent. di Firenze. N. 81-82. Firenze, 1889.

*Bollettino dell'Osservatorio della r. Università di Torino. Anno XXII (1887). Torino, 1889.

†Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale. Anno VI, 1° sem. Roma, 1888.

†Bollettino di notizie agrarie. Anno XI, 1889, n. 17-25. Rivista meteorico-agraria, n. 11-23. Roma, 1889.

†Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno VII, n. 3. Roma, 1889.

†Bollettino mensuale dell'Osservatorio centrale di Moncalieri. Ser. 2ª, vol. IX, 4. Torino, 1889.

Bertelli. Delle vibrazioni sismiche e microsismiche e delle indicazioni istrumentali delle medesime.

†Bollettino meteorico dell'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamico. Anno XI, 1889, maggio.

†Bollettino sanitario (Ministero dell'interno). Marzo 1889. Roma.

†Bollettino settimanale dei prezzi di alcuni dei principali prodotti agrarî e del pane. Anno XVI, 1889, n. 16-18. Roma.

†Bollettino ufficiale della istruzione. Anno XVI, n. 18, 20. 21. Roma, 1889.

†Bullettino delle scienze mediche. Ser. 6ª, vol. XXIII, 4. Bologna, 1889.

Cantalamessa. Sopra un caso di aumentato impulso inspiratorio della punta cardiaca. — *Bendandi* e *Boschi.* Un caso interessante di trapanazione del cranio. — *Marfori.* Sulla pretesa azione colagoga della santonina.

†Bulletin de l'Institut international de statistique. T. III, 3. Rome, 1888.

Levasseur. La démografie française comparée.

†Cimento (Il nuovo). 3ª ser. t. XXV, marzo-aprile 1889. Pisa.

Donati. Di un nuovo modello di elettrometro a quadranti e dell'applicazione delle

correnti di Foucault allo smorzamento delle oscillazioni degli elettrometri. — *Righi.* Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni. — *Beltrami.* Sulle funzioni sferiche d'una variabile. — *Govi.* Il microscopio composto inventato da Galileo. — *Id.* Nuovo metodo per costruire e calcolare il luogo, la situazione e la grandezza delle immagini date dalle lenti, o dai sistemi ottici complessi. — *Bouty.* Sulla conducibilità dell'acido azotico e sopra una generalizzazione della legge delle conducibilità molecolari. — *Govi.* Della invenzione del micrometro per gli strumenti astronomici. — *Grimaldi.* Sopra una corrente galvanica ottenuta col bismuto in un campo magnetico.

†Circolo (Il) giuridico. Anno XX, 3, 4. Palermo, 1889.

Manara. Sull'odierna importanza del diritto commerciale e sul metodo per istudiarlo. — *La Mantia.* Diritto civile siciliano esposto secondo l'ordine del codice civile italiano.

†Gazzetta chimica italiana. Anno XIX, 4, 5. Appendice, vol. V, 24. Palermo, 1889.

Carrara. Sui derivati solfonici del parapropilmetaclorotoluene. — *Parenti.* Sulla colorazione che assumono alcune materie organiche per l'acido solfocianico. — *Mauro.* Studio sui fluossisali di molibdeno. — *Marino-Zuco.* Sopra un omologo della colesterina. — *Biginelli.* Azione dell'etere acetacetico in presenza di talune ammoniache composte sull'aldeide cinnamica. — *Id.* Azione dell'etere acetacetico in presenza di ammoniaca alcoolica sul glucosio. — *Wender.* Sopra l'ε-binitrofenolo. — *Paternò* e *Nasini.* Sulla determinazione del peso molecolare delle sostanze organiche per mezzo del punto di congelamento delle loro soluzioni. — *Wender.* Su alcuni derivati trisostituiti della benzina. — *Pagliani.* Sopra alcune deduzioni della teoria di Van't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito. — *Magnanini.* Sul comportamento del pirrolo e dei suoi derivati rispetto alla legge di Raoult. Nota 2ª. — *Zatti.* Sui derivati nitrici degl'indoli. — *Ciamician* e *Zatti.* Sull'eulite. — *Magnanini* ed *Angeli.* Sulla costituzione del lepidene. — *Magnanini.* Azione dell'ammoniaca sull'acido deidrodiacetillevulinico.

†Giornale d'artiglieria e genio. Anno 1889, disp. 3. Roma.

†Giornale della r. Società italiana d'igiene. Anno XI, 3-4. Milano, 1889.

Badaloni. La scrofola ed il mare. — *Fratini.* Indicatori automatici inodori per le fosse fisse. — *Dall'acqua.* Sul Botulismo.

†Giornale di matematiche ad uso degli studenti delle università italiane. Vol. XXVII, marzo-apr. Napoli, 1889.

Malagoli e *Nannei.* Le formole fondamentali per la trigonometria della ellissi. — *Pizzetti.* Alcune ricerche sulla probabilità a priori degli errori d'osservazione. — *Marcolongo.* Sull'accelerazione nel moto di un solido intorno ad un punto fisso. — *Chini.* Sulle superficie a curvatura media costante. — *Giudice.* Sulla funzioni iperboliche e circolari. — *de Berardinis.* Le coordinate geodetiche ortogonali e le geografiche sulla sfera e sull'ellissoide di rotazione.

†Giornale medico del r. Esercito e della r. Marina. Anno XXXVII, n. 4. Roma, 1889.

Di Fede. Sopra un caso di cisti d'ecchinococco del rene sinistro. — *Tosi.* Cura della congiuntivite granulosa colle scarificazioni associate alla cauterizzazione.

†Giornale militare ufficiale. Anno 1889, part. 1ª, disp. 16-18; part. 2ª, disp. 16, 17. Roma.

†Pubblicazioni del r. Istituto di studî superiori pratici e di perfezionamento di Firenze. Sez. di medicina e di chirurgia. Firenze, 1889.

Tafani. I primi movimenti dello sviluppo dei mammiferi.

†Pubblicazioni del r. Osservatorio di Brera in Milano. N. XXXIV. Milano, 1889.

Schiaparelli. Sulla distribuzione apparente delle stelle visibili ad occhio nudo.

†Rassegna (Nuova) di viticoltura ed enologia della r. Scuola di Conegliano. Anno III, 8, 9. Conegliano, 1889.

†Rendiconti del reale Istituto lombardo di scienze e lettere. Ser. 2ª, vol. XXII, 9. Milano, 1889.

Vignoli. Del vero nell'arte. — *Ceriani.* Notizie di un antico manoscritto ambrosiano del « Liber Diurnus Romanorum Pontificum ». — *Maggi.* Protisti nello stomaco del cane durunte la digestione di speciali alimenti.

†Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. 2ª, vol. III, 4. Napoli, 1889.

Battaglini. Cenno necrologico di Angelo Genocchi. — *Costa.* Di un nuovo genere di Pompilidei. — *Rebuffat.* Contributo alla conoscenza degli acidi. — *de Gasparis.* Sul pulviscolo atmosferico. — *Pirondini.* Sulla costruzione delle linee dello spazio. — *Marcolongo.* Alcuni teoremi sulle funzioni cilindriche di prima specie. — *del Re.* Sulle reciprocità birazionali nulle del piano.

†Revue internationale. T. XXII, 3, 4. Rome, 1889.

Ritter. Les idées religieuses de madame De Warens. — *Lindau.* Dentelles. — *Fornasini.* Les dernières années de Michel-Ange d'après de nouvelles recherches. — *de Périgord.* Étrange histoire. — *Baldès* Nouvelles lettres inédites du comte de Cavour. — *Fuster.* La robe crême. — *Tissot.* Revue des publications allemandes. — *Clavering Gunter.* M. Barnes de New-York. — *Roux.* Les artistes italiens au salon de Paris. — *De Kalbermatten.* La conquête de l'Europe par l'Amérique.

†Rivista critica della letteratura italiana. Anno V, n. 5. Firenze, 1889.

†Rivista di filosofia scientifica. Vol. VIII, maggio 1889. Milano.

Sergi. La coltura nella vita odierna. — *Tanzi.* Gli allucinati. — *Colajanni.* Un sociologo ottimista. Icilio Vanni. — *De Dominicis.* La Chiesa cattolica e il rosminianismo.

†Rivista italiana di filosofia. Anno IV, 1. Maggio-giugno 1889. Roma.

Benzoni. Rinnovamento della metafisica in Italia. — *Credaro.* Quale uso Cicerone abbia fatto delle fonti filosofiche greche. — *Pasquinelli.* Le nozioni del diritto e dello stato nella civiltà e nella filosofia dei Greci prima di Socrate.

†Rivista marittima. Anno XXII, fasc. 5, maggio 1889. Roma.

Bonamico. Velocità economiche.— Prove di velocità della regia Corazzata «Lepanto».— *Petella.* La natura e la vita nell'America del sud. Impressioni di viaggio. — *T. J.* Roma porto di mare, da un progetto pel prof. ing. Francesco Oberholtzer. — *C. A.* Sulla utilità di foderare le carene delle navi di ferro o di acciaio.

†Rivista mensile del Club alpino italiano. Vol. VIII, 4. Torino, 1889.

Curò. Escursioni in Engadina.

†Rivista scientifico-industriale. Anno XXI, 6-7. Firenze, 1889.

Poli. I punti e piani centrali, polari e polici del prof. Govi, nei sistemi ottici e loro uso nella costruzione delle imagini ottiche. — *Blaserna.* Confronti fra la spesa dell'illuminazione elettrica e la spesa dell'illuminazione a gas. — Orologi avvisatori dell'intervallo dei treni. — *Terenzi.* Sui fori lasciati dai litodomi pliecenici nel calcare liassico di Borgaria presso Narni.

†Telegrafista (Il). Anno IX, 4. Roma, 1889.

L'isolamento degli impianti di luce elettrica.

Pubblicazioni estere.

†Abhandlungen herausgegeben von naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen. Bd. X, 3, Bremen, 1889.

Schneider. Die Bestimmung wahrer Monatsmittel der Temperatur für Bremen. — *Id.* Die Bestimmung stündlicher Mittel der Temperatur für Bremen. — *Buchenau.* Eine Pelorie von Platanthera bifolia L. — *Borcherding.* Dritter Nachtrag zur Mollusken Fauna der nordwestdeutschen Tiefebene. — *Kohlmann.* Schnecken als Nahrung für Vögel. — *Buchenau.* Ueber die Vegetationsverhältnisse des « Helms » und der verwandten Dünengräser. — *Focke.* Ammerkungen zur Gattung Potentilla. — *Id.* Isaak Hermann Albertaltmann. — *Lielbjeborg.* Diagnosen zweier Phyllopoden-Arten aus Südbrasilien. — *Koenike.* Verzeichniss finnländischer Hydrachniden Miscellen: Bemerkungen über den Weymouthkiefferrost. — *Sandstode.* Beiträge zur einer Leichenenflora des nordwestdeutschen Tieflandes. — *Beckmann.* Florula Bassumensis. — *Focke.* Oxalis thelyoxys n. sp. — *Poppe.* Notizen zur Fauna der Süsswasserbecken des nordwestlichen Deutschland mit besonderer Berüchsichtigung der Crustaceen. — *Id.* Berüchsichtigung zu der Abhandlung: « Die freilebenden Copepoden des Jadebusens ». — *Alfken.* Hymenopterologische Beobachtungen. Zwei neue Farbenvarietäten von Bombus soroënsis Fabr. — *Leege.* Die Macrolepidopteren der Insel Juist. — *Poppe.* Nachtrag zur Säugetier-Fauna des nordwestlichen Deutschland. — *Buchenau.* Meyer (Neuenkirchen). — *Id.* Naturwissenschaftlich geographische Litteratur über das nordwestliche Deutschland.

†Abstracts of the Proceedings of the Chemical Society. 1889, n. 67-69. London, 1889.

†Almanach der k. Akademie der Wissenschaften. Jhg. 1887. Wien.

†Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XXXVII, 2. Leipzig, 1889.

†Annales de l'Académie d'archéologie de Belgique. 4^e^ sér. t. III. Anvers, 1887.

Thys. Le chapître de Notre-Dame à Tongres.

†Annales de la Société géologique de Belgique. T. XIII, 2; XV, 2, 3. Liège, 1888.

Delvaux. Proposition stratigraphique du système silurien à Renaix. — *Dormal.* Contribution à l'étude du système dévonien dans le bassin de Namur. — *Lohest.* Recherches sur les poissons des terrains paléozoïques de Belgique. — *Cesaro.* Sur les figures inverses de durete de quelques corps cristallisant dans le système cubique et de la calcite. — *Id.* Note sur la vitesse d'attaque du marbre et du spath d'Islande par quelques acides.

†Annales de la Société r. malacologique de Belgique. T. XXII. Bruxelles, 1887.

Cossmann. Catalogue illustré des coquilles fossiles de l'éocène des environs de Paris. — *Smith.* Description de quelques espèces de coquilles terrestres de Sumatra, Java et Bornéo. — *Vincent.* Sur le Voluptopsis norvegica fossile du crag d'Anvers. — *Id.* Sur l'Acanthina tetragona Sow. du pliocène d'Anvers.

†Annales des ponts et chaussées. 1889 janvier. Paris.

Desprez. Notice sur le bassin Bellot au port du Havre. — *Collignon.* Note sur la flexion des pièces droites comprimées. — *Id.* Note sur la détermination des limites de l'effort tranchant dans les poutres droites.

†Anuario de la r. Academia de ciencias exactas fisicas y naturales. 1889. Madrid.

†Anzeiger (Zoologischer). Jhg. XII, n. 306. Leipzig, 1889.

Baur. Revision meiner Mittheilung im Zoologischen Anzeiger. — *Dahl.* Die Insecten können Formen unterscheiden.

†Archiv für Oesterreichische Geschichte. Bd. LXXI, 1, 2; LXXII, 1. Wien, 1887-88.

Friess. Das Necrologium des Benedictiner-Nonnenstiftes der heil. Erentrudis auf dem Nonnberge zu Salzburg. — *Hauthaler.* Aus den Vaticanischen Registern. Eine Auswahl von Urkunden und Regesten, vornehmlich zur Geschichte der Erzbischöfe von Salzburg bis zum Jahre 1280. — *Lampel.* Die Landesgrenze von 1254 und das steirische Ennsthal. — *Zeissberg.* Zur Geschichte der Räumung Belgiens und des polnischen Aufstandes (1794). — *Schroll.* Necrologium des ehemaligen Collegiatstiftes Spital am Pyrn in Oberösterreich. — *Czerny.* Aus dem Briefwechsel des grossen Astronomen G. von Peurbach.

†Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. XXIII, 2. Harlem, 1889.

de Vries. Involutions quadruples sur courbes biquadratiques. — *Lorentz.* Sur la théorie des phénomènes thermo-électriques. — *Engelmann.* Les bactéries pourprées et leurs relations avec la lumière.

†Berichte ueber die Verhandlungen d. k. Sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften. Math.-phys. Cl. I, 1889. Leipzig.

Schenk. Bemerkungen über einige Pflanzenreste aus den triasischen und liasischen Bildungen der Umgebung des Comersees. — *Neumann.* Ueber das Malfatti'sche Problem. — *Scheibner.* Zur Reduction elliptischer, hyperelliptischer und Abel'scher Integrale: Das Abel'sche Theorem für einfache und Doppelintegrale. — *Wiedemann.* Magnetische Untersuchungen. — *Credner.* Das vogtländische Erdbeben vom 26. December 1888. — *Scheibner.* Ueber den Zusammenhang der Thetafunctionen mit den elliptischen Integralen. — *Krause.* Ueber einige Differentialbeziehungen im Gebiete der doppelt periodischen Functionen dritter Art.

†Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. Jhg. XXII, 7, 8. Berlin, 1889.

7. *Goldschmidt* u. *Gessner.* Ueber das Cumylamin. — *Id.* u. *Badl.* Ueber die Disdiazoamidokörper. — *Bamberger* u. *Hoskyns-Abrahall.* Ueber 1, 5 ac. Tetrahydronaphtylendiamin. — *Id.* u. *Bammann.* Weiteres über ac. 1, 5-Tetrahydronaphtylendiamin und über ac. Tetrohydra-α-naphtylamin. — *Green.* Ueber die Einwirkung von Schwefel auf Paratoluidin. — *Pohl.* Ueber die Einwirkung der Säurechloride auf Arsentrioxyd. — *Johnsson.* Ueber einige Phosphate von mehrwerthigen Metallen. — *Anschütz.* Ueber die Raoult'sche Methode der Moleculargewichtsbestimmung in ihrer Anwendung zur Entscheidung zwischen Isomerie und Polymerie. — *Klingemann.* Ueber die Einwirkung von aromatischen Aminen auf Acetylcitronensäureanhydrid. — *Wichelhaus.* Zur Kenntniss der Diamidobenzophenone. — *Jahn.* Ueber synthetische Bildung von Formaldehyd. — *Jackson* und *Moore.* Ueber Bromdinitrophenylacetessigester. — *Rideal.* Ueber organische Borverbindungen. — *Bender.* Ueber die aus α-Naphtol entstehenden Sulfosäuren. — *Lellmann.* Ueber die Coniceïne. — *Severdin* und *de la Harpe.* Ueber die Bestimmung von Anilin und Monomethylanilin. — *Sack.* Eine neue Form des Apparates zur indirecten Kohlensäurebestimmung. — *Claisen* u. *Ehrardt.* Ueber die Darstellung des Acetylacetons und seiner Homologen. — *Smith.* Oxydationsversuche mittelst des galvanischen Stromes. — *Ostwald.* Ueber die Einheit der Atomgewichte. — *Zincke.* Ueber die Einwir-

kung von Chlor auf β-Naphtol. — *Fromm* u. *Baumann.* Ueber Thioderivate der Ketone. — *Wheeler* u. *Tollens.* Ueber die Xylose (Holzucker) und das Holzgummi. — *Beythien* u. *Tollens.* Ueber Verbindungen der Raffinose mit Basen. — *Washburn* u. *Tollens.* Ueber Mais und Gewinnung von krystallisirtem Rohrzucker aus demselben. — *Hitzemann* u. *Tollens.* Vorläufige Notiz über Hexyljodür aus Sorbit. — *Heffter.* Notiz zur Darstellung der Gluconsäure. — *Id.* Ueber die Einwirkung von Chloral auf Glucose. — *Brügelmann.* Schluss-Bemerkungen über Krystallisation und physikalische Bindung. — *Bunzel.* Ueber die Oxydation des α-Pipecolins. I. — *Plath.* Ueber β'-Aethyl-α-Stilbazol und einige seiner Derivate. — *Pfitzinger* u. *Gattermann.* Zur Constitution des Primulins. — *Hallgarten.* Ueber die Propylderivate des Anthranols. — *Crampton.* Borsäure als Bestandtheil der Pflanzen. — *Winkler.* Zur Entwicklung von Chlorgas aus geformtem Chlorkalk. — *Hotter.* Ueber das Aconitsäuretriamid. — *Rueff.* Ueber das β-Dinaphtyl-p-phenylendiamin und Derivate. — *Will* u. *Bredig.* Einfache Moleculargewichtsbestimmung gelöster Substanzen. — *Mylius* u. *Foerster.* Ueber die Löslichkeit von Glas in Wasser. — *Knorr.* Zur Kenntniss des Morphins. — *Knecht* u. *Appleyard.* Zur Theorie des Färbens. — *Stoehr.* Zur Constitution des Ecgonins. — *Gattermann.* Ueber Alkylenderivate der Phenoläther. — *Bradley.* Zur Kenntniss des Disalicylaldeydes. — *Gabriel.* Ueber Amidomercaptan. — *Id.* Zur Kenntniss des Bromäthylamins. — *Fischer* u. *Kirschberger.* Ueber Mannose. III. — *Freund.* Zur Kenntniss des Hydrastins. (V.). — *Biltz* u. *Meyer.* Berichtigung. — *Meyer* u. *Seubert.* Berichtigung. — 8. *Janovsky.* Ueber Azoxytoluole. — *Hector.* Ueber die Einwirkung von Wasserstoffsuperoxyd auf Monophenylthioharnstoff. — *Aronstein* u. *Holleman.* Ueber die directe Ueberführung von Derivaten des Acetylens in die des Aethylens durch Addition von Wasserstoff. — *Remsen.* Bemerkung zu der Abhandlung: »Ueber die o-Sulfobenzoësäure und einige Derivate derselben «. — *Brauner.* Die Basis der Atomgewichte. — *Schulze.* Zur Kenntniss der chemischen Zusammensetzung der Pflanzenzellmembranen. — *Lipp.* Ueber Normal-Acetopropylalkohol. — *Klinger* u. *Standke.* Zur Kenntniss der Benzilsäure und ihrer Derivate. — *Jacobsen.* Pentamethylbenzoësäure und Durolcarbonsäure. — *Ladenburg.* Moleculargewichtsbestimmungen aus dem osmotischen Druck. — *Auwers* u. *Meyer.* Ueber Tetraphenylbernsteinsäurenitril. — *Strassmann.* Vergleichung zweier isomerer Methyldesoxybenzoïne. — *Jackson.* Ueber die Constitution von Bromdinitrophenylmalonsäureester. — *Rossolymo.* Zur Kenntniss der Substituirbarkeit der Methylenwasserstoffatome im Benzylcyanid. — *Hantzsch.* Spaltungsproducte des Phenols durch Chlor in alkalischer Lösung. — *Hoffmann.* Zur Kenntniss der Trichlor-R-pentendioxycarbonsäure. — *Jeanrenaud.* Ueber die Einwirkung des Hydroxylamins auf Säureäther. — *Böniger.* Zur Kenntniss des Dioxychinondicarbonsäureäthers und dessen Hydroderivates. — *Bamberger* u. *Müller.* Ueber Hydrirung alkylirter β-Naphtylamine. — *Id.* u. *Helwig.* Ueber Hydrirung secundärer und tertiärer Alkylderivate des α-Naphtylamins. — *Lellmann* u. *Schwaderer.* Ueber Piperideïn und Dipiperideïn. — *Id. id.* Ueber einige Derivate des Piperideïns und des Dipiperideïns. — *Id.* Ueber die Polymerisation von Verbindungen, welche unter einander doppelt gebundene Kohlenstoffatome enthalten. — *Kostanecki.* Ueber das Mononitroso- und das Dinitroso-Naphtoresorcin. — *Id.* Zur Kenntniss der beizenfärbenden Farbstoffe. — *Wohl* u. *Marckwald.* Ueber Condensationsproducte aus Amidoacetal (II). — *Einhorn.* Die Ueberführung des Anhydroecgonins in Pyridin. — *Bourcart.* Ueber Bromderivate des Dibenzylketons.

†Bibliothèque de l'École des Chartes. L, 1, 2. Paris, 1889.

Moranvillé. La chronique du religieux de Saint-Denis, les mémoires de Salmon et la chronique de la mort de Richard II. — *Langlois.* Rouleaux d'arrêts de la cour du roi au XIII siècle (3e et dernier article). — *Omont.* Manuscrits relatifs à l'histoire de France conservés dans la bibliothèque de sir Thomas Phillipps à Cheltenham.

Bulletin de la Société entomologique de France. Cah. 8. Paris, 1889.

†Bulletin de la Société mathématique de France. T. XVI, 1. Paris, 1889.

Lucas. Statistique des polynômes.

†Bulletin des sciences mathématiques. 2e sér. t. XIII, mai 1889. Paris.

Caspari. Sur les expressions des angles d'Euler, de leur fonctions trigonométriques et des neuf coefficients d'une substitution orthogonale au moyen des fonctions thêta d'un seul argument.

†Bulletin international de l'Académie des sciences de Cracovie. N. 4. 1889.

†Bulletin of the Museum of comparative Zoology at Harvard College. Vol. XVII, 3. Cambridge, 1889.

Agassiz. The Corals reefs of the Hawaiian Islands.

†Bulletin du Comité international permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel. 3e fasc. Paris, 1889.

†Centralblatt (Botanisches). Bd. XXXVIII, 6-9. Cassel, 1889.

Dietel. Ueber Rostpilze deren Teleutosporen, Kurz nach ihrer Reife Keimen. — *Löw* und *Bokorny.* Ueber das Verhalten von Pflanzenzellen zu stark verdünnter alkalischer Silberlösung. — *Ochsenius.* Ueber Maqui.

†Centralblatt für Physiologie. 1889, n. 4. Wien.

†Circulars of information (Bureau of Education). N. 1888, n. 1, 2, 5, 6. Washington, 1888.

†Civilingenieur (Der). Jhg. 1889, Heft 2. Leipzig.

Neumann u. *Ehrhardt.* Erinnerungen an den Bau und die ersten Betriebsjahre der Leipzig-Dresdener Eisenbahn. — *Burmester.* Kinematische Untersuchung der Mechanismen mit Bandtrieb. — *Köpche.* Ueber den Einfluss der Schwerkraft.

†Compte rendu des séances de la Société de géographie. 1889, n. 8-9. Paris.

†Compte rendu des séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. N. S. t. XXXI, 5-6. Paris.

Baudrillart. Les populations agricoles du Midi. — *Ducrocq.* Conservation des monuments historiques. — *Levasseur.* Mouvement de la population au XVIIIe siècle. — *Waddington.* Notice sur M. E. Caro.

†Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. T. CVIII, 18-21. Paris, 1889.

18. *Daubrée.* Notice sur M. Lory. — *Cornu.* Sur la polarisation elliptique par réflexion vitreuse et métallique. Extension des méthodes d'observation aux radiations ultraviolettes. Continuité existant entre ces deux genres de phénomènes. — *Berthelot.* Sur l'origine du bronze et sur le sceptre de Pepi Ier, roi d'Égypte. — *Id.* Sur la série thionique. Action des alcalis. — *Daubrée.* Météorite holosidère découverte à l'intérieur du sol en Algérie, à Haniel-el-Beguel. — *Chroustchoff* et *Sitnikoff.* Sur la force électromotrice des piles. — *Gernez.* Recherches sur l'application de la mesure du pouvoir rotatoire à l'étude des composés formés par l'action des molybdates neutres de magnésie et de lithine sur les solutions d'acide tartrique. — *Joly.* Sur le poids atomique du ruthénium. — *Gorgeu.* Sur les oxydes de manganèse obtenus par la voie humide. — *Jungfleisch* et *Léger.* Sur l'oxycinchonine α. — *Marcano.* Sur la fermentation alcoolique du vésou de la canne à sucre. — *Malbot* et *Gentil.* Action du chlorure de zinc sur l'alcool isobutylique en présence de l'acide chlorhydrique. Rôle du chlorure d'isobutyle. Propriétés des polybutylènes. — *Aubin* et *Alla.* Sur le dosage de l'azote organique par le procédé de M. Kjeldahl. —

de Chardonnet. Sur une soie artificielle. — *Demeny* et *Quenu.* De la locomotion dans l'ataxie locomotrice. — *Boucheron.* Des épithéliums sécréteurs des humeurs de l'œil. — *Delaurier.* Observations sur l'emploi des verres colorés en photographie. — 19. *Berthelot.* Série thionique. Action des acides sur les hyposulfites. — *Friedel.* Sur l'acide mésocamphorique. — *Huggins.* Sur le spectre photographique de la grande nébuleuse d'Orion. — *Ollier.* De la chirurgie conservatrice du pied et de l'ablation préalable de l'astragale dans les résections tibio-tarsiennes pour ostéo-arthrite suppurée. — *Lépine.* Sur une auto-intoxication d'origine rénale, avec élévation de la température et dyspnée. — *Pionchon.* Sur l'étude de la dilatation linéaire des corps solides aux températures élevées. — *Potier.* Sur la mesure directe du retard qui se produit par la réflexion des ondes lumineuses. — *Becquerel.* De l'influence du magnétisme terrestre sur la polarisation atmosphérique. — *Marchand.* Nécessité d'une correction d'humidité dans certaines installations de magnétomètre. — *Chroustchoff.* Sur l'étude de la conductibilité électrique des dissolutions salines, appliquée aux problèmes de mécanique chimique. Sels acides. — *Gorgeu.* Action de l'air sur le carbonate de manganèse. Cette action peut-elle donner naissance à quelques-uns des bioxydes de manganèse naturels? — *Pigeon.* Sur le chlorure platinique. — *Besson.* Sur quelques combinaisons du bioxyde d'azote et de l'hypoazotide avec des chlorures anhydres. — *Bakhuis Roozeboom.* Sur la solulibité des sels. Réponse à M. Le Chatelier. — *Le Chatelier.* Sur la solubilité des sels. Réponse à M. Roozeboom. — *Lambert.* Action du borax sur les alcools polyatomiques. — *Id.* Action du borax sur les phénols polyatomiques. — *Gatellier* et *L'Hote.* Étude sur la richesse en gluten du blé. — *Giard* et *Bonnier.* Sur la morphologie et la position systématique des épicarides de la famille des Dajidae. — *Prouho.* Sur la structure et la métamorphose de la larve de la Flustrella hispida (Bryoazoaire cténostome). — *de Lacaze-Duthiers.* Observations relatives à la Communication précédente de M. Prouho. — *Moniez.* Parasitisme accidentel sur l'homme du Tyroglyphus farinae. — *Meunier.* Altération remarquable du fer météorique de San Francisco del Mezquital. — 20. *Janssen.* Sur l'origine tellurique des raies de l'oxygène dans le spectre solaire. — *Sylvester.* Sur la correspondance complète entre les fractions continues qui expriment les deux racines d'une équation quadratique dont les coefficients sont des nombres rationnels. — *Duhem.* Sur l'impossibilité des corps diamagnétiques. — *Macé de Lépinay* et *Perot.* Sur une reproduction artificielle du mirage et les franges d'interférences qui peuvent accompagner ce phénomène. — *Le Chatelier.* Sur la dilatation du quartz. — *Vignon.* Sur les variations de la fonction acide dans l'oxyde stannique. — *Péchard.* Sur l'acide oxalomolybdique et les oxalomolybdates. — *Amat.* Sur l'acide phosphoreux — *Lefèvre.* Action, par la voie sèche, des méta-, pyro- et ortho-arséniates alcalins sur les oxydes alcalino-terreux. — *Massol.* Sur les malonates d'ammoniaque. — *Muntz* et *Marcano.* Sur la proportion de nitrates contenus dans les pluies des régions tropicales. — *Gatellier* et *L'Hote.* Étude sur la richesse en gluten du blé. — *Martinand.* Étude sur la fermentation alcoolique du lait. — *Dom Pedro Augusto de Saxe-Cobourg-Gotha.* Feroligiste spéculaire cristallisé de Bom Jesus dos Meiras, province de Bahia (Brésil). — *Id.* Sur l'albite de Morro Velho. — *Termier.* Sur une phyllite nouvelle, la leverriérite, et sur les bacillarites du terrain houiller. — *Renault.* Sur un nouveau genre fossile de tige cycadéenne — 21. *Trécul.* Sur la nature radiculaire des stolons des Nephrolepis. Réponse à M. Van Tieghem. — *Sylvester.* Sur la représentation des fractions continues qui expriment les deux racines d'une équation quadratique. — *Grand'Eury.* Calamariées; Arthropitus et Calamodendron. — *Gréhant* et *Quinquaud.* Détermination exacte de la quantité d'eau contenue dans le sang. — *Id. id.* Dosage de l'urée dans le sang et dans les muscles. — *Tacchini.* Distribution en latitude des phénomènes solaires pendant l'année 1888 et observations solaires du premier trimestre de 1889. — *Le Chatelier.* Sur la dilatation des métaux aux températures élevées. — *Chauvin.* Recherches sur la polarisation rotatoire magnétique dans le spath d'Islande. — *Chroutschoff.* De la conductibilité électrique des dissolutions salines. Dépla·

cements réciproques des acides. — *van Aubel.* Recherches sur la résistance électrique du bismuth. — *Ossipoff.* Sur la chaleur de combustion de quelques corps organiques. — *André.* Sur quelques modes de production des chlorures ammoniés de mercure. — *Gautier* et *Hallopeau.* Sur quelques sulfures métalliques. — *Parmentier.* Sur la présence du sulfate de soude dans l'atmosphére. — *Haller.* Sur la cyanacétophénone, l'orthométhylcyanacétophénone et l'éther orthotoluylacétique. Méthode générale de synthèse d'acides β-acétoniques de la série aromatique. — *Hanriot* et *Saint-Pierre.* Action du potassium sur le triphénylméthane. — *Bailhache.* Dosage de l'azote nitrique par le protosulfate de fer. — *Lévy* et *Collot.* Sur l'existence de la néphélinite à Rougiers (Var). — *Lacroix.* Sur un sulfates de baryte naturel, monoclinique et dimorphe de la barytine. — *Sorel.* Sur la rectification de l'alcool. — *Laboulbène.* Sur les dégâts produits sur les épis de maïs par un insecte hémiptère [Pentatoma (Nezara) viridula Linné]. — *Prillieux.* Sur la maladie du peuplier pyramidal. — *Boucheron.* Sur l'œdème ex vacuo de la muqueuse tympanique chez le fœtus. — *Zenger.* Les orages des 17 et 19 mai 1889 en Bohême.

†Cosmos. Revue des sciences et de leur application. N. S. n. 223-225. Paris, 1889.

†Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Math.-Natur. Cl. Bd. LIII. Wien, 1887.

Oppolzer v. Ueber die astronomische Refraction. — *Weiss.* Ueber die Berechnung der Präcession. — *Ettingshausen v.* Zur Kenntniss der Tertiärflora Australiens. — *Id.* Zur Kenntniss der fossilen Flora Neuseelands. — *Rollett.* Zur Physiologie der Muskeln. — *Steindachner* und *Döderlein.* Beiträge zur Kenntniss der Fische Japan's. — *Sersawy.* Ueber den Zusammenhang zwischen den vollständigen Integralen und der allgemeinen Lösung bei partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung. — *Skibinski.* Der Integralen der Prof. Zmurko in seiner Wirkungsweise und praktischen Verwandung. — *Heimerl.* Zur Anatomie der Nyctegineen. — *Merk.* Die Mitosen in Centralnervensysteme. — *Robek.* Ueber Curven vierter Ordnung von Geschlechte zwei, ihrer Systeme berührender Kegelschnitte und Doppeltangenten. — *Igel.* Zur Theorie der Combinanten und zur Theorie der Gerrard'-schen Transformation. — *Wettstein.* Monographie der Gattung Hedraeanthus.

†Denkschriften d. k. Akademie der Wissenschaften. Phil.-hist. Cl. Bd. XXXVI. Wien, 1888.

Pfizmaier. Der Chinesische Dichter Pe-lo-thien. — *Büdinger.* Der Patriciat und das Fehderecht in den letzten Jahrzehnten der römischen Republik, eine Staatsrechtliche Untersuchung. — *Miklosich.* Die Blutrache bei den Slaven. — *Pfizmaier.* Die elegische Dichtung der Chinesen. — *Kremer.* Ueber das Einnahmebudget des Abbasiden-Reiches vom Jahre + 306 H. (918-919). — *Wünsch Müller.* Die Keil-Inschrift von Aschrut-Darga. — *Wessely.* Griechische Zauberpapyrus von Paris und London. — *Auer.* Der Tempel der Vesta und das Haus der Vestalinnen am Forum Romanum.

†Гласник српскога Ученог Друштва. К. 68. У Београду, 1889.

†Извѣстія Императорскаго Русскаго Географическаго Общества. Томъ XXIV 4-5. С.-Петербургъ, 1889.

ПРЖЕВАЛЬСКАГО. Рѣчи произнесенныя на чрезвычайномъ собраніи И. Р. Г. О. 9 Ноября 1888. — СЕМЕНОВЪ. Туркестанъ и Закаспійскій край въ 1888 году. — ХАТИСЯНЪ. Казбекскіе ледники въ періодъ съ 1862 года по 1887 годъ. — ПОДГАЕЦКІЙ. О гидрографическомъ характерѣ рѣки Тавды и ея экономическомъ значеніи. — ПОМОРЦЕВЪ. Очеркъ изслѣдованій теллурическихъ токовъ. — ТИЛЛО. Барометрическія опредѣленія высотъ, произведенныя Р. Н. Савельевымъ лѣтомъ 1888 года на Кавказѣ.

†Journal de la Société physico-chimique russe. T. XXI, 4. S. Pétersbourg, 1889.

Zelinsky et *Bitchihin.* Sur les produits de la réaction du cyanure de potassium sur

les éthers des acides de la série grasse, contenant des haloïdes. — *Tchernay*. Sur la dilatation des dissolutions salines. — *Tanatar*. Données thermochimiques concernant les acides succinique et isosuccinique. — *Menschutkin* et *Wassilieff*. Sur la décomposition de l'anhydride acétique par l'eau. — *Mendeleeff*. Note sur la dissociation des substances dissoutes. — *Reformatsky*. Étude de l'acide linoléique. — *Bachmetieff*. La dépendance des propriétés diamagnétiques et paramagnétiques du poids atomique. — *Pirogoff*. Sur les gaz imparfaits.

†Journal de physique théorique et appliquée. 2e sér. t. VIII, mai 1889.

Amagat. Recherches sur l'élasticité des solides et la compressibilité du mercure. — *Mathias*. Sur les chaleurs spécifiques des dissolutions. — *Potier*. Sur le siège de la force électromotrice de contact. — *Gouy*. Sur la conservation de l'électricité et la conservation du poids dans les transformations des systèmes matériels. — *Korda*. Effets électriques de la lumière sur le sélénium.

†Journal für die reine und angewandte Mathematik. Bd. CIV, 4. Berlin, 1889.

du Bois-Reymond. Ueber lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung. — *Stahl*. Ueber die rationale ebene Curve vierter Ordnung. Fortsetzung. Siehe dieses Journal Bd. 101, S. 300. — *Netto*. Anwendung der Modulsysteme auf eine elementare algebraische Frage. — *von Lilienthal*. Zur Krümmungstheorie der Flächen. — *Genocchi*. Première partie du chapitre XIII de la Note sur la théorie des résidus quadratiques. — *Kronecher*. Beweis des Reciprocitätsgesetzes für die quadratischen Reste.

†Journal (The American) of Science. Vol. XXXVII, n. 221. May 1889. New Haven.

Barus. The Electrical Resistance of Stressed Glass. — *Harwey Weed*. Formation of Siliceous Sinter by the Vegetation of Thermal Spriugs. — *Upham*. Marine Shells and Fragments of Shells in the Till near Boston. — *Clarke* and *Catlett*. A Platiniferous Nickel Ore from Canada. — *Walcott*. Stratigraphic Position of the Olenellus Fauna in North America and Europe. — *Holden*. Earthquakes in California. — *Hallock*. Chemical Action between Solids.

†Journal (The quarterly) of pure and applied Mathematics. N. 93. Cambridge, 1889.

Baker. Weierstrassian formulæ applied to the binary quartic and ternary cubic. — *Dixon*. On twiisted cubics. — *Taylor*. On the centre of an algebraical curve. — *Pearson*. On the flexure of heavy beams subjected to continuous systems of load.

†Journal (The) of the College of science, imp. University Japan. Vol. II, 5. Tōkyō, 1889.

Dirô Kitao. Beiträge zur Theorie der Bewegung der Erdatmosphäre und der Wirbelstürme. — *Joji Sakurai*. Note on the Specific volumes of Aromatic Compounds.

†Lumière (La) électrique. T. XXXII, n. 18-21. Paris, 1889.

18. *Guillaume*. Quelques propositions concernant les symboles et les notations. — *Richard*. Chemins de fer et tramways électriques. — *Decharme*. Sur les différences entre les électricités dites positive et négative. — *Forbes*. Les usines centrales d'éclairage électrique : état actuel de la question en Europe (deuxième partie). — Chronique et revue de la presse industrielle: Allemagne: Angleterre. — 19. *Meylan*. L'éclairage électrique à l'ouverture de l'Exposition. — *Preece*. Les piles secondaires. — *Richard*. Les dynamomètres. — *Meyland*. Nouveau dispositifs galvanométriques. — *Wuilleumier*. Recherches sur les contacts microphoniques et les courants téléphoniques. Chronique et revue de la presse industrielle: Angleterre: États Unis. — 20. *Rechniewski*. Sur les moteurs à courants alternatifs. — *Richard*. Les phonographes. — *Luvini*. Les taches solaires et les variations du magnétisme terrestre. — *Decharme*. Sur les différences entre les électricités dites posi-

tive et négative. — *Ledeboer.* Le téléphone électromagnétique Zygang. — *Minet.* Leçons de chemie. Chronique et revue de la presse industrielle : Angleterre ; Autriche : Etats-Unis. — 21. *Dieudonné.* La lumière électrique à l'Exposition universelle de 1889. — *Richard.* Le graphophone. — *Samuel.* Sur l'expression du travail dans les machines rhéostatiques. — *Decharme.* Différences entre les électricités dites positive et négative. — *Larroque.* Sur le rémagnétisme du fer. — *Lodge.* Les éclairs et les paratonnerres. Chronique et revue de la presse industrielle : France.

†Magazin (Neues Lausitzisches). Bd. LXIV, 2. Görlitz, 1888.

Franke. Grundzüge der Schriftsprache Luthers. — *Knothe.* Die Familie Steinruckcr in Zittau und Görlitz. — *Stöckhard.* Johann Christian von Damnitz.

†Memorias de la Sociedad Cientifica « A. Alzate ». T. II, 7. México, 1889.

Medal. Apuntes estadísticos sobre el Distrito de Ario, Estado de Michoacán.

†Monatsblätter des wissenschaftlichen Club in Wien. Jhg. X, 8. Wien, 1889.

†Notices (Monthly) of the r. Astronomical Society. Vol. XLIX, 6. London, 1889.

Holden. On the photographs of the corona at the solar eclipse of 1889, January I. — *Burnham.* The trapezium of Orion. — *Downing.* Probable errors of Greenwich determinations of right ascension at different zenith distances. — *Gore.* On the proper motion of 85 Pegasi. — *Finlay.* On an error in Brünnow's formulæ for differential refraction in distance and position-angle. — *Roberts.* Photographs of the nebulæ M 81, 82, and a nebulous star in Ursa Major. — *Espin.* A catalogue of the stars of the IV type. — *Crossley.* On a method of supporting a large mirror when silvering. — *Plummer.* Observations of comets made at the Orwell Park Observatory in the years 1888-89.

†Observations de Pulkova publiés par O. Struve. Vol. XIV. S. Pétersbourg, 1888.

†Proceedings of the London Mathematical Society. N. 346-348. London, 1889.

Pearson. On a certain Atomic Hypothesis. — *Tanner.* On Cyclotomic Functions. — *Love.* On the Equilibrium of a Thin Elastic Spherical Bowl.

†Proceedings of the Boston Society of the Natural History. Vol. XXIII, 3, 4. Boston, 1888.

Haynes. The Bow and Arrow unknown to Palæolithic Man. — *Farlow.* The Lichens belonging to the Boston Society of Natural History. — *Hagen.* Monograph of the Hemerobidæ. Part II. — *Trelease.* North American Species of Thalictrum. — *Kneeland.* On the Metallic tubes found with a skeleton at Fall Rives « The Skeloton in Armor ». — *Crosby* and *Barton.* On the Great Dikes at Paradise, near Newport. — *Haynes.* Localities of Quarries worked by the Indians for material for their Stone Implements. — *Davis.* On the Mechanical Origin of the Triassic Monoclinal in the Connecticut Valley. — *Emerton.* On the Restoration of the Skeleton of Dinoceras mirabile. — *Marcou.* On the Use of the name Taconic. — *Scudder.* Cockroaches from the Carboniferous period. — *Id.* Glands and extensile organs in the Larvæ of Certain Butterflies. — *Jeffries.* Note on the Epidermal System of Birds. — *Brooks.* Preliminary remarks on the Structure of the Funnel of Nautilus pompilius. — *Ridgway.* Notes on some type-specimen of American Trogloúytidæ in the Lafresnaye collection. — *Fewkes.* A New Mode of Life among Medusæ. — *Hyatt.* Values in Classification of the stages of Growth and Decline, with propositions for a New Nomenclature. — *Shaler.* Origin of the divisions between the layers of Stratified Rocks. — *Abbott.* On the antiquity of man in the valley of the Delaware. — *Wright.* On the age of the Ohio gravel-beds (with figures). — *Upham.* The recession of the ice-sheet in Minnesota in its relation to the gravel deposits overlying the quartz implements found by Miss Babbitt at Little Falls, Minn. (with a figure). — *Putnam.* Remarks

on early man in America. — *Crosby.* Geology of the outer islands of Boston Harbor. — *Emerton.* Changes of the internal organs in the pupa of the milkweed butterfly. — *Stejneger.* On the type specimen of Euryzona eurizonoides (Lafr.). — *Putnam.* Notes on two species of wasps observed at the serpent mound in Ohio. — *Newell.* Niagara cephalopods from northern Indiana. — *Crosby.* Geology of the Black Hills of Dakota. — *Putnam.* The serpent mound in Adams Co., Ohio. — *Fewkes.* On the origin of the present form of the Bermudas. — *Scudder.* Report of the committee af the Council on a natural history garden. — *Wells.* A notice of the life of the late Richard C. Greenleaf. — *Jackson.* The development of the oyster with remarks on allied genera. — *Hyatt.* Sketch of life and services to science of Prof. Spencer F. Baird.

†Publications de l'École des langues orientales vivantes. 3e sér. vol. IV. Paris, 1889.

Nalivkine. Histoire du Khanat de Khokand.

†Rad jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti. Kn. XCII, XCIII. U Zagrebu, 1888.

†Repertorium der Physik. Bd. XXV, 4. München, 1889.

Fuchs. Beitrag zur Theorie der Krystallisation. — *Weber.* Untersuchungen üeber die Strahlung fester Körper. — *Pernter.* Scintillometer Beobachtungen auf dem Hohen Sonnblick (3095 m) im Februar 1888. — *Fuchs.* Ueber Liebreichs todten Raum und das Glühen des Platins in Alkoholdämpfen. — *Haschek.* Ueber Brechungsexponenten trüber Medien.

†Report (Annual) of the Yorkshire phylosophical Society for 1888. York, 1889.

†Resumé des séances de la Société des ingénieurs civils. Séance de 3 mai 1889. Paris.

†Revista do Observatorio. Anno IV, 4. Rio de Janeiro, 1889.

†Revue archéologique. 3e sér. mars-avril 1889. Paris.

Le Blant. De quelques monuments antiques relatifs à la suite des affaires criminelles. — *de Vogüé.* Note sur les nécropoles de Carthage. — *Reinach.* Les Gaulois dans l'art antique et le sarcophage de la Vigne Ammendola. — *Mallet.* Les inscriptions de Naucratis. — *Berger.* Sur les monnaies de Micipsa, et sur les attributions des quelques autres monnaies des princes numides. — *Vaillant.* Le nouveau cippe romain de Boulogne-sur-Mer. — *Blanchet.* Tessères antique, théâtrales et autres. — *Drouin.* L'ère de Yezdegerd et le calendrier perse (suite). — *Buhot de Kersers.* Statistique monumentale du département du Cher. Conclusions. Histoire de l'architecture dans le département du Cher (suite).

†Revue internationale de l'électricité. T. VIII, n. 81, 82. Paris, 1889.

81. *Fontaine.* Éclairage électrique de l'Exposition universelle de 1889. — *Leonardi.* Extraction des métaux précieux par l'électricité. — *Gérard.* Moteur à courants alternatifs. — *Leonardi.* Correspondance anglaise. — 82. *Jacques.* L'accumulateur Pumpelly. — *Siemens* et *Halske.* Appareil servant au contrôle de la tension du courant sur plusieurs points d'un réseau. — *Picou.* Théorie des machines dynamo-électriques. — *Righi.* Quelques expériences sur la décharge d'une batterie. — *Dary.* L'électricité atmosphérique.

†Revue (Nouvelle) historique de droit français et étranger. 1889 mars-avril. Paris.

Declareuil. La justice dans les coutumes primitives. — *Bonvalot.* Les féautés en Lorraine. — *Lepoittevin.* Des droits de la fille ou du mariage avenant dans la coutume de Normandie.

†Revue politique. 3e sér. t. XLIII, n. 18-21. Paris, 1889.

†Revue scientifique. 3e sér. t. XLIII, n. 18-21. Paris, 1889.

†Rundschau (Naturwissenschaftliche). Jhg. IV, n. 19-22. Braunschweig, 1889.

†Starine na sviet izdaje jugosl. Akademija znanosti i umjetnosti. Kn. XX. U Zagrebu, 1888.

†Sitzungsberichte d. k. Akademie der Wissenschaften. Math.-Natw. Cl. 1e Abth. Bd. XCV, XCVI; 2e Abth. Bd. XCV, 3-5, XCVI; 3e Abth. Bd. XCV, XCVI. Wien, 1887-88,

1, XCV. *v. Ettingshausen.* Beiträge zur Kenntniss der fossilen Flora Neuseelands. — *v. Wettstein.* Zur Morphologie und Biologie der Cystiden. — *Krasan.* Ueber regressive Formerscheinungen bei Quercus sessiliflora Sm. — *v. Ebner:* Ueber den feineren Bau der Skelettheile der Kalkschwämme nebst Bemerkungen über Kalkskelete überhaupt. — *Neumayr.* Die natürlichen Verwandtschaftsverhältnisse der schalentragenden Foraminiferen. — *Fritsch.* Anatomisch-systematische Studien über die Gattung *Rubus.* — *Molisch.* Ueber einige Beziehungen zwischen anorganischen Stickstoffsalzen und der Pflanze. — *Handlirsch.* Monographie der mit Nysson und Bembex verwandten Grabwespen. — 1, XCVI. *Leitgeb.* Die Incrustation der Membran von Acetabularia. — *Conrath.* Ueber einige silurische Pelecypoden. — *Steindachner.* Ichthyologische Beiträge (XIV). — *Id.* Ueber eine neue Molge-Art und eine Varietät von Homalophis Doriae Pet. — *v. Ettingshausen.* Ueber das Vorkommen einer Cycadee in der fossilen Flora von Leoben in Steiermark. — *Molisch.* Ueber Wurzelausscheidungen und deren Einwirkung auf organische Substanzen. — *Nalepa.* Die Anatomie der Phytopten. — *Bukowski.* Vorläufiger Bericht über die geologische Aufnahme der Insel Rhodus. — *Zukal.* Vorläufige Mittheilung über die Entwicklungsgeschichte des Penicillium crustaceum Lk. und einiger Ascobolus-Arten. — *Wiesner.* Grundversuche über den Einfluss der Luftbewegung auf die Transpiration der Pflanzen. — 2, XCV. *Kohn.* Zur Theorie der rationalen Curven vierter Ordnung. — *Id.* Ueber die zu einer allgemeinen Curve vierter Ordnung adjungirten Curven neunter Classe. — *Bobek.* Ueber Raumcurven m-ter Ordnung $(m-2)$-fachen Secanten. — *Puluj.* Objective Darstellung der wahren Gestalt einer schwingenden Saite. — *Mahler.* Ueber eine in einer syrischen Grabinschrift erwähnte Sonnenfinsterniss. — *Tumlirz.* Ueber die Fortpflanzung ebener Luftwellen endlicher Schwingungsweite. — *Schramm.* Ueber den Einfluss des Lichtes auf den Verlauf chemischer Reactionen bei der Einwirkung der Halogene auf aromatische Verbindungen. — *Liznar.* Ueber die 26tägige Periode der erdmagnetischen Elemente in hohen magnetischen Breiten. — *Gegenbauer.* Ueber die Bessel'schen Functionen. — *Satke.* Ueber den täglichen Gang der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung in Tarnopol. — *Raupenstrauch.* Ueber Condensation des Normalbutyraldehydes. — *Weidel.* Studien über Reactionen des Chinolins (I. Abhandlung.). — *Hazura.* Untersuchungen über die Hanfölsäure (II. Abhandlung.). — *Id.* u. *Friedreich.* Ueber trocknende Oelsäuren (III. Abhandlung.). — *Pelz.* Zum Normalenproblem der Ellipse. — *Mach* u. *Slacher.* Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgänge. — *Waelsch.* Ueber eine Strahlencongruenz beim Hyperboloid. — *Biermann.* Ueber das algebraische Gebilde n^{ter} Stufe im Gediete von $(n+1)$ Grössen. — *Horbaczewski.* Ueber eine neue Synthese und die Constitution der Harnsäure. — *Peukert.* Ueber die Erklärung des Waltenhofen'schen Phänomens der anomalen Magnetisirung. — *Gegenbauer.* Ueber ein Theorem des Herrn Pépin. — *Id.* Ueber primitive Congruenzwurzeln. — *Id.* Note über die Exponentialfunction. — *Benedikt* u. *Ulzer.* Zur Kenntniss der Türkischrothöle. — *Karcz.* Ueber Glyoxal-Oenanthylin und dessen Abkömmlinge. — *Bandrowski.* Ueber das Vorkommen alkaloidartiger Basen im galizischen Roherdöle. — *v. Hepperger.* Bahnbestimmung des Kometen 1846 IV (De-Vico). — *Stefan.* Ueber veränderliche elektrische Ströme in dicken Leitungsdrähten. — *Boltzmann.* Ueber einen von Prof. Pebal vermutheten thermochemischen Satz, betreffend nicht umkehrbare elektrolytische Processe. — *Mertens.* Ueber invariante Gebilde ternärer Formen. — *Lecher.* Neue Versuche über den galvanischen

Lichtbogen. — *Herzig.* Notiz über Isodulcit. — *Tumlirz* u. *Krug.* Ueber die Aenderung des Widerstandes galvanisch glühender Drähte mit der Stromstärke. — 2, XCVI. *Gegenbauer.* Note über Determinanten. — *Schramm* u. *Zakrzewski.* Spectraluntersuchungen über die Energie der Einwirkung von Brom auf aromatische Kohlenwasserstoffe. — *Wassmuth* u. *Schilling.* Ueber eine Methode zur Bestimmung der Galvanometerconstante. — *Bidschof.* Bestimmung der Bahn des Kometen 1848 I. — *Puschl.* Ueber das Verhalten der Gase zu den Gesetzen von Mariotte und Gay-Lussac. — *Id.* Ueber den höchsten Siedepunkt der Flüssigkeiten. — *Lippmann* u. *Fleissner.* Ueber die Synthese von Oxychinolincarbonsäuren. — *Wähner, Th.* Bestimmungen der Magnetisirungszahlen von Flüssigkeiten. — *Goldschmiedt.* Ueber ein neues Dimethoxylchinolin. — *Lecher.* Ueber Convection der Elektricität durch Verdampfen. — *Puchta.* Ueber einen Satz von Euler-Brioschi-Genocchi. — *Hiecke.* Ueber die Deformation elektrischer Oscillationen durch die Nähe geschlossener Leiter. — *Bondzynski.* Ueber Sulfhydrylzimmtsäure und einige ihrer Derivate. — *Miesler.* Ueber elektromotorische Verdünnungsconstanten. — *Simony.* Ueber den Zusammenhang gewisser topologischer Thatsachen mit neuen Sätzen der höheren Arithmetik und dessen theoretische Bedeutung. — *Holetschek.* Ueber die Frage nach der Existenz von Kometensystemen. — *Puschl.* Ueber das Verhalten des Wasserstoffs zum Mariotte'schen Gesetze. — *Jäger.* Ueber die elektrische Leitungsfähigkeit der Lösungen neutraler Salze. — *Schwarz.* Bahnbestimmung des Planeten (254) Augusta. — *Láska.* Studien zur Störungstheorie. — *Bobek.* Zur Classification der Flächen dritter Ordnung. — *Pelz.* Zum Normalenproblem einer vollständig gezeichneten Ellipse. — *Smolka.* Ueber das Allylbiguanid und einige seiner Derivate. — *Id.* Ueber einige Salze der Pikraminsäure. — *Morawski* u. *Klaudy.* Ueber Chlor- und Bromsubstitutionsproducte des Citraconanils. — *Exner.* Ueber die Abhängigkeit der atmosphärischen Elektricität vom Wassergehalte der Luft. — *Gegenbauer.* Ueber die binären quadratischen Formen. — *Id.* Ueber eine specielle Determinante. — *Id.* Arithmetische Note. — *Andreasch.* Zur Kenntnis der Thiohydantoïne (II. Abhandlung). — *Ehrlich.* Ueber Resazoïn und Resorufin. — *Bandrowski.* Zur Kenntniss der Dinitrobenzidine. — *Id.* Ueber das Diphenylparazophenylen. — *Meyer.* Ueber einige Derivate der Dimethyl-α-Resorcylsäure. — *Obermayer.* Versuche über die Diffusion von Gasen IV. — *Gröger.* Ueber die Oxydationsproducte der Palmitinsäure mit Kaliumpermanganat in alkalischer Lösung. — *Kobald.* Ueber ein neues Ausflussproblem. — *Lippmann.* Ueber Oxychinolinkohlensäureäthyläther. — *Gegenbauer.* Notiz über eine specielle zahlentheoretische Function. — *Jäger.* Die Berechnung der Grösse der Molekeln auf Grund der elektrischen Leitungsfähigkeit von Salzlösungen. — *Pick.* Ueber die Integration der Lamé'schen Differentialgleichung. — *Boltzmann.* Ueber einige Fragen der kinetischen Gastheorie. — *v. Niessl.* Bahnbestimmung des Meteors vom 21. April 1887. — *Puluj.* Ein Interferenzversuch mit zwei schwingenden Saiten. — *Láska.* Zur Theorie der planetarischen Störungen. — *Brauner* u. *Tomicek.* Ueber die Einwirkung von Schwefelwasserstoff auf Arsensäure. — *Miesler.* Die Zerlegung der elektromotorischen Kräfte galvanischer Elemen. — *Schmidt.* Ueber die 26tägige periodische Schwankung der erdmagnetischen Elemente. — *Tumlirz* u. *Krug.* Die Leuchtkraft und der Widerstand eines galvanisch glühenden Platindrahtes. — *Bobek.* Ueber das Maximalgeschlecht von windschiefen Flächen gegebener Ordnung. — *Puschl.* Ueber die Zusammendrückbarkeit der Gase und der Flüssigkeiten. — *Adler.* Ueber eine neue Berechnungsmethode der Anziehung, die ein Conductor in einem elektrostatischen Felde erfährt. — *Holetschek.* Ueber die Bahn des Planeten (111) Ate. — *Anton.* Specielle Störungen und Ephemeriden für die Planeten (114) Cassandra und (154) Bertha. — *Puschl.* Ueber die Wärmeausdehnung der Flüssigkeiten. — *Georgievics v.* Ueber die Einwinkung von Schwefelsäure auf Chinolin. — *Donath* u. *Müllner.* Trennung des Zinnoxydes von Wolframsäure. — *Grünwald.* Mathematische Spectralanalyse des Magnesiums und Kohle. — *Czermak.* Ueber

das elektrische Verhalten des Quarzes (I). — *Mertens.* Ueber windschiefe Determinanten. — *Warburg.* Bemerkung zu der Abhandlung: »Ueber eine experimentelle Bestimmung der Magnetisirungsarbeit von A. Wassmuth und C. A. Schilling«. — *Boltzmann.* Zur Theorie der thermoelektrischen Erscheinungen. — *Kohn.* Ueber Flächen dritter Ordnung mit Knotenpunkten. — *Adler G.* Ueber eine neue Berechnungsmethode der Anziehung die ein Conductor in einem elektrostatischen Felde erfährt (II. Abhandlung.). — *Miesler.* Die Zerlegung der elektromotorischen Kräfte galvanischer Elemente. — *Jäger.* Ueber die relativen Eigenschaften der molekularen elektrischen Leitungsfähigkeiten von Salzlösungen. — *Zeisel.* Ueber das Colchicin (II. Abhandlung.). — Verzeichniss der an die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe vom 1. Juli bis 31. December 1887 gelangten periodischen Druckschriften. — 3, XCV. *Biedermann.* Beiträge zur allgemeinen Nerven- und Muskelphysiologie. (XX. Mittheilung.) Ueber die Innervation der Krebsscheere. — *Holl.* Zur Anatomie der Mundhöhle von Rana temporaria. — *Brucke.* Ist im Harn des Menschen freie Säure enthalten? — *Maschek.* Ueber Nervenermüdung bei elektrischer Reizung. — *Löwit.* Die Umwandlung der Erythroblasten in rothe Blutkörperchen. — *Knöll.* Beiträge zur Lehre von der Athmungsinnervation. — *Hoffmann.* Ueber den Zusammenhang der Nerven mit Bindegewebskörperchen und mit Stomata des Peritoneums, nebst einigen Bemerkungen über das Verhalten der Nerven in dem letzteren. — *Löwit.* Beiträge zur Lehre von der Leukämie (II. Mittheilung). Die Beschaffenheit der Leukokyten bei der Leukämie. — Verzeichniss der an die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe vom 1 Jänner bis 30. Juni 1887 gelangten periodischen Druckschriften. — 3, XCVI. *Biedermann.* Zur Kenntniss der Nerven Nervenendigungen in den quergestreiften Muskeln der Wirbellosen. — *Klemensiewicz,* Ueber die Wirkung der Blutung auf das mikroskopische Bild des Kreislaufes. — *Id.* Ueber den Einfluss der Körperstellung auf das Verhalten des Blutstromes und der Gefässe. — *Knoll.* Beiträge zur Lehre von der Athmungsinnervation. — *Brücke.* Bemerkungen über das Congoroth als Index, insonderheit in Rücksicht auf den Harn. — *Singer.* Ueber die Veränderungen am Rückenmark nach zeitweiser Verschliessung der Bauchaorta. — *Holl.* Zur Anatomie der Mundhöhle von Lacerta agilis.

†Sitzungsberichte d. k. Akademie Wissenschaften Phylol.-hist. Cl. Bd. CXIV, 2; CXV. Wien, 1887-1888.

CXIV, 2. *Bühler.* Eine Sendraka Inschrift aus Gujarat. — *Schipper.* Die zweite Version der mittelenglischen Alexiuslegenden. — *Steffenhagen.* Die Entwicklung der Landrechtsglosse der Sachsenspiegels. VIII. Verzeichniss der Handschriften und Drucke. — *Burkhard.* Nachtrag zu ‚Die Kaçmîrer Çakuntalâ-Handschrift'. — *Horawitz.* Zur Geschichte des Humanismus in den Alpenländern. II. — *Stangl.* Zu Cassiodorius Senator. — *Heinzel.* Ueber die Hervararsaga. — *Ehrenfels.* Ueber Fühlen und Wollen. Eine psychologische Studie. — *Reinisch.* Die Quarasprache in Abessinien. III. Deutsch-Quarisches Wörterverzeichniss. — *Steffenhagen.* Die Entwicklung der Landrechtsglosse des Sachsenspiegels. IX. Die Ueberlieferung der Buch'schen Glosse. — *Gomperz.* Platonische Aufsätze. I. Zur Zeitfolge platonischer Schriften. — *Horawitz.* Zur Geschichte des Humanismus in den Alpenländern. III. Leonhard Schillling von Hallstadt. — CXV. *Mussafia.* Studien zu den mittelalterlichen Marienlegenden. II. — *Pribram.* Beitrag zur Geschichte des Rheinbundes von 1658. — *Pastrnek.* Beiträge zur Lautlehre der slovakischen Sprache in Ungarn. — *Geyer.* Das Kitâb al-wuḥûš von Al-'Aṣma'î mit einem Paralleltexte von Qutrub. — *Wotke.* Glossae spiritales secundum Eucherium episcopum. — *Schenkl.* Die epiktetischen Fragmente. Eine Untersuchung zur Ueberlieferungsgeschichte der griechischen Florilegien.

†Transactions of the Manchester Geological Society. Vol. XX, 5-8. Manchester, 1889.

5-6. *Kendall.* The Volcanic Phenomena of Mull. — *Oldham.* On the Cause of Earthqua-

kes, of the Dislocation and Overlapping of Strata, and of Similar Phenomena. — *Kendall.* On a Large Boulder found in Oxford Street, Manchester. — 7. *Bramall.* On the Effects of Roburite Fumes. — *Roeder.* Some further remarks on the Oxford Street Section. — *Fletcher.* On the Effects of Goaf Stowing on Sudden Issues of Gas and on Ventilation. — 8. *Roeder.* On a New Archæological Discovery on the Ship Canal at Sticking Island. — *Watts.* On the Use of Roburite and other Explosives in Mines. — *Bolton.* On Fish Remains from the Lower Coal Measures.

†Verhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt. 1889, n. 4-6. Wien, 1889.

†Verhandlungen der Physiologischen Gesellschaft zu Berlin. 1889, n. 8-10. Berlin.

†Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses. 1889. Heft IV. Berlin, 1889.

Ludewig. Allgemeine Theorie der Turbinen.

†Veröffentlichungen des k. Preussischen Geodätischen Instituts. Berlin, 1881.

Polhöhenbestimmungen aus dem Jahre 1886 für 20 Stationen nahe dem Meridian des Brockens vom Harz bis zur Dömischen Grenze. — *Simon.* Gewichtsbestimmungen für Seitenverhältnisse im Schematischen Dreiecknetzen.

†Vierteljahrschrift der Naturforschen. Gesellschaft in Zürich. Jhg. XXXIII, 2. Zürich, 1888.

Mayer-Eymar. Zwölf neue Arten aus dem unteren Londinian des Monte Postale bei Vicenza. — *Weiler.* Einige Resultate über die Osculationskreise bei Kegelschnitten. — *Fritz.* Eine kurze Periode in den meteorologischen Erscheinungen. — *Gubler.* Die Darstellung der allgemeinen Besselschen Function durch bestimmte Integrale. — *Beck.* Elementare Herleitung der Plücker'schen Formeln.

†Vierteljahrshetfe (Würtembergische) für Landesgeschichte. Jhg. XI, 1888.

Giefel. Johnn Ulrich Pregitzers Reise nach Oberschwaben im Jahr 1688. — *Leube.* Die Ruine auf dem Heilenberg bei Allmendingen. — *Schneider.* Das Stadtrecht von Hosskirch. — *Bossert.* Die älteste Kirche in Ehingen an der Donau. — *Schilling.* Ein Ulmer Glockengiesser. — *Beck.* Sonderbare Schicksale zweier ehemaliger Riedlinger Kapuzinernovizen. — *Losch.* Zu der Bedensart: eichelnweise gleich erben und teilen. — *Schmid.* Militärisches in Künzelsau 1674-1785. — *Bossert.* Wie kamen die Reichsschenken von Schüpf nach Limpurg bei Hall? — *Haenle.* Der Siedershof in Schwäbish-Hall. — *Bossert.* Zur Geschichte des Lohnes. — *Id.* Wie kamen die Reichsschenken von Schüpf nach Limpurg bei Hall? — *Bachmeister.* Ein gräfliche Kindstaufe vor 300 Jahren. — *Wagner.* Johann von Trarbachs Werke in der Stiftskirche zu Oehringen. — *Bossert.* Kleine Beiträge zur älteren Geschichte Schwabens. 1. König Pipin in Wehrstein. — *Schilling.* Patrik Ruthven, schwedischer Kommandant in Ulm, 1632-33. — *Seuffer.* Noch ein Georg Kastner. — *Setz.* Aus den Riedlinger Ratsprotokollen. — *Paulus.* Das alte und das neue Münster in Zwiefalten. — Vom Städtetag zu Ulm i. J. 1616. — *Roth von Schreckenstein.* Sind die Sefler und die Roten gleichen Stammes? — *Schneider.* Zur Frage der Weingartener Urkundenfälschungen. — *Bossert.* Die Gefangenschaft des Hieronymus Baumgartner und die Nürnberger vor Haltenbergstetten. — *Id.* Die Anfänge des Klosters Murrhardt. — *Id.* Bischof Erkanbert von Freising und sein Besitz im Gollachgau.

†Wochenschrift des österr.-Ingenieur und Architektenvereines. Jhg. XIV, n. 18-21. Wien, 1889.

†Wochenschrift (Naturwissenschatliche). Bd. IV, n. 6, 9. Berlin, 1889.

†Zeitschrift (Historische). N. F. Bd. XXVI, 1. München, 1889.

Wohlwill. Zur Geschichte der diplomatischen Beziehungen zwischen Preussen und Frankreich (1800—1807). — *Marks.* Coligny und die Ermordung Franz von Guise's. — *Riese.* Zur Verfassungsgeschichte Lakedämons. — *Harnack.* Zur Vorgeschichte und Geschichte des Krieges von 1812 (Nachtrag).

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 6 Gennaio 1889

Volume V.° — Fascicolo 1°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia,nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria [illegible] data ricevuta con lettera, nella qua[illegible] che i manoscritti non vengono r[illegible] autori, fuorchè nel caso contemplat[illegible] dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 est[illegible] tori di Memorie, se Soci o Corrispo[illegible] estranei. La spesa di un numero di [illegible] che fosse richiesto, è messa a caric[illegible]

CONCORSI A PREMI

Blaserna (Segretario). Dà comunicazione degli elenchi dei lavori presentati per prender parte ai concorsi scaduti col 31 dicembre 1888 . . . . » 48
Id. Presenta il tema di un concorso a premio della R. Accademia delle scienze di Bologna » 51

CORRISPONDENZA

Blaserna (Segretario). Annuncia che una Memoria presentata per esame dall'ing. *Viola* venne ritirata dall'autore. . . . . » »
Id. Comunica la corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . » »

ERRATA-CORRIGE

Rendiconti. — Vol. IV, 2º semestre.

A pag. 348 linea 6. *invece di* $\{10\bar{1}\}$ *leggasi* $\{2\bar{1}\bar{1}\}$

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
" Vol. V. (1889) fasc. 1.º
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 6 gennaio 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

(Segue in terza pagina)

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 20 Gennaio 1889

Volume V.° — Fascicolo 2°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa d' un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

CORRISPONDENZA

ERRATA-CORRIGE

Rendiconti. = *Vol. V, 1º semestre.*

A pag. 14 linea 2ª *invece di* isotermiche *leggasi* isotoniche

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
» Vol. V. (1889) fasc. 1.º-2º.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 20 gennaio 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

PERSONALE ACCADEMICO

CONCORSI A PREMI

(Segue in terza pagina)

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 3 Febbraio 1889

Volume V.° – Fascicolo 3°

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

[illegible]

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
" Vol. V. (1889) fasc. 1°-3°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 3 febbraio 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 17 Febbraio 1889

Volume V.° — Fascicolo 4°

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
„ Vol. V. (1889) fasc. 1º-4º.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.º — *Roma, Torino e Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa e Napoli.*

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 17 febbraio 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 3 Marzo 1889

Volume V.° — Fascicolo 5°

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia,nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiu della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa d' un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 3 marzo 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

(Segue in terza pagina)

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

—

Seduta del 17 Marzo 1889

Volume V.° — Fascicolo 6°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88)
" Vol. V. (1889) fasc. 1°-6°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 17 marzo 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CONCORSI A PREMI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 7 Aprile 1889

Volume V.° — Fascicolo 7°

1° SEMESTRE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a carico degli autori.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
» Vol. V. (1889) fasc. 1°-7°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 7 aprile 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

(Segue in terza pagina)

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 28 Aprile 1889

Volume V.° — Fascicolo 8°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

—

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia da per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
" Vol. V. (1889) fasc. 1.°-8°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 28 aprile 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del [illegible] Maggio 1889

Volume V.° — Fascicolo 9

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

[illegible]

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
" Vol. V. (1889) fasc. 1°-9°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia da per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a)* Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b)* Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c)* Con un ringraziamento all' autore. - *d)* Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
" Vol. V. (1889) fasc. 1.°-10°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**: per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 2 Giugno 1889

Volume V.° — Fascicolo 11°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia da per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia da gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
" Vol. V. (1889) fasc. 1°-11°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-IV.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III. V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**: per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 2 giugno 1889.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Seduta del 16 Giugno 1889

Volume V.° — Fascicolo 12°
e Indice del volume.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

1889

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia da gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

ERRATA CORRIGE

[illegible]

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
Vol. V. (1889) fasc. 1°-12°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-V.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. 12; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa e Napoli.*

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

—

I.

1. I *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le *Note* ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell' Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e 16 pagine per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine di stampa per la Classe di scienze fisiche, e a 12 pagine per la Classe di scienze morali.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

ERRATA-CORRIGE

A pag. 781 linea 12 invece di « *nella 1ª i coefficienti di tensione espressi* ecc. » leggasi: « *nella 1ª i coefficienti di tensione a volume costante* ».
» » nella tabella invece di $\alpha' \times 10^4$ leggasi α'.
» 784 linea 31 invece di « *Se si considera che la compressibilità dell'acqua diminuisce col crescere* ecc. » leggasi: *Se si considera che la compressibilità dei liquidi in generale diminuisce col crescere della pressione (come risulta dalle misure dell'Amagat sull'acqua e sull'etere)* ».
» 785 linea 8 invece di « *pressione* » leggasi: « *temperatura* »
» » » 30 invece di « 0,00687 » leggasi: « 0,00647 »

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV. (1884-88).
» Vol. V. (1889) fasc. 1°-12°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-V.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-V.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*